

Departamento de Ingeniería Mecánica

Grado en Ingeniería Mecánica

TRABAJO FIN DE GRADO

**Análisis con técnicas modernas de
las vibraciones generadas en un
dispositivo ferroviario**

Autora: Irene Fernández Sánchez

Tutores: Higinio Rubio Alonso
Alejandro Bustos Caballero

Leganés, Junio de 2019

Título: **Análisis con técnicas modernas de las vibraciones generadas en un dispositivo ferroviario.**

Autora: **Irene Fernández Sánchez**

Tutores: **Higinio Rubio Alonso**
Alejandro Bustos Caballero

EL TRIBUNAL

Presidente:

Vocal:

Secretario:

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Grado el día 2 de Julio de 2019 en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE

AGRADECIMIENTOS

Quiero dar las gracias a Higinio Rubio Alonso y Alejandro Bustos Caballero por permitirme llevar a cabo este proyecto y por aportarme el apoyo y las herramientas necesarias durante la realización del mismo.

RESUMEN

El sistema ferroviario es en España un factor clave dentro del sector transportes. Esto supone una gran demanda que se traduce no sólo en ingresos, sino también en necesidad de inversión en infraestructuras. Es en este punto donde entra en juego la labor de mantenimiento y desarrollo del producto. Estas tareas se llevan a cabo en las instalaciones del ferrocarril pero conllevan un proceso de investigación previo, como el que se muestra a lo largo de este proyecto. La aplicación de distintos métodos matemáticos y sistemas de medida y análisis de datos amplían las posibilidades de mejora de las infraestructuras.

Por ejemplo, la transformada de Hilbert Huang, que se aplica en este proyecto, permite estudiar los valores máximos de amplitud de vibración en el eje con defecto según el tamaño de la fisura que este presente.

La aplicación del método ya supone un avance en la investigación y puede tener influencia en otros estudios, pero además de esto los resultados obtenidos son fuente de información para las tareas de mantenimiento y mejora de los bogies.

Este proyecto abarca por tanto dos grandes ámbitos en torno al sistema ferroviario: el estudio de los datos obtenidos a partir del funcionamiento de los bogies y la relevancia de estos estudios en la industria ferroviaria.

ABSTRACT

The railway system is a key element in transport area in Spain. This leads to a huge demand which means not only incomes, but also an important investment in infrastructure required. It is at this point that the maintenance and product development come as main subjects. These tasks are carried out in the railway facilities but involve a prior investigation process, such as the one developed in this project. The application of different mathematic methods and measurement systems expand the possibilities of improving infrastructures.

For example, Hilbert Huang transform, applied in this project, is used to study maximum values of amplitude in shaft vibration depending on de crack's depth.

The application of this method is already an advance in investigation and it may have some influence in future studies, but more importantly, it works as source of information for maintenance tasks and improvement of the bogies.

Therefore, this project covers two major areas around the railway system: the study of data saved from bogies' working process and the relevance of these studies in railway industry.

INDICE

PROYECTO

1. INTRODUCCIÓN	8
1.1. Ámbito y motivación	8
1.2. Objetivos.....	16
1.3. Etapas del proyecto.....	17
1.4. Estructura del documento	17
2. TRATAMIENTO DE SEÑALES.....	19
2.1. Introducción teórica al análisis estadístico	19
2.2. Introducción teórica al método HHT.....	25
2.2.1 Características del método.....	25
2.2.2 Transformada HHT	27
– EMD	29
– Transformada de Hilbert	35
– Desarrollos recientes: transformada de Hilbert normalizada	37
3 METODOLOGÍA.....	39
3.1 Antecedentes	39
– Sistema de medida	39
– Datos recogidos.....	42
– Descripción de las herramientas empleadas	43
– Implementación del código en Matlab	46
3.2 Normativa	50
3.3 Estructura y planificación del proyecto.....	51
3.4 Resultados esperados.....	53
4 DESARROLLO DEL PROYECTO Y RESULTADOS	54
4.1 Estudio del espectro de potencia normalizado y del espectro de potencia de la envolvente normalizado	54
– Resultados eje sano.....	56
– Resultados eje con fisura de profundidad 1	62
– Resultados eje con fisura de profundidad 2	67

–	Resultados eje con fisura de profundidad 3	72
–	Discusión de los resultados	76
4.2	Estudio del espectro de potencia normalizado promedio y del espectro de potencia de la envolvente normalizado promedio	80
–	Dirección longitudinal	81
–	Dirección axial	83
–	Dirección vertical.....	85
–	Discusión de los resultados	89
4.3	RMS y curtosis	90
–	RMS (Root Mean Square)	90
–	Curtosis	90
4.4	Aplicación de la transformada Hilbert Huang para señales no transitorias	97
–	Estudio de la envolvente	97
–	Obtención de los IMF's	97
–	Estudio del espectro de Hilbert Huang	99
5	PRESUPUESTO	108
6	CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	110
6.1	Conclusiones	110
6.2	Trabajos futuros	111
7	REFERENCIAS	113
8	ANEXOS	115

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Ámbito y motivación

Según la RAE, la ingeniería es el "arte de aplicar los conocimientos científicos a la invención, perfeccionamiento y utilización de la técnica industrial en todas sus determinaciones". La ingeniería es aplicable a muchos campos tecnológicos de conocimiento: civil, aeronáutico, naval, agrónomo, forestal, informático, de telecomunicaciones, químico, nuclear, ... y, por supuesto, industrial.

En la actualidad, la ingeniería adquiere especial relevancia por todos los procesos asociados a la Industria 4.0. La industria 4.0 es el término (creado en Alemania) a aplicar para definir cualquier fábrica inteligente, es decir, aquella en la que todos sus procesos estén interconectados por Internet [1]. Aquí es donde entra en juego el concepto de Internet de las cosas (IoT), que se refiere a la interconexión de todo tipo de objetos con internet. En la figura 1-1-1 se puede observar cómo este método está a la altura de los grandes avances en los sistemas de producción. Se espera que este cambio suponga un avance en la producción del nivel de la Primera Revolución Industrial. El objetivo en el futuro es el desarrollo del software y sistemas de análisis que conviertan en información útil la masa de datos producidos por la industria [2].

¿Qué implica la inserción de la industria 4.0 en el proceso productivo?

- Flexibilidad
- Individualización de los procesos de fabricación

¿En qué industrias es más útil su aplicación?

Se espera que la industria de alimentos y bebidas, junto con los fabricantes de electrónica, sea la pionera en la adopción de este tipo de procesos de producción.

Uno de los campos donde más utilidad tendría la industria 4.0 sería en automoción, donde el fabricante tiene que adaptar la producción a las necesidades o especificaciones concretas de cada cliente y por tanto un sistema individualista agilizaría el proceso.

Sin embargo, es aquí donde surge la necesidad de crear un software eficiente: con sistemas de automatización industrial que integran cada vez más sensores y comunicaciones inalámbricas, es imprescindible que las fábricas ganen capacidad de reunir y clasificar los datos obtenidos, así como interconectar sus procesos. El nivel de implementación de redes inalámbricas es muy bajo por el momento, pero la necesidad

de creación de un software potente es un punto clave, por lo que a medida que este avance la industria 4.0 se irá haciendo un hueco.

En este momento hay gran cantidad de empresas trabajando en el estudio de sistemas Big Data, capaces de dar salida a gran la cantidad de datos procedentes de sistemas de fabricación.



Figura 1-1-1. Evolución de los procesos productivos.

La necesidad de una industria 4.0 surge de la competitividad presente en el mercado actual, que hace contemplar la robotización como una oportunidad para reducir costes. A esto se suma que han cambiado los intereses de los clientes: la personalización del servicio y el producto son ahora un elemento más del mercado, así como la creación de nuevos productos y servicios. La industria 4.0 da la oportunidad de cumplir estas exigencias y mantener así gran parte de la industria que de otra forma se perdería.

Este modelo industrial es posible gracias a la combinación de distintas tecnologías.

Por un lado, el IoT (Internet de las cosas) se sustenta en dos pilares: Internet móvil y la comunicación de máquina a máquina, también conocida como m2m (machine to machine). Permiten recoger datos y coordinar sistemas gracias al intercambio de información.

Por otro lado contamos con las aplicaciones e infraestructuras ofrecidas en la nube, que hacen posible el flujo masivo de datos y flexibilizan su análisis.

A partir de este análisis, el Big Data permitirá identificar patrones, encontrar ineficiencias y prevenir eventos futuros.

En ocasiones también podemos encontrar tecnología de impresión 3D, que permite crear prototipos y personalizar los productos.

Los robots colaborativos son capaces de trabajar junto con seres humanos ofreciendo autonomía, flexibilidad y cooperación.

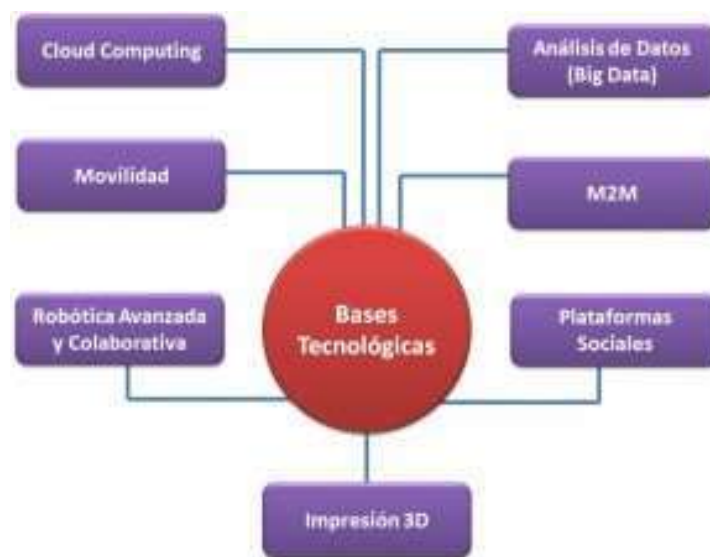


Figura 1-1-2. Bases tecnológicas que intervienen en el proceso de fabricación.

Tal y como se muestra en la figura 1-1-2, la combinación de todos estos elementos da lugar a la fábrica inteligente, que es el resultado de la unión de los mundos físico y virtual.

La base son los sistemas ciberfísicos (CPS), formados por productos inteligentes (que contienen software y conectividad). Estos sistemas son capaces de auto-gestionarse y tomar decisiones descentralizadas, gracias a la capacidad de interactuar con otros sistemas y con el ser humano. Cuentan con sensores que captan información sobre su entorno, lo que da lugar a una mejora de la productividad y por tanto a nuevos modelos de negocio.

Para hacer un análisis completo del ámbito en el que se enmarca este proyecto, es necesario hablar del entorno socioeconómico [3], [4].

La finalidad de este proyecto va más allá de lo meramente experimental: el estudio de este tipo de técnicas puede ser clave para el desarrollo de una industria como la del ferrocarril, que se encuentra en estos momentos a la cabeza del sector de transportes en España.

Para comprender el impacto económico de un sector como el del ferrocarril es necesario remontarse a sus orígenes. El hito ferroviario tuvo en su momento un doble efecto: por un lado facilitó el desarrollo de las industrias que tomaban parte en su construcción y por otro supuso una mejora en el transporte tanto de personas como de mercancías, lo que provocó la regulación de los precios de los productos.

Además supuso un ahorro social al sistema nacional de transporte, al reducir los gastos en otras alternativas más costosas, que a día de hoy sigue siendo clave.

A lo largo de la historia, la inversión pública destinada a este sector ha ido cambiando en función de las condiciones políticas y económicas de este país: si bien durante la segunda mitad del siglo XIX la inversión rondaba el 40 o 45%, esta descendió hasta el 10-15% durante el siglo XX y en el siglo XXI ha vuelto a ascender hasta valores del 20-25%.

Si se compara el desarrollo del sector en España con el de otros países, ha sido paralelo y, en ocasiones, compartido. Sin embargo su ejecución ha sido un poco más lenta debido a la desigual distribución interior- periferia y al retraso en el desarrollo económico que tenía España.

El sistema ferroviario se creó de acuerdo a 3 tipos diferentes de gestión:

- Libertad de construcción y explotación de las líneas (Gran Bretaña).
- Atribución al Estado de la gestión de los ferrocarriles (Bélgica, Alemania).
- Mixto: el Estado es el planificador de la red y regulador del sistema tarifario, al mismo tiempo que se dan concesiones a empresas privadas, acompañadas de subvenciones y beneficios fiscales como estímulo para la inversión.

Sin embargo, a principios del siglo XX comenzó la tendencia a la nacionalización en países como Italia, Francia, España y Gran Bretaña. Esta nacionalización consistía en la separación entre la gestión de la infraestructura y la explotación de los servicios, y aún permanece hoy en día.

Pero el factor más importante a destacar en este sector es el desarrollo tecnológico, tras siglo y medio de permanente evolución.

Tras la instauración de la democracia en España se produjo un importante cambio con la firma de contratos con RENFE y la entrada en la Comunidad Económica Europea, que supuso el comienzo de la evolución hacia la liberalización total del sector.

El transporte y la movilidad son motores de la economía, pero además pueden considerarse un servicio, por lo que para valorar su importancia hay que hablar de oferta y demanda, así como de su papel frente a otros medios de transporte.

En el año 2011 el uso del transporte público supuso un 24% del uso total de transportes, según el informe de la comisión científico- técnica del sector ferroviario, es decir, 2.250 km por habitante al año. Dentro de este 24% que supone el transporte público, un 29% corresponde al ferrocarril. En la figura 1-1-3 se puede ver un desglose de todos los sistemas de transporte correspondientes al sector del ferrocarril y porcentaje de demanda por viajeros- km y por pasajeros transportados durante el año 2011.

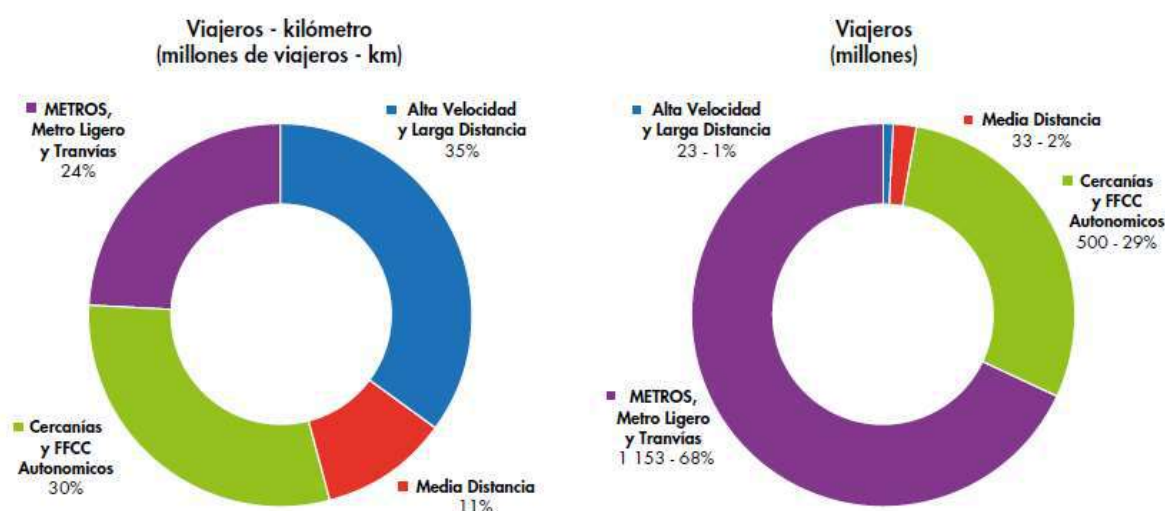


Figura 1-1-3. Demanda del sistema de transporte ferroviario Español durante el año 2011.

Durante el año 2012 más de 1700 millones de personas utilizaron el ferrocarril como medio de transporte, un 41% del total de medios de transporte.

A partir de entonces la demanda del sector ferroviario ha ido aumentando significativamente hasta situarse en 580km por habitante en 2017, aunque aún se encuentra por debajo de la media europea, que son 617 km por habitante al año.

En cuanto a la aportación económica, entre 2015 y 2016 se produjo un aumento de 90,56 millones de euros de la facturación total en el transporte ferroviario, según el INE. En la figura 1-1-4 se muestra una comparativa de la facturación por año desde 2008 hasta 2016:

Volumen de negocio en miles de euros corrientes en el transporte ferroviario 2008 - 2016

	2008	2009*	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Transporte urbano de viajeros	445.532	462.425	472.547	453.239	461.573	707.811	741.088	715.356	772.831
Transporte interurbano de viajeros	1.335.612	1.367.981	1.399.340	1.393.145	1.496.818	1.181.647	1.234.038	1.402.224	1.494.687
Transporte de mercancías	362.652	259.829	260.357	220.146	228.030	244.464	302.962	305.468	314.822
Otras actividades	175.288	199.424	208.710	184.029	44.475	157.538	165.892	75.557	6.820
Volumen total	2.319.084	2.289.659	2.340.954	2.250.559	2.230.896	2.291.459	2.443.980	2.498.605	2.589.161

* desde 2008 se aplica CHAE 2009

Ud: miles de euros

Fuente: INE. Diciembre 2018

Figura 1-1-4. Facturación en el sector ferroviario entre los años 2008 y 2016.

De acuerdo a la demanda del sector, la inversión en el ferrocarril en el año 2017 ha sido del 32,53% con respecto al total de transporte, tal y como se muestra en el siguiente gráfico, aportado por el ministerio de fomento (figura 1-1-5):

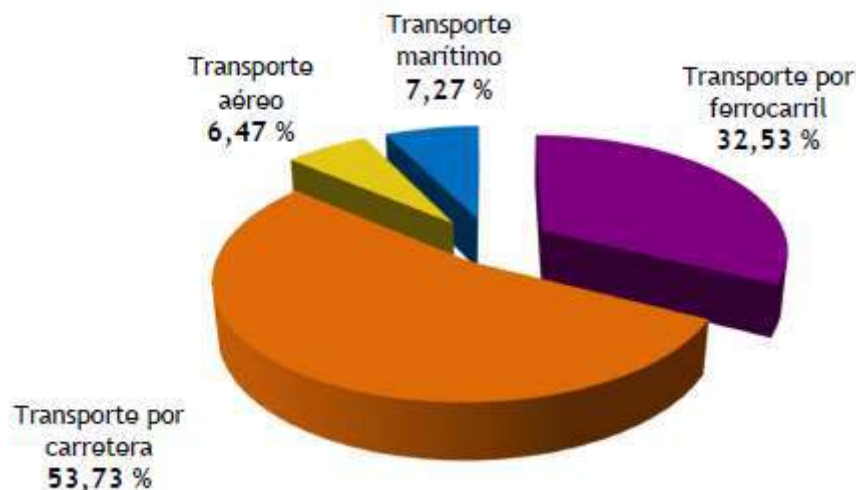


Figura 1-1-5. Distribución de las inversiones por modo de transporte en 2017.

Además, el sector ferroviario supone 145.000 empleos divididos en:

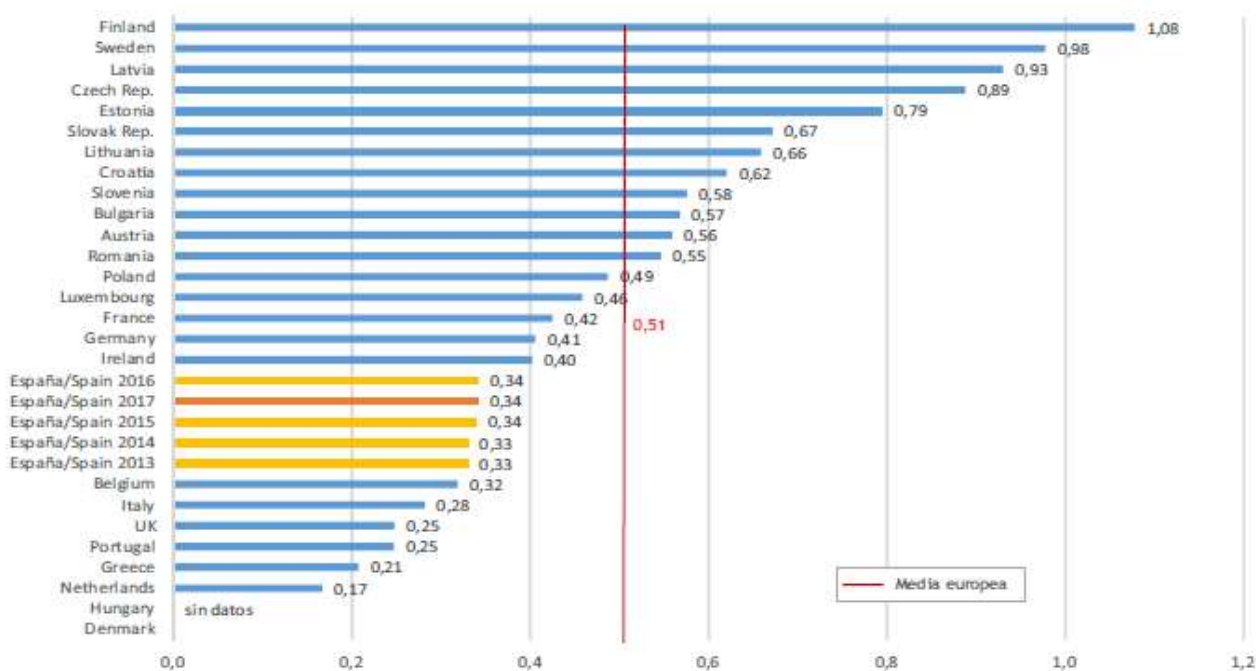
- Operadores y gestores de infraestructura (45.000 empleos).
- Sector industrial, obra civil, empresas de ingeniería, centros I+D y universidades (100.000 empleos).

Para comparar la situación del sistema en España en relación con la Unión Europea es necesario valorar dos aspectos: la oferta-demanda del transporte y un análisis comparativo de la seguridad del sector.

Oferta y demanda en el sector ferroviario español en comparación con la UE:

España es el sexto país con más trenes- km ofertados: 191 millones de trenes- km en 2011, muy por debajo de del máximo (Alemania, con 1063 millones).

En relación con la cantidad de habitantes se encuentra por debajo de la mayoría de países, con 0,34 km de línea por habitante. En la figura 1-1-6 se muestra una comparativa entre los países europeos:



Fuente: UIC. 2018

Figura 1-1-6. Densidad de la red ferroviaria por habitante en 2017. Unidad: metros de línea ferroviaria por habitante.

En cuanto a la demanda, se desplazaron durante ese año 464 pasajeros- km por habitante, mientras que en otros países de la UE se triplicó esta cantidad.

Se podría concluir que la oferta ferroviaria en España está por debajo de otros países de la UE. La oferta trata de adaptarse a la demanda, que está condicionada por la competitividad del sector respecto a otros medios de transporte, por lo tanto influyen factores como las tarifas, la frecuencia...

Las medidas para la mejora del sistema pasarían, por tanto, por racionalizar los servicios de viajeros e implementar políticas que favorezcan el transporte de mercancías por ferrocarril.

La seguridad del transporte ferroviario español en relación con la UE:

El ferrocarril es el segundo sistema de transporte más seguro, después del avión. Además, si valoramos el número de víctimas mortales por millón de trenes- km, España está por debajo de la media europea, a la par de países como Francia.

Si comparamos España con otros países del mundo, existen algunas diferencias relacionadas con la gestión del sector.

El organismo regulador de la UE ha establecido ciertas normativas para alejar el sistema ferroviario del monopolio que ha existido hasta hace poco:

- Las empresas ferroviarias ligadas al Estado deben tener contabilidad separada.
- Debe existir una separación entre la administración de la infraestructura y la prestación de servicios.
- Debe existir una separación contable de pasajeros y mercancías.

En España existe una separación total entre el administrador de infraestructuras y el operador histórico del transporte. Según la UE esto supone un incremento de la competencia, pero a su vez puede suponer un freno al avance tecnológico, porque aquellos que gestionan la infraestructura no son los mismos que dan el servicio, por lo que puede haber cierto desinterés por la inversión.

Este modelo va por delante de la normativa europea, pero hay otros planteamientos posibles:

- Alemania e Italia cuentan con una organización integrada tipo holding, formado por el administrador de la estructura y la empresa de transportes pública histórica.
- Francia a día de hoy está planteando una estructura similar, reunificando el administrador de infraestructuras y la empresa ferroviaria pública.
- Reino Unido ha privatizado la prestación de sus servicios ferroviarios de viajeros, pero no los ha liberalizado, al mantener el sistema de franquicias.
- En Estados Unidos el transporte de mercancías consiste en líneas de mercancías propiedad de las empresas ferroviarias en las que, sin embargo, no está impedida la circulación de las empresas ferroviarias competidoras. El acceso de una compañía a la red de otra está regulado y se gestiona por las propias empresas.

Es aquí donde se hace imprescindible introducir algunos conceptos que explicarán la parte práctica de este proyecto. Si bien el método aplicado es una agrupación de conceptos matemáticos y estadísticos, no hay que olvidar que los datos corresponden a un problema real y por tanto el propósito de este proyecto responde a la definición de ingeniería.

Los datos recogidos corresponden a un bogie y serán almacenados y analizados por un software. La utilización de otro software que nos permita enviar los resultados del análisis de datos de nuevo al lugar de donde han sido recogidos, correspondería al método de funcionamiento de la industria 4.0. De esta forma contaríamos con un proceso interactivo que permita solventar errores en el momento.

1.2 Objetivos

Tal y como se ha comentado en el apartado anterior, la denominada Industria 4.0 está en pleno desarrollo y es por ello imprescindible encontrar métodos que faciliten el almacenamiento y análisis de datos. Para comprobar la viabilidad de dichos métodos es necesaria su aplicación en diferentes tipos de datos.

El objetivo principal de este trabajo fin de grado es el estudio, mediante técnicas de procesamiento de señal modernas, del comportamiento vibratorio de un vehículo ferroviario en un banco de ensayos.

La consecución del objetivo principal implica superar previamente una serie de objetivos o hitos secundarios que se detallan a continuación:

- Análisis y selección de la documentación moderna más importante sobre técnicas de tratamiento de señales. Comparación de métodos según la señales sean lineales o no lineales, y transitorias o no transitorias.
- Estudio de las señales, procedentes de las vibraciones medidas en un banco de ensayo de bogies ferroviarios, en el dominio de la frecuencia mediante el espectro de densidad de potencia o PSD (por sus siglas en inglés). Localización de los puntos de amplitud máxima y frecuencias en las que se producen. Estudio de la relación entre valores altos de amplitud y energía.
- Análisis de las señales en el dominio de la frecuencia mediante el espectro de densidad de potencia o PSD promediado.
- Análisis de las señales en el dominio del tiempo mediante la evolución del valor RMS y de la curtosis. Para ello se dibujarán los histogramas que recopilarán información de conjunto de datos.
- Obtención de la envolvente de las señales reseñadas.
- Descomposición de las señales en *Intrinsic Mode Function* (IMF) utilizando la *Empirical Mode Decomposition* (EMD).
- Estudio de las señales en tiempo-frecuencia utilizando la HHT.

A partir del análisis de las señales de vibración, aplicando diferentes técnicas se podrá establecer la idoneidad o no de las técnicas aplicadas para futuros procesos de implantación en sistemas de diagnóstico del estado de la máquina.

Para el cumplimiento de todos los puntos mencionados anteriormente se utilizará como herramienta de tratamiento de las señales el software **Matlab**, versión 2018.

Mediante la implementación de códigos en este software se obtendrán de forma gráfica los resultados y se recurre a su análisis.

Matlab cuenta con gran cantidad de herramientas (*toolbox*). Entre las más utilizadas está la *signal processing toolbox*, que permite analizar y extraer características de señales muestreadas, así como obtener el espectro de potencia.

Por último, para la redacción de la memoria se utiliza el software *Word*, de *Microsoft Office*.

1.3 Etapas del proyecto

El propósito de este proyecto es la obtención de parámetros que permitan llevar a cabo un análisis frecuencial de las vibraciones en el sistema de un bogie, mediante un método novedoso denominado HHT (Hilbert -Huang Taylor).

Para ello se seguirán los siguientes pasos:

1. Recopilación de información sobre el método HHT: método EMD y transformada de Hilbert.
2. Recopilación de información sobre análisis frecuencial y estadístico.
3. Explicación teórica de la aplicación del método HHT.
4. Programación de algoritmos para el tratamiento numérico de los datos.
5. Implementación de los resultados numéricos en gráficos para su análisis.
6. Análisis de los resultados obtenidos y conclusiones.

1.4 Estructura del documento

Este documento cuenta con una estructura que permite explicar y desarrollar el método empleado. De esta forma se asegura que se cumplan los objetivos y que la exposición de los resultados sea clara:

- Introducción: se define el entorno industrial y socioeconómico en torno al cual se orienta este proyecto.

- Tratamiento de señales: consta de una breve introducción teórica al análisis estadístico y una recopilación del procedimiento de aplicación del método HHT.
- Metodología: explicación de los datos recogidos, las herramientas que se van a emplear y el procedimiento a seguir. También contiene una breve alusión a la normativa ferroviaria.
- Desarrollo del proyecto y resultados: este apartado contiene todos los resultados obtenidos de la aplicación de los códigos en Matlab.
- Presupuesto: se establecen los costes que supondría el proyecto.
- Conclusiones: análisis más genérico del proyecto para extraer conclusiones y proponer trabajos futuros.
- Referencias bibliográficas.
- Anexos: contienen todos los resultados de espectros de potencia, histogramas, envolventes, IMF's y espectros de Hilbert Huang.

2. TRATAMIENTO DE SEÑALES

Si bien los estudios previos se han centrado en utilizar sistemas como la transformada de Fourier o el método Wavelet, la motivación de este estudio es estudiar la eficacia del método de Hilbert en torno a dos aspectos:

- Comprobar si es un método más eficaz y menos restrictivo: una de las principales ventajas de este método es que no se limita a analizar un período de la señal original, sino que realiza un estudio de la señal a lo largo de toda la frecuencia. Esto permite conservar las características de la variación de frecuencia y por tanto contar con una visión más amplia del espectro de frecuencia, por lo que los datos obtenidos se acercarán más a la realidad del espectro original.
- Comprobar si este método es válido para regímenes transitorios: el análisis se centra en la zona inmediatamente posterior a la introducción de la señal de entrada y, por tanto, dicha señal se encuentra en evolución.

2.1 Introducción teórica al análisis estadístico

Para la realización de este proyecto se han tenido en cuenta los estudios estadísticos realizados por José Antonio Balbín en su proyecto “Análisis de la señal vibratoria de un sistema rodante ferroviario”. En dicho proyecto el autor trata los datos recogidos en los talleres de reparaciones de Renfe en Villaverde Bajo. Aplicando las definiciones de los principales elementos presentes en un análisis estadístico [5], realiza un estudio exhaustivo de los datos en el que podemos encontrar los siguientes elementos:

- **Desviación típica:** representa el índice de homogeneidad de los datos, observando cómo de dispares son los datos con respecto a su valor medio:

$$s = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}} \quad (1)$$

- Los **momentos** de la distribución se utilizan para describir aspectos relevantes de la distribución de frecuencias. El momento de orden k respecto al origen se calcula de acuerdo a la ecuación 2:

$$m_k = \frac{\sum x^k}{n} \quad (2)$$

Siendo n el número de datos.

De acuerdo con esto, la **media** \bar{x} sería el momento de orden 1 respecto al origen.

Los momentos respecto a la media se definen de acuerdo a la ecuación 3:

$$\mu_k = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^k}{n} \quad (3)$$

La **varianza** es, por tanto, el segundo momento respecto a la media:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad (4)$$

Una vez conocido el significado del momento respecto a la media es posible definir otra medida de distribución de frecuencia: la **curtosis**.

- **Curtosis o coeficiente de apuntamiento:**

El grado de apuntamiento mide la concentración de probabilidad cerca de la media.

Para conseguir una medida adimensional del grado de apuntamiento se utiliza el **coeficiente de curtosis o de apuntamiento**, que se calcula de acuerdo a la ecuación 5:

$$CAp = \frac{\mu_4}{s^4} = \frac{1}{n} \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4}{s^4} \quad (5)$$

De esta forma es posible conocer el grado de concentración de los datos en torno a la media:

- **Distribución leptocúrtica:** $CAp > 3$. Gran concentración de valores en torno a la media (forma apuntada o alargada).
- **Distribución mesocúrtica:** $CAp = 3$.
- **Distribución platicúrtica:** $CAp < 3$. (Forma achatada).

En la figura 2-2-1 se pueden apreciar las diferencias entre los distintos tipos de distribución.

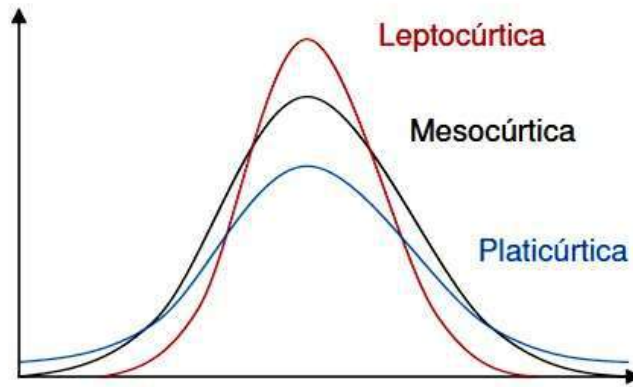


Figura 2-1-1. Tipos de distribución según el coeficiente de curtosis. [6]

Al aplicar estos conceptos a los datos con los que se trabaja en este proyecto podemos observar lo siguiente:

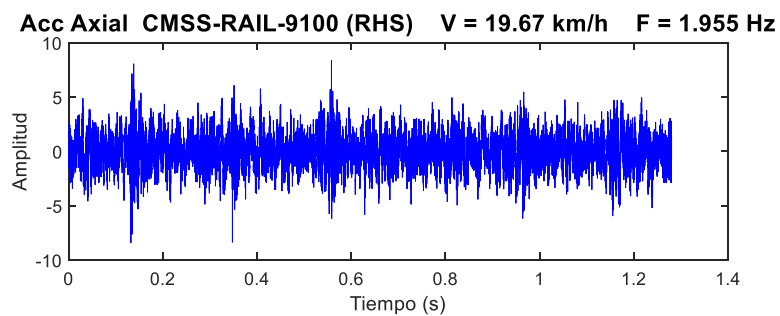


Figura 2-1-2. Ejemplo de señal recogida.

Siendo la señal representada en la figura 2-1-2 un ejemplo del tipo de señal con el que se trabajará, se observa que la mayoría de valores de amplitud son cercanos a la media (los puntos de amplitudes grandes son más escasos). Por eso cuando se dibuja el histograma de la señal (para ver cuántas veces se repite cada amplitud) se obtiene una distribución de tipo **leptocúrtica**:

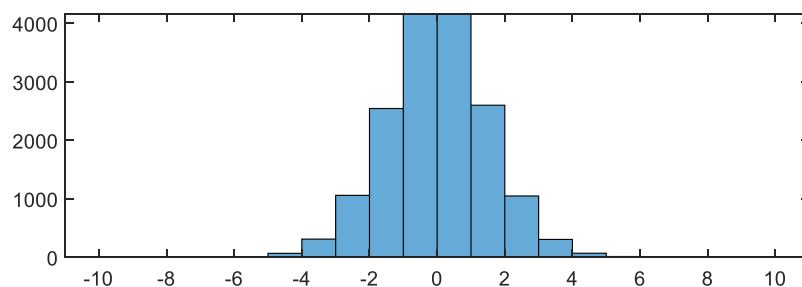


Figura 2-1-3. Ejemplo de histograma obtenido a partir de la señal recogida.

El Anexo B contiene todas las señales y su correspondiente histograma. Se comprueba que la distribución leptocúrtica se repite para todos los ejes y direcciones.

En relación con la curtosis existe otro parámetro denominado **sesgo**, que indica cómo de alejada está la moda del valor de la media.

El estimador (E) es una variable aleatoria, que cambia en función de la muestra. Por ejemplo, la media o la varianza podrían ser estimadores. Para definir el valor de estos estimadores es necesario establecer algunos criterios que den validez a los resultados obtenidos. En el caso de la media, por ejemplo, es imprescindible que su valor sea menor que el valor máximo de la muestra. A partir de esta predicción es posible obtener la distribución muestral de los estimadores.

De esta forma, al tomar una muestra x de tamaño n de una variable con media μ , la distribución muestral de la media verifica la ecuación 6:

$$E[\bar{x}] = \mu \quad (6)$$

En general, diremos que un estimador $E[\vartheta]$ es centrado para ϑ si para cualquier tamaño muestral se cumple la ecuación 7:

$$E[\vartheta] = \vartheta \quad (7)$$

Cuando el estimador no es centrado se define:

$$\text{sesgo}(\vartheta) = \vartheta - E[\vartheta] \quad (8)$$

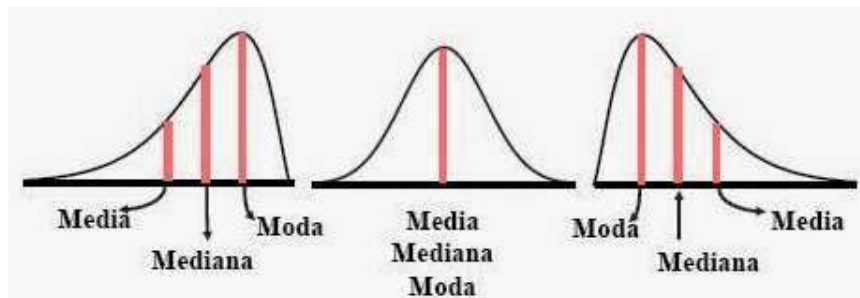


Figura 2-1-4. Ubicación de la media, la mediana y la moda según la distribución de la curva.

Importante: la propiedad de ser sesgado no es por sí sola concluyente. Por ejemplo, para dos estimadores como los de la figura 2-1-5:

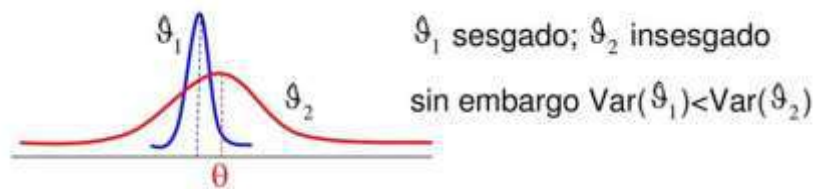


Figura 2-1-5. Comparación curva con sesgo vs. curva sin sesgo.

La muestra 1 no está centrada pero la muestra 2 tiene muchas más varianza, por lo que es preferible la muestra 1 aunque esté sesgada.

- **RMS (Root Mean Square):** indica el grado de severidad de las vibraciones del sistema. Mide los valores instantáneos durante un período y los analiza mediante una error cuadrático medio:

Al tratarse de señales de tipo discreto podemos utilizar la ecuación 9:

$$X_{ef} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i)^2} \quad (9)$$

Por ejemplo, para una función $x = [1 \ 3 \ 5]$

$$X_{ef} = \sqrt{\frac{1}{3} (1^2 + 3^2 + 5^2)} = \sqrt{\frac{35}{3}}$$

- **Valor medio:** definido mediante la ecuación 10:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (10)$$

- **Factor de forma:** relaciona el valor medio y el eficaz para dar una idea de la forma de la onda:

$$factor\ de\ forma = \frac{X_{ef}}{\bar{X}} \quad (11)$$

- **Factor de cresta o amplitud:** relaciona el valor máximo (de cresta) y el eficaz:

$$factor\ de\ cresta\ o\ amplitud = \frac{X_{m\acute{a}x}}{\bar{X}} \quad (12)$$

Gracias al almacenamiento de los datos de este estudio en matrices y al conocimiento de las limitaciones debidas al procesamiento de la señal, es posible establecer los datos que servirán de base para la realización de este proyecto.

Tal y como se explica en los estudios sobre procesamiento de señales temporales [7], el estudio de una señal se puede realizar desde dos perspectivas: dominio temporal y dominio frecuencial.

El primero muestra la amplitud de vibración respecto al tiempo y nos proporciona un significado físico de la señal. Sin embargo, el dominio frecuencial muestra la amplitud de vibración frente a la frecuencia y es mucho más adecuada para el análisis de las componentes frecuenciales características de la señal.

Para el estudio de una señal sinusoidal compuesta (figura 2-1-7) es más fácil descomponerla en las ondas sinusoidales que la forman:

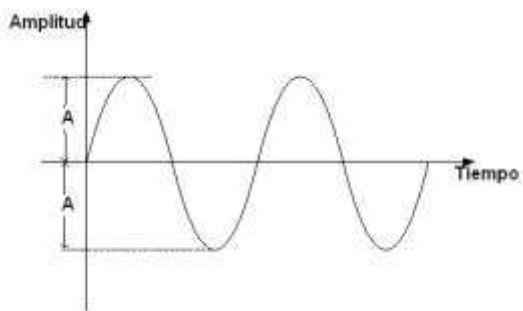


Figura 2-1-6. Señal sinusoidal [8]

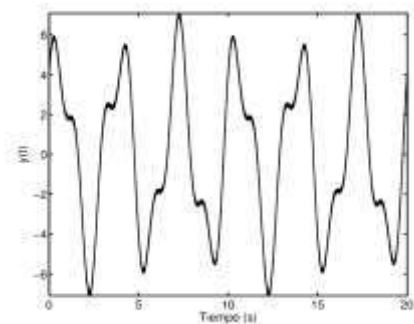


Figura 2-1-7. Señal sinusoidal compuesta [9].

La representación en función del tiempo es sencilla para señales simples (figura 2-1-6), sin embargo, se puede observar que cuando interfieren dos señales superpuestas y forman una señal compuesta (figura 2-1-7), el estudio en el dominio del tiempo se complica. Es aquí donde se hace conveniente representar la señal en el dominio de la frecuencia.

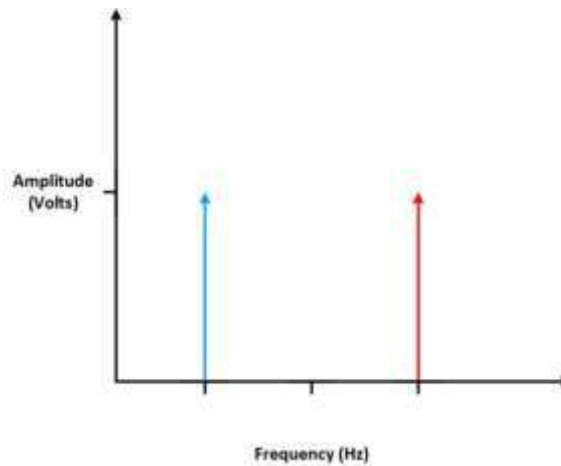


Figura 2-1-8. Señal compuesta representada en el dominio de la frecuencia

Esta representación (figura 2-1-8) muestra los valores de las frecuencias de vibración, por lo tanto no se pierde información.

Para pasar de una representación en el dominio temporal al dominio frecuencial es necesario aplicar la **transformada rápida de Fourier (FFT)** [10]. En el dominio de la frecuencia se puede descomponer una señal continua en sus componentes armónicas, sin embargo, los datos recogidos en un ensayo experimental mediante técnicas digitales no suelen proporcionar una señal continua. Por este motivo se aplicaría una adaptación de la transformada de Fourier denominada “Transformada discreta de Fourier”.

2.2 Introducción teórica al método HHT

2.2.1 Características del método

El método Hilbert-Huang es un método empírico resultado de la combinación de EMD (Empirical Mode Decomposition) y HSA (Hilbert spectral analysis). Consiste en utilizar el método EMD para descomponer la señal en las llamadas IMF (intrinsic mode functions) y aplicar el método HSA para obtener datos de la frecuencia instantánea [11].

Se trata de un método empírico porque es adaptativo: algunos de los parámetros utilizados son establecidos durante la propia aplicación del método. El fundamento empírico de este sistema provoca que nos encontremos con una gran limitación en cuanto al estudio de este tema: la escasez de bases teóricas.

Este método (comparable con Fourier o Wavelet) permite descomponer señales complejas en un número finito de componentes (IMF). La diferencia reside en el tipo de señal que es posible analizar con cada método:

- Señales lineales y estacionarias: transformada de Fourier.
- Señales lineales pero no estacionarias: método de Wavelet.
- Señales no lineales: transformada de Hilbert.

Tradicionalmente los estudios se han centrado en señales lineales y estacionarias, sin embargo, estudios más recientes están enfocados en señales no lineales, que son más frecuentes en el análisis de vibraciones [12].

Las señales lineales son movimientos vibratorios en los que parece una relación lineal entre fuerzas y desplazamientos. Los problemas son fáciles de resolver y proporcionan soluciones cerradas. Sin embargo, los problemas no lineales son más complejos y requieren aproximaciones a la solución y el uso de métodos numéricos. Se pueden linealizar.

El primer concepto a tener en cuenta es que para poder representar estos datos es necesario un método con base adaptativa; esto es que las definiciones y conceptos que aparecen durante la aplicación del método son dependientes de los propios datos sobre los que se aplicará dicho método. Para procesos lineales y estacionarios ya existían métodos adaptativos, pero establecer bases adaptativas para procesos no lineales y ni estacionarios ha sido durante muchos años un reto para la comunidad matemática.

Sin embargo, recientemente se ha descubierto que la transformada de Hilbert Huang, HHT, (1996, 1998, 1999) cumple las condiciones necesarias para ser un método adaptativo aplicable a este tipo de datos.

El método de Hilbert Huang consta de dos partes:

1. Descomposición modal empírica (EMD).
2. Análisis espectral de Hilbert (HSA).

Según se ha comprobado, es un método potencialmente viable para procesos no lineales y no estacionarios, especialmente para representaciones frecuencia- energía. Además proporciona un sentido físico a muchos de los datos examinados.

La cuestión en este punto sería cómo establecer una base teórica de este método: si bien es difícil por el carácter adaptativo del método, se podrían establecer ciertas pautas teóricas mediante la resolución de problemas matemáticos.

2.2.2 Transformada HHT

El método HSA estudia las frecuencias instantáneas de cada función intrínseca (IMF) como funciones del tiempo. Como resultado se obtiene una distribución frecuencia-tiempo de la amplitud de señal denominada espectro de Hilbert.

Este método establece una función compleja asociada a la función exponencial oscilatoria, en la que la parte real corresponde a la oscilación de entrada y la parte imaginaria a la transformada de Hilbert [13], tal y como aparece representado en las figuras 2-2-1 y 2-2-2. Esto permite retener las informaciones de la oscilación real (amplitud y fase):

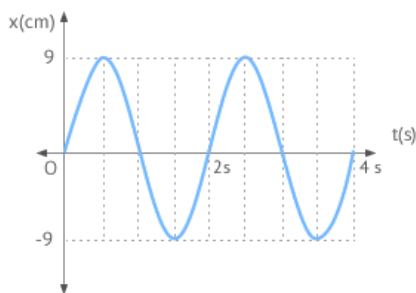


Figura 2-2-1. Señal no lineal



Figura 2-2-2. Señal analítica asociada

Para obtener dicha función compleja primero es necesario descomponer cualquier señal en componentes puramente oscilatorias para calcular amplitud y fase. Para ello se empleará el método de Descomposición Empírica de Modos (EMD), que permite descomponer la señal en un sumatorio de lo que se denominan Funciones de Modo Intrínseco (IMF). De esta forma se seguirá el proceso indicado en la figura 2-2-3:



Figura 2-2-3. Diagrama de flujo del método HHT.

Al tratarse de un proceso no lineal, la frecuencia instantánea cambia con cada ciclo de oscilación, lo que se denomina “intra-wave frequency modulation”:

$$\frac{dx^2}{dt} + x + \epsilon x^3 = \gamma \cos(\omega t) \quad (13)$$

$$\frac{dx^2}{dt} + x(1 + \epsilon x^2) = \gamma \cos(\omega t) \quad (14)$$

Para entender el significado físico de las ecuaciones 13 y 14 se podría considerar ϵx^2 como la longitud de un péndulo. Como la frecuencia depende de la longitud del péndulo, cambiará con cada oscilación (cada vez que cambie la longitud).

Al aplicar una estructura lineal a procesos no lineales para deducir la frecuencia instantánea, aparecen los que se denominan “distorsiones armónicas”, por tanto la única forma de obtener la frecuencia instantánea es determinar la parte compleja de la función $x(t)$ mediante la **transformada de Hilbert**, indicada en la ecuación 15:

$$y(t) = H[x(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(u)}{t - u} du \quad (15)$$

De esta forma podemos describir la señal de acuerdo a la ecuación 16:

$$z(t) = x(t) + jy(t) = a(t)e^{j\theta(t)} \quad (16)$$

Donde:

Amplitud instantánea:

$$a(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} \quad (17)$$

Función de fase:

$$\theta(t) = \tan^{-1} \left[\frac{y(t)}{x(t)} \right] \quad (18)$$

Frecuencia instantánea:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (19)$$

DESCOMPOSICIÓN DE MODOS EMPÍRICOS (EMD)

– Introducción

Se trata de un proceso intuitivo, directo y adaptativo. La descomposición está basada en asumir que cualquier conjunto de datos consiste en diferentes modos intrínsecos de oscilación. Cada modo intrínseco representa una oscilación, que será simétrica con respecto a la media local.

Esto quiere decir que para un tiempo t coexistirán varios modos de oscilación superpuestos. Cada uno de estos modos está representado por una IMF (intrinsic mode function/ función intrínseca de modo), que cumple:

- Número de extremos igual al número de pasos por 0, o con una diferencia de 1.
- En algún punto la media de la envolvente de máximos y la de mínimos será igual a 0.

Un IMF representa un modo oscilatorio simple (equivalente a la función armónica simple), pero en lugar de tener amplitud y frecuencia constantes, puede tenerlas variables (como función del tiempo), por este motivo la descomposición en IMF's será mediante un método empírico e iterativo, y no analítico.

¿Por qué una condición del método HHT es la del número de extremos y pasos por 0?

Al intentar calcular los valores de la frecuencia instantánea mediante el método de Hilbert, nos encontraremos con que estos pueden ser tanto positivos como negativos. Es por eso que es necesario poner ciertas limitaciones al método. Se establece por tanto que el número de extremos sea igual al número de pasos por 0. Esto actúa como filtro y el resultado será un espectro de onda distorsionado (diferente al original). Por eso el método de la transformada de Hilbert cobró sentido después de que Huang introdujera el EMD.

– Procedimiento

1. Calcular los **extremos locales** de $x(t)$, dados los datos representados en la gráfica amplitud-tiempo.
2. Unir todos los máximos para obtener la **envolvente de máximos** y repetir el proceso con los **mínimos**. En la figura 2-2-5 están representadas en verde la envolvente de máximos la de mínimos.
3. Calcular la **media** $m_1(t)$.
4. La diferencia entre los datos y la media será h_1 (**primer componente**):

$$h_1 = x(t) - m_1$$

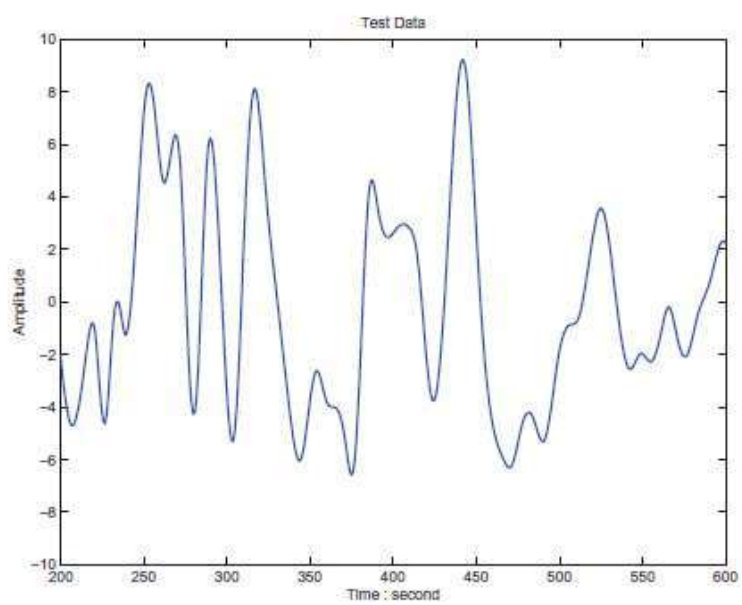


Figura 2-2-4. Señal original

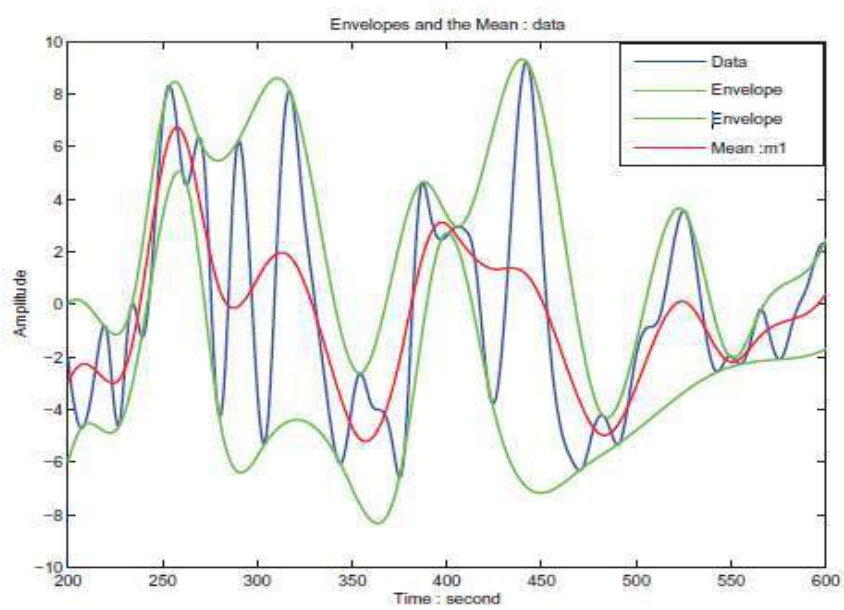


Figura 2-2-5. Cálculo de la media y envolvente del primer componente de la EMD

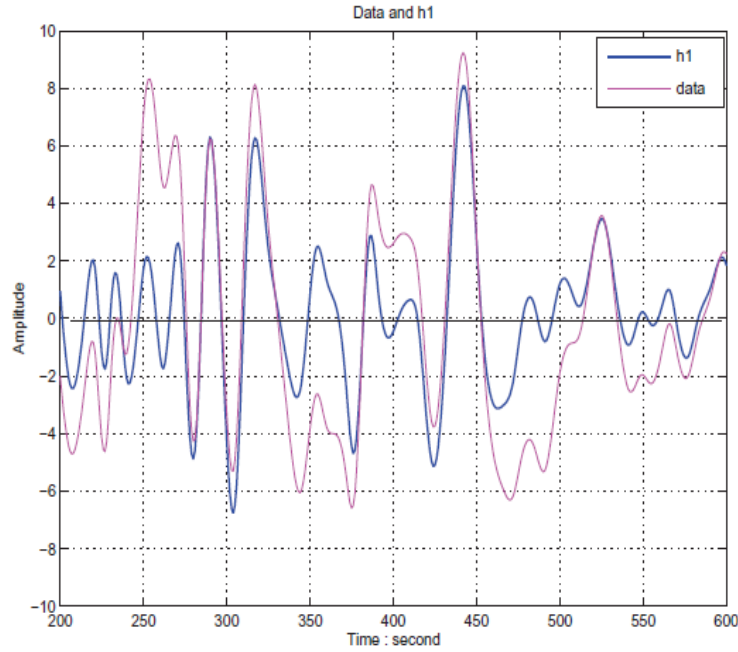


Figura 2-2-6. Primer componente de la EMD

Gracias a las ilustraciones es posible ver cómo a partir de una señal (figura 2-2-4) se obtienen las envolventes y la media (figura 2-2-5), así como los distintos componentes (figura 2-2-6).

5. h_1 debe cumplir ahora la definición de IMF. Todos los nuevos máximos generados serán positivos y los mínimos negativos.

Sin embargo, h_1 es tratado como un “proto-IMF”, porque en el cálculo de envolventes pueden existir ciertas imperfecciones que hacen que aparezcan nuevos máximos o mínimos, lo que condicionaría el proceso. Para eliminar este tipo de imperfecciones se aplica un filtro, según el cual en los procesos siguientes h_1 es tratado como dato, por tanto:

$$h_{11} = h_1 - m_{11}$$

El proceso se repetirá tantas veces como sea necesario, hasta reducir la señal a un IMF:

Una vez repetido este proceso k veces h_{1k} se convierte en un IMF, de esta forma:

$$h_{1k} = h_{1(k-1)} - m_{1k} \quad (20)$$

$$c_1 = h_{1k}$$

Se llamará c_1 al **primer IMF**. En la figura 2-2-7 se observa el resultado final de extraer este primer IMF.

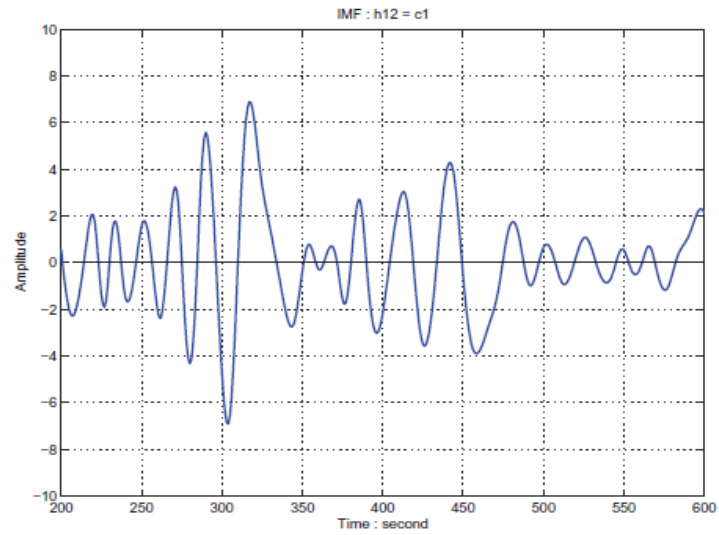


Figura 2-2-7. Primer IMF

6. La operación se repite con h_1 para obtener m_2 y h_2 , después con h_2 para obtener m_3 y h_3 y así sucesivamente:

$$h_2 = h_1 - m_2$$

$$h_3 = h_2 - m_3$$

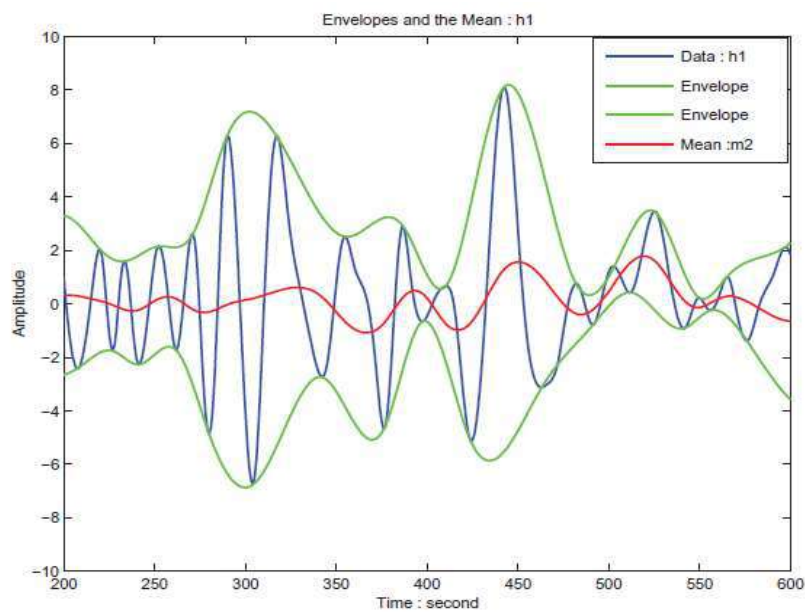


Figura 2-2-8. Envoltente del primer componente h1.

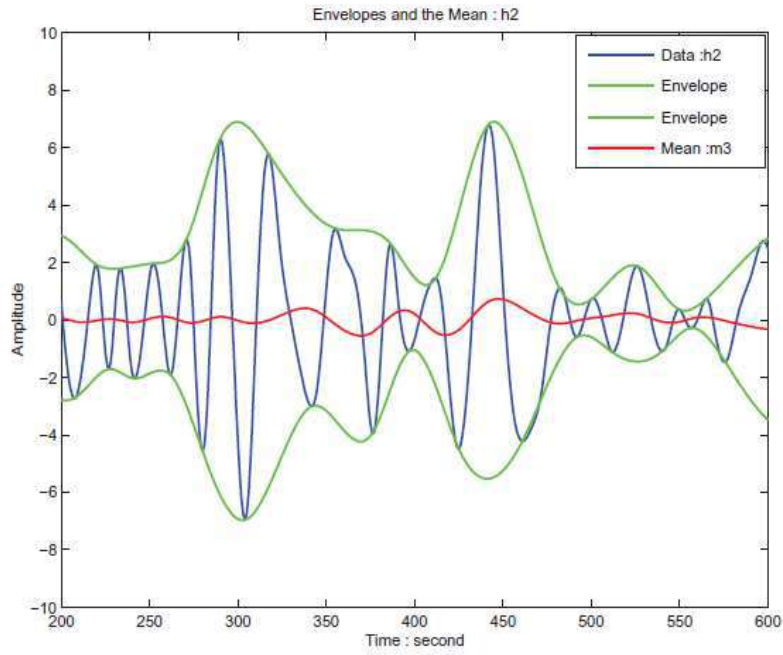


Figura 2-2-9. Envolvente del segundo componente h2.

Este proceso, que se puede observar en las figuras 2-2-8 y 2-2-9, tiene dos propósitos: eliminar la disparidad de amplitudes y hacer la onda más simétrica. Esto será muy útil a la hora de aplicar la transformada de Hilbert para obtener la frecuencia instantánea.

— Criterios de parada

El proceso se repite hasta que se dé una de las siguientes condiciones:

- Desviación media inferior a un valor predeterminado.
- El número de extremos es igual al número de pases por 0, o difiere en 1.
- Valor de residuo muy pequeño.
- Función sin extremos relativos.

De acuerdo a esto se han establecido unos criterios de parada. Los más comunes son:

- a) **Criterio de convergencia de Cauchy:** se requiere que el valor de SD_K , que se calcula de acuerdo a la ecuación 21, sea pequeño.

$$SD_K = \frac{\sum_{t=0}^T |h_{k-1}(t) - h_k(t)|^2}{\sum_{t=0}^T h_{k-1}^2} < \text{valor predeterminado} \quad (21)$$

Este criterio tiene algunos defectos. En primer lugar habría que preguntarse cómo de pequeño ha de ser el valor predeterminado, y en segundo lugar este criterio no

garantiza que se cumpla la condición de ‘mismo número de extremos que pasos por 0’.

Para solucionar estos problemas se creó otro criterio de parada:

b) **Preselección de un número S** (es necesaria una justificación), que será el número de veces que se realizará el proceso hasta parar; y se verificará que se cumple la condición de extremos y pasos por 0. Para la selección del número S Huang (2003) estableció un criterio:

Consideró las posibles opciones de S y formó un conjunto de IMF's, a partir del cual obtuvo una media. Comparando la media con los diferentes IMF's, estableció que el número S debe estar entre 4 y 8.

Una vez establecido el criterio de parada se continúa con el proceso.

Residuo:

$$Res(t) = x(t) - \sum IMF_i(t) \quad (22)$$

El primer IMF, c_1 , será separado del resto de datos:

$$r_1 = x(t) - c_1$$

r_1 será denominado residuo y tratado como un nuevo dato, sometido al mismo proceso descrito arriba, para obtener el resto de residuos r_n :

$$r_2 = r_1 - c_1$$

Este proceso se repetirá hasta que o bien c_n o r_n sea muy pequeño o bien no se puedan extraer más IMF's. Incluso si los datos ya se han hecho 0, el residuo puede seguir siendo distinto de 0.

Una vez terminadas las iteraciones:

$$x(t) = \sum_{j=1}^n c_j + r_n \quad (23)$$

En ese momento se habrán obtenido n modos empíricos y un residuo r_n .

Los componentes de este EMD tienen generalmente sentido físico:

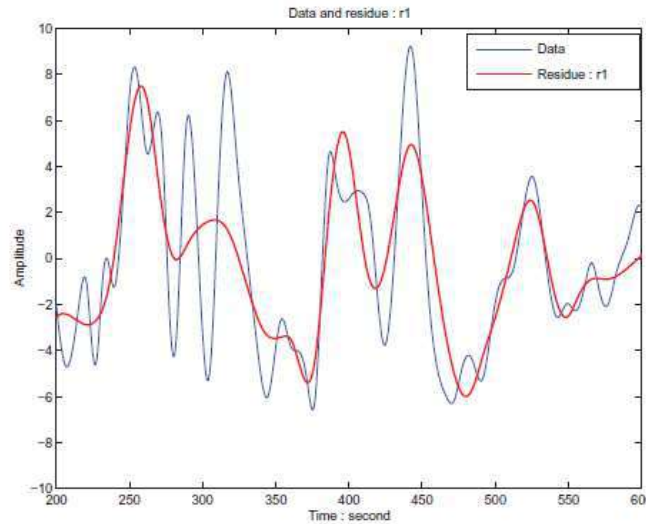


Figura 2-2-10. Residuo del primer componente

En la figura 2-2-10 se aprecia, en rojo, el residuo obtenido a partir del primer componente.

TRANSFORMADA DE HILBERT

Una vez obtenidos los IMF's se aplica la transformada de Hilbert a cada uno de ellos de acuerdo a la ecuación 15. Después, los datos originales podrán ser expresados como la parte real:

$$x(t) = R \left\{ \sum_{j=1}^n a_j(t) \exp \left[i \int w_j(t) dt \right] \right\} \quad (24)$$

Esta ecuación nos proporciona la amplitud y la frecuencia, ambas como funciones del tiempo.

La representación de esta expresión de acuerdo a Fourier sería la indicada en la ecuación 25:

$$x(t) = R \left\{ \sum_{j=1}^n a_j(t) e^{i\omega(t)t} \right\} \quad (25)$$

De acuerdo a esto se puede observar:

- 1) La transformada de Hilbert es una expresión generalizada de Fourier.

- 2) La amplitud variable y la frecuencia instantánea han proporcionado una mejora en la eficiencia del método, además de adaptarlo a modelos no lineales y no estacionarios.

Ejemplo:

Para una señal $X_r = [1 \ 2 \ 3 \ 4]$ que cuenta sólo con parte real, habría que añadir una parte imaginaria:

$$X = [1 + 1i \quad 2 - 1i \quad 3 - 1i \quad 4 + 1i]$$

$$X_i = \text{imag}(X) = [1 \quad -1 \quad -1 \quad 1]$$

$$Hi(X_r) = X_i = [1 \quad -1 \quad -1 \quad 1]$$

Al aplicar FFT:

$$FFT(X) = [10 \quad -4 + 4i \quad -2 \quad 0]$$

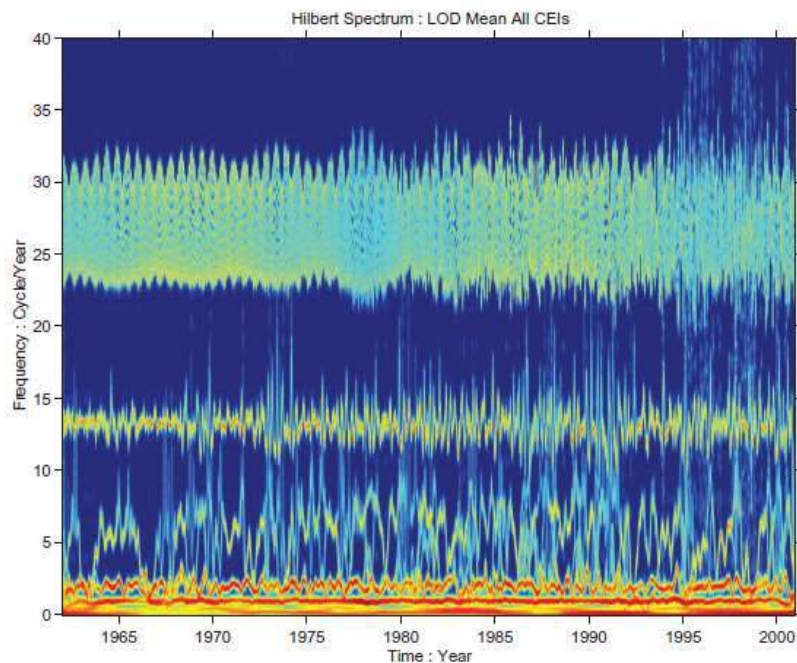


Figura 2-2-11. Espectro de Hilbert

La representación de la amplitud respecto del tiempo y de la frecuencia es lo que se denomina “espectro de Hilbert” (figura 2-2-11).

También es posible representar el espectro de energía de Hilbert elevando la amplitud al cuadrado.

Una vez definido el espectro de Hilbert, podemos definir también el espectro marginal como

$$h(w) = \int_0^T H(w, t) dt \quad (26)$$

Este espectro nos ofrece una medida de la contribución de cada valor de frecuencia a la amplitud total o la energía. Es una forma estadística de representar la amplitud acumulada.

La combinación del EMD y el espectro de Hilbert es conocida como la “transformada de Hilbert Huang (HHT)”.

Las pruebas empíricas indican que la HHT es una herramienta de alta eficiencia para el análisis de datos no lineales y no estacionarios.

Las diferencias entre los distintos métodos quedan explicadas en la figura 2-2-12:

	Fourier	Wavelet	Hilbert
Basis	<i>a priori</i>	<i>a priori</i>	adaptive
Frequency	convolution: global uncertainty	convolution: regional uncertainty	differentiation: local, certainty
Presentation	energy- frequency	energy-time- frequency	energy-time- frequency
Nonlinear	no	no	yes
Nonstationary	no	yes	yes
Feature Extraction	no	discrete: no; continuous: yes	yes
Theoretical base	theory complete	theory complete	empirical

Figura 2-2-12. Comparativa de Fourier, Wavelet y HHT

DESARROLLOS RECIENTES: TRANSFORMADA DE HILBERT NORMALIZADA

Tal y como se ha explicado antes, reducir la función a IMF's es lo que nos permite obtener valores de la frecuencia instantánea con significado físico, pero también hace que aparezcan ciertas limitaciones:

- **Teorema de Bedrosian (1963):**

$$H[f(t)h(t)] = f(t)H[h(t)] \quad (27)$$

La transformada de Hilbert producto de dos funciones $f(t)$ y $h(t)$ puede escribirse como (25) **si y solo si** el espectro de Fourier para $f(t)$ y para $h(t)$ están totalmente separados en el espacio de frecuencia, y el rango de frecuencia de $h(t)$ es mayor que el de $f(t)$. Esta limitación es crítica porque permite reescribir la ecuación como:

$$x(t) = a(t) \cos[\theta(t)] \quad (28)$$

y su transformada de Hilbert sería

$$H\{a(t) \cos[\theta(t)]\} = a(t)H\{\cos[\theta(t)]\} \quad (29)$$

Para garantizar que se cumpliera esta condición, Huang y Long (2003) propusieron normalizar los IMF's de la siguiente forma:

- 1º. Empezar por los datos que ya son un IMF.
- 2º. Encontrar los máximos de dicho IMF y definir la envolvente ($E(t)$).
- 3º. Normalizar los IMF's:

$$C_0 = \frac{x(t)}{E(t)} \quad (30)$$

donde C_0 será una función con todos sus máximos locales iguales a 1.

De acuerdo a esta normalización, deberíamos obtener una amplitud siempre igual a la unidad, aunque pueden aparecer ciertos errores en ocasiones, si la amplitud de la señal original presenta grandes fluctuaciones.

– **Teorema de Nuttall (1996):**

La transformada de Hilbert de un coseno no tiene por qué ser un desplazamiento de fase de 90° , dando lugar a la función seno. Nuttall define un error ΔE como la diferencia entre la transformada de Hilbert C_h y la cuadratura C_q con un desplazamiento de fase de 90° :

$$\Delta E = \int_0^T |C_q(t) - C_h(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^0 s_q(w) dw \quad (31)$$

s_q = espectro de Fourier de la función cuadrática.

3. METODOLOGÍA

3.1 Antecedentes

SISTEMA DE MEDIDA:

El bogie es la estructura que contiene el juego de ruedas y el sistema de suspensión en los vehículos ferroviarios. El juego de ruedas está formado por el eje, dos ruedas y los frenos. El bogie está conectado al eje mediante rodamientos [14]. El tipo de bogie sobre el que se ha realizado el test es Y-21 Cse (Figura 3-1-1). Características generales del bogie:

- Carga máxima por eje: 20 Tn
- Velocidad máxima: 100km/h
- Ancho de vía: 1668 mm
- Empate (distancia entre ejes): 2m
- Longitud: 3450 mm
- Ancho: 2540mm



Figura 3-1-1. Ejemplo de bogie sobre el que se realizarán las mediciones.

La plataforma de prueba del bogie es una máquina especialmente diseñada para realizar tests sobre bogies con diferentes tipos de defectos. El propósito es encontrar rasgos que aporten información sobre el estado del bogie.

La plataforma de prueba está formada por un banco fijo y un sistema de aceleración para hacer girar el eje, controlado por un operario. Uno de los juegos de ruedas permanece en el banco fijo y el otro es girado por el rodillo, simulando las condiciones de trabajo del bogie. La plataforma de prueba se muestra en la figura 3-1-2:

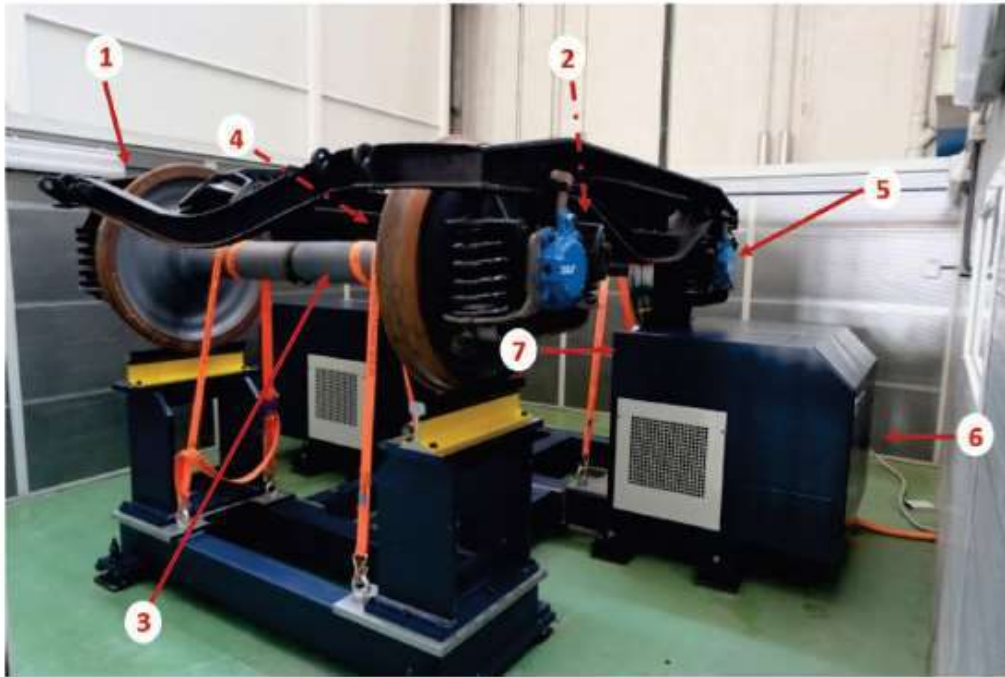


Figura 3-1-2. Plataforma de prueba con el bogie instalado (1), el juego de ruedas a evaluar (2), el juego de ruedas fijo (3), la caja de ejes del lado izquierdo (4), la caja de ejes del lado derecho (5), el sistema de aceleración (6) y el rodillo (7).

Además, la plataforma de prueba cuenta con un sistema de cargas que aplica una carga vertical sobre el bogie por medio de actuadores hidráulicos. La carga máxima a aplicar son 16 toneladas. Dicha carga se transmite a través de una cadena que presiona una viga contra el eje, y permanece constante durante todo el período de pruebas, simulando condiciones reales. En la figura 3-1-3 se puede observar el sistema de cargas.



Figura 3-1-3. Sistema de cargas aplicado sobre la plataforma de prueba del bogie.

El juego de ruedas contiene un par de rodamientos en cada rueda. Además hay tres sensores de aceleración en cada rueda. Estos sensores están orientados cada uno en una dirección: vertical, axial y longitudinal, tal y como se indica en la figura 3-1-4. De ellos se obtienen los datos de vibración del eje en cada dirección.



Figura 3-1-4. Direcciones de medida de la vibración del eje.

El modelo de sensor utilizado es el CMSS-RAIL-9100 (RHS). Se utiliza con frecuencia en sistemas ferroviarios por sus características técnicas, su bajo precio y su reducido tamaño que facilita la instalación. En la figura 3-1-5 se muestra la localización de los sensores.



Figura 3-1-5. Localización de los sensores en posición vertical (1), axial (2) y longitudinal (3).

Los datos recogidos son enviados a un servidor en el que se ha creado previamente una base de datos SQL (Structured Query Language). El sistema está diseñado para medir señales durante 1,28 s, tiempo suficiente para medir varios ciclos y obtener datos representativos.

Las medidas se han realizado a una velocidad de 19,6 km/h (1,95 Hz). Cada test estaba diseñado para tomar al menos 73 medidas.

Durante los tests se diseñó un código en Matlab que clasificara las señales recogidas en cell arrays.

DATOS RECOGIDOS:

En este apartado se presentarán los resultados obtenidos al aplicar el método descrito anteriormente (Hilbert Huang), a los datos recogidos sobre el eje de un dispositivo ferroviario en movimiento transitorio.

Dicho eje estará en primer lugar en buenas condiciones y después se aplicará un corte o fisura sobre él. Se medirán los datos sobre el **eje sano** y sobre el eje con una fisura cuya profundidad será cada vez mayor, de forma que tendremos **profundidad 1**, **profundidad 2** y **profundidad 3**.

Como ya se ha mencionado, los datos corresponden a un proceso no lineal y no estacionario.

Datos de partida:

Vibraciones medidas en el eje del tren:

1. Eje sano

- Vibraciones en dirección vertical
 - Vibraciones en dirección longitudinal
 - Vibraciones en dirección axial
2. Eje con fisura de profundidad 1
- Vibraciones en dirección vertical
 - Vibraciones en dirección longitudinal
 - Vibraciones en dirección axial
3. Eje con fisura de profundidad 2
- Vibraciones en dirección vertical
 - Vibraciones en dirección longitudinal
 - Vibraciones en dirección axial
4. Eje con fisura de profundidad 3
- Vibraciones en dirección vertical
 - Vibraciones en dirección longitudinal
 - Vibraciones en dirección axial

DESCRIPCIÓN DE LAS HERRMIENTAS EMPLEADAS:

Para la realización de este proyecto se ha utilizado, además de todas las fuentes necesarias para el estudio del método, la herramienta Matlab 2018.

Mediante la implementación de códigos en dicho software se han extraído y calculado los parámetros, además de crear las gráficas necesarias para su estudio.

La estructura del código utilizado queda explicada mediante la figura 3-1-6:

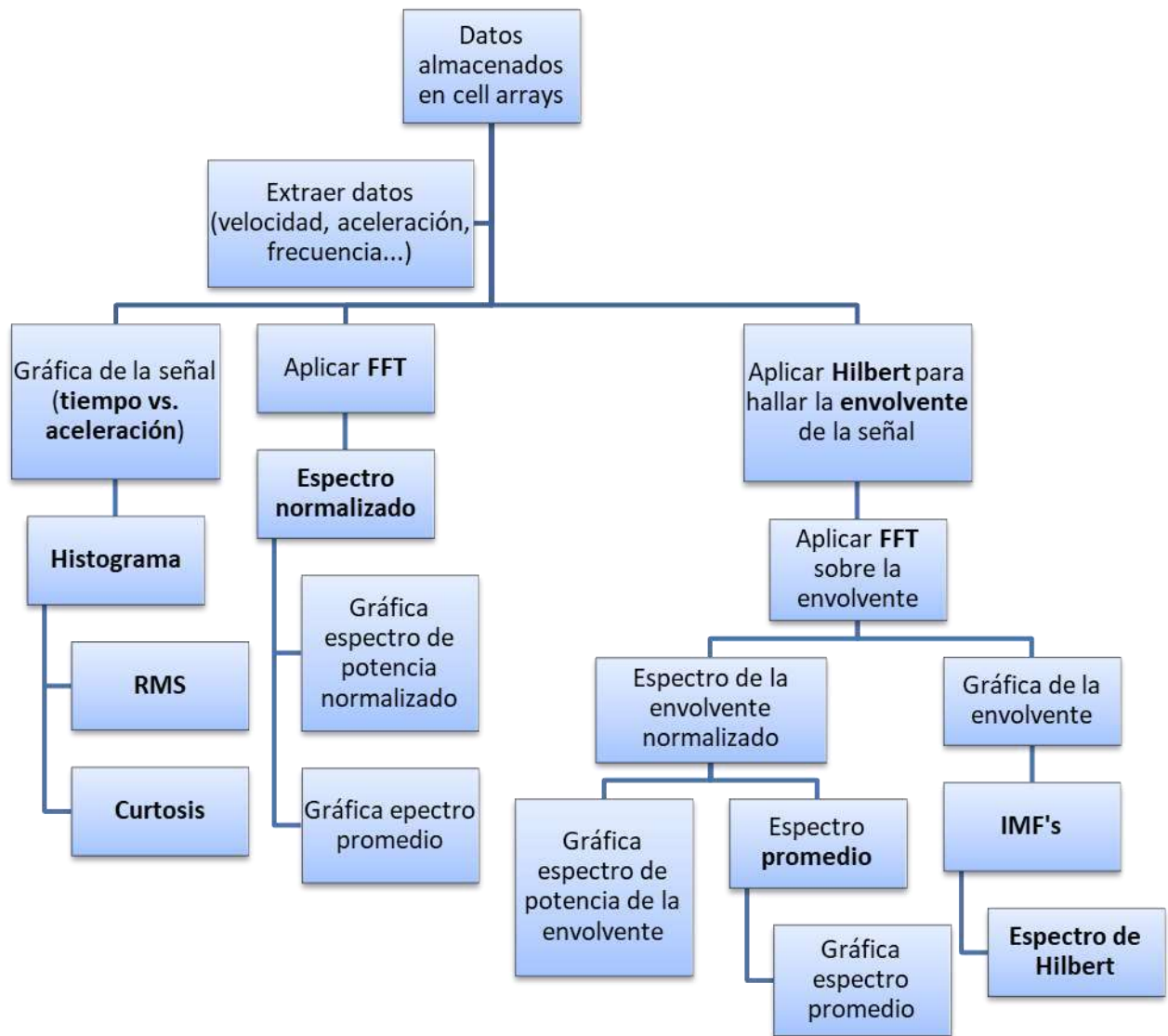


Figura 3-1-6. Diagrama de flujo del código Matlab utilizado.

Matlab es una herramienta con un entorno de trabajo gráfico y bastante intuitivo [15]. Además cuenta con una guía Mathworks [16] en la que aparecen explicados los comandos que se utilizan en este software.

Los componentes más destacados de este entorno son:

- **Matlab Desktop:** el escritorio de Matlab es la ventana donde se sitúan los demás componentes. Pueden alojarse en la ventana **desktop** o ejecutarse como ventanas independientes.
- **Command Window** o ventana de comandos. Es la ventana más importante y por tanto la que existe desde las primeras versiones del software. En ella se ejecutan las instrucciones y se muestran los resultados. Cuando durante la ejecución de un fichero se produce un error, aparece un mensaje señalando la ubicación del fallo en el código.
- **Command History:** muestra el historial de comandos. Permite el acceso a otras sentencias ejecutadas anteriormente.
- **Current Directory:** directorio actual. Este concepto es muy importante porque Matlab sólo ejecuta ficheros que estén en el directorio actual. También es posible crear un **path**, que es una lista de directorios que el programa recorrerá cada vez que vaya a ejecutar un fichero.
- **Workspace:** espacio de trabajo. Muestra el conjunto de variables y funciones que están determinadas en la memoria del programa o del fichero que se está ejecutando. Para examinar el contenido de estas funciones se utilizan los comandos **who** y **whos**. Para acceder, por ejemplo a una matriz, basta con hacer doble click sobre el nombre de la matriz que aparece en el **workspace**. Se abrirá un **array editor** que permite visualizar y editar el contenido de esta matriz.
- **Help:** ventana de ayuda
- **Editor & Debugger:** editor de ficheros y depurador de errores. Es una de las herramientas más importantes, porque permite guardar los códigos en ficheros con extensión ***m.**, para no tener que teclearlos cada vez. Al teclear su nombre en la línea de comandos y pulsar Intro se ejecutarán todos los comandos del fichero.

Aunque la característica más destacable de Matlab es la capacidad para trabajar con vectores y matrices, existen otros tipos de datos un poco más complejos. En este proyecto se utilizan los denominados **cell arrays**, que son vectores y matrices cuyos componentes o elementos pueden ser datos de cualquier tipo. Por ejemplo, los datos recogidos sobre el bogie se encuentran almacenados en matrices cuyos elementos son

otras matrices, es decir, que hay matrices almacenadas dentro de otras matrices. Para acceder a los elementos de un *cell array* se utilizan llaves {}.

IMPLEMENTACIÓN DEL CÓDIGO EN MATLAB2018:

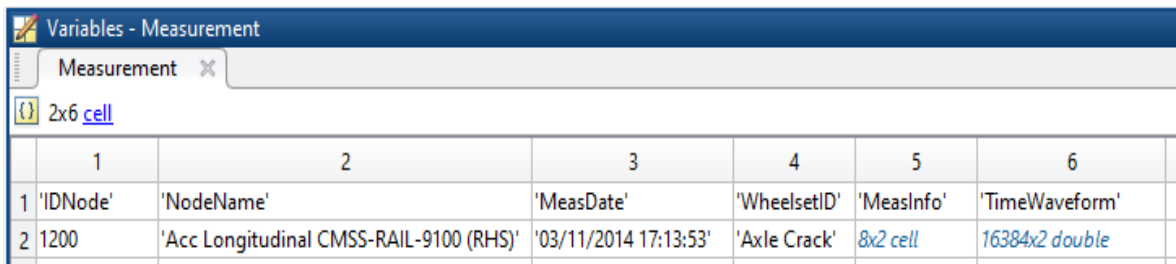
La finalidad del código implementado es obtener los valores del espectro de potencia normalizado promedio y su envolvente para los ejes axial, vertical y longitudinal, así como el promedio de dichos espectros y algunos valores estadísticos.

Para ello es necesario seguir varios pasos:

➤ Almacenamiento y lectura de datos.

Dada la gran cantidad de datos recogidos, se han almacenado en matrices de dimensiones 2x6 por cada dirección medida en cada eje.

Por ejemplo, para el *eje sano*, los datos de recogidos de vibraciones en la *dirección vertical* están agrupados en 73 matrices como la de la figura 3-1-7.



	1	2	3	4	5	6
1	'IDNode'	'NodeName'	'MeasDate'	'WheelsetID'	'MeasInfo'	'TimeWaveform'
2	1200	'Acc Longitudinal CMSS-RAIL-9100 (RHS)'	'03/11/2014 17:13:53'	'Axle Crack'	8x2 cell	16384x2 double

Figura 3-1-7. Matriz *Measurement*

Como se trata de datos tipo *cell array*, dentro de esta matriz *Measurement* de dimensiones 2x6 encontraremos 6 submatrices como la de la figura 3-1-8.

Posición {2,1}: 'ID Node'.

Posición {2,2}: 'Node Name'. Nombre de la matriz.

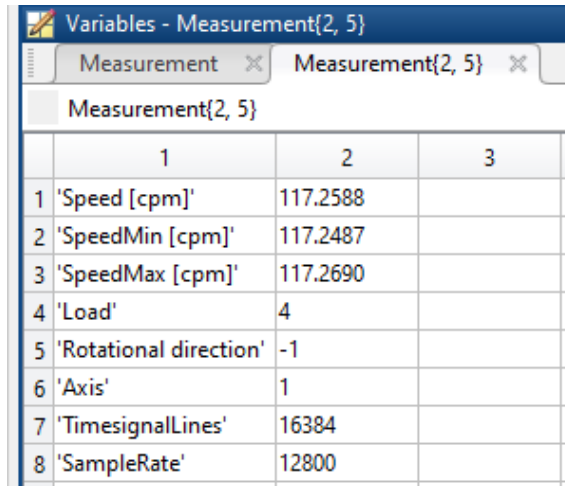
Posición {2,3}: 'Meas Date'. Fecha y hora de la recogida de datos

Posición {2,4}: 'Wheelset ID'

Posición {2,5}: 'Meas Info'. Matriz de dimensiones 8x2, representada en la figura 3-1-8, que contiene los siguientes datos:

- Velocidad angular máxima (rpm)
- Velocidad angular mínima (rpm)

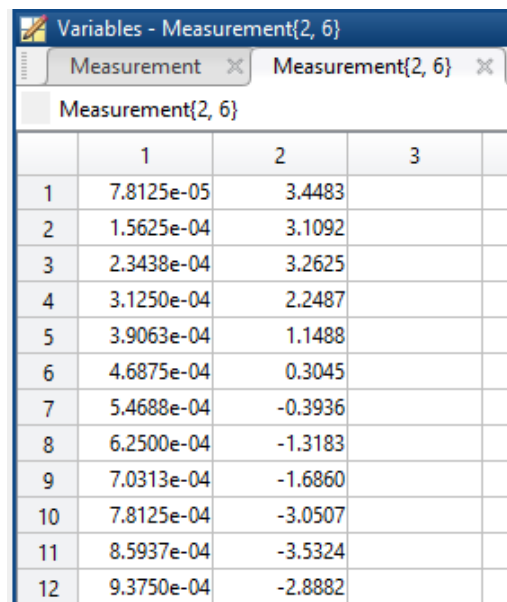
- Velocidad angular media (rpm)
- Número de datos recogidos
- Frecuencia de muestreo (Hz)



	1	2	3
1 'Speed [cpm]'	117.2588		
2 'SpeedMin [cpm]'	117.2487		
3 'SpeedMax [cpm]'	117.2690		
4 'Load'	4		
5 'Rotational direction'	-1		
6 'Axis'	1		
7 'TimesignalLines'	16384		
8 'SampleRate'	12800		

Figura 3-1-8. Componente {2,5} de la matriz *Measurement*.

Posición {2,6}: 'Time Waveform'. Vibración. Matriz de dimensiones 16384x 2, representada en la figura 3-1-9, que contiene los datos de amplitud y tiempo de vibración.



	1	2	3
1	7.8125e-05	3.4483	
2	1.5625e-04	3.1092	
3	2.3438e-04	3.2625	
4	3.1250e-04	2.2487	
5	3.9063e-04	1.1488	
6	4.6875e-04	0.3045	
7	5.4688e-04	-0.3936	
8	6.2500e-04	-1.3183	
9	7.0313e-04	-1.6860	
10	7.8125e-04	-3.0507	
11	8.5937e-04	-3.5324	
12	9.3750e-04	-2.8882	

Figura 3-1-9. Componente {2,6} de la matriz *Measurement*.

De esta forma, para recurrir a los datos, por ejemplo, de la velocidad media sería necesario un código del tipo

```
data.Measurement{2,5}{1,2}
```

➤ **Valores de la frecuencia y velocidad media:**

Una vez tenemos acceso a los datos de velocidad almacenados en la matriz, es posible calcular la frecuencia de vibración del dispositivo ferroviario.

Además, sabiendo que la velocidad angular del eje cumple las ecuaciones 32 y 33:

$$w = V/R \quad (32)$$

$$w = 2\pi f \quad (33)$$

Tendremos que

$$V = 2\pi f * R \quad (34)$$

Siendo f la frecuencia de giro del eje y R el radio de dicho eje. Es posible, por tanto, calcular la velocidad media en m/s y en km/h.

➤ **Transformada rápida de Fourier:**

La finalidad de aplicar esta transformada es representar los datos en el espectro de la frecuencia en lugar del tiempo.

➤ **Aplicación de la transformada de Hilbert:**

Sólo es necesario establecer algunas variables porque la función Hilbert que establece los IMF's y aplica la transformada ya está implementada en Matlab como

```
Hi=Hilbert.
```

➤ **Cálculo de la envolvente:**

```
envolvei=abs(Hi)
```

➤ **Cálculo del espectro de potencia de la señal y de la envolvente.**

También se calculan sus valores normalizados, que serán representados gráficamente.

➤ **Representación de los datos:**

La herramienta principal para el estudio de los datos obtenidos será su representación gráfica. A partir de ella se analizarán los valores pico y las zonas de mayor energía acumulada.

Para ello en primer lugar se implementará un código que permita obtener las gráficas mencionadas, para cada una de las matrices por cada eje y dirección:

- Amplitud (m/s^2) vs. tiempo (s).
- Amplitud (m^2/s^4Hz) vs. frecuencia (Hz) (espectro potencia normalizado y espectro potencia de la envolvente normalizado).
- Gráficas promedio
- Histograma (frecuencia vs. número de veces que se repite)
- Envolvente (amplitud)
- IMF's
- Amplitud vs. Tiempo vs. frecuencia (espectro de Hilbert)

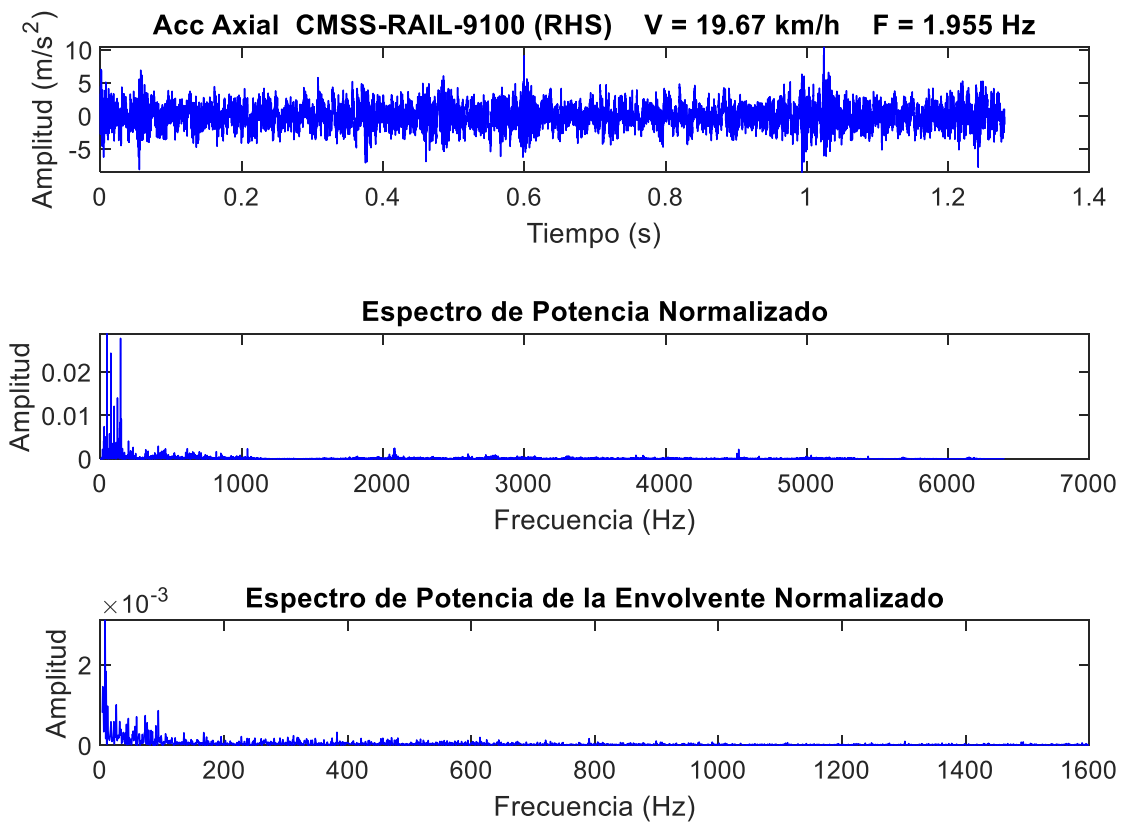


Figura 3-1-10. Ejemplo de representación de los espectros de potencia normalizados

Las gráficas obtenidas serán del tipo de las que aparecen en la figura 3-1-10.

Una vez obtenidos los datos, se implementará un código que permite organizar las gráficas en documentos de Word [17].

Este código será aplicado a cada uno de los ejes (sano, con fisura de profundidad 1, con fisura de profundidad 2 y con fisura de profundidad 3) y a su vez a cada una de las direcciones en las que los datos han sido medidos (axial, longitudinal y vertical). Los resultados obtenidos se muestran más adelante.

3.2 Normativa o marco regulador aplicable al tipo específico de proyecto

Este proyecto se enmarca dentro de la industria del ferrocarril, por lo que la normativa aplicable es la relativa a ejes y ruedas, tanto a sus especificaciones de diseño como a ensayos no destructivos y normativa de mantenimiento del producto.

Las normas a tener en cuenta serían, por tanto, las siguientes:

UNE- EN13261: (Septiembre 2011) [18]

Se aplica a ejes huecos o macizos, forjados o laminados, de acero desgaseado al vacío. Cuando se trata de ejes huecos, esta norma se aplica exclusivamente si el hueco ha sido mecanizado a partir de un eje macizo forjado o laminado.

Se definen para esta norma dos categorías de ejes: categoría 1 y 2. Se considera en general categoría 1 para velocidades de circulación superiores a 200 km/h.

Esta norma tiene en cuenta los siguientes aspectos:

- Composición química.
- Características mecánicas.
- Características de la microestructura.
- Limpieza del material.
- Permeabilidad a los ultrasonidos.
- Tensiones residuales.
- Características de la superficie.
- Tolerancias geométricas y dimensionales.
- Protección contra la corrosión y las agresiones mecánicas.

- Marcado.

UNE- EN 13260: (Julio 2011) [19]

Esta norma es aplicable a los ejes especificados en la norma UNE-EN 13261. Mientras que las demás normas hablan del procedimiento de recepción del producto, esta norma se centra en las características del producto que tengan que ver con el proceso de **montaje**, y no con elegir los parámetros para su fabricación. También define los procedimientos de cualificación posteriores a la recepción y establece las condiciones de entrega basándose en el aseguramiento de la calidad.

UNE- EN 15313: (2017, Versión corregida junio de 2018) [20]

Hace referencia a dos aspectos principales:

- Requisitos de funcionamiento de los ejes montados en servicio.
- Mantenimiento de los ejes montados en servicio y fuera del vehículo.

Esta norma se aplica para:

Ejes equipados con ruedas de diámetro igual o superior a 330mm.

Cajas de cojinetes con cojinetes y grasa.

Ejes equipados con discos de freno, transmisión, sistemas de amortiguación acústica, ruedas neumáticas o ruedas elásticas.

UNE- EN 15827: (Diciembre 2011) [21]

La finalidad de este documento es reunir toda la normativa relativa a la validación y diseño de bogies y órganos de rodadura. Los requisitos de funcionamiento están relacionados con dos áreas principales: funcionalidad y seguridad.

La funcionalidad está referida a velocidad, capacidad de carga, calidad de la marcha y vida de servicio.

La seguridad está relacionada con la integridad estructural, el comportamiento dinámico, la resistencia al descarrilamiento y el mantenimiento.

3.3 Estructura y planificación del proyecto

Una vez llevada a cabo la introducción teórica, se da paso al estudio de los datos mediante la implementación de códigos en Matlab2018 y su posterior análisis. El proceso a seguir es el siguiente:

- Estudio del **espectro de potencia normalizado** y del **espectro de potencia de la envolvente normalizado**.
- Estudio del espectro de potencia normalizado **promedio** y del espectro de potencia de la envolvente normalizado **promedio**.
- Estudio de los valores de **RMS** y **curtosis**.
- Estudio de la validez del método Hilbert Huang para señales no transitorias.
 - Cálculo de la **envolvente**.
 - Obtención de los **IMF's**.
 - Obtención del **espectro de Hilbert Huang**.

La figura 3-3-1 refleja los pasos a seguir a lo largo del proyecto:

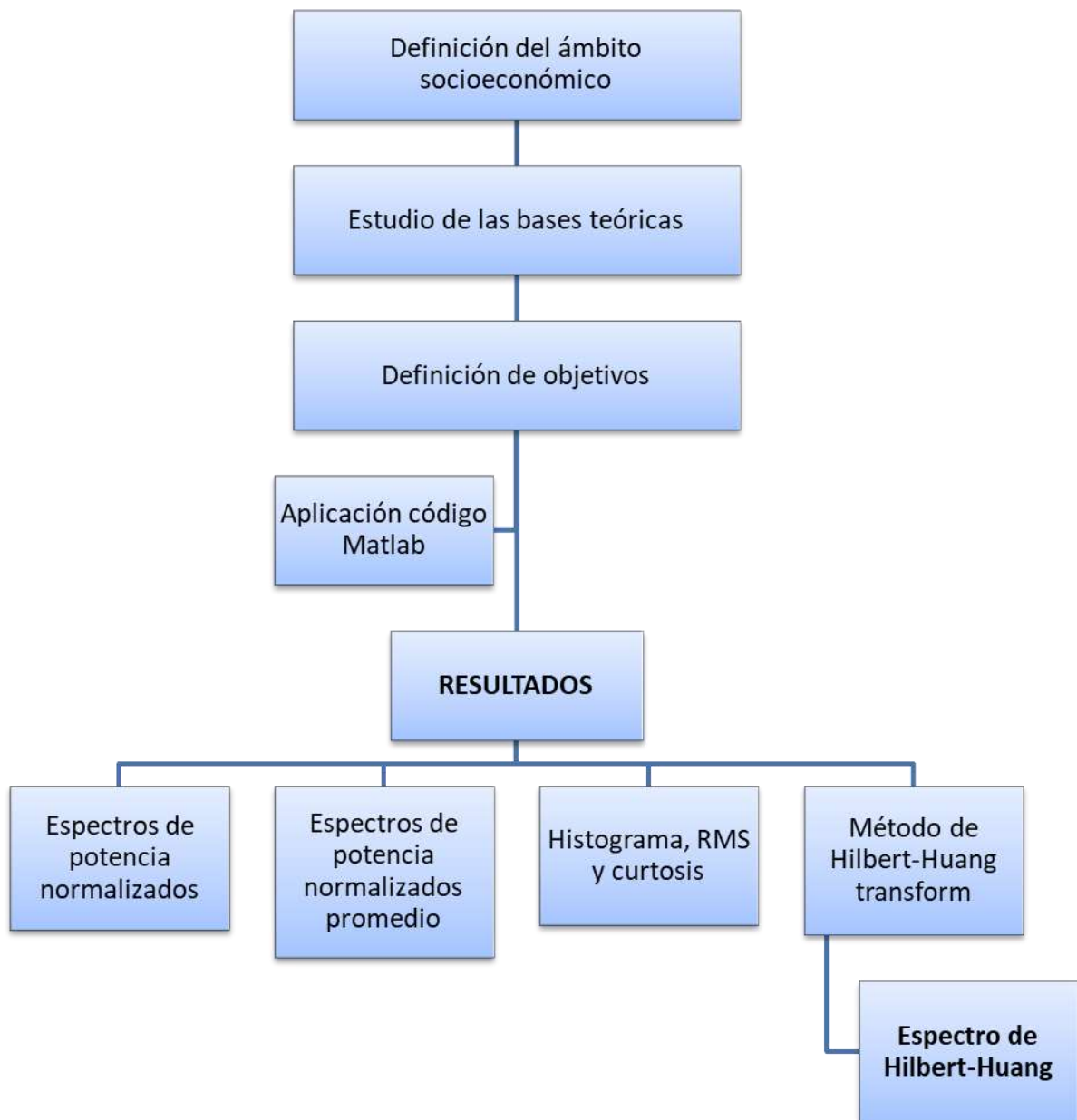


Figura 3-3-1. Diagrama de flujo de la planificación del proyecto.

3.4 Resultados esperados

La implementación de diferentes códigos en Matlab2018 dará lugar a los siguientes resultados, que más adelante se desarrollarán:

- **Espectros de potencia normalizados:** aportarán valores de la amplitud entre 0 y 1, al estar normalizados (cada valor de amplitud original se divide entre el valor de la potencia total de la señal). Además permitirá comprobar para qué valores de frecuencia se dan los picos de amplitud.

- **Espectros de potencia normalizados promedio:** se trata de la media del espectro de todas las señales recogidas en un mismo eje y dirección.
- **RMS y curtosis:** son valores estadísticos que aportarán información sobre la fiabilidad de los datos recogidos y sobre los datos más repetidos.
- **Envolvente:** es un paso intermedio, junto con la obtención de **IMF's**, necesario para llevar a cabo el método de Hilbert Huang transform.
- **Hilbert Huang transform:** muestra los valores de amplitud respecto a la frecuencia y al tiempo, es decir, es una representación en 2 dimensiones de una gráfica con 3 ejes. Se lleva a cabo mostrando en distintos tonos cromáticos los diferentes valores de amplitud. Los resultados, para demostrar que el método es válido, deben contar con una diferenciación clara de los valores máximos de amplitud para unos valores determinados de tiempo o frecuencia.

4. DESARROLLO DEL PROYECTO Y RESULTADOS

4.1 Estudio del espectro de potencia normalizado y del espectro de potencia de la envolvente normalizado

En primer lugar se realiza un análisis de los datos obtenidos del espectro de potencia normalizado y el espectro de potencia de la envolvente de Hilbert normalizado, para ver donde se dan los puntos de mayor amplitud y establecer diferencias entre el eje sano y el eje con las distintas profundidades de grieta.

La descripción espectral se realiza desde el punto de vista de la frecuencia, por lo que se obtiene a partir de la transformada de Fourier.

El espectro de potencia mide el área bajo la curva de la señal, una vez aplicada la transformada y responde a la pregunta “¿en qué componentes de frecuencia está contenida la potencia de la señal?”

A continuación se obtienen los espectros de la envolvente utilizando la frecuencia de forma incremental:

Contamos con 16.384 datos de vibraciones en cada una de las muestras recogidas por cada eje y dirección. Por tanto:

$$N = 16.384$$

Observando dichos datos podemos tomar los valores de tiempo de cada uno. Tomando dos valores consecutivos y restándolos se obtiene el incremento de tiempo Δt que transcurre entre un valor de amplitud y el siguiente. Se evita tomar datos muy cercanos al inicio del espectro para que el error sea el mínimo posible, por ejemplo:

	1	2	3
1	7.8125e-05	-1.3307	
2	1.5625e-04	-1.1540	
3	2.3438e-04	-2.7253	
4	3.1250e-04	-2.2156	
5	3.9063e-04	-0.1990	
6	4.6875e-04	0.4474	
7	5.4688e-04	0.6578	
8	6.2500e-04	0.6007	
9	7.0313e-04	-0.9358	
10	7.8125e-04	-2.3974	
11	8.5937e-04	-0.9493	
12	9.3750e-04	0.3902	

Figura 4-1-1. Algunos valores de tiempo y amplitud recogidos

Tomando los valores de la figura 4-1-1:

$$t_6 = 4,6875e-04$$

$$t_7 = 5,4688e-04$$

Se obtiene, a partir de la ecuación 35:

$$\Delta t = t_7 - t_6 = 0.7813e - 04 \quad (35)$$

El tiempo total empleado en tomar las muestras es, por tanto:

$$T = \Delta t * N = 0.7813e - 04 * 16384 = 1,28 \text{ s} \quad (36)$$

Además es posible obtener la frecuencia total de muestreo mediante la ecuación 37:

$$F_{\text{muestreo}} = \frac{1}{\Delta t} = 12800 \text{ Hz} \quad (37)$$

Variables - Measurement{2, 5}			
Measurement		Measurement{2, 5}	
Measurement{2, 5}			
	1	2	3
1 'Speed [cpm]'		117.2578	
2 'SpeedMin [cpm]'		117.2389	
3 'SpeedMax [cpm]'		117.2767	
4 'Load'		4	
5 'Rotational direction'		-1	
6 'Axis'		1	
7 'TimesignalLines'		16384	
8 'SampleRate'		12800	
9			

Figura 4-1-2. Datos recogidos de velocidad y frecuencia.

Observando la figura 4-1-2 se comprueba que este valor coincide con el dato recogido.

$$F_{muestreo} = 12800 \text{ Hz}$$

En el eje de frecuencias se representan incrementos de frecuencia de valor:

$$\Delta F_{muestreo} = \frac{F_{muestreo}}{N} = 0,78125 \quad (38)$$

Esto se ha conseguido implementando un código de la forma:

$$f = \text{incre}:1/(Nn*\text{incre}):(1/\text{incre})$$

A continuación se muestran algunos de los resultados de los espectros de potencia para cada eje y dirección. El Anexo A contiene todos los espectros de potencia de la señal y de la envolvente normalizados.

Resultados eje sano.

A partir de los siguientes datos se calcula la frecuencia de giro del eje:

Velocidad=19,67 km/h
Radio del eje=0,89*0,5=0,445 m

$$f_{\text{frecuencia de giro del eje}} = V * \frac{1000}{3600} * \frac{1}{2\pi R} = 1.954 \text{ Hz} \quad (39)$$

■ Dirección longitudinal

En primer lugar se obtiene la representación gráfica de la señal recogida. La figura 4-1-3 representa una de las 73 señales recogidas en el eje sano en dirección longitudinal.

Señal original:

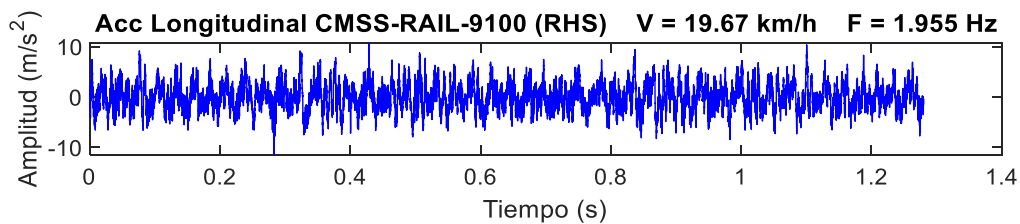


Figura 4-1-3. Señal recogida en el eje sano en dirección longitudinal

A partir de esta señal y mediante la implementación de los códigos necesarios en Matlab, se obtienen los espectros de potencia normalizados (figura 4-1-4). La primera gráfica representa el espectro de la señal original y la segunda representa el espectro de la envolvente.

Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado:

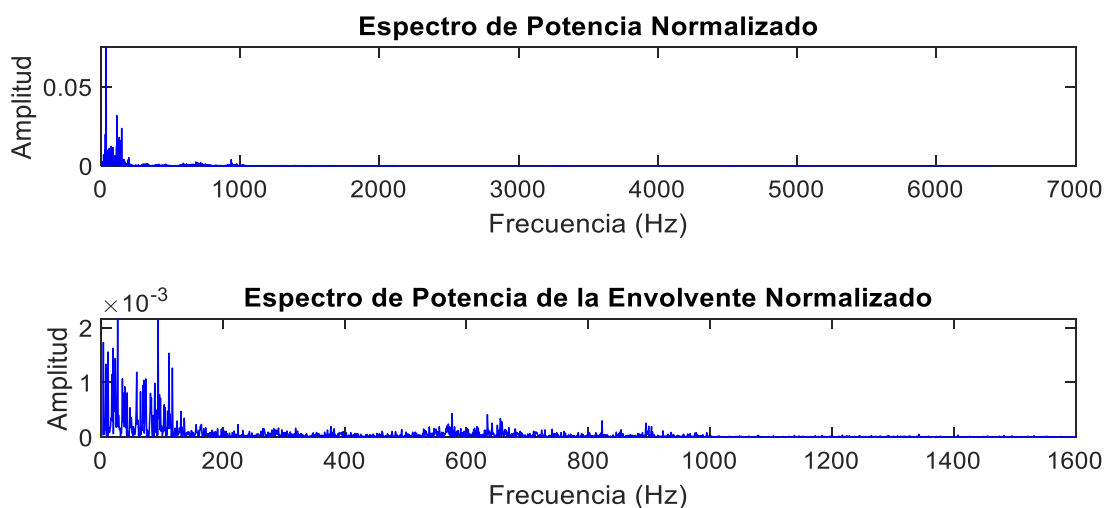


Figura 4-1-4. Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado, en el eje sano en dirección longitudinal.

Una vez obtenidas las gráficas, se extraen los puntos de amplitud máxima para proceder a su estudio.

En la tabla 1-1 se representan los puntos de amplitud máxima en el espectro de potencia de la señal, y sus correspondientes frecuencias. Además se ha calculado la relación entre las frecuencias a las que se dan estas amplitudes máximas y la frecuencia de giro del eje.

En la gráfica 1-2 se hace el procedimiento homólogo con el espectro de potencia de la envolvente.

Puntos de amplitud máxima:

- **Espectro de potencia normalizado:**

Tabla 1-1. Espectro de potencia normalizado eje sano dirección longitudinal

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
37,5	0,07498	19,18
113,3	0,03186	58
148,4	0,02369	76
31,25	0,02	16

- **Espectro de potencia de la envolvente normalizado:**

Tabla 1-2. Espectro de potencia de la envolvente normalizado eje sano dirección axial

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
27,34	0,002164	14
93,75	0,002135	48
3,906	0,00173	2
19,53	0,001624	10

A continuación se repite el mismo proceso para las direcciones axial vertical, con los datos tomados del eje sano.

■ Dirección axial

Señal original (figura 4-1-5):

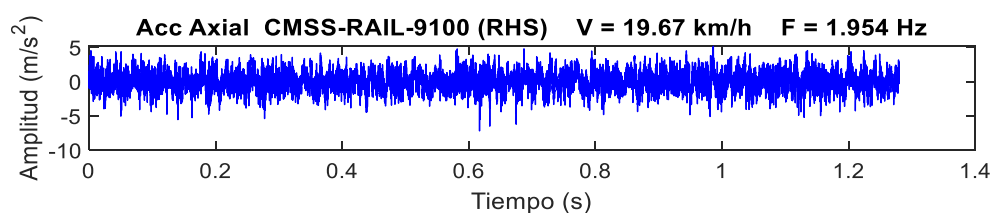


Figura 4-1-5. Señal recogida en el eje sano en dirección axial.

Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado (figura 4-1-6):

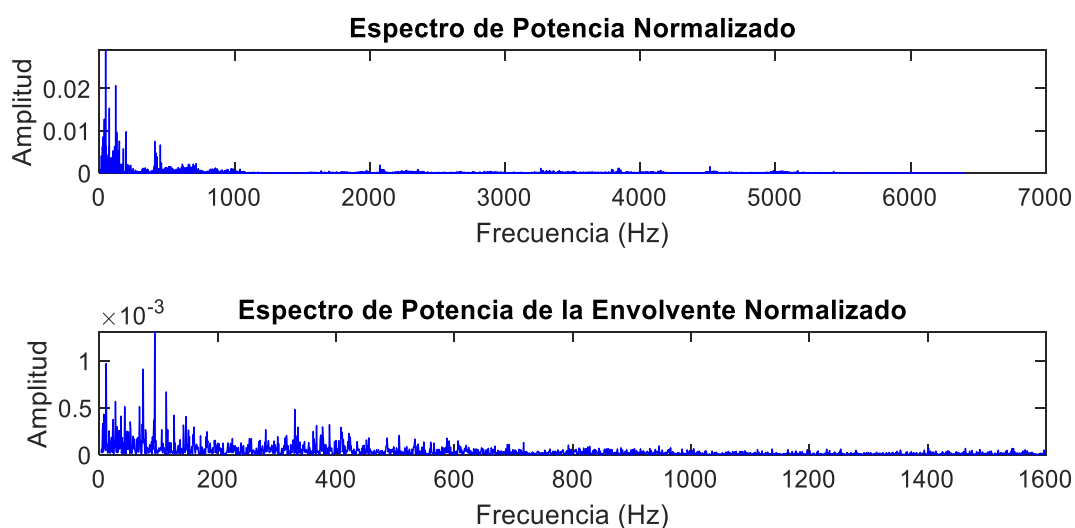


Figura 4-1-6. Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado, en el eje sano en dirección axial.

Puntos de amplitud máxima:

- Espectro de potencia normalizado:

Tabla 1-3. Espectro de potencia normalizado eje sano dirección axial

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
46,88	0,02911	24
121,1	0,02067	62
74,22	0,01531	38
37,5	0,01272	19,18

- Espectro de potencia de la envolvente normalizado:

Tabla 1-4. Espectro de potencia de la envolvente normalizado eje sano dirección axial

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
93,75	0,001318	48
11,72	0,0009703	6
74,22	0,0009097	38
113,3	0,0006676	58

- Dirección vertical

Señal original (figura 4-1-7):

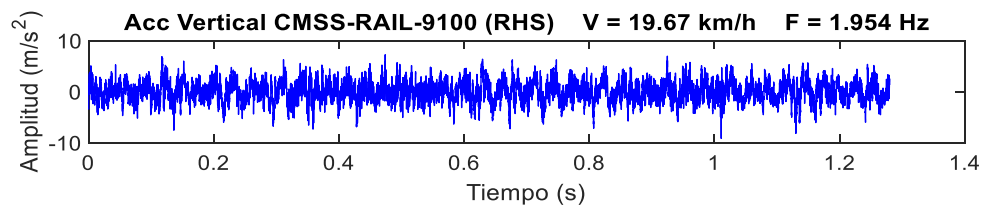


Figura 4-1-7. Señal recogida en el eje sano en dirección vertical.

Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado (figura 4-1-8):

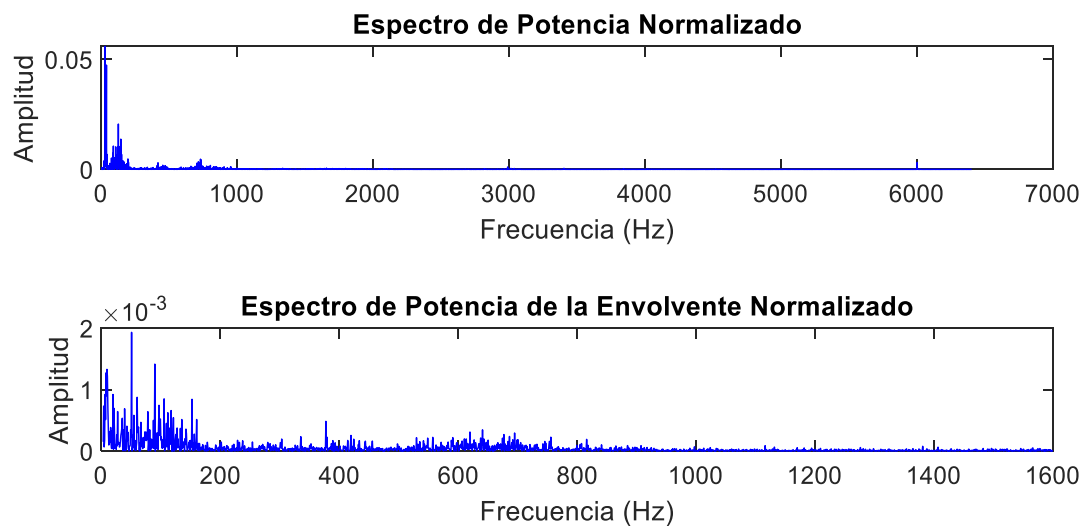


Figura 4-1-8. Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado, en el eje sano en dirección vertical.

Puntos de amplitud máxima:

- **Espectro de potencia normalizado:**

Tabla 1-5. Espectro de potencia normalizado eje sano dirección vertical

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
27,34	0,05591	14
37,5	0,04738	19,18
35,16	0,04134	18
125	0,02058	64

- **Espectro de potencia de la envolvente normalizado:**

Tabla 1-6. Espectro de potencia de la envolvente normalizado eje sano dirección vertical

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
50,78	0,001932	26
89,84	0,001415	46
9,375	0,00133	4,8
19,53	0,0009215	10

El procedimiento llevado a cabo con el eje sano se repetirá para los datos medidos en los ejes con fisura 1, con fisura 2 y con fisura 3.

A continuación se muestran los resultados para todos los ejes en las tres direcciones: longitudinal, axial y vertical.

Resultados eje con fisura de profundidad 1.

Velocidad=19,67 km/h
Radio del eje=0,89*0,5=0,445 m

$$frecuencia\ de\ giro\ del\ eje = V * \frac{1000}{3600} * \frac{1}{2\pi R} = 1.954\ Hz \quad (40)$$

■ Dirección longitudinal

Señal original (figura 4-1-9):

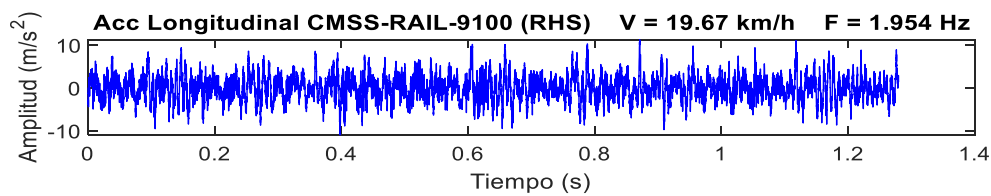


Figura 4-1-9. Señal recogida en el eje con fisura 1 en dirección longitudinal.

Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado (figura 4-1-10):

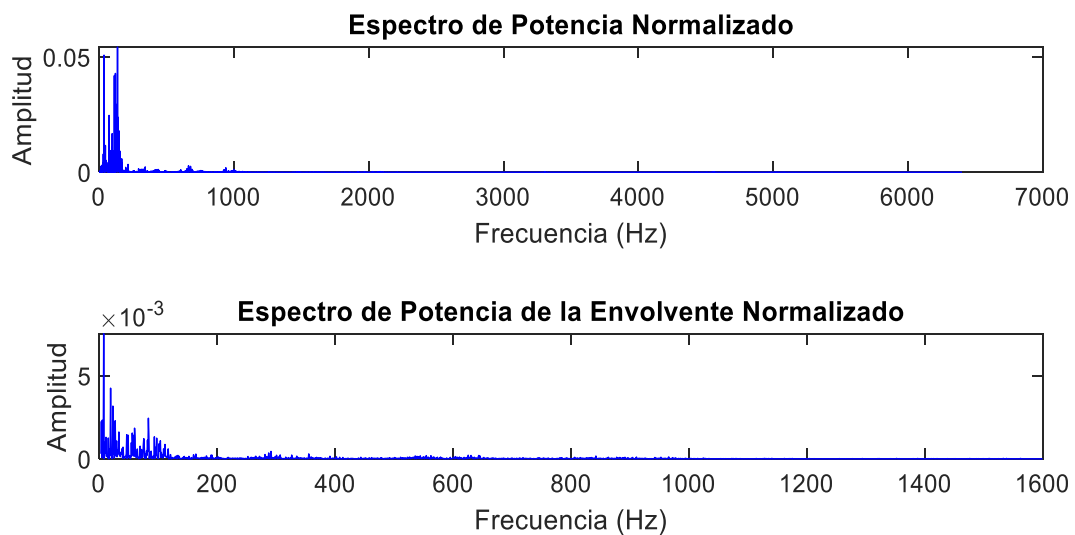


Figura 4-1-10. Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado, en el eje con fisura 1 en dirección longitudinal.

Puntos de amplitud máxima:

- **Espectro de potencia normalizado:**

Tabla 1-7. Espectro de potencia normalizado eje fisura 1 dirección longitudinal

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
37,5	0,05405	19,18
113,3	0,04697	58
136,7	0,04275	70
121,1	0,03838	62

- **Espectro de potencia de la envolvente normalizado:**

Tabla 1-8. Espectro de potencia de la envolvente normalizado eje fisura 1 dirección longitudinal

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
19,53	0,006865	10
23,44	0,004998	12
27,34	0,00484	14
7,813	0,004459	4

■ Dirección axial

Señal original (figura 4-1-11):

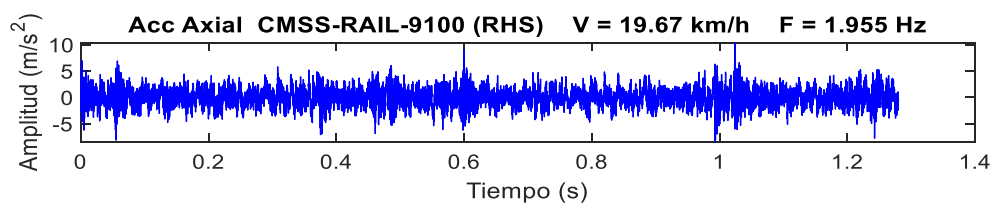


Figura 4-1-11. Señal recogida en el eje con fisura 1 en dirección axial.

Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado (figura 4-1-12):

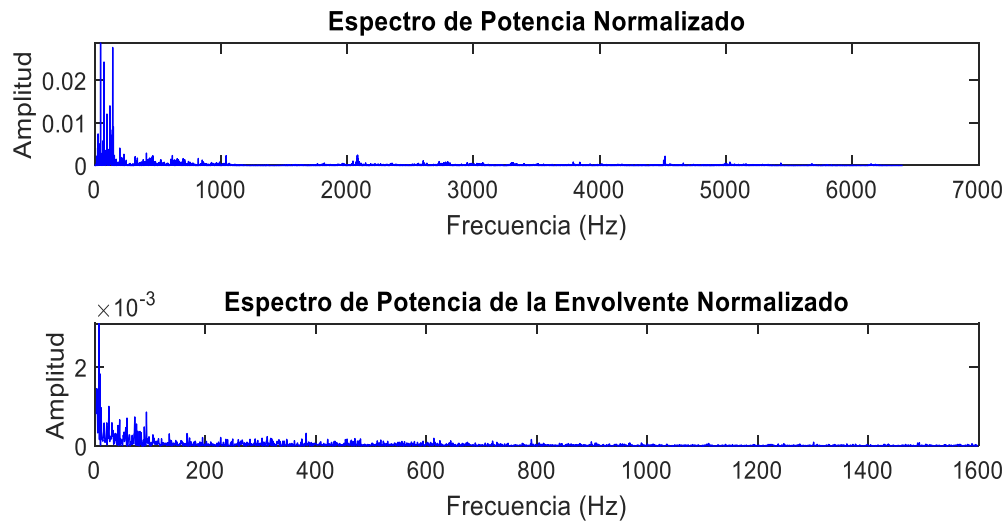


Figura 4-1-12. Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado, en el eje con fisura 1 en dirección axial.

Puntos de amplitud máxima:

- **Espectro de potencia normalizado:**

Tabla 1-9. Espectro de potencia normalizado eje fisura 1 dirección axial

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
43,88	0,02883	22,44
143	0,02777	73,16
74,22	0,02435	38
121,1	0,01404	62

- **Espectro de potencia de la envolvente normalizado:**

Tabla 1-10. Espectro de potencia de la envolvente normalizado eje fisura 1 dirección axial

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
7,813	0,003109	4
9,375	0,001836	4,8
3,906	0,001459	2
4,688	0,001213	2,4

■ Dirección vertical

Señal original (figura 4-1-13):

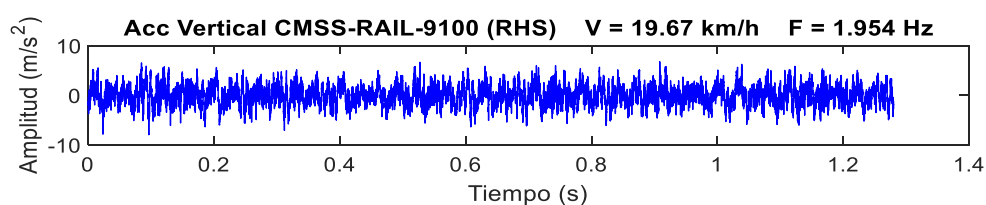


Figura 4-1-13. Señal recogida en el eje con fisura 1 en dirección vertical.

Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado (figura 4-1-14):

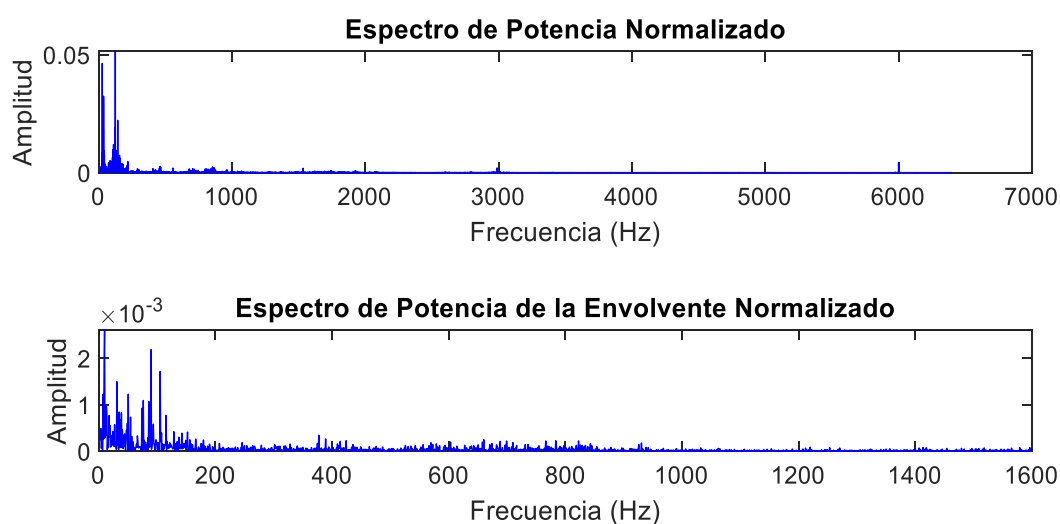


Figura 4-1-14. Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado, en el eje con fisura 1 en dirección vertical.

Puntos de amplitud máxima:

• Espectro de potencia normalizado:

Tabla 1-11. Espectro de potencia normalizado eje fisura 1 dirección vertical

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
125	0,05157	64
27,34	0,04631	14
36,72	0,03239	18,8
143	0,02217	73,18

- Espectro de potencia de la envolvente normalizado:

Tabla 1-12. Espectro de potencia de la envolvente normalizado eje fisura 1 dirección vertical

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
10,16	0,002615	5,2
89,84	0,002185	46
105,5	0,001717	53,73
31,25	0,001495	16

Resultados eje con fisura de profundidad 2.

Velocidad=19,68 km/h
Radio del eje=0,89*0,5=0,445 m

$$frecuencia\ de\ giro\ del\ eje = V * \frac{1000}{3600} * \frac{1}{2\pi R} = 1.955\ Hz \quad (41)$$

■ Dirección longitudinal

Señal original (figura 4-1-15):

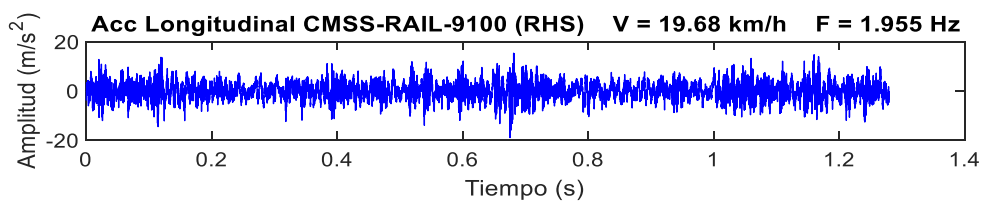


Figura 4-1-15. Señal recogida en el eje con fisura 2 en dirección longitudinal.

Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado (figura 4-1-16):

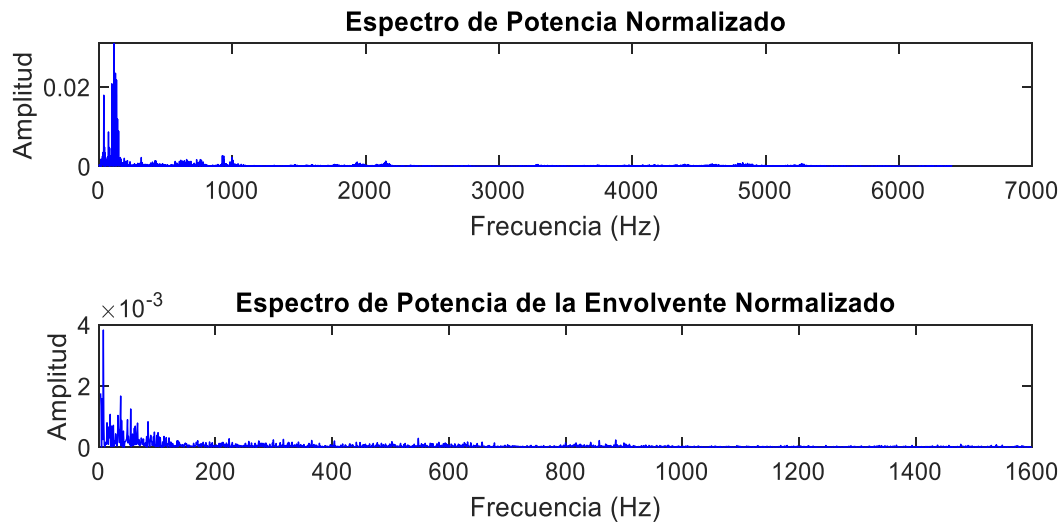


Figura 4-1-16. Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado, en el eje con fisura 2 en dirección longitudinal.

Puntos de amplitud máxima:

- **Espectro de potencia normalizado:**

Tabla 1-13. Espectro de potencia normalizado eje fisura 2 dirección longitudinal

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
113,3	0,03095	58
125	0,02343	64
132,8	0,02173	68
121,1	0,02112	62

- **Espectro de potencia de la envolvente normalizado:**

Tabla 1-14. Espectro de potencia de la envolvente normalizado eje fisura 2 dirección longitudinal

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
7,813	0,00382	4
3,125	0,001756	1,6
37,5	0,001668	19,2
5,469	0,001583	2,8

■ Dirección axial

Señal original (figura 4-1-17):

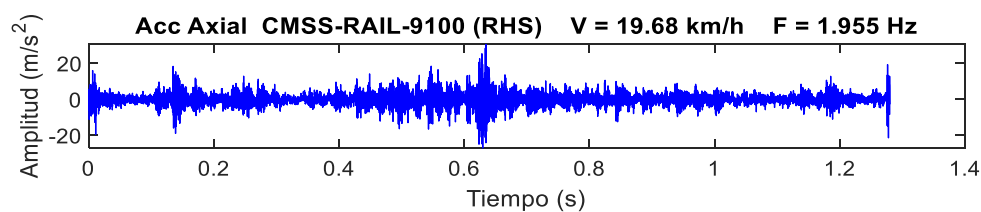


Figura 4-1-17. Señal recogida en el eje con fisura 2 en dirección axial.

Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado (figura 4-1-18):

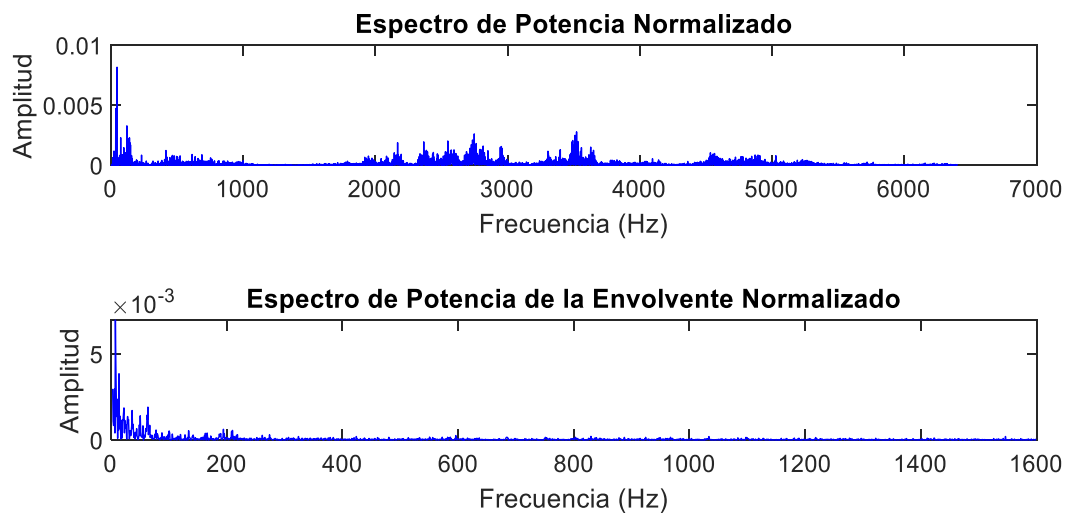


Figura 4-1-18. Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado, en el eje con fisura 2 en dirección axial.

Puntos de amplitud máxima:

- **Espectro de potencia normalizado:**

Tabla 1-15. Espectro de potencia normalizado eje fisura 2 dirección axial

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
46,88	0,008169	24
37,5	0,004728	19,18
121,1	0,003281	62
74,22	0,002295	38

- **Espectro de potencia de la envolvente normalizado:**

Tabla 1-16. Espectro de potencia de la envolvente normalizado eje fisura 2 dirección axial

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
7,813	0,006963	4
14,06	0,003849	7,2
6,25	0,002962	3,2
3,125	0,002973	1,6

■ Dirección vertical

Señal original (figura 4-1-19):

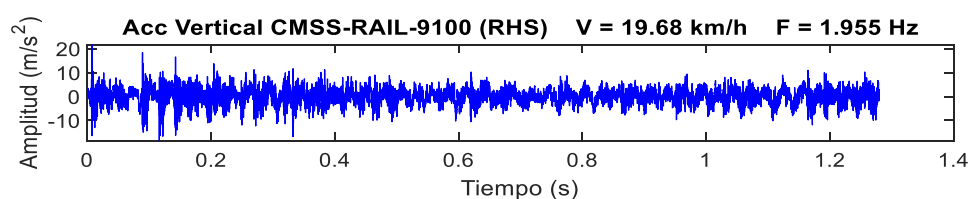


Figura 4-1-19. Señal recogida en el eje con fisura 2 en dirección vertical.

Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado (figura 4-1-20):

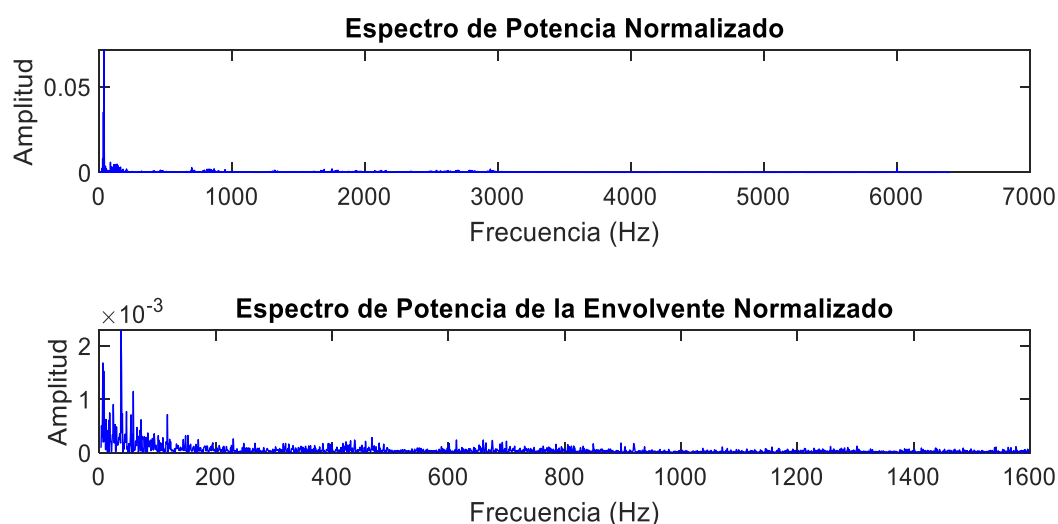


Figura 4-1-20. Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado, en el eje con fisura 1 en dirección vertical.

Puntos de amplitud máxima:

• Espectro de potencia normalizado:

Tabla 1-17. Espectro de potencia normalizado eje fisura 2 dirección vertical

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
37,5	0,07135	19,18
31,25	0,0351	16
25,78	0,007973	13,19
84,38	0,005867	43,16

- Espectro de potencia de la envolvente normalizado:

Tabla 1-18. Espectro de potencia de la envolvente normalizado eje fisura 2 dirección vertical

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
37,5	0,00229	19,18
6,25	0,001677	3,2
7,813	0,001523	4
58,59	0,001144	30

Resultados eje con fisura de profundidad 3.

Velocidad=19,76 km/h
Radio del eje=0,89*0,5=0,445 m

$$frecuencia\ de\ giro\ del\ eje = V * \frac{1000}{3600} * \frac{1}{2\pi R} = 1.963\ Hz \quad (42)$$

■ Dirección longitudinal

Señal original (figura 4-1-21):

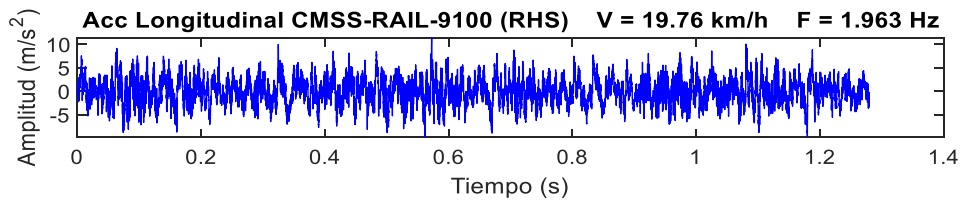


Figura 4-1-21. señal recogida en el eje con fisura 3 en dirección longitudinal.

Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado (figura 4-1-22):

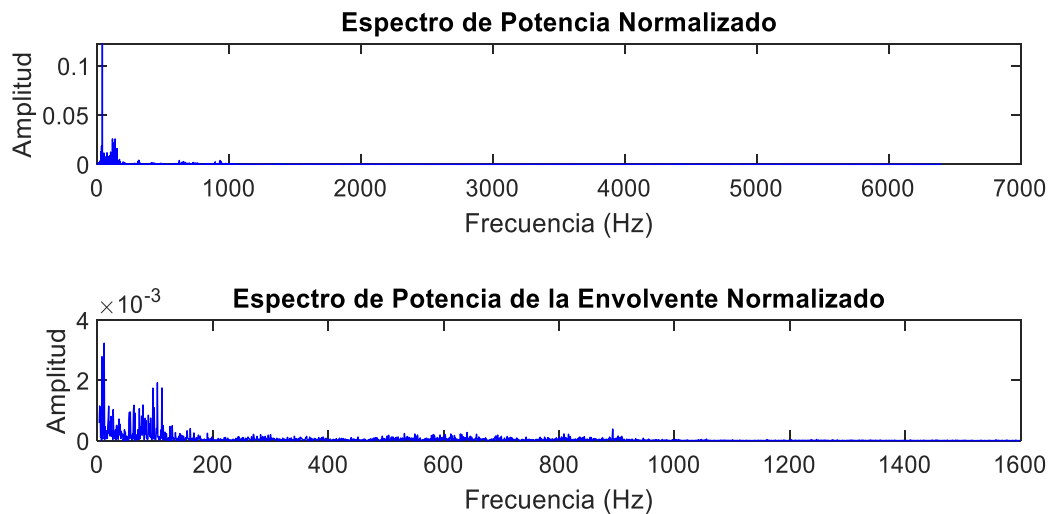


Figura 4-1-22. Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado, en el eje con fisura 3 en dirección longitudinal.

Puntos de amplitud máxima:

- **Espectro de potencia normalizado:**

Tabla 1-19. Espectro de potencia normalizado eje fisura 3 dirección longitudinal

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
37,5	0,1225	19,1
114,1	0,02579	58,13
133,6	0,02573	68,06
125,8	0,02179	64,09

- **Espectro de potencia de la envolvente normalizado:**

Tabla 1-20. Espectro de potencia de la envolvente normalizado eje fisura 3 dirección longitudinal

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
11,72	0,003232	6
7,813	0,002784	4
103,9	0,00192	53
111,7	0,001748	57

■ **Dirección axial**

Señal original (figura 4-1-23):

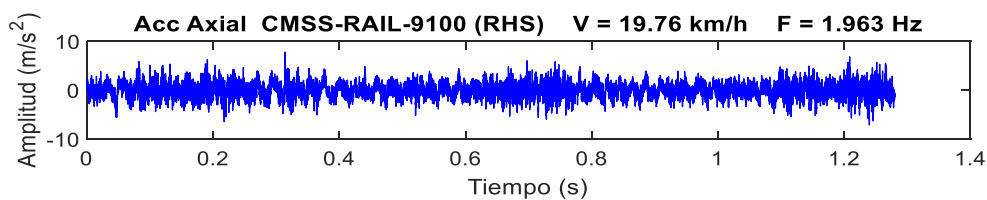


Figura 4-1-23. Señal recogida en el eje con fisura 3 en dirección axial.

Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado (figura 4-1-24):

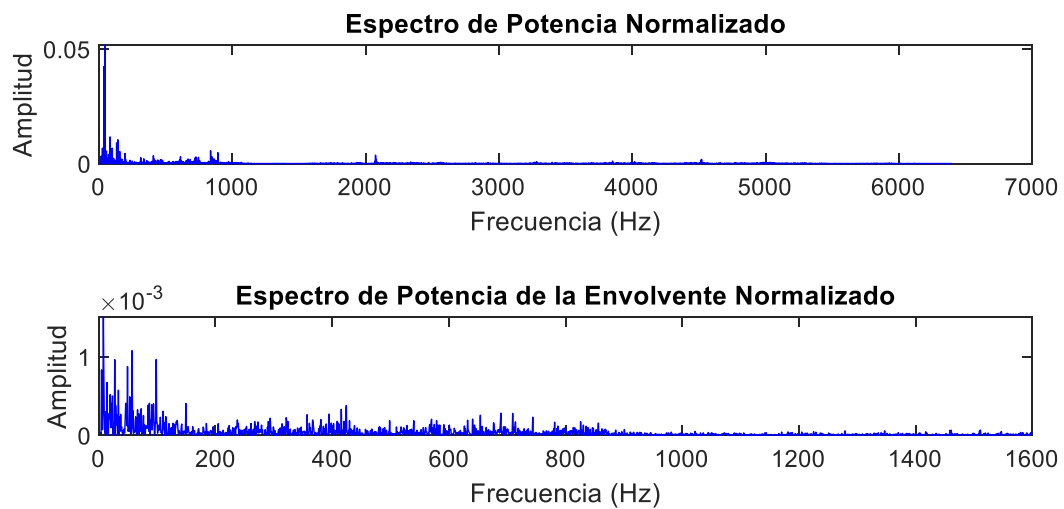


Figura 4-1-24. Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado, en el eje con fisura 3 en dirección axial.

Puntos de amplitud máxima:

• **Espectro de potencia normalizado:**

Tabla 1-21. Espectro de potencia normalizado eje fisura 3 dirección axial

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
46,88	0,05181	23,88
37,5	0,04239	19,1
84,38	0,01164	43
143	0,0104	72,85

• **Espectro de potencia de la envolvente normalizado:**

Tabla 1-22. Espectro de potencia de la envolvente normalizado eje fisura 3 dirección axial

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
7,813	0,001511	4
57,03	0,001079	29
98,44	0,0009665	50,15
27,34	0,0009643	14

■ Dirección vertical

Señal original (figura 4-1-25):

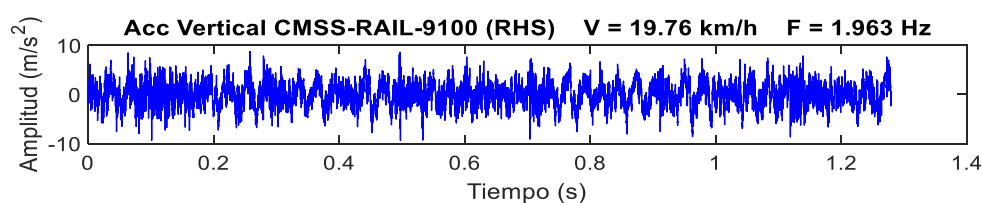


Figura 4-1-25. Señal recogida en el eje con fisura 3 en dirección vertical.

Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado (figura 4-1-26):

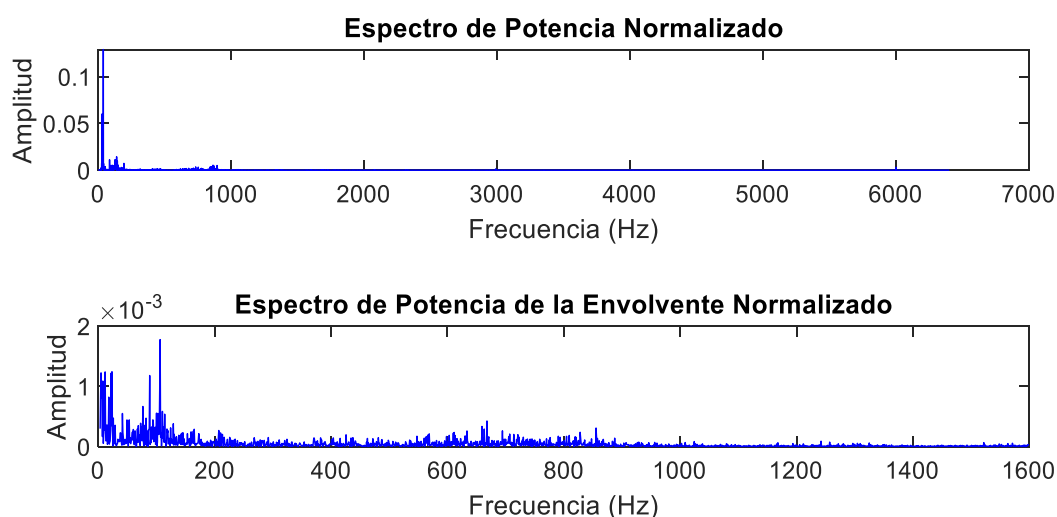


Figura 4-1-26. Espectro de potencia normalizado y espectro de potencia de la envolvente normalizado, en el eje con fisura 3 en dirección vertical.

Puntos de amplitud máxima:

• Espectro de potencia normalizado:

Tabla 1-23. Espectro de potencia normalizado eje fisura 3 dirección vertical

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
27,5	0,1288	14
27,34	0,05999	14
31,25	0,01727	15
137,5	0,01433	70

• **Espectro de potencia de la envolvente normalizado:**

Tabla 1-24. Espectro de potencia de la envolvente normalizado eje fisura 3 dirección vertical

Frecuencia (Hz)	Amplitud	$\frac{\text{frecuencia giro eje}}{\text{frecuencia vibración}}$
106,3	0,001773	54,15
23,44	0,00124	12
11,72	0,001237	5,97
4,688	0,001221	14

Discusión de los resultados

- Las mayores amplitudes se dan en las zonas de más baja frecuencia, porque a mayor frecuencia, más energía es necesaria para excitar el eje. Esta propiedad se puede ver con claridad en las gráficas que recogen los espectros de potencia normalizados: los valores más grandes de amplitud se acumulan en la zona izquierda de la gráfica, es decir, donde los valores de frecuencia son más bajos. De esta forma, cualquier excitación producida en el eje debido a los valores más altos de amplitud, requiere la mínima cantidad de energía.

En la zona de frecuencias más altas también se encuentran algunos valores pico pero son casos puntuales que coinciden con las frecuencias de giro del eje, tal y como se explica en el siguiente punto.

- Los picos de amplitud se suelen dar en frecuencias múltiplo de la frecuencia de rotación del eje. Este es un fenómeno muy común cuando se evalúan las frecuencias y amplitudes de vibración de los elementos de una máquina. Por ejemplo, si se analiza la vibración del rotor de una máquina los resultados mostrarán cómo las amplitudes máximas de giro del rotor se dan para unos valores de frecuencia que son múltiplos de la frecuencia de la máquina.

Esto no quiere decir que todos los picos de amplitud deban darse para valores múltiplos de la frecuencia de giro del eje. De acuerdo a esto las vibraciones pueden ser de varios tipos:

- Vibración síncrona: parte de la energía vibratoria que tiene lugar a la frecuencia de giro del eje, o sus múltiplos enteros.
- Vibración asíncrona: el resto.

- Vibración subsíncrona: aquella que tiene lugar a frecuencias inferiores a la de giro.
- Si bien los valores picos de amplitud están asociados a frecuencias muy variadas, existen ciertas frecuencias que aparecen más que otras. Por ejemplo, para el espectro de potencia normalizado los valores de frecuencia más comunes para los picos de amplitud son:
37,5 Hz
121 Hz
125 Hz.
- Comparación de las amplitudes máximas y sus frecuencias correspondientes en el espectro de potencia entre los distintos ejes: tablas 1-25, 1-26 y 1-27.

Longitudinal.

De acuerdo a los resultados recogidos en las tablas 1-1, 1-7, 1-13 y 1-19:

Tabla 1-25. Comparación amplitudes máximas dirección longitudinal

Eje sano		Eje d1		Eje d2		Eje d3	
f	a	f	a	f	a	f	a
37,5	0,07498	37,5	0,05405	113,3	0,03095	37,5	0,1225
113,3	0,03186	113,3	0,04697	125	0,02343	114,1	0,02579
148,4	0,02369	136,7	0,04275	132,8	0,02173	133,6	0,02573
31,25	0,02	121,1	0,03838	121,1	0,02112	125,8	0,02179

Axial.

De acuerdo a los resultados recogidos en las tablas 1-3, 1-9, 1-15 y 1-21:

Tabla 1-26. Comparación amplitudes máximas dirección axial

Eje sano		Eje d1		Eje d2		Eje d3	
f	a	f	a	f	a	f	a
46,88	0,02911	43,88	0,02883	46,88	0,00817	46,88	0,05181
121,1	0,02067	143	0,02777	37,5	0,00473	37,5	0,04239
74,22	0,01531	74,22	0,02435	121,1	0,00328	84,38	0,01164
37,5	0,01272	121,1	0,01404	74,22	0,00229	143	0,0104

Vertical.

De acuerdo a los resultados recogidos en las tablas 1-5, 1-11, 1-17 y 1-23:

Tabla 1-27. Comparación amplitudes máximas dirección vertical

Eje sano		Eje d1		Eje d2		Eje d3	
f	a	f	a	f	a	f	a
27,34	0,05591	125	0,05157	37,5	0,07135	27,5	0,1288
37,5	0,04738	27,34	0,04631	31,25	0,0351	27,34	0,05999
35,16	0,04134	36,72	0,03239	25,78	0,00797	31,25	0,01727
125	0,02058	143	0,02217	84,38	0,00587	137,5	0,01433

- Con respecto al espectro de potencia de la envolvente, los resultados confirman las afirmaciones acerca de la energía de excitación: se ve con claridad cómo los mayores valores de amplitud se acumulan en torno a bajas frecuencias.
- Comparación de las amplitudes máximas en el espectro de potencia de la envolvente entre los distintos ejes: tablas 1-28, 1-29, 1-30.

Longitudinal.

De acuerdo a los resultados recogidos en las tablas 1-2, 1-8, 1-14 y 1-20:

Tabla 1-28. Comparación amplitudes máximas envolvente dirección longitudinal

Eje sano		Eje d1		Eje d2		Eje d3	
f	a	f	a	f	a	f	a
27,34	0,00216	19,53	0,00686	7,813	0,00382	11,72	0,00323
93,75	0,00213	23,44	0,005	3,125	0,00176	7,813	0,00278
3,906	0,00173	27,34	0,00484	37,5	0,00167	103,9	0,00192
19,53	0,00162	7,813	0,00446	5,469	0,00158	111,7	0,00175

Axial.

De acuerdo a los resultados recogidos en las tablas 1-4, 1-10, 1-16 y 1-22:

Tabla 1-29. Comparación amplitudes máximas dirección axial

Eje sano		Eje d1		Eje d2		Eje d3	
f	a	f	a	f	a	f	a
93,75	0,001318	7,813	0,003109	7,813	0,006963	7,813	0,001511
11,72	0,000970	9,375	0,001836	14,06	0,003849	57,03	0,001079
74,22	0,00091	3,906	0,001459	6,25	0,002962	98,44	0,000966
113,3	0,000668	4,688	0,001213	3,125	0,002973	27,34	0,000964

Vertical.

De acuerdo a los resultados recogidos en las tablas 1-5, 1-11, 1-17 y 1-23:

Tabla 1-30. Comparación amplitudes máximas dirección vertical

Eje sano		Eje d1		Eje d2		Eje d3	
f	a	f	a	f	a	f	a
50,78	0,001932	10,16	0,002615	37,5	0,00229	106,3	0,001773
89,84	0,001415	89,84	0,002185	6,25	0,001677	23,44	0,00124
9,375	0,00133	105,5	0,001717	7,813	0,001523	11,72	0,001237
19,53	0,000921	31,25	0,001495	58,59	0,001144	4,688	0,001221

- Los valores son más bajos porque el cálculo de la envolvente implica eliminar algunos valores pico (suaviza la curva). Por este motivo podríamos concluir que el estudio del espectro de la envolvente no es de gran utilidad para el análisis de los valores máximos de amplitud.
- Sin embargo sigue siendo útil comprobar que los picos de amplitud se dan en muchas ocasiones para valores de frecuencia iguales a 27,3 Hz o 7,8 Hz.

4.2 Estudio del espectro de potencia normalizado promedio y del espectro de potencia de la envolvente normalizado promedio

Se han extraído las gráficas promedio de cada eje y dirección de forma que se pueda hacer una valoración general de los picos de amplitud y las frecuencias en las que se dan. A continuación se muestran las gráficas de los espectros promedio de todos los ejes, para cada dirección. Se han recogido en tablas los valores más significativos de cara a facilitar su análisis y sacar conclusiones.

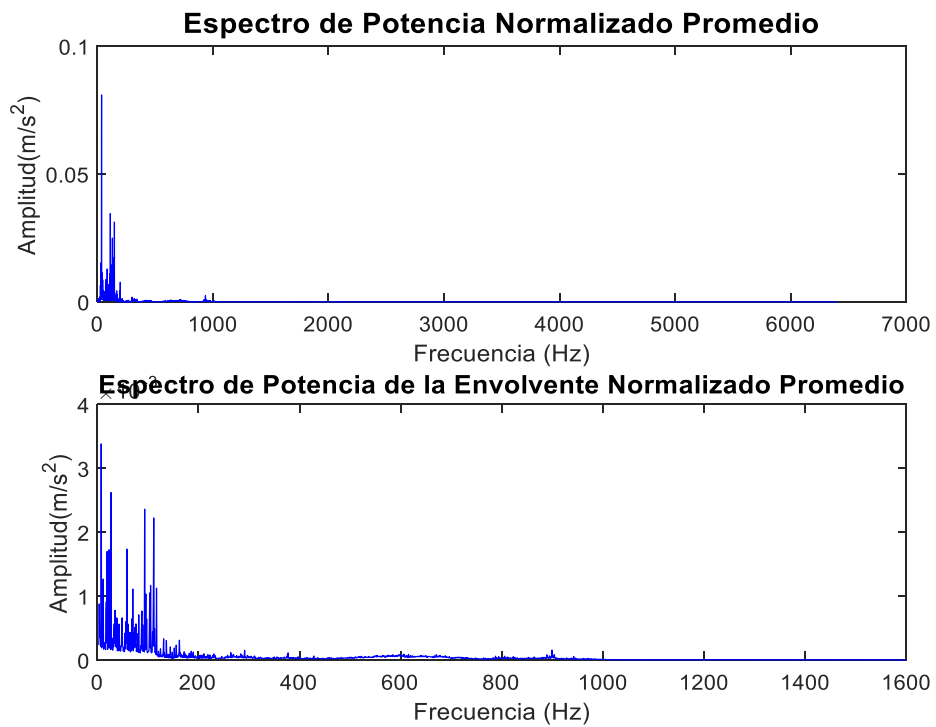


Figura 4-2-1. Espectros de potencia promedios del eje sano en dirección longitudinal.

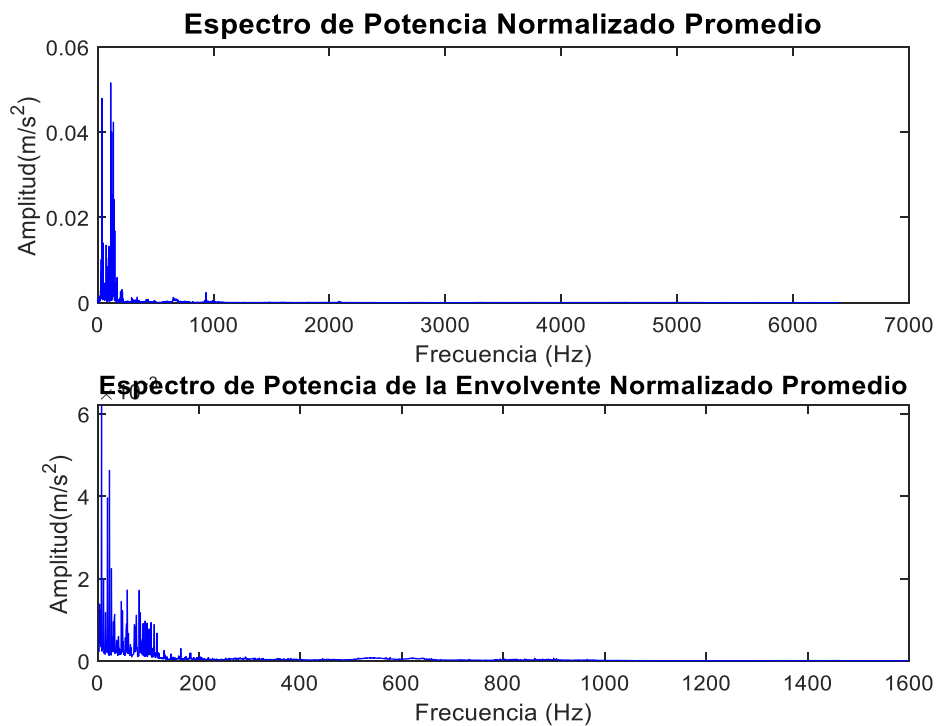


Figura 4-2-2. Espectros de potencia promedios del eje con fisura 1 en dirección longitudinal.

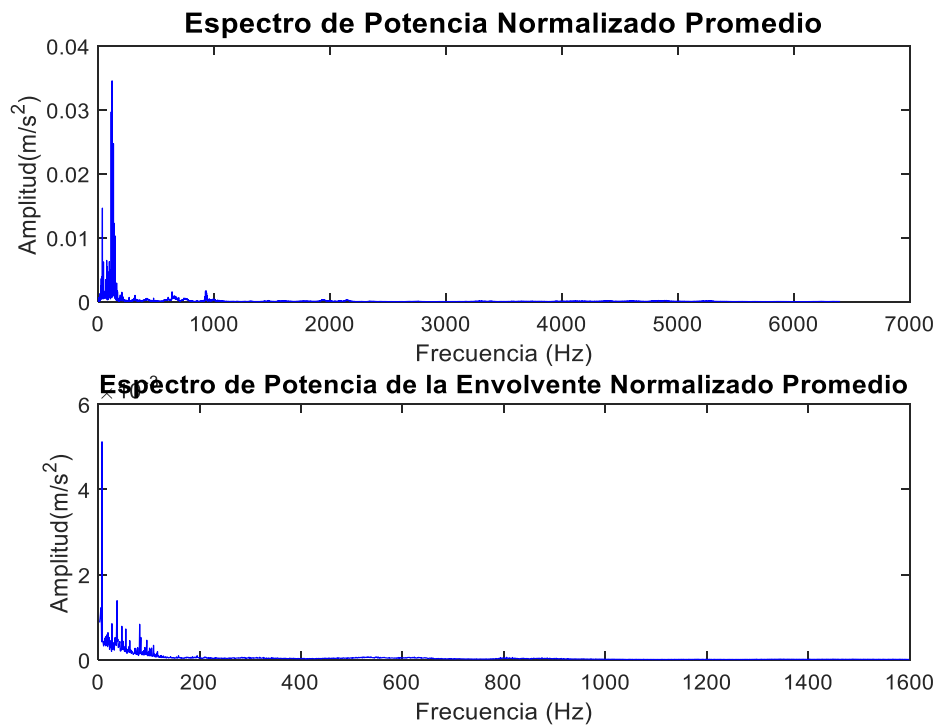


Figura 4-2-3. Espectros de potencia promedios del eje con [fisura 2](#) en [dirección longitudinal](#).

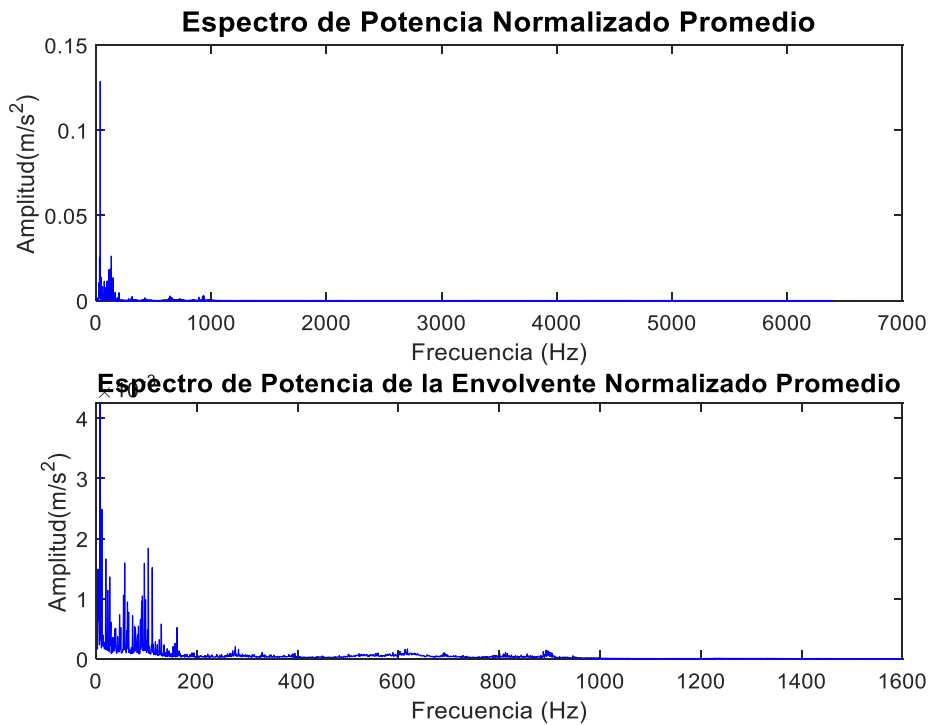


Figura 4-2-4. Espectros de potencia promedios del eje con [fisura 3](#) en [dirección longitudinal](#).

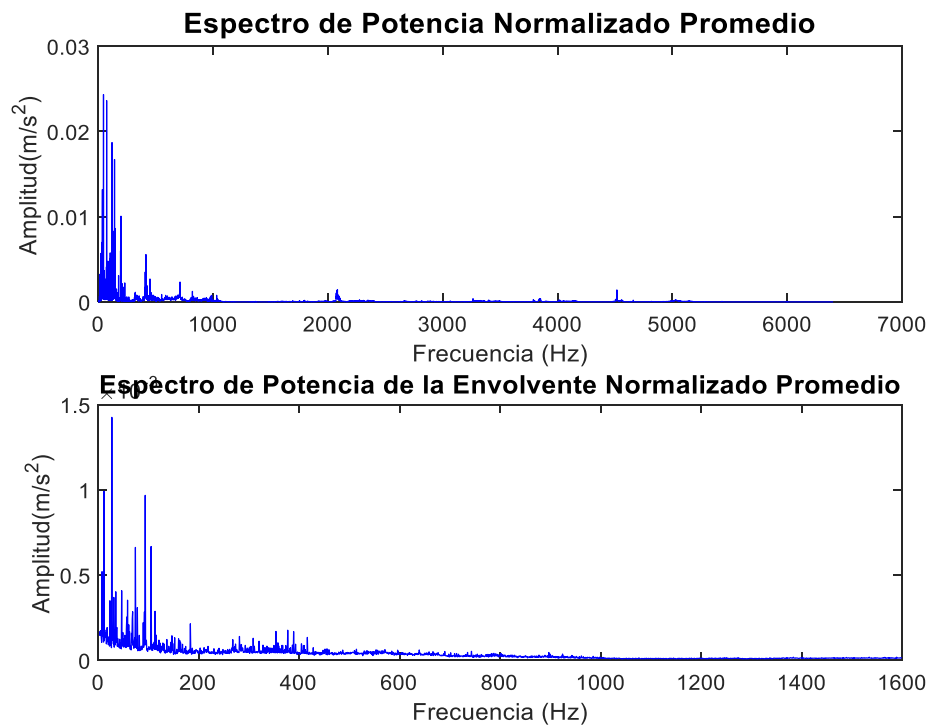


Figura 4-2-5. Espectros de potencia promedios del eje sano en dirección axial.

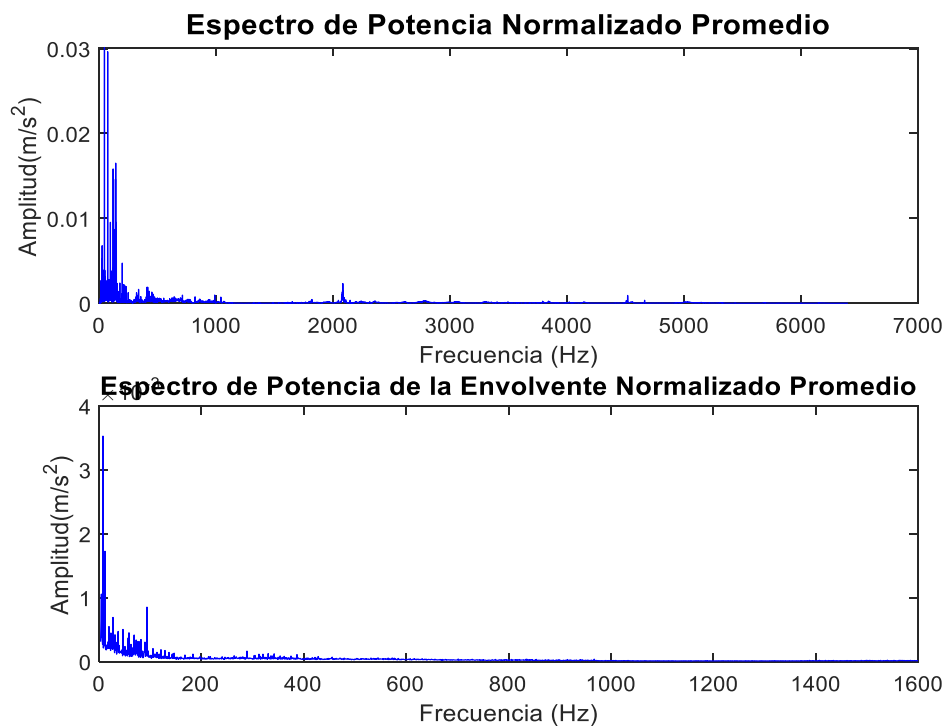


Figura 4-2-6. Espectros de potencia promedios del eje con fisura 1 en dirección axial.

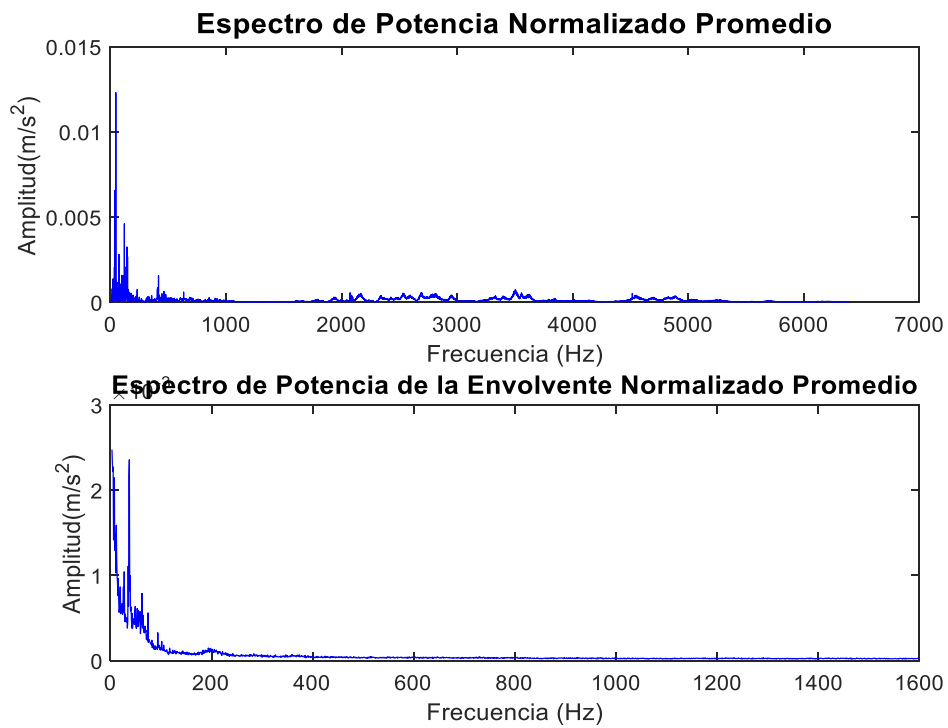


Figura 4-2-7. Espectros de potencia promedios del eje con [fisura 2](#) en [dirección axial](#).

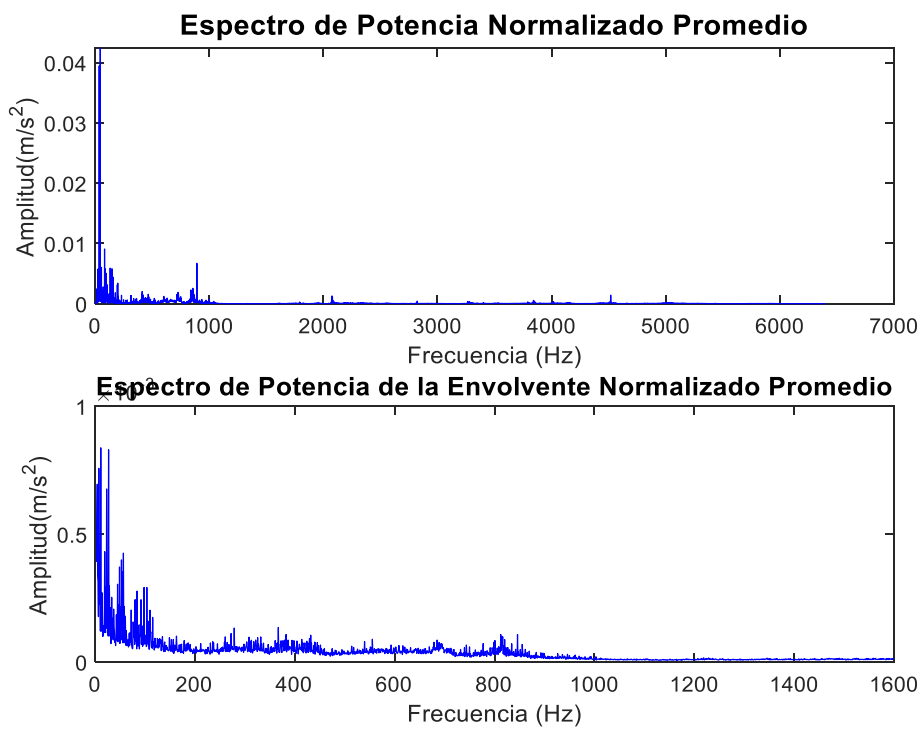


Figura 4-2-8. Espectros de potencia promedios del eje con [fisura 3](#) en [dirección axial](#).

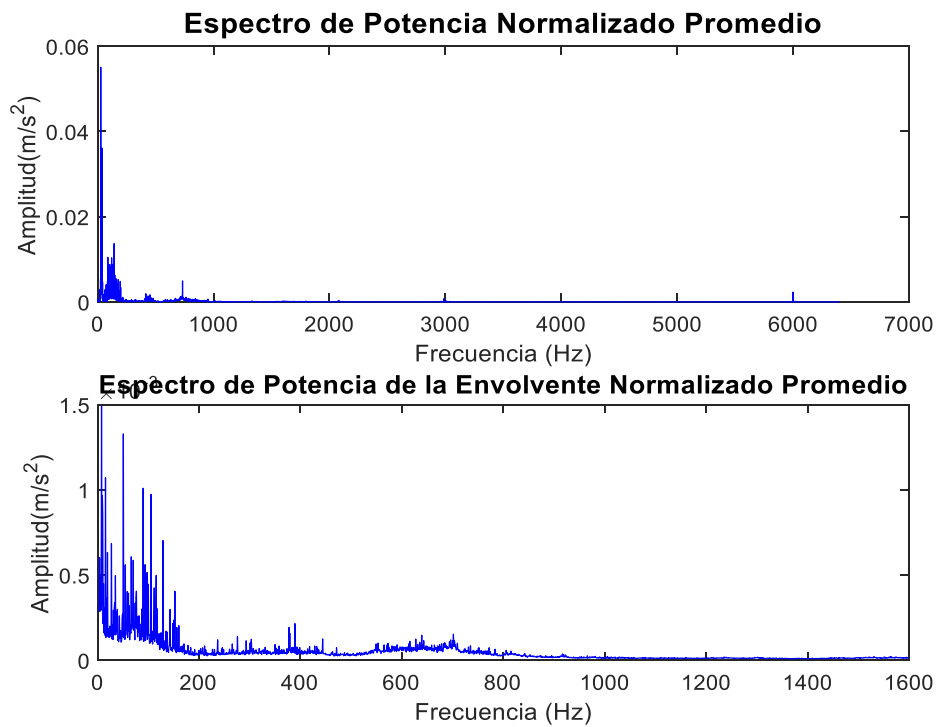


Figura 4-2-9. Espectros de potencia promedios del eje sano en dirección vertical.

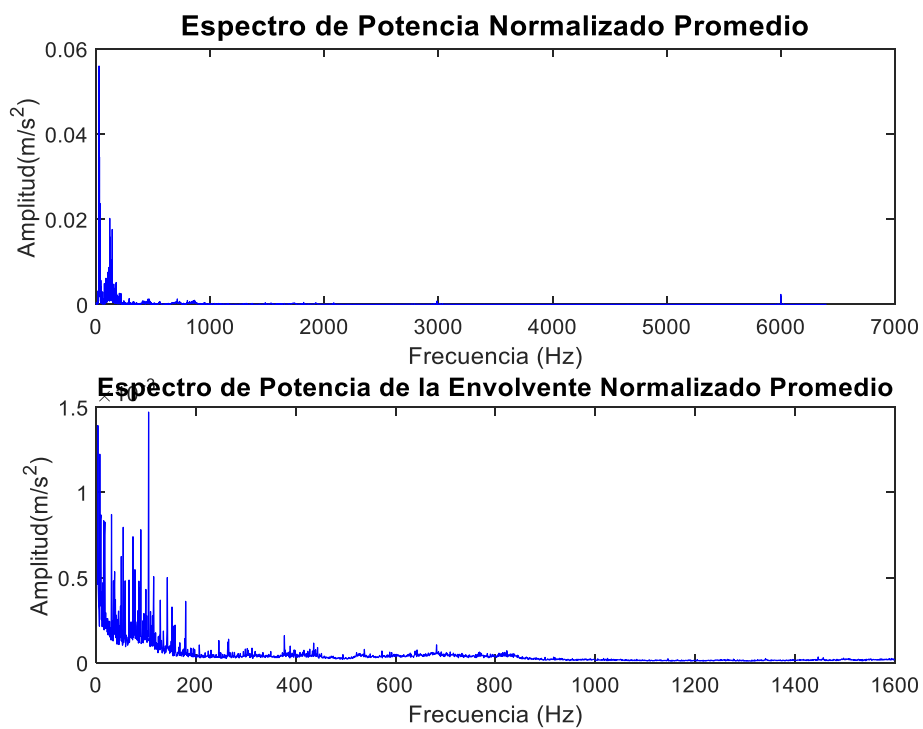


Figura 4-2-10. Espectros de potencia promedios del eje con fisura 1 en dirección vertical.

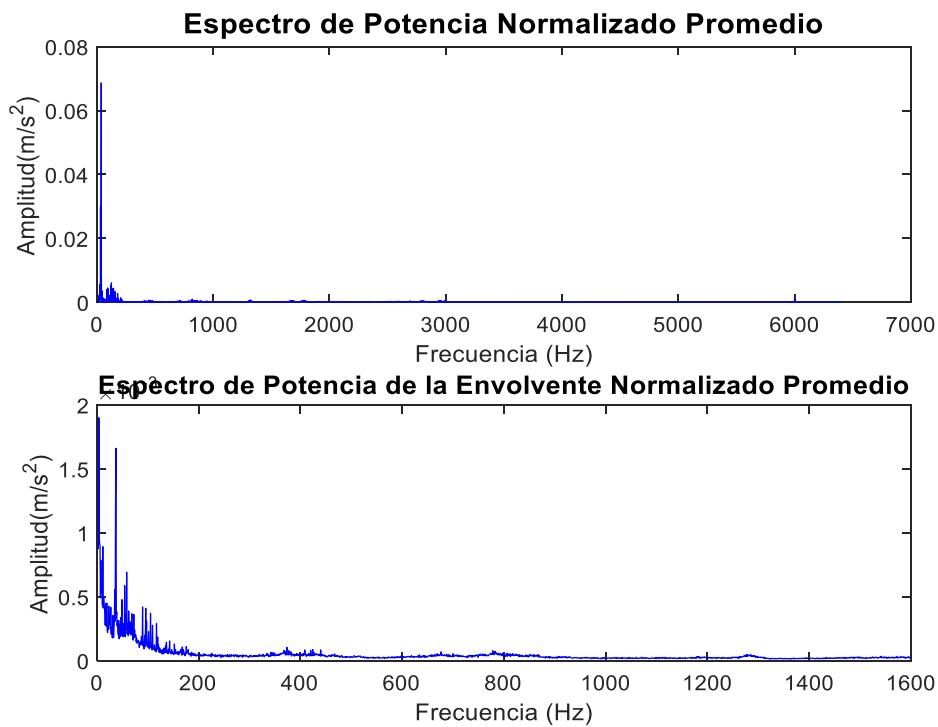


Figura 4-2-11. Espectros de potencia promedios del eje con [fisura 2](#) en [dirección vertical](#).

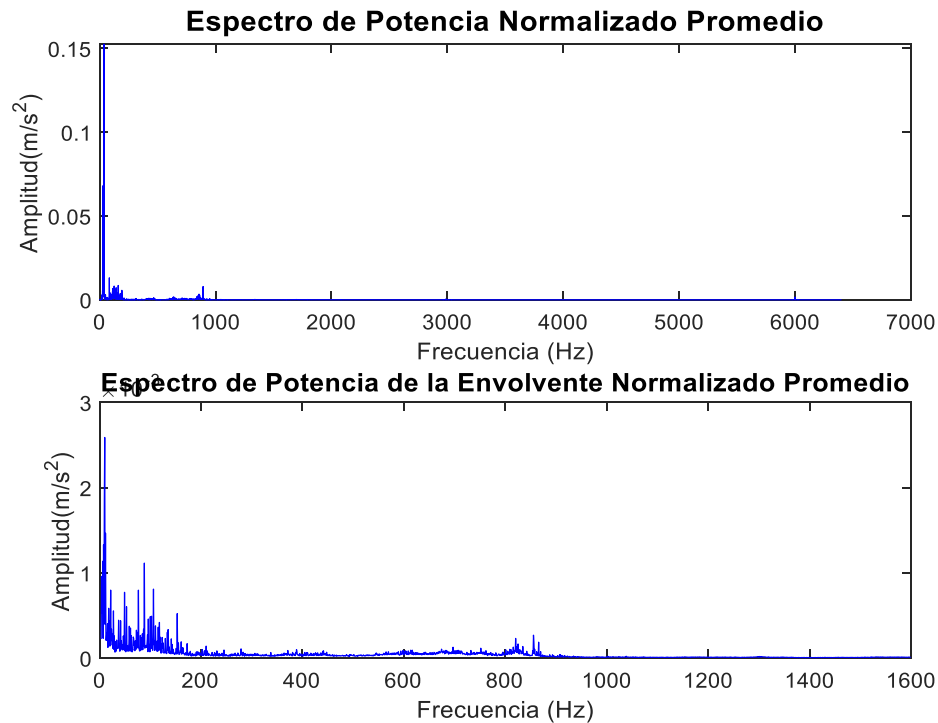


Figura 4-2-12. Espectros de potencia promedios del eje con [fisura 3](#) en [dirección vertical](#).

Si bien este análisis genérico no tiene mucho valor a la hora de extraer datos concretos (pues deja fuera muchos valores pico), resulta útil para comprobar a gran escala cuáles son las diferencias de amplitud entre unos ejes y otros.

A continuación se han representado en tablas los puntos de amplitud máxima para cada dirección y eje, así como las frecuencias en las que se producen:

**VALORES MÁXIMOS DE AMPLITUD EN EL ESPECTRO DE POTENCIA PROMEDIO:
TABLAS 2-1, 2-2 Y 2-3.**

DIRECCIÓN LONGITUDINAL:

En la Tabla 2-1 se comparan los valores obtenidos en las **figuras 4-2-1, 4-2-2, 4-2-3 y 4-2-4**:

Tabla 2-1. Comparación amplitudes máximas promedio dirección longitudinal

Eje sano		Eje d1		Eje d2		Eje d3	
f	a	f	a	f	a	f	a
37,5	0,08092	113,3	0,05158	121,1	0,03454	37,5	0,1286
113,3	0,03452	37,5	0,04793	113,3	0,02967	133,6	0,02606
148,4	0,03123	136,7	0,04234	132,8	0,02472	31,25	0,02536
131,3	0,02495	121,1	0,04002	125	0,01855	125,8	0,01849

DIRECCIÓN AXIAL:

En la Tabla 2-2 se comparan los valores obtenidos en las **figuras 4-2-5, 4-2-6, 4-2-7 y 4-2-8**:

Tabla 2-2. Comparación amplitudes máximas promedio dirección axial

Eje sano		Eje d1		Eje d2		Eje d3	
f	a	f	a	f	a	f	a
46,88	0,02433	46,88	0,03012	46,88	0,01229	46,88	0,04244
74,22	0,02363	74,22	0,02963	37,5	0,00656	37,5	0,03945
121,1	0,0187	143	0,01651	121,1	0,00461	84,38	0,00908
143	0,01671	121,1	0,01582	143	0,00324	57,03	0,00603

DIRECCIÓN VERTICAL:

En la Tabla 2-3 se comparan los valores obtenidos en las **figuras 4-2-9, 4-2-10, 4-2-11 y 4-2-12:**

Tabla 2-3. Comparación amplitudes máximas promedio dirección vertical

Eje sano		Eje d1		Eje d2		Eje d3	
f	a	f	a	f	a	f	a
27,34	0,05507	27,34	0,05595	37,5	0,06866	37,5	0,15260
37,5	0,03608	31,25	0,03459	31,25	0,03007	27,34	0,0680
31,25	0,02128	37,5	0,02362	125	0,00609	31,25	0,01599
35,16	0,01806	121,1	0,02019	121,1	0,00530	84,38	0,01311

VALORES MÁXIMOS DE AMPLITUD EN EL ESPECTRO DE POTENCIA DE LA ENVOLVENTE PROMEDIO: TABLAS 2-4, 2-5 Y 2-6.

DIRECCIÓN LONGITUDINAL:

En la Tabla 2-4 se comparan los valores obtenidos en las **figuras 4-2-1, 4-2-2, 4-2-3 y 4-2-4:**

Tabla 2-4. Comparación amplitudes máximas promedio de la envolvente dirección longitudinal

Eje sano		Eje d1		Eje d2		Eje d3	
f	a	f	a	f	a	F	a
7,813	0,003383	7,813	0,006213	7,813	0,005119	7,813	0,004251
27,34	0,002622	23,44	0,004629	37,5	0,001391	11,72	0,002488
93,75	0,002362	19,53	0,003961	5,469	0,001224	103,9	0,00184
111,7	0,002225	27,34	0,002240	27,34	0,000851	19,53	0,001662

DIRECCIÓN AXIAL:

En la Tabla 2-5 se comparan los valores obtenidos en las **figuras 4-2-5, 4-2-6, 4-2-7 y 4-2-8:**

Tabla 2-5. Comparación amplitudes máximas promedio de la envolvente dirección axial

Eje sano		Eje d1		Eje d2		Eje d3	
f	a	f	a	f	a	F	a
27,34	0,001425	7,813	0,003528	3,125	0,002475	11,72	0,000838
11,72	0,000991	11,72	0,001726	37,5	0,002356	27,34	0,000831
93,75	0,000967	4,688	0,001056	5,469	0,002271	7,813	0,000758
105,5	0,000667	93,75	0,000852	7,813	0,002144	4,688	0,000695

DIRECCIÓN VERTICAL:

En la Tabla 2-6 se comparan los valores obtenidos en las **figuras 4-2-9, 4-2-10, 4-2-11 y 4-2-12:**

Tabla 2-6. Comparación amplitudes máximas promedio de la envolvente dirección vertical

Eje sano		Eje d1		Eje d2		Eje d3	
f	a	f	a	f	a	f	a
7,813	0,001491	105,5	0,001471	3,906	0,0019	10,16	0,00259
50,78	0,001328	3,906	0,001392	37,5	0,001661	11,72	0,001466
15,63	0,001071	7,813	0,001224	11,72	0,000892	7,813	0,001329
89,84	0,001009	31,25	0,00087	7,813	0,000785	88,28	0,001115

Discusión de los resultados

No se aprecian diferencias remarcables en los valores de amplitud entre unos ejes y otros. Este estudio se lleva a cabo para tener unos resultados más concretos que los obtenidos en el apartado anterior, pero dados los resultados se puede concluir que no aporta novedades al estudio. De nuevo se comprueba que los valores pico se dan para frecuencias múltiplo de la frecuencia del eje y que hay algunos valores de frecuencia en los que es más habitual que se den picos de amplitud, como por ejemplo 37,5 Hz o 7,813 Hz.

El análisis de los espectros de potencia ha permitido estudiar el sentido físico de los datos obtenidos. El siguiente propósito es, por tanto, el análisis estadístico. Existen una enorme cantidad de conceptos y valores útiles en este tipo de análisis, sin embargo, este proyecto se centrará en el estudio de dos de ellos, que se consideran los más relevantes en esta ocasión: el valor cuadrático medio (rms) y la curtosis.

4.3 RMS y curtosis.

Para poder analizar estas medidas estadísticas es necesario obtener los histogramas de los datos recogidos, tal y como se ha explicado al comienzo del proyecto (ver figura 2-1-3). A partir de ahí se obtienen los valores de rms y curtosis para cada eje y dirección.

RMS (ROOT MEAN SQUARE).

Se aplica el código para calcular los valores de rms y se calcula la media de los resultados obtenidos para poder hacer un análisis:

Tabla 3-1. Valores medios de la rms.

	Eje sano	Eje fisura 1	Eje fisura 2	Eje fisura 3
Dirección axial	1,379	1,504	2,686	1,512
Dirección longitudinal	2,704	2,922	3,217	2,802
Dirección vertical	1,942	2,041	2,318	3,133

- Tal y como se ha explicado anteriormente, la principal utilidad de la rms como herramienta estadística es eliminar los valores negativos de los datos. Se comprueba mediante los resultados obtenidos que todos los valores de rms son positivos, y la media de estos valores queda representada en la tabla 3-1.
- Además se puede observar que los valores medios de rms están entre 1 y 3, lo que concuerda a simple vista con los valores representados en el histograma de la figura 2-1-3.

CURTOSIS.

De acuerdo a lo explicado en la introducción al apartado estadístico de este proyecto, el cálculo del coeficiente de curtosis, CAp , ayuda a determinar la distribución de los datos y proporciona una idea acerca de los valores en torno a los cuales se acumula mayor cantidad de datos.

Al implementar en Matlab el código que permite calcular la curtosis en todas las señales, se comprueba que cumplen $CAp > 3$ en la gran mayoría de los casos, por lo

que podemos concluir que el resultado experimental coincide con la estimación teórica previa (distribución leptocúrtica).

A continuación se muestran gráficamente todos los valores de curtosis para cada una de las señales tomadas. Se observan, por tanto, en el eje x la cantidad de señales medidas y en el eje y el valor de la curtosis correspondiente a cada una de ellas.

Si se observan las gráficas de las figuras 4-3-3,45-3-4 y 4-3-5 se puede comprobar como el valor de la curtosis es mayor que 3 para el eje sano:

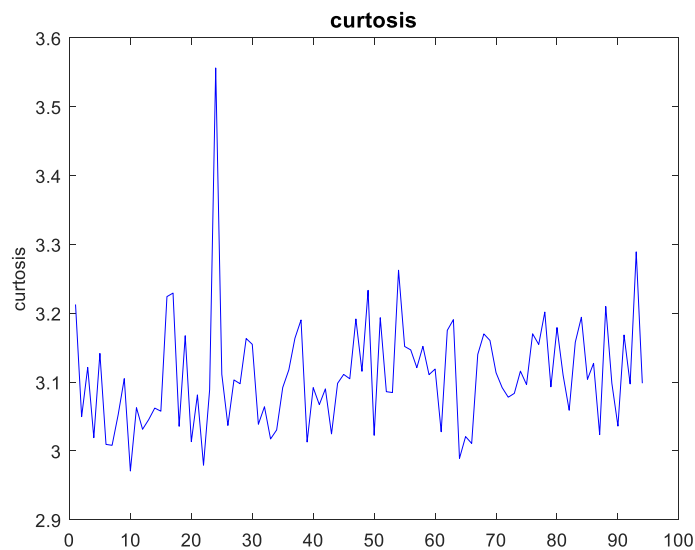


Figura 4-3-3. Representación gráfica de la curtosis en el eje sano en dirección axial.

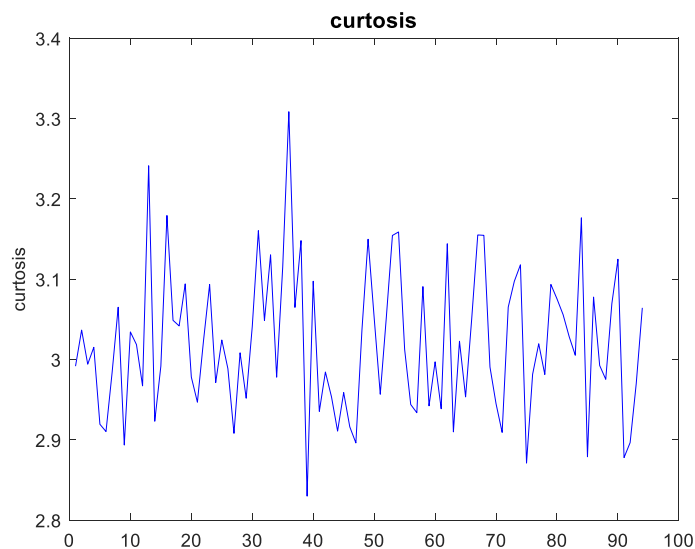


Figura 4-3-4. Representación gráfica de la curtosis en el eje sano en dirección longitudinal.

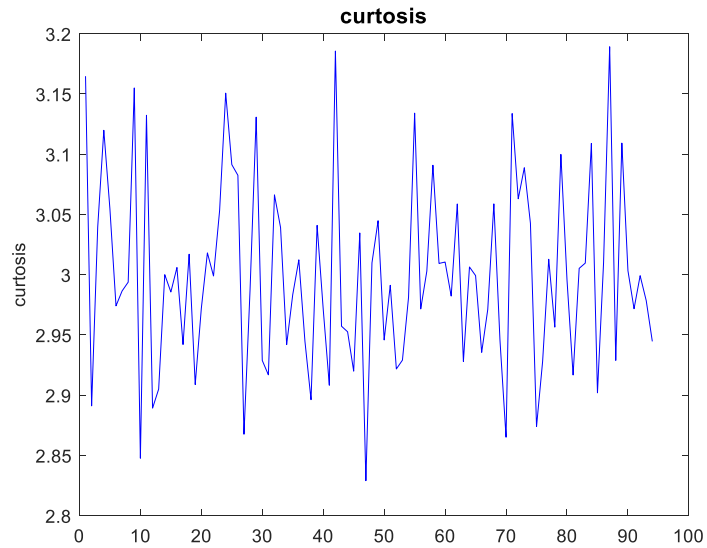


Figura 4-3-5. Representación gráfica de la curtosis en el eje sano en dirección vertical.

Si se observan las gráficas de las figuras 4-3-6, 4-3-7 y 4-3-8 se puede comprobar como el valor de la curtosis es mayor que 3 para el eje con fisura 1:

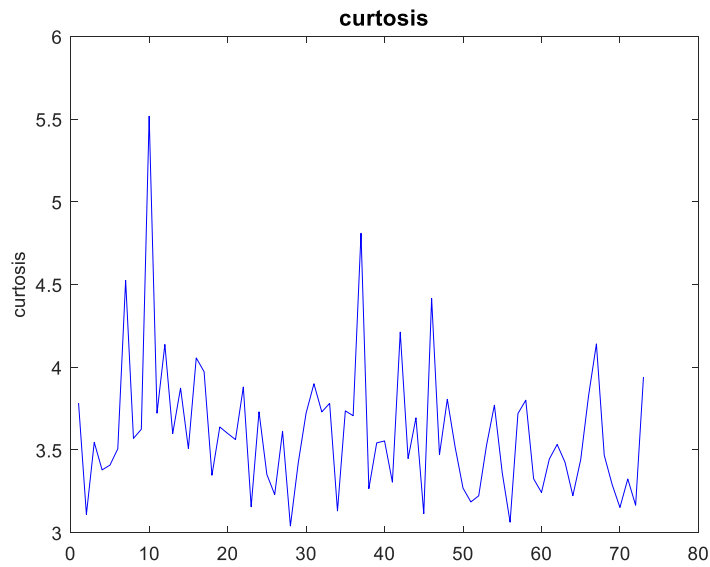


Figura 4-3-6. Representación gráfica de la curtosis en el eje con fisura 1 en dirección axial.

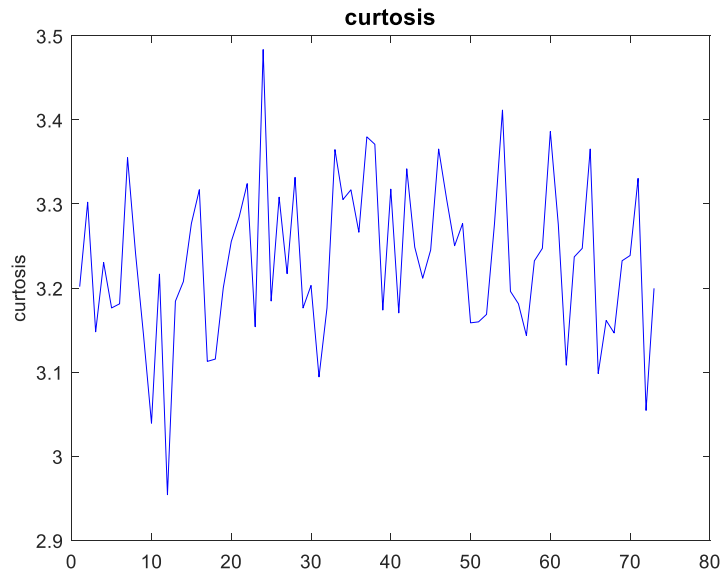


Figura 4-3-7. Representación gráfica de la curtosis en el eje con fisura 1 en dirección longitudinal.

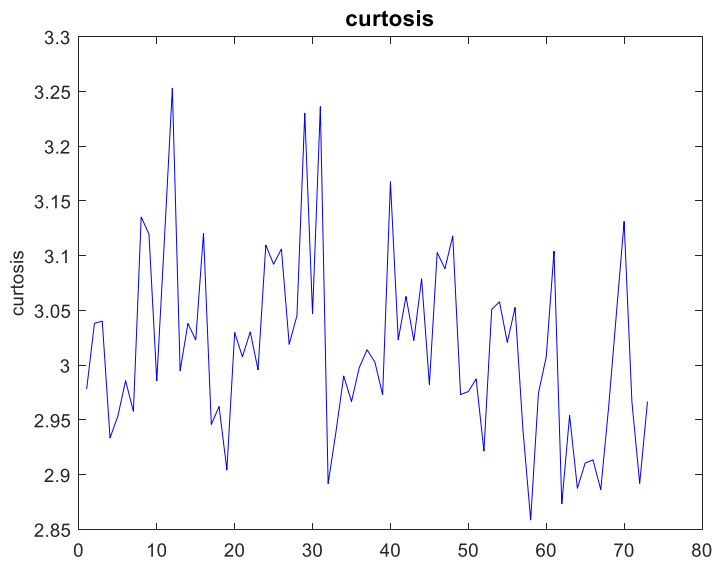


Figura 4-3-8. Representación gráfica de la curtosis en el eje con fisura 1 en dirección vertical.

Si se observan las gráficas de las figuras 4-3-9, 4-3-10 y 4-3-11 se puede comprobar como el valor de la curtosis es mayor que 3 para el eje con fisura 2:

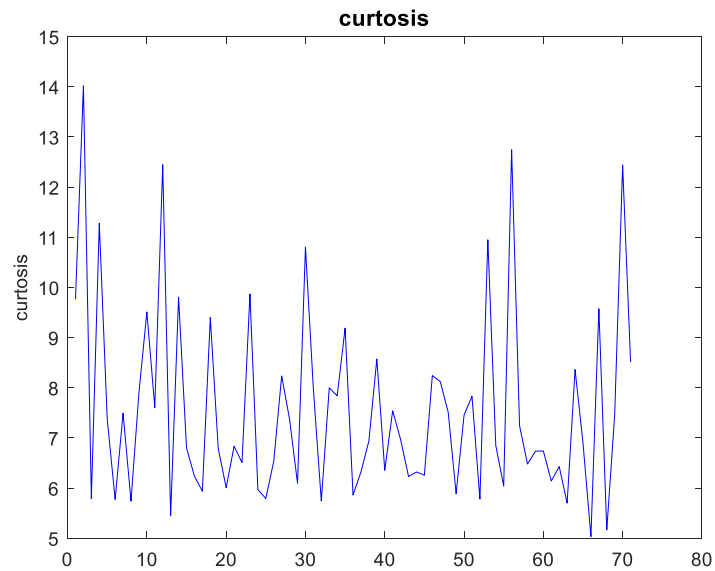


Figura 4-3-9. Representación gráfica de la curtosis en el eje con fisura 2 en dirección axial.

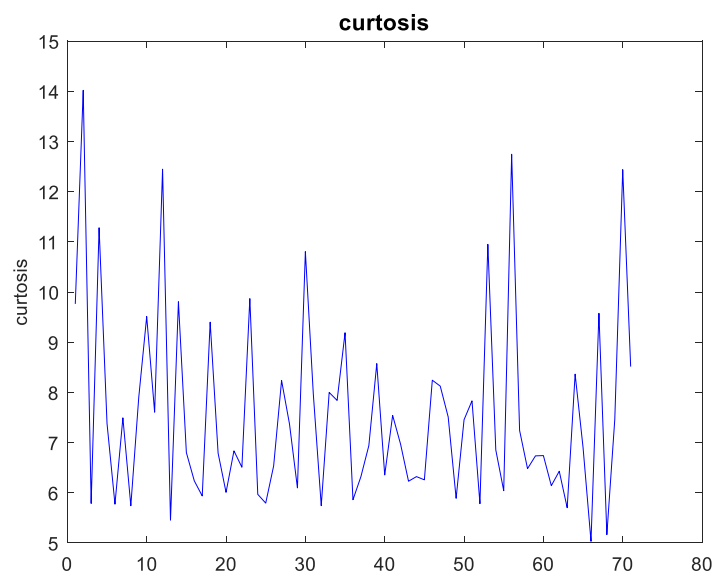


Figura 4-3-10. Representación gráfica de la curtosis en el eje con fisura 2 en dirección longitudinal.

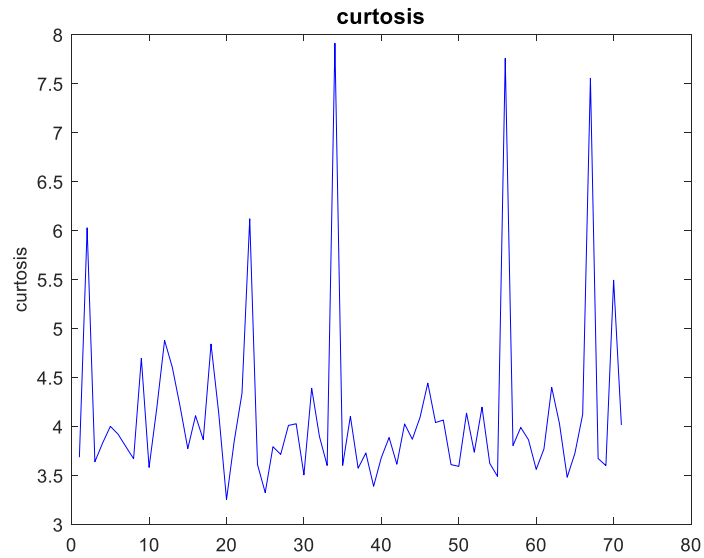


Figura 4-3-11. Representación gráfica de la curtosis en el eje con fisura 2 en dirección vertical.

Si se observan las gráficas de las figuras 4-3-12, 4-3-13 y 4-3-14 se puede comprobar como el valor de la curtosis es mayor que 3 para el eje con fisura 3:

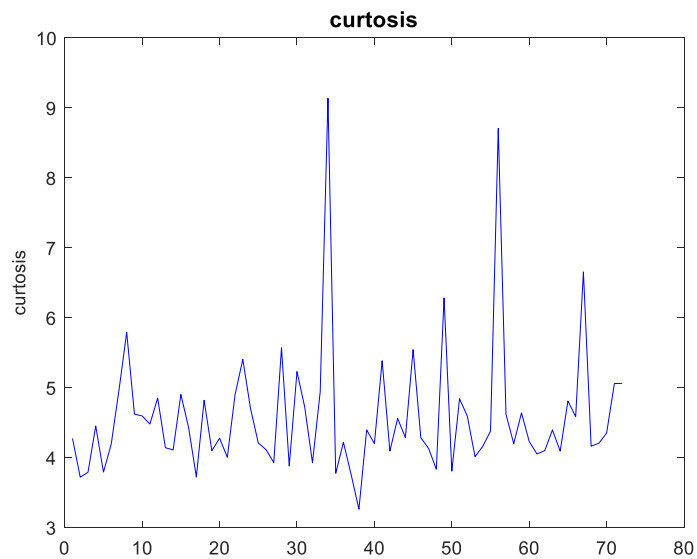


Figura 4-3-12. Representación gráfica de la curtosis en el eje con fisura 3 en dirección axial.

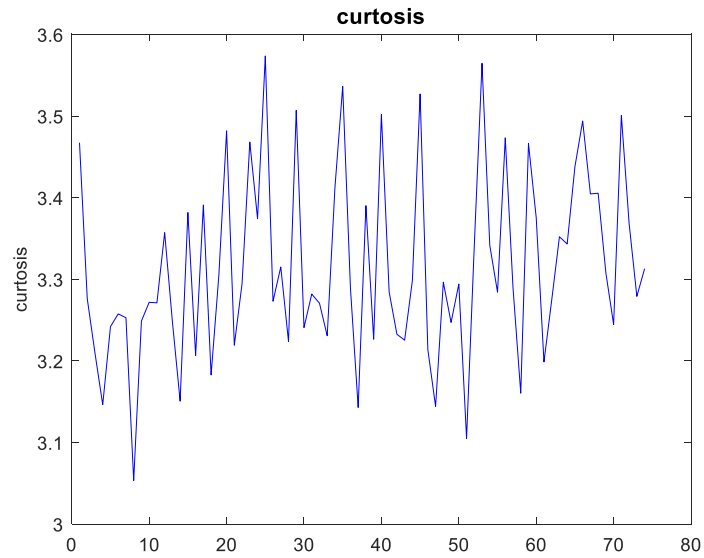


Figura 4-3-13. Representación gráfica de la curtosis en el eje con fisura 3 en dirección longitudinal.

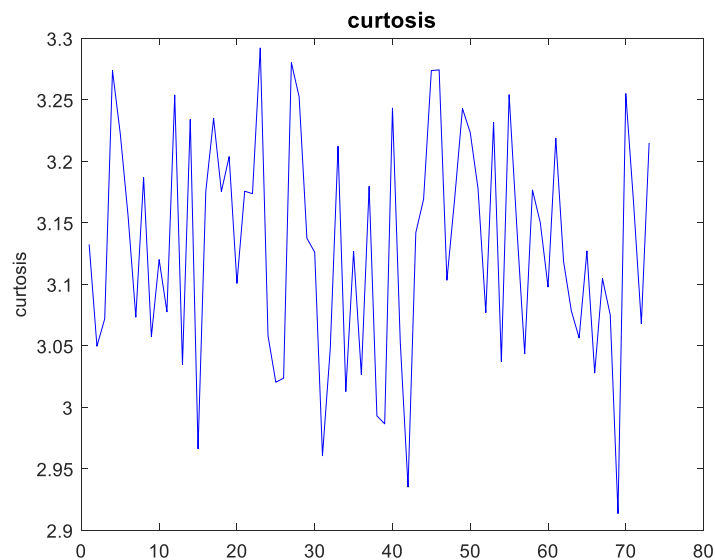


Figura 4-3-14. Representación gráfica de la curtosis en el eje con fisura 3 en dirección vertical.

A efectos prácticos es de gran ayuda saber que la mayoría de vibraciones tendrán una amplitud en torno a la media, de cara a conocer los efectos a fatiga que pueda sufrir el material.

4.4 Aplicación de la Transformada Hilbert Huang para señales no transitorias:

ESTUDIO DE LA ENVOLVENTE

En primer lugar se han obtenido las gráficas de la envolvente gracias al método de Hilbert. Como se ha explicado anteriormente, obtener dicha envolvente permite estudiar el espectro en su totalidad sin necesidad de reducir el estudio a un solo período. Todas las envolventes obtenidas se encuentran en el Anexo C y su forma será similar a la obtenida en la figura 4-4-1:

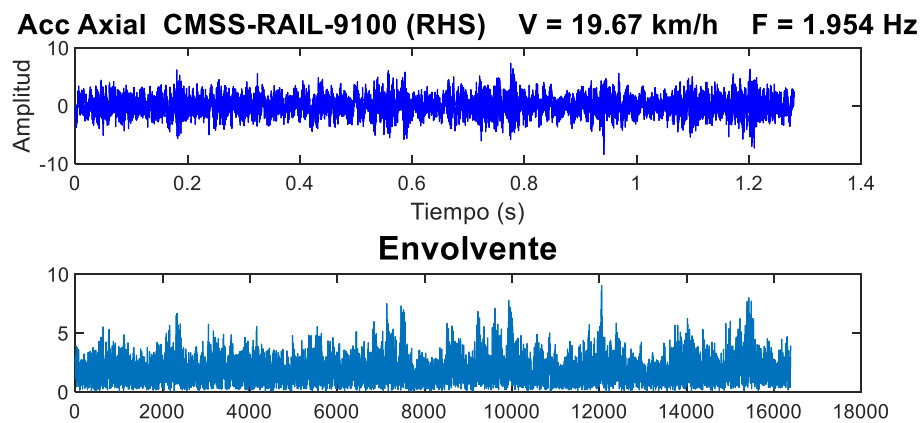


Figura 4-4-1. Ejemplo de representación gráfica de la envolvente y su señal correspondiente.

Observación: datos recogidos= 16.384

OBTENCIÓN DE LOS IMF'S

Tal y como se ha explicado con anterioridad, gran parte de la aplicación del método HHT consiste en extraer los IMF's a partir de la señal original. Se ha implementado un código que permite visualizar cómo son estos IMF's. Los resultados de todas las señales recogidas se encuentran en el Anexo D y su estructura será como la de la figura 4-4-2:

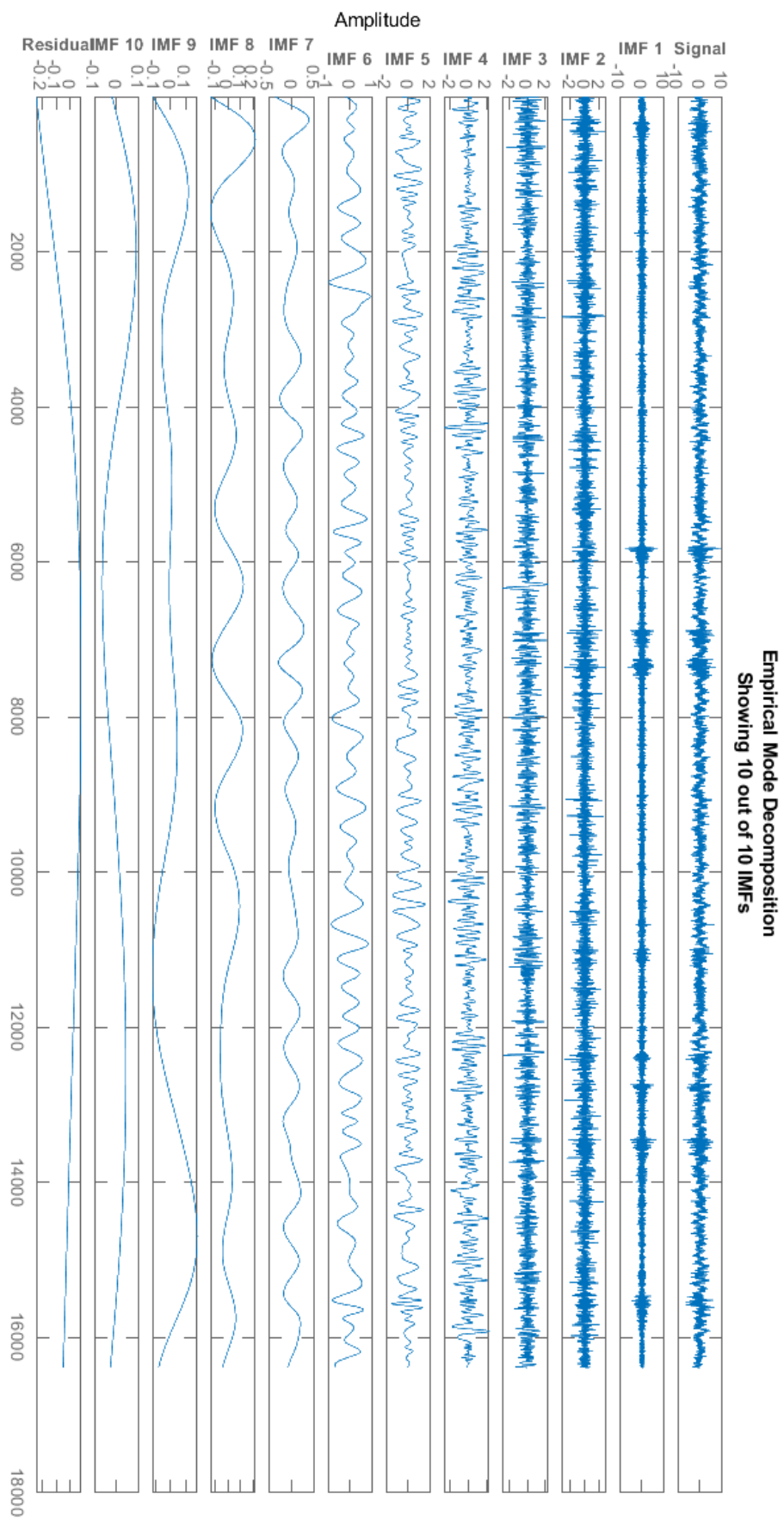


Figura 4-4-2. Ejemplo de representación de los IMF's extraídos.

Además es posible obtener los datos de cada IMF, y el criterio de parada:

Current IMF	#Sift Iter	Relative Tol
1	2	0.050025
2	2	0.12523
3	2	0.10847
4	2	0.10579
5	2	0.035024
6	2	0.026755
7	1	0.1374
8	2	0.021127
9	2	0.13007
10	2	0.074031

ESTUDIO DEL ESPECTRO DE HILBERT HUANG

Por último se ha obtenido el espectro de Hilbert Huang para cada una de las señales recogidas.

Los resultados se recogen en el Anexo E y son del tipo:

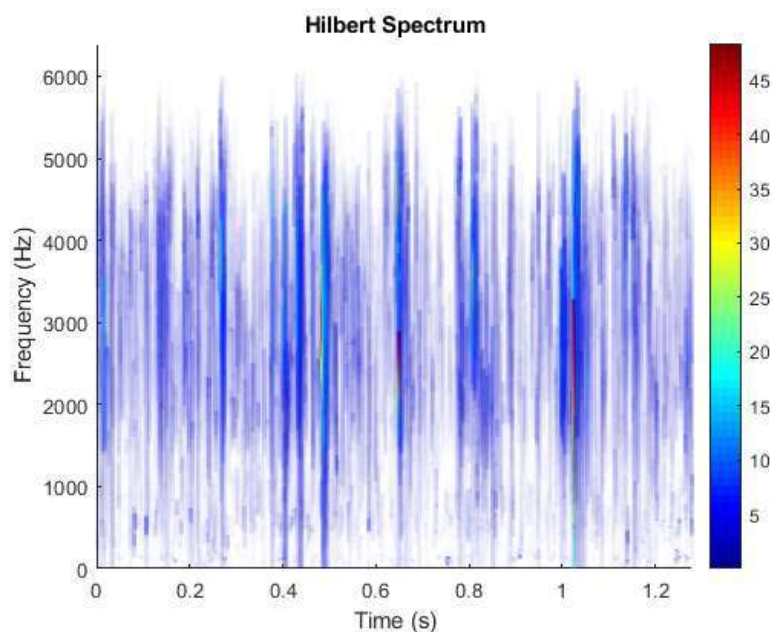


Figura 4-4-3. Ejemplo de Espectro de Hilbert Huang obtenido.

Esta representación permite comparar al mismo tiempo los valores de amplitud respecto al tiempo y respecto a la frecuencia.

Tal y como aparece en la figura 4-4-3, en rojo y naranja se encuentran los valores más altos de amplitud y en azul oscuro los más bajos.

Si se comparan los resultados obtenidos con algún ejemplo teórico como el que aparece en la figura 4-4-4, se observan diferencias importantes que ayudan a explicar la validez del método de Hilbert Huang transform para este estudio:

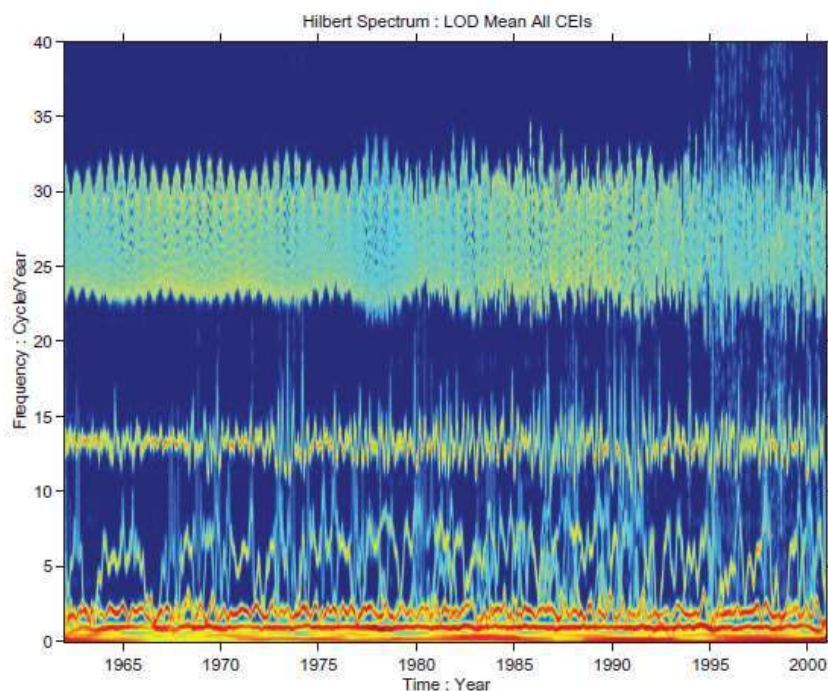


Figura 4-4-4. Espectro de Hilbert

A continuación se representan algunos de los espectros de Hilbert obtenidos en los distintos ejes y direcciones.

- EJE SANO

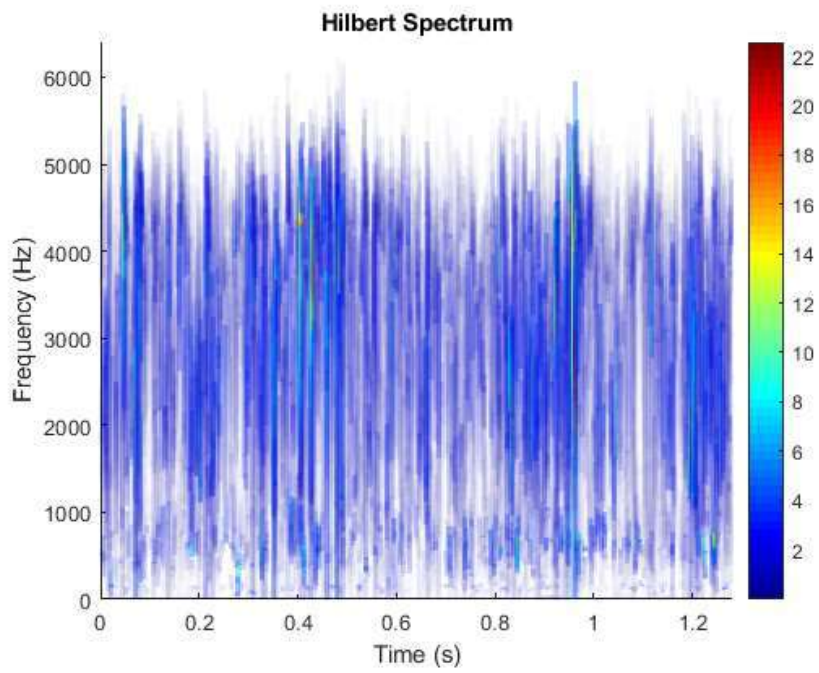


Figura 4-4-5. Espectro de Hilbert del eje sano en dirección axial.

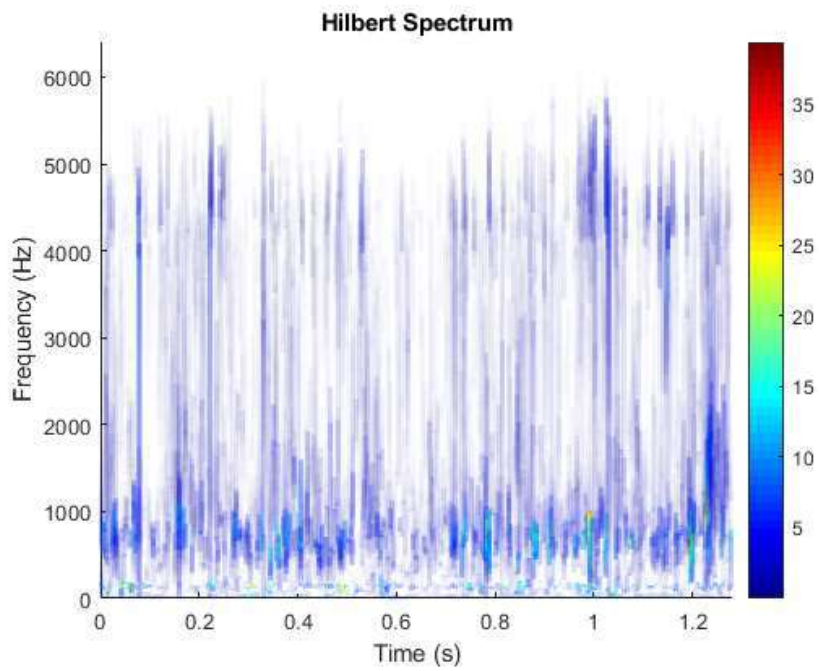


Figura 4-4-6. Espectro de Hilbert del eje sano en dirección longitudinal.

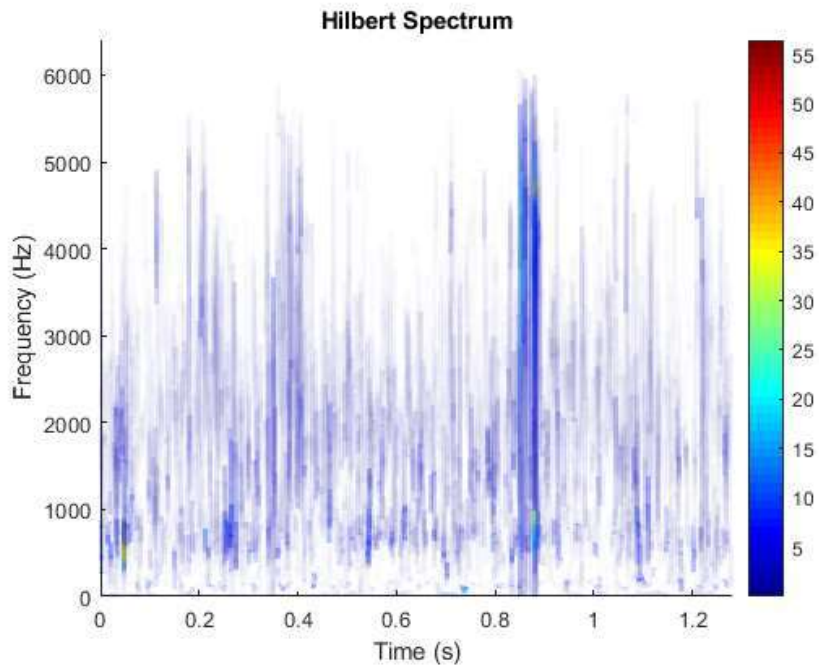


Figura 4-4-7. Espectro de Hilbert del eje sano en dirección vertical.

- **EJE FISURA 1**

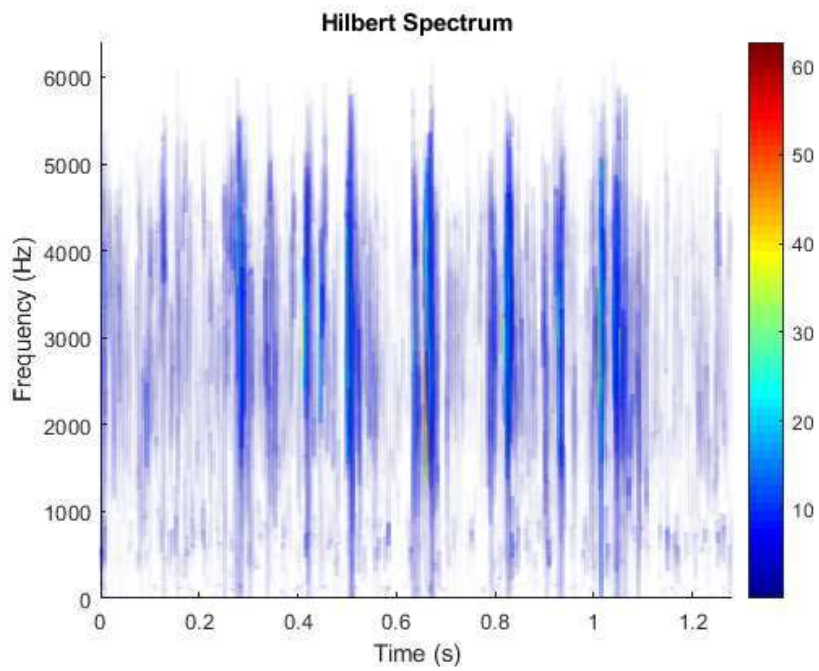


Figura 4-4-8. Espectro de Hilbert del eje con fisura 1 en dirección axial.

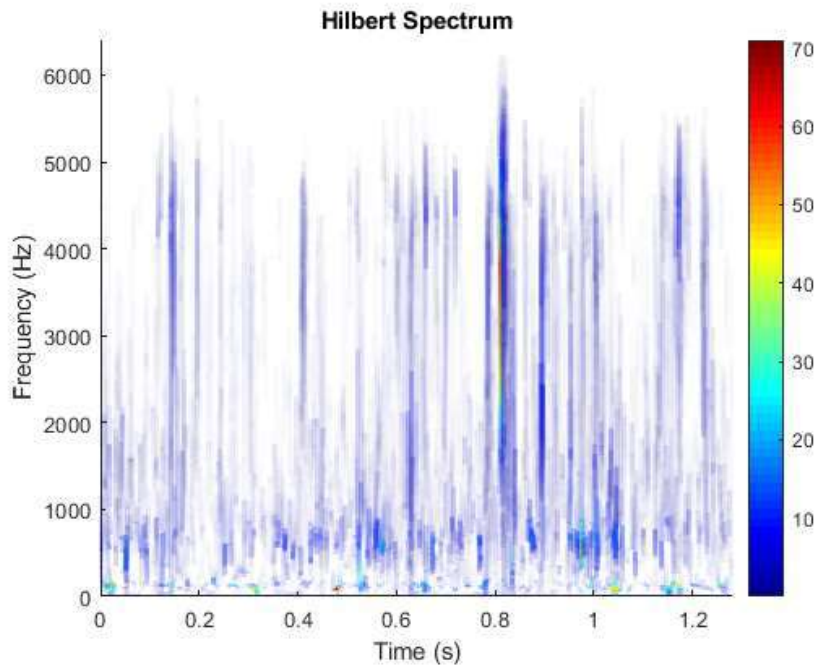


Figura 4-4-9. Espectro de Hilbert del eje con fisura 1 en dirección longitudinal.

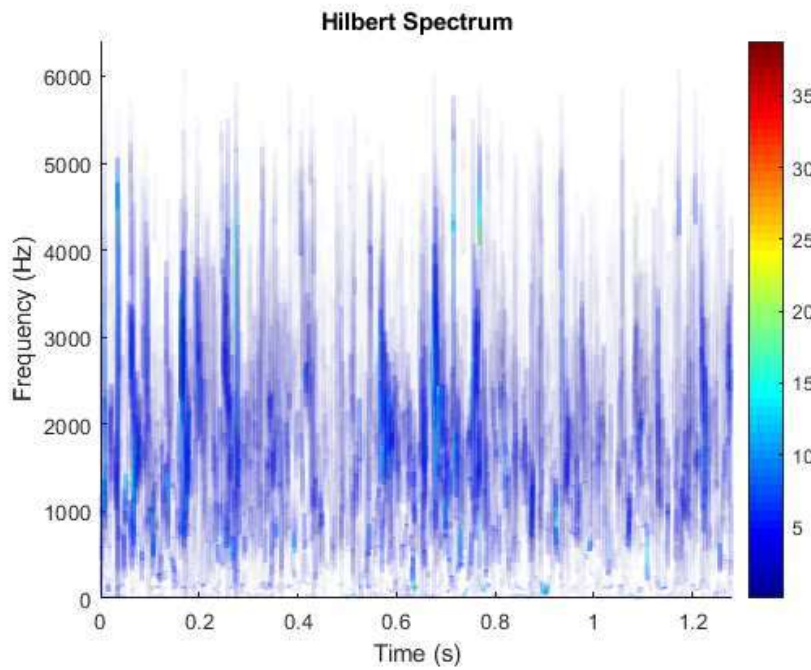


Figura 4-4-10. Espectro de Hilbert del eje con fisura 1 en dirección vertical.

- EJE FISURA 2

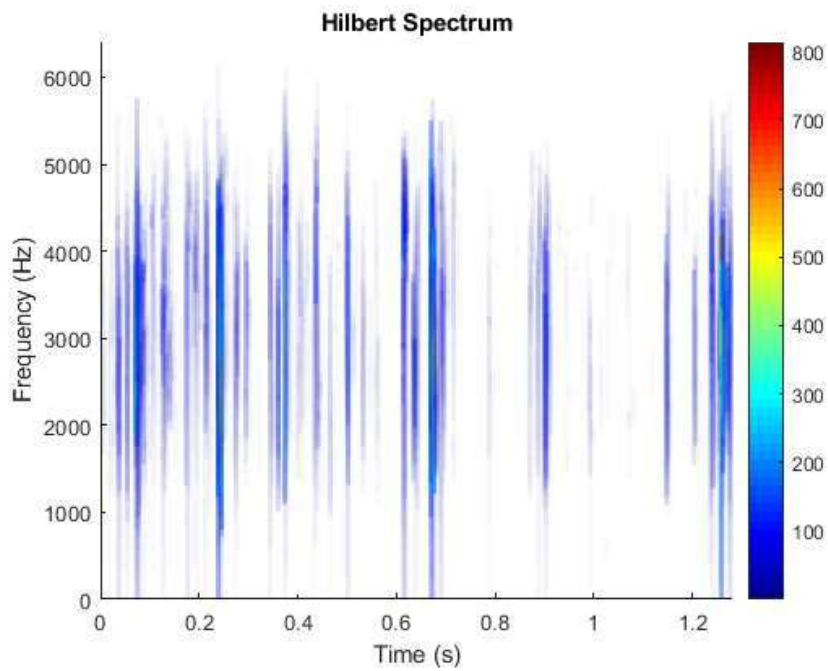


Figura 4-4-11. Espectro de Hilbert del eje con fisura 2 en dirección axial.

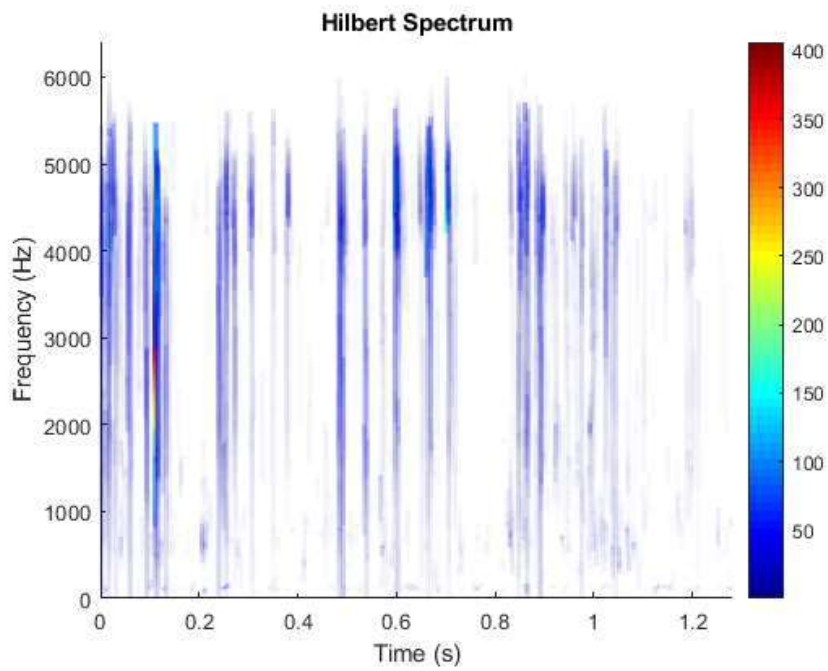


Figura 4-4-12. Espectro de Hilbert del eje con fisura 2 en dirección longitudinal.

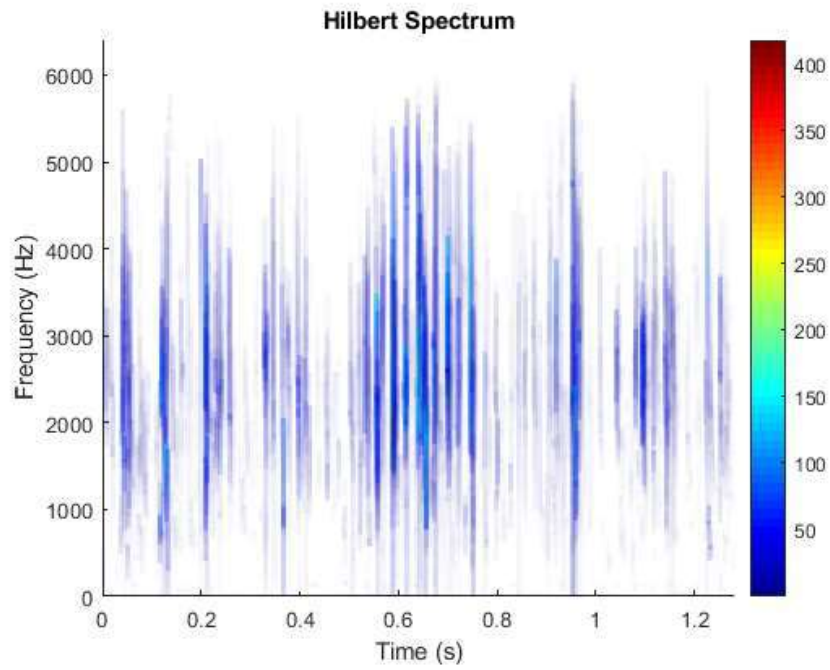


Figura 4-4-13. Espectro de Hilbert del eje con fisura 2 en dirección vertical.

- **EJE FISURA 3**

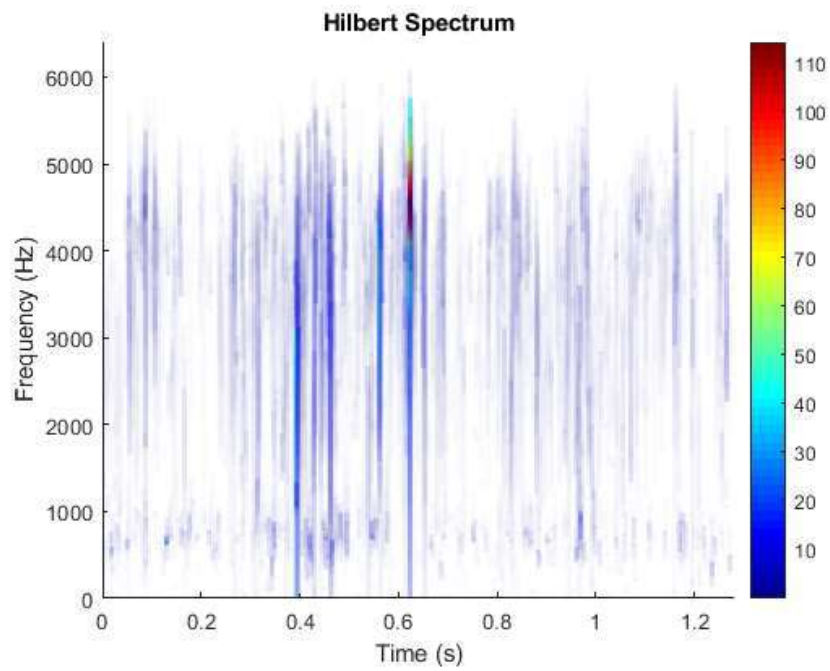


Figura 4-4-14. Espectro de Hilbert del eje con fisura 3 en dirección axial.

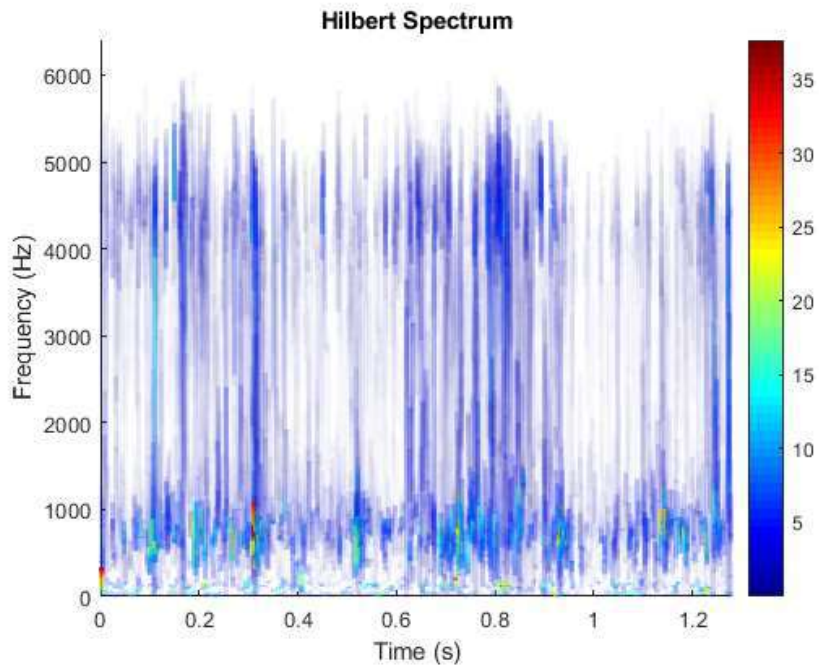


Figura 4-4-15. Espectro de Hilbert del eje con fisura 3 en dirección longitudinal.

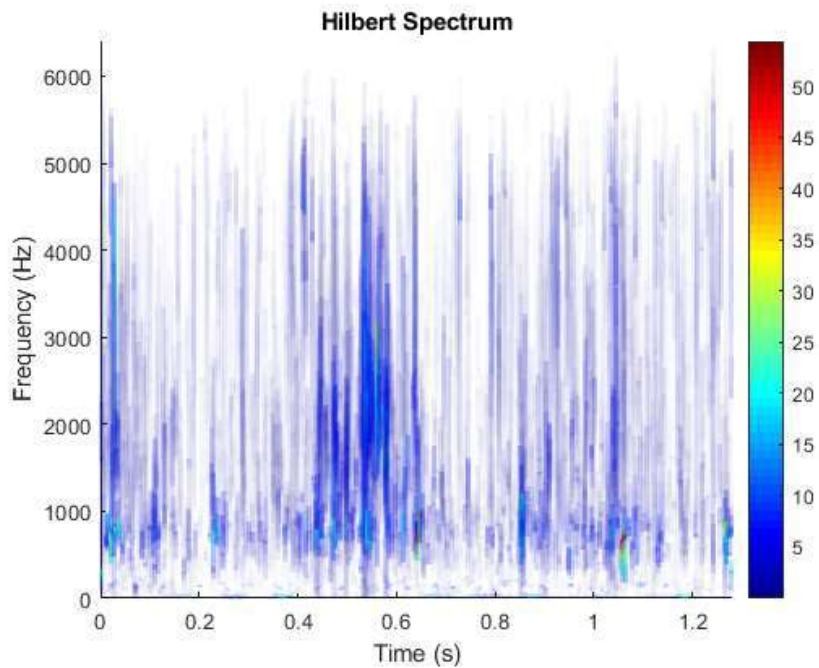


Figura 4-4-16. Espectro de Hilbert del eje con fisura 3 en dirección vertical.

Los resultados obtenidos son, en general, similares para todos los ejes y todas las direcciones. Se han seleccionado como ejemplo algunas graficas que permiten apreciar diferentes aspectos:

- En primer lugar los valores de amplitud no se mantienen constantes en el tiempo, sino que se pueden encontrar distintos tonos de azul que indican que las amplitudes van cambiando, aunque siempre en torno a valores muy bajos. Esto tiene sentido al tratarse de señales no estacionarias. Se puede apreciar con claridad en las figuras 4-4-8, 4-4-12, 4-4-12, 4-4-13 y 4-4-15.
- Al mismo tiempo se observa cómo para un instante de tiempo determinado los valores de amplitud se mantienen muy similares para casi todos los valores de frecuencia (siempre con excepciones puntuales, marcadas en rojo, naranja o azul claro). Se puede recurrir a las figuras 4-4-9, 4-4-10, 4-4-11 o 4-4-14 para comprobar dicha observación. Esta particularidad de los datos se debe a que se trata de una señal no lineal, por tanto los valores de amplitud no cambiarán de forma proporcional cuando lo haga la frecuencia.
- Todo ello hace que no existan una o varias franjas de frecuencia para los cuales la amplitud alcanza valores máximos (como ocurría en el ejemplo), sino que se dan ciertos valores pico de frecuencia para ciertos instantes y a una frecuencia de giro determinada.
- Los resultados son, en general, poco reveladores por la poca variedad de amplitudes, que se acumulan en torno a valores muy bajos, tal y como se observa en las figuras 4-4-5, 4-4-6, 4-4-7 y 4-4-16.

En este sentido, el método Hilbert Huang no es muy útil porque no permite encontrar unos valores de frecuencia en los cuales la amplitud de vibraciones es más alta, por tanto no aporta información sobre las frecuencias con mayor probabilidad de causar daños en el bogie.

Si bien para otro tipo de señales recogidas este método puede ser de gran utilidad, no lo es para las señales estudiadas durante este proyecto, dada la naturaleza de los datos recogidos.

5. PRESUPUESTO

A continuación se ofrece un presupuesto, como indicador del coste del proyecto (tabla 4-4), desglosado en varios grupos:

- Equipo informático (tabla 4-1)
- Software informático (tabla 4-2)
- Personal (tabla 4-3)

EQUIPO INFORMÁTICO:

Tabla 4-1. Coste equipo informático.

Coste	% utilización	Dedicación	Período deprecación	Coste imputable
900	75	7 meses	24 meses	196,87 €

El coste imputable se ha obtenido utilizando la fórmula:

$$c = \frac{t}{d} * p * u$$

Donde

t = número de meses utilizado

d = tiempo de amortización

p = precio

u = % de utilización

SOFTWARE INFORMÁTICO:

Tabla 4-2. Coste software informático.

Software	Coste	Amortización	Coste imputable
Office	200 €	6 meses	100 €
Matlab 018	2800 €	6 meses	1400 €
		Total	1500 €

PERSONAL:

Tabla 4-3. Coste personal.

Nombre	Tarea	Coste/ hora	Dedicación	Coste imputable
Irene Fernández	Ingeniería	35 €	220 horas	7700 €
Irene Fernández	Documentación y redacción	25 €	80 horas	2000 €

Tabla 4-4. Coste total.

Equipo informático	196,87 €
Software informático	1500 €
Personal	9700 €
Costes de impresión	150 €
	11.546,87 €
Costes indirectos (15%)	1.732,03
Subtotal	13.278,90 €
IVA (21%)	2.788,60 €
TOTAL	16.067,50 €

6. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

6.1 Conclusiones

Para hacer una valoración del trabajo realizado y de los resultados obtenidos es necesario atender a la aportación técnica.

Este proyecto está orientado al análisis con técnicas modernas de las vibraciones generadas en un dispositivo ferroviario. Para ello, se han considerado primero métodos clásicos del análisis de señales, como son las técnicas de Fourier o Wavelet. Sin embargo, y tras un estudio de las posibilidades que estos métodos ofrecen, se han desestimado por no ser la mejor opción para analizar el tipo de datos con los que se contaba en este caso.

Una vez analizadas las técnicas clásicas, se han analizado las señales con el método de Hilbert-Huang que, en principio, era válido para señales no lineales y no estacionarias. La premisa de partida fue que se desconocía la validez del método, lo que significa que el objetivo, además de aportar información sobre las señales, era comprobar si el método Hilbert-Huang proporcionaba resultados concluyentes.

La utilización de nuevas técnicas para el estudio de vibraciones en sistemas ferroviarios supone no solo un avance en investigación, sino también la posibilidad de la mejora del sistema ferroviario de cara al mantenimiento y las inversiones en infraestructura. Por este motivo este proyecto abarca por un lado los aspectos teóricos de las herramientas aplicadas y por otro lado la capacidad de aplicar estas herramientas a un entorno como la industria 4.0, donde el intercambio de datos entre el software y la máquina es la principal ventaja.

A partir de los datos recogidos del bogie en un banco de ensayos, se han aplicado por un lado herramientas estadísticas y por otro el novedoso método de Hilbert Huang Taylor, que se podría considerar aún en pleno desarrollo.

Puesto que el objetivo era comprobar la viabilidad del método HHT, los análisis estadísticos han aportado simplemente la información necesaria para comprobar que no existían anomalías en los datos que pudieran afectar al proceso y sus resultados. Una vez superado este punto se ha procedido a aplicar por partes los pasos necesarios para aplicar el método HHT. Los espectros de potencia han aportado datos de interés sobre las amplitudes de vibración, y la envolvente y la separación en IMF's han

permitido hallar los espectros de Hilbert Huang, claves para determinar la viabilidad del método.

Llegados al final del proyecto, podemos valorar la validez de la labor realizada como muy positiva, atendiendo a la consecución de los objetivos marcados al principio, pues se ha conseguido el objetivo principal: “el estudio, mediante técnicas de procesamiento de señal modernas, del comportamiento vibratorio de un vehículo ferroviario en un banco de ensayos” a plena satisfacción.

Además, tal y como se explicó al inicio de este proyecto, para conseguir el objetivo principal es preciso cumplir unos objetivos secundarios, también logrados:

- En primer lugar, se ha realizado el análisis y selección de la documentación sobre técnicas de tratamiento de señales.
- Se han obtenido las gráficas de los espectros de potencia normalizados, tanto el de la señal como el de su envolvente. Estos resultados gráficos han permitido realizar un análisis comparativo en los dos ejes y un estudio de los picos de amplitud.
- Además, se han obtenido las gráficas promedio, concluyendo que no aportaban más información que las anteriores.
- Se realizaron análisis estadísticos mediante el evolución de los valores RMS y curtosis, estos análisis han servido como prueba de la importancia del estudio estadístico en el análisis de señales.
- El procedimiento que sigue el método Hilbert Huang fue desglosado y realizado paso a paso de cara a mostrar con claridad la aplicación del citado método. Esto resulta de gran utilidad a nivel de investigación para comprobar dónde podrían existir los fallos o las ventajas en la aplicación del método.
- Por último, se han obtenido los espectros de Hilbert Huang de las señales vibratorias del bogie ferroviario, obteniendo una representación gráfica de los espectros que mostraría las franjas con mayores valores de amplitud respecto al tiempo y la frecuencia. Dada la naturaleza de los datos, los resultados no han sido totalmente satisfactorios: los valores de amplitud no se mantienen siempre constantes en alguna franja de tiempo o frecuencia, por ello los resultados de las gráficas son definitorios sólo parcialmente, con saltos muy grandes de amplitud, lo que aporta información solo útil parcialmente.

Es destacable en este proyecto que el resultado de este proceso de análisis es positivo, en términos de investigación, pues se estudia la validez del método de Hilbert Huang que era el objetivo principal y se ha comprobado que es un método útil para este tipo de datos pero no totalmente definitorio.

De todo el proceso de análisis se pueden extraer varias valoraciones:

- En primer lugar, se han verificado las posibilidades que ofrece la herramienta Matlab2018 en cuanto a herramienta para el cálculo y análisis de valores estadísticos y aplicación del método HHT. Esto queda reflejado en el proyecto.
- Pero la aportación más importante es la posible aplicación de los procesos y resultados de este proyecto a futuros estudios en este ámbito: la comprobación de que un método es útil o parcialmente útil para cierto tipo de datos abre el camino a otros métodos matemáticos para que se adapten a un abanico más amplio de datos. Esto aporta riqueza y versatilidad al campo de la investigación en el ámbito de la ingeniería mecánica en este caso, en concreto, al estudio de vibraciones generadas en sistemas mecánicos ferroviarios.

6.2 Trabajos futuros

En términos de investigación queda un amplio margen de estudio de métodos derivados de la Transformada de Fourier, que podrían ser clave para encontrar técnicas versátiles de estudio de vibraciones para todo tipo de datos. Este podría ser un campo a explorar, junto con seguir desarrollando el método de Hilbert Huang Transform, que ha demostrado ofrecer muchas posibilidades para el estudio de datos no estacionarios.

Por otro lado, se podría encontrar un amplio campo de investigación en torno al método de Wavelet, para señales lineales pero no estacionarias. De la misma forma que se han obtenido métodos derivados de la transformada de Fourier, se podrían desarrollar métodos a partir de Wavelet, de forma que se amplíe el campo de estudio de señales no estacionarias para todo tipo de datos.

En cuanto al estudio de espectrogramas, la herramienta Matlab ha demostrado ser eficaz. Sin embargo podría ser interesante aplicar el método de la transformada de Hilbert Huang en otro software para comparar el aspecto de los espectros de Hilbert Huang.

Si nos centramos en la aplicación industrial, existe aún un escalón vacío que cerraría el ciclo de la denominada industria 4.0. Una vez extraídos y analizados los datos del sistema, en este caso el bogie en funcionamiento en las instalaciones de Renfe en Villaverde, el siguiente paso sería llevar de vuelta los resultados obtenidos de forma que puedan ser utilizados para la mejora de dicho sistema. Estas mejoras se refieren tanto a mantenimiento como a fabricación de nuevos productos.

7. REFERENCIAS (bibliográficas y web)

1. Del Val, J.L. (18 de marzo de 2016). *Industria 4.0: la transformación digital de la industria*. Revista Ingeniería, Universidad de Deusto.
2. *Más ingenieros*. (2017).

Recuperado de:

<http://www.masingenieros.com/portfolio/el-nuevo-reto-la-industria-4-0/>
(Acceso: enero 2019)
3. *Informe 2017*. Observatorio del Ferrocarril en España. (Diciembre 2018). Ministerio de Fomento, Gobierno de España
4. *Informe de la Comisión Técnico Científica para el estudio de mejoras en el Sector Ferroviario*. (Junio 2014). Comisión Técnico Científica para el estudio de mejoras en el Sector Ferroviario. Ministerio de Fomento, Gobierno de España.
5. Peña, D. (2005). *Fundamentos de estadística* (1ª edición). Madrid: Alianza Universidad.
6. Medidas de asimetría y curtosis. Repositorio Institucional, Universidad Autónoma del Estado de México. Recuperado de:
<http://ri.uaemex.mx/bitstream/handle/20.500.11799/32033/secme-21228.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (Acceso: febrero 2019)
7. Oppenheim, A. V. & Schafer, R.W. (1999). *Discrete-time signal processing*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 1998.
8. Monter, L. F. & Ríos, D. I. "Características Básicas de una Señal Periódica (Amplitud, Frecuencia, Fase)", apuntes de la asignatura *Comunicaciones en redes*. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. México. Recuperado de:
http://cidecame.uaeh.edu.mx/lcc/mapa/PROYECTO/libro27/132_caractersticas_bsicas_de_una_seal_peridica_amplitud_frecuencia_fase.html
9. Trapero, J.R. (2008). *Técnicas de Identificación Algebraicas y Espectrales de Señales Armónicas. Aplicaciones en Mecatrónica y Economía*. TESIS DOCTORAL. Universidad de Castilla-La Mancha. España.
10. Marple, L. (1999). Computing the discrete-time" analytic" signal via FFT. *IEEE Transactions on signal processing*, 47(9), 2600-2603.

11. García, M. O. (2016). *Adaptación y Aplicación de la Transformada de Hilbert-Huang a Sistemas Eléctricos: Aplicaciones en el Estudio de la Gestión de la Demanda y Caracterización de Transitorios* [Tesis doctoral]. Universidad Politécnica de Cartagena, Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial, España.
12. Huang, N. E. (2005). *Hilbert-Huang transform and its applications. Interdisciplinary mathematical sciences*, Vol. 16. World Scientific.
13. Marengo, F.A. (2013). *Transformada de Hilbert-Huang y sus aplicaciones en ingeniería y ciencia*. III Jornadas de Acústica (JOSAC 2013). Córdoba, Argentina.
14. Gómez, M. J. & Corral, E. & Castejón, C. & García, J.C. "Effective Crack Detection in Railway Axles Using Vibration Signals and WPT Energy." *Sensors*, vol. 18, nº5, mayo 2018. [En línea]. Disponible en: <https://www.mdpi.com/1424-8220/18/5/1603>. Acceso: junio 2019.
15. De Jalón, J. G. & Rodríguez, J. I. & Vidal, J. (2005). *Aprenda Matlab 7.0 como si estuviera en primero*. Universidad Politécnica de Madrid, España.
16. *Mathworks*. (2018). Recuperado de: <https://es.mathworks.com/>
17. Quispe, D. E. (2017). *Análisis vibratorio de un dispositivo mecánico. Aplicación a un sistema ferroviario* (Trabajo fin de grado). Universidad Carlos III Madrid, Departamento de Ingeniería Mecánica, España.
18. *Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogies. Ejes. Requisitos de producto*. AEN/CTN 25. UNE-EN 13261- 2011.
19. *Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogies. Ejes montados. Requisitos de producto*. AEN/CTN 25. UNE-EN 13260- 2011.
20. *Aplicaciones ferroviarias. Requisitos de funcionamiento de los ejes montados en servicio. Mantenimiento de los ejes montados en servicio y fuera del vehículo*. CTN 25. UNE-EN 15313- 2017.
21. *Aplicaciones ferroviarias. Requisitos para bogies y órganos de rodadura*. AEN/CTN 25. UNE-EN 15827- 2011.
22. Sánchez, F.T & González, A.P. & Sancho, J. L. & Rodríguez, P. J. (2007). *Mantenimiento mecánico de máquinas*. Universitat Jaume I. Castellón, España.

8. ANEXOS

Anexo A: señales y sus correspondientes espectros de potencia, además de los espectros de potencia de la envolvente (ambos normalizados). (En documento aparte.)

Anexo B: señales y su correspondiente histograma. (En documento aparte).

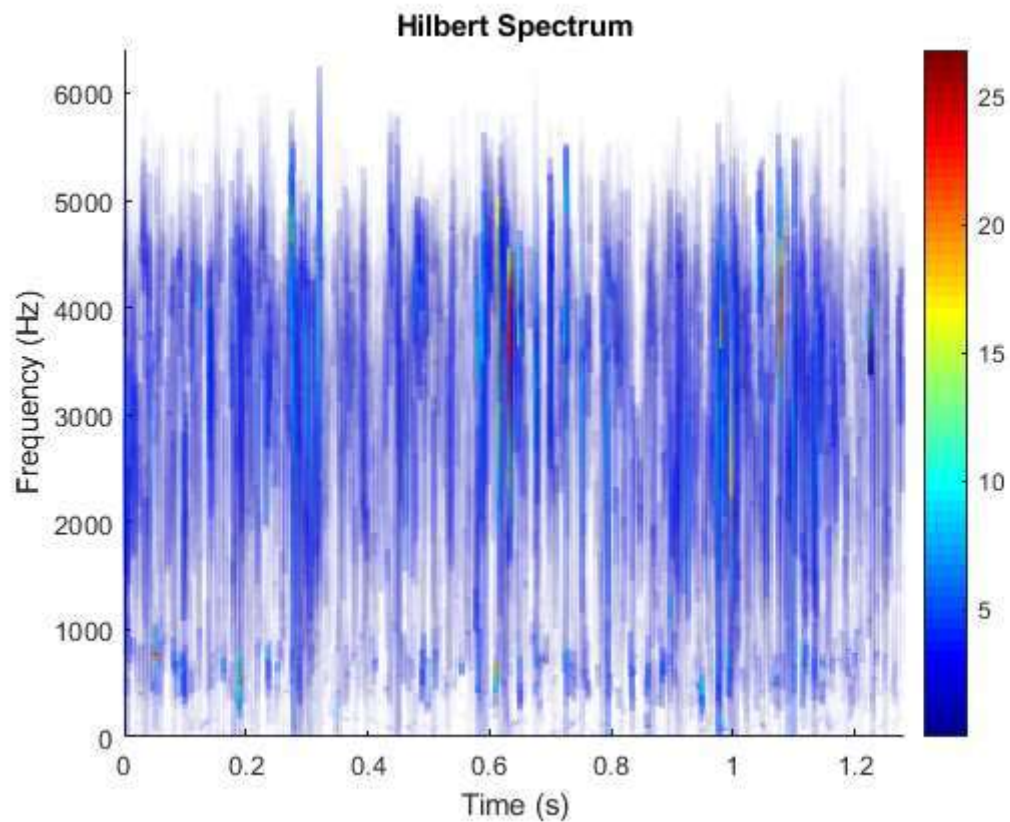
Anexo C: señales y su envolvente. (En documento aparte).

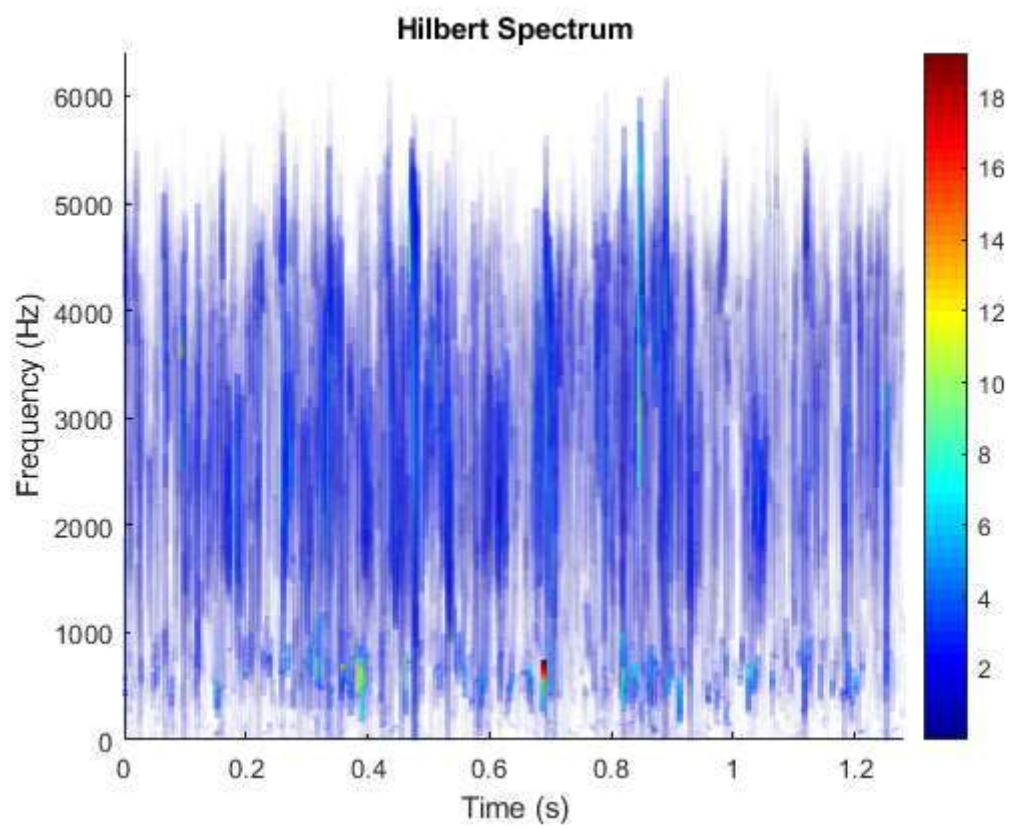
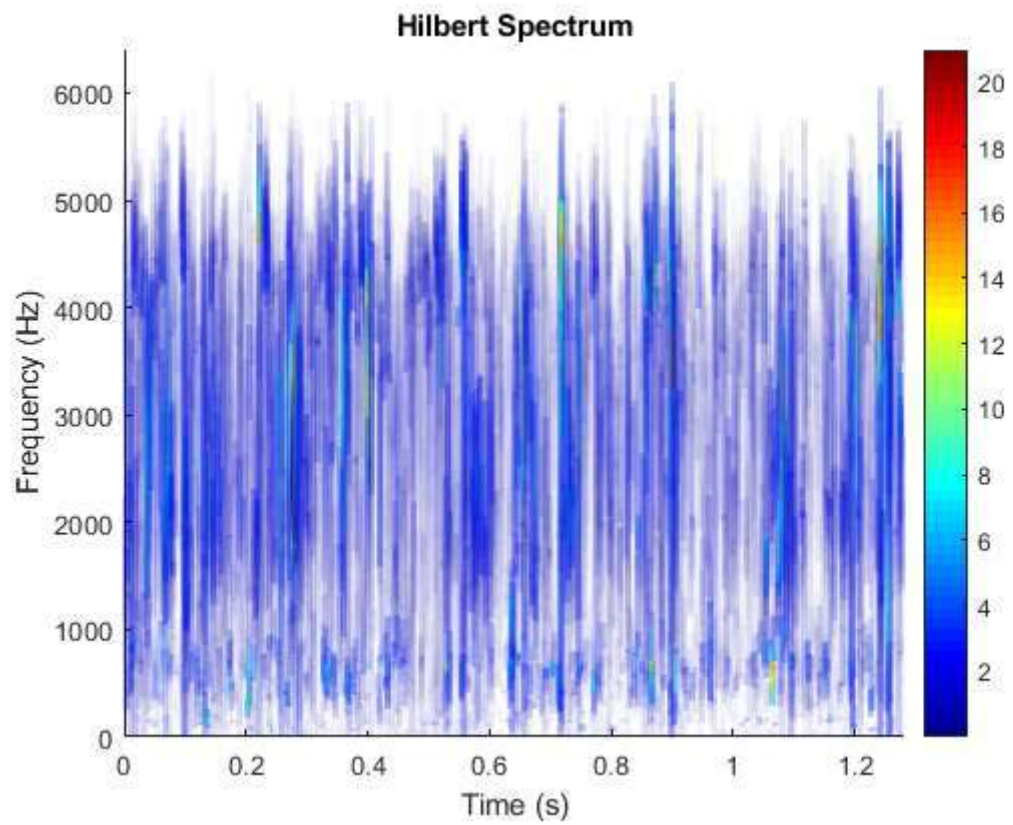
Anexo D: se muestran los 3 primeros IMF's calculados a partir de la señal original, y el residuo final. (En documento aparte).

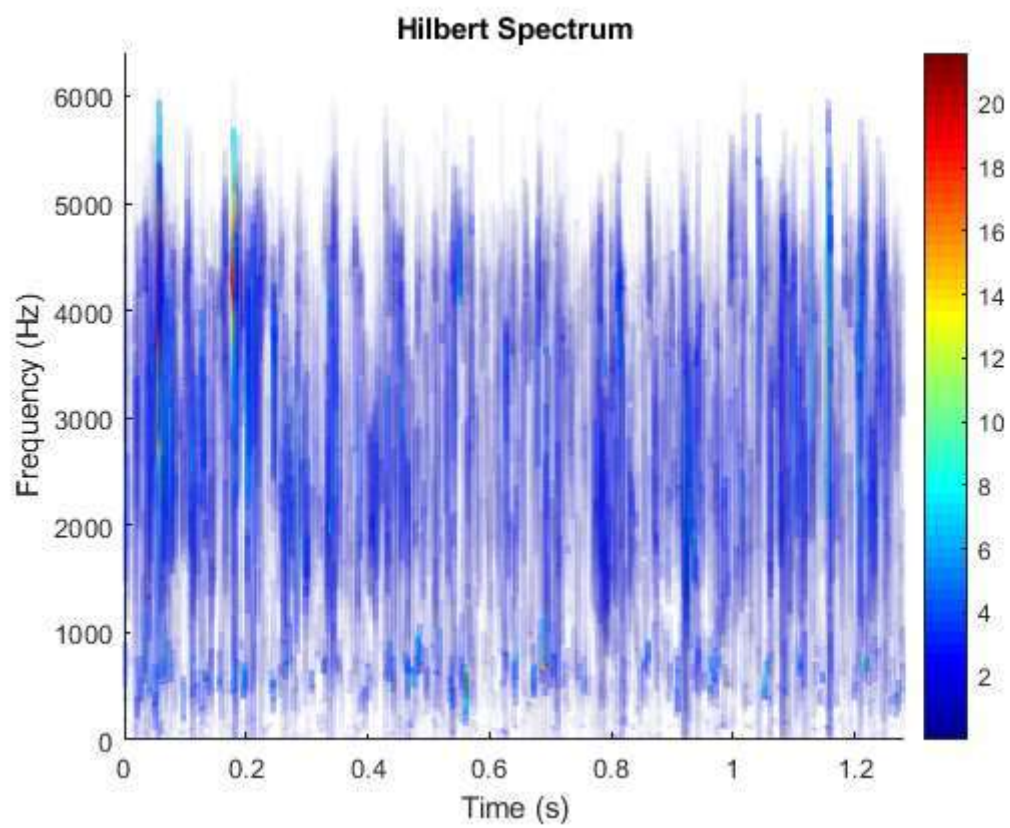
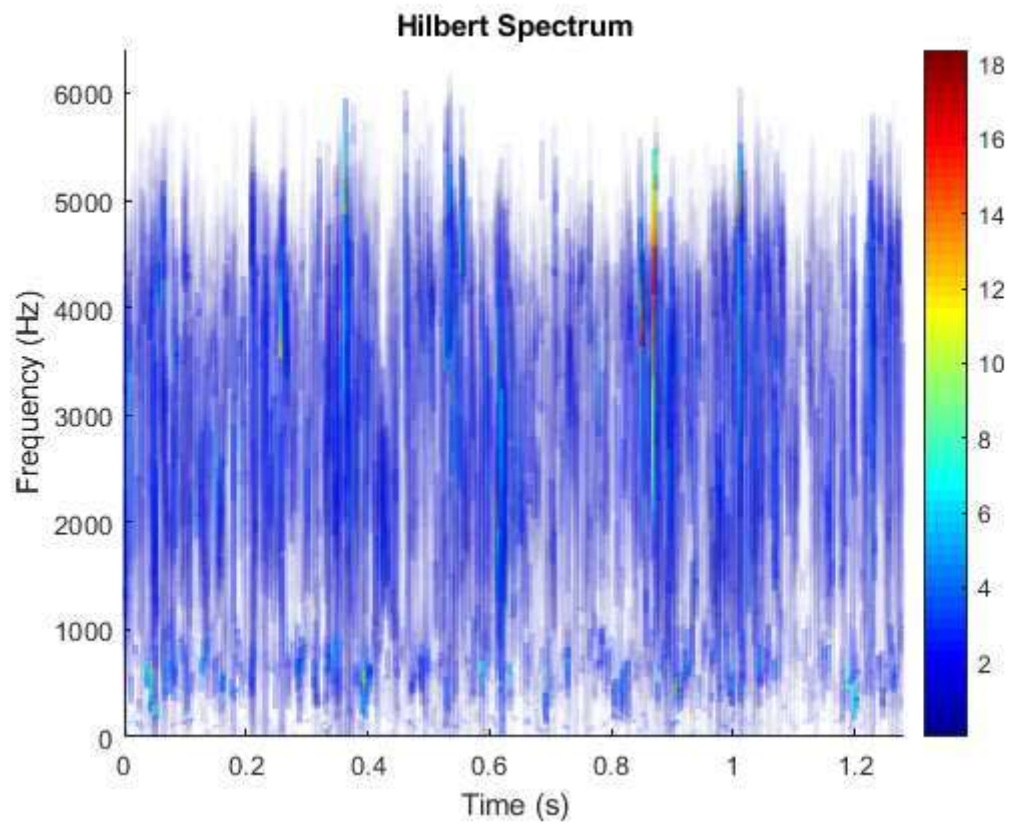
Anexo E: espectros de Hilbert Huang.

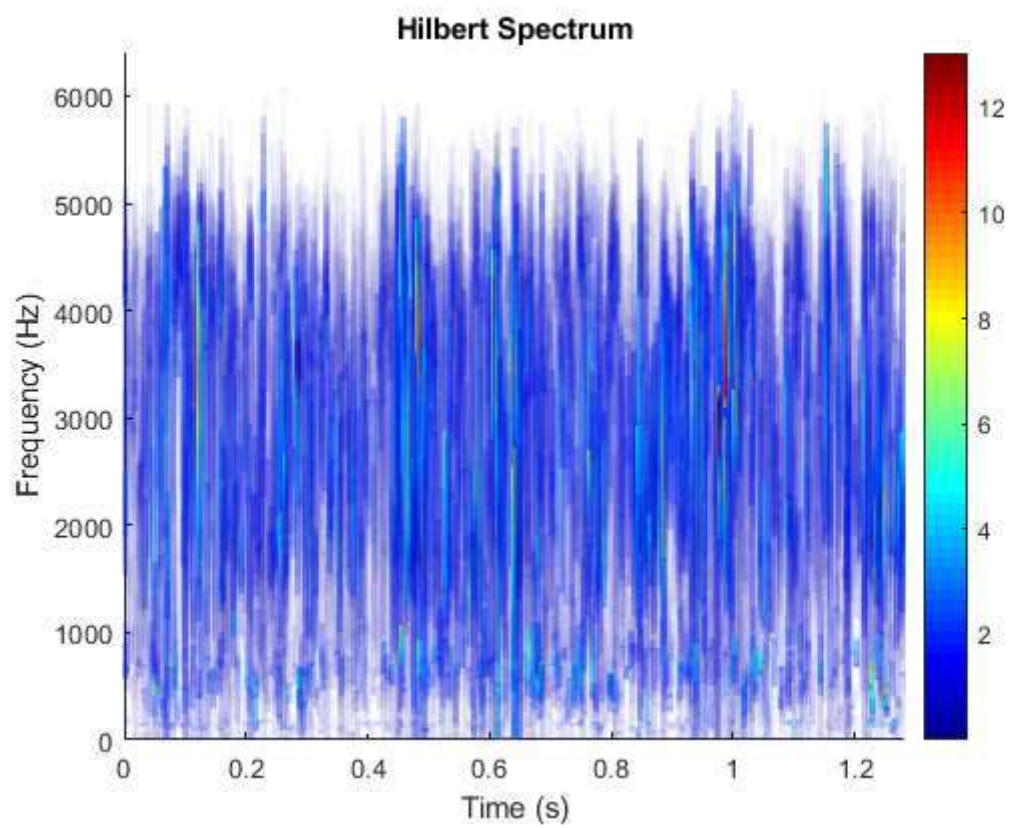
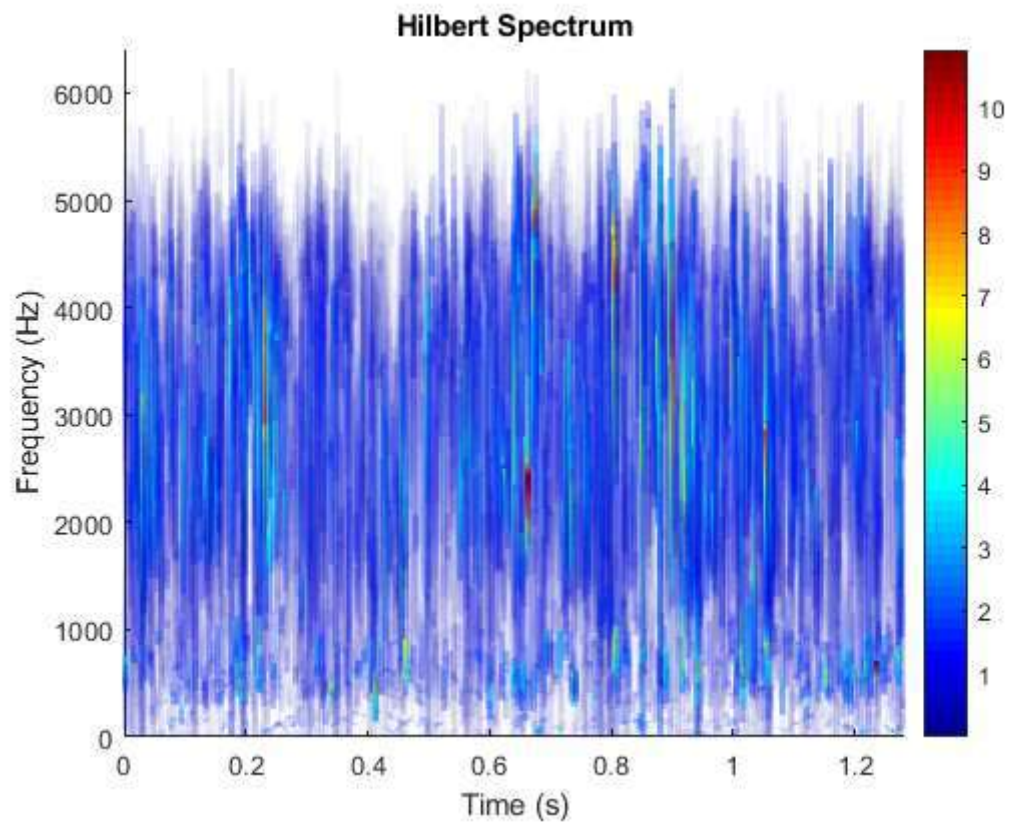
ANEXO E- Espectro de Hilbert Huang

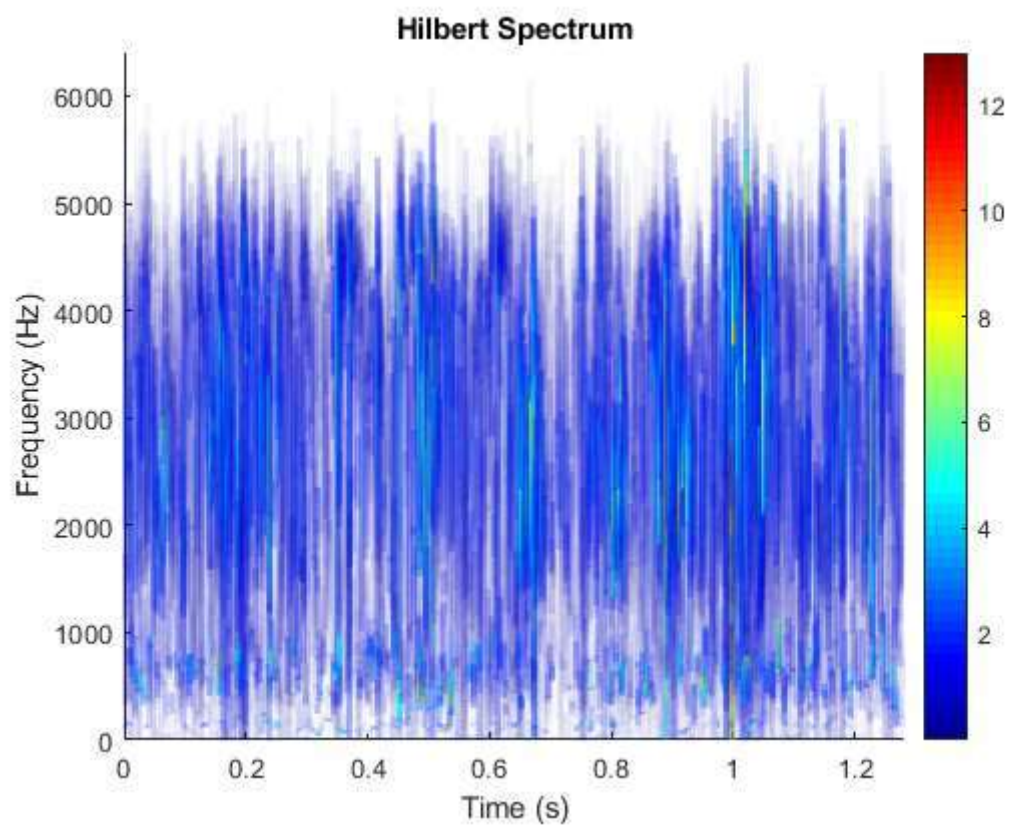
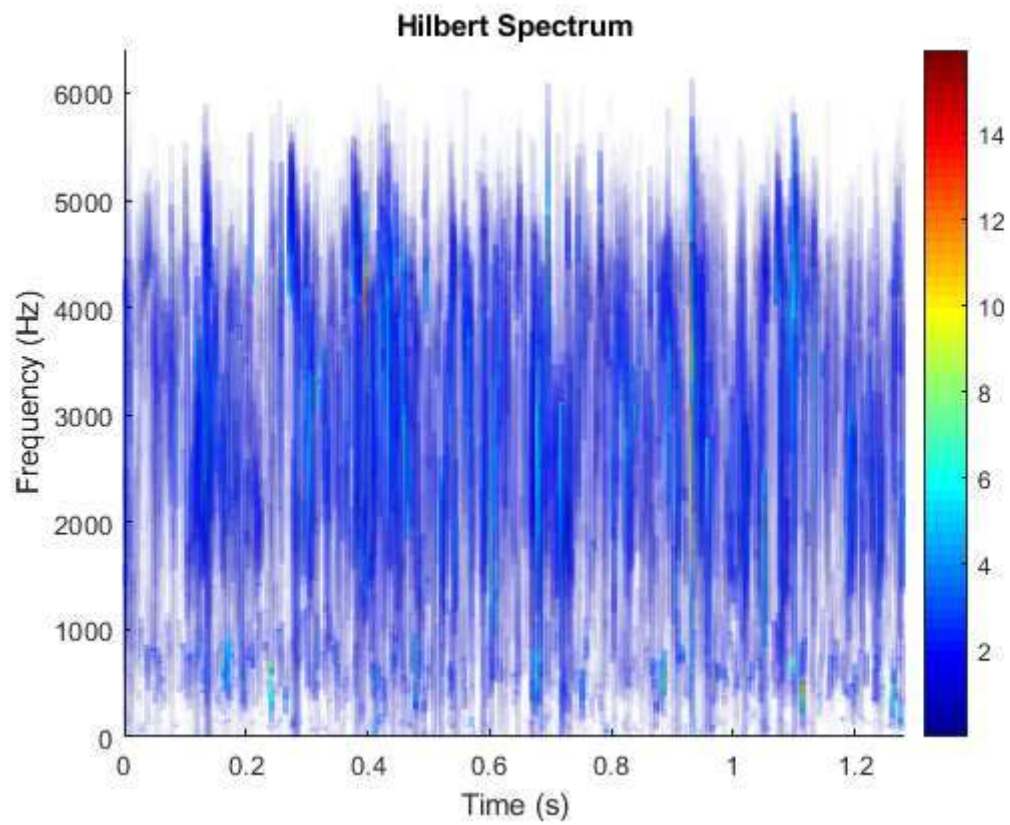
Eje sano dirección axial

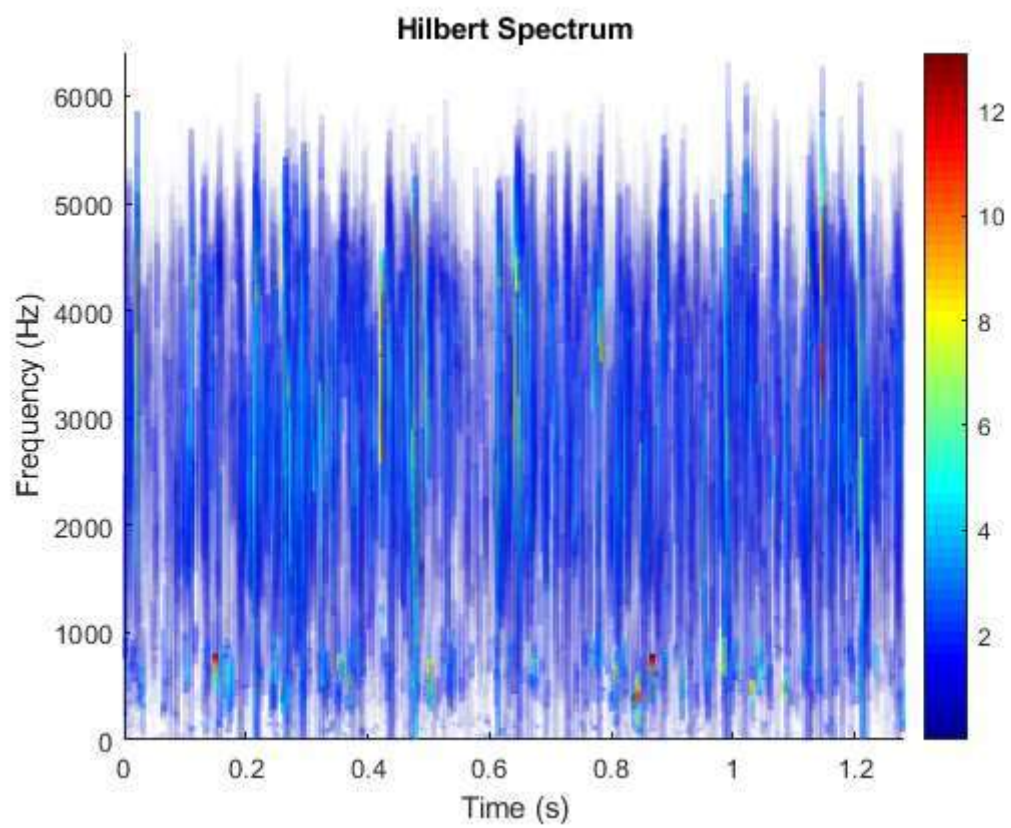
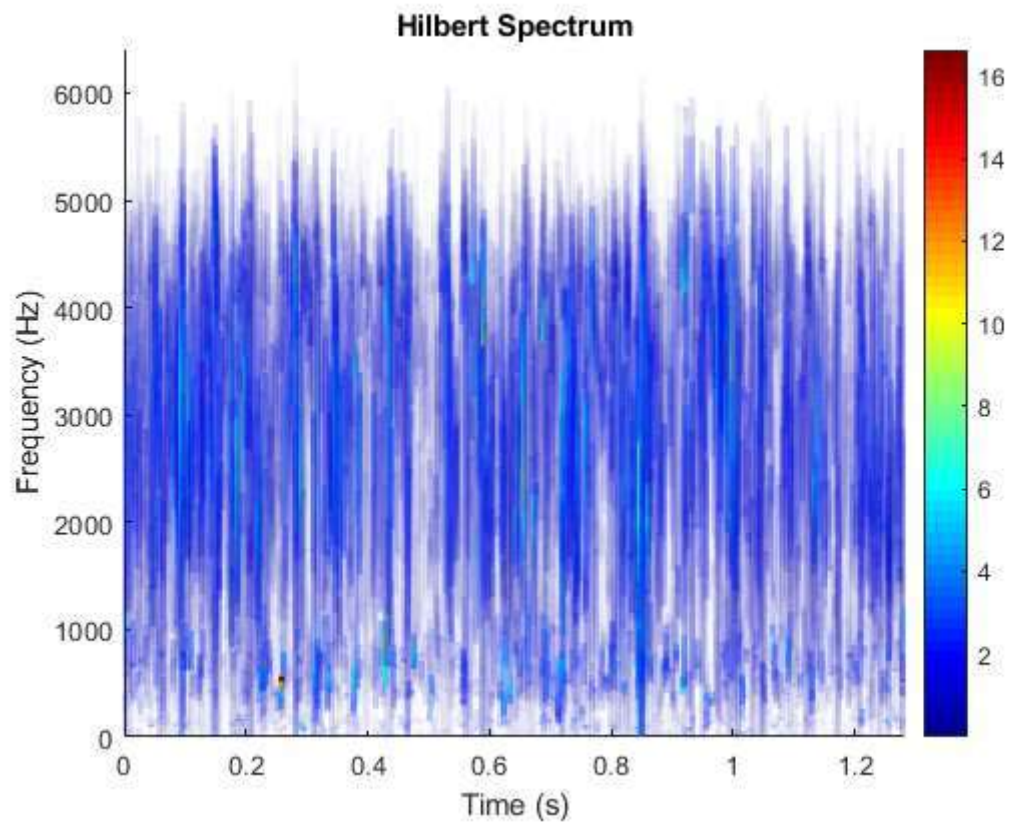


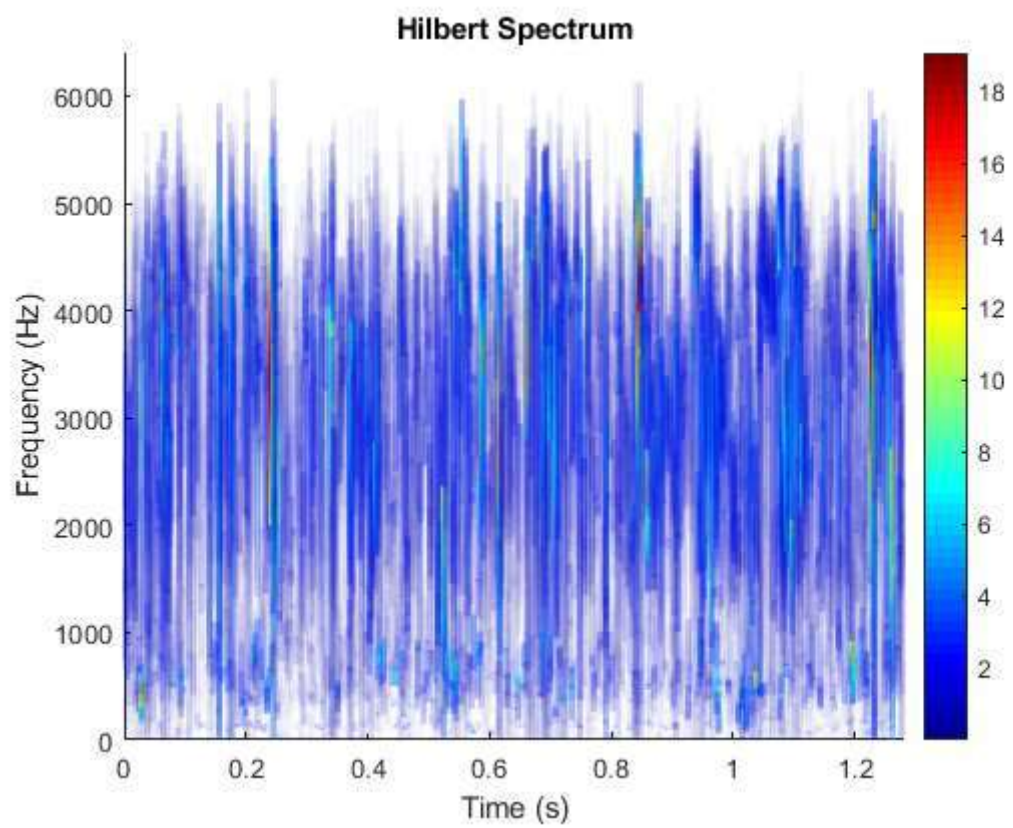
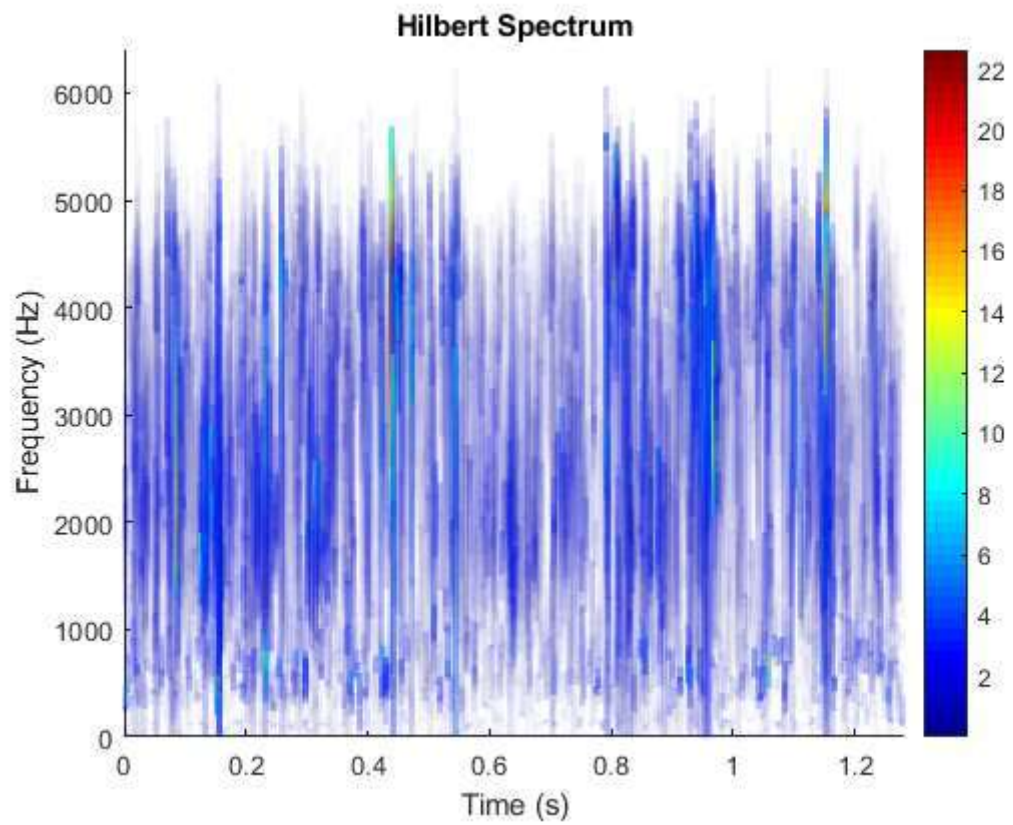


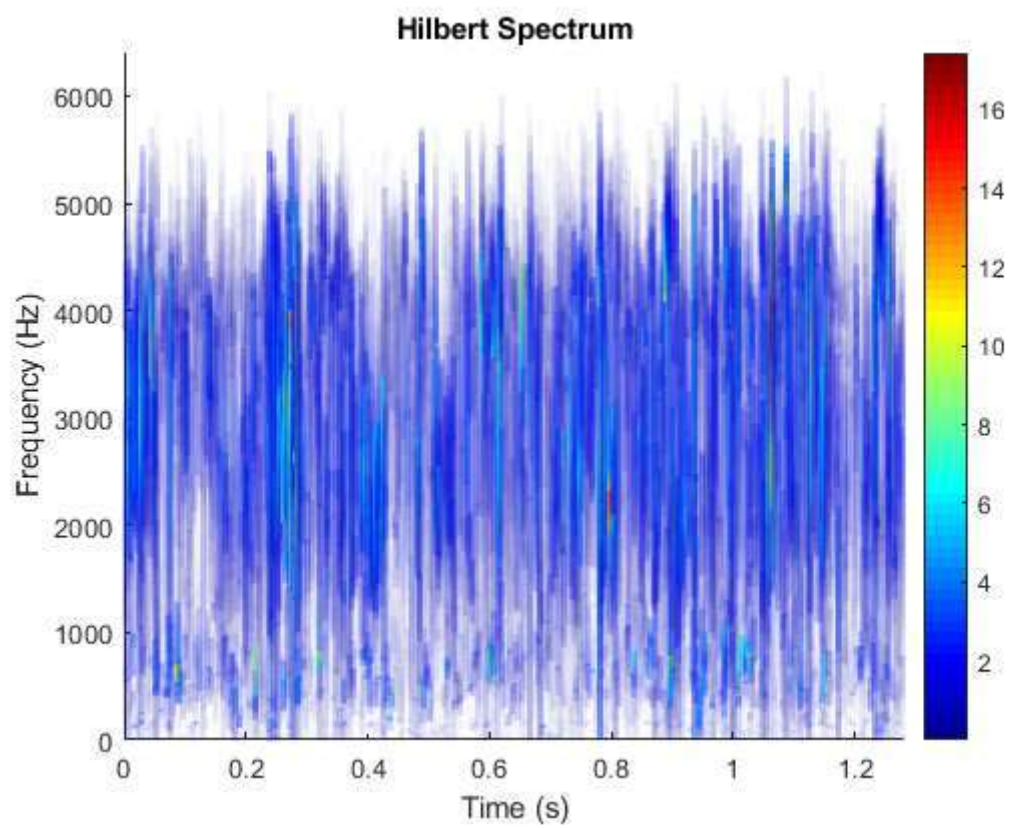
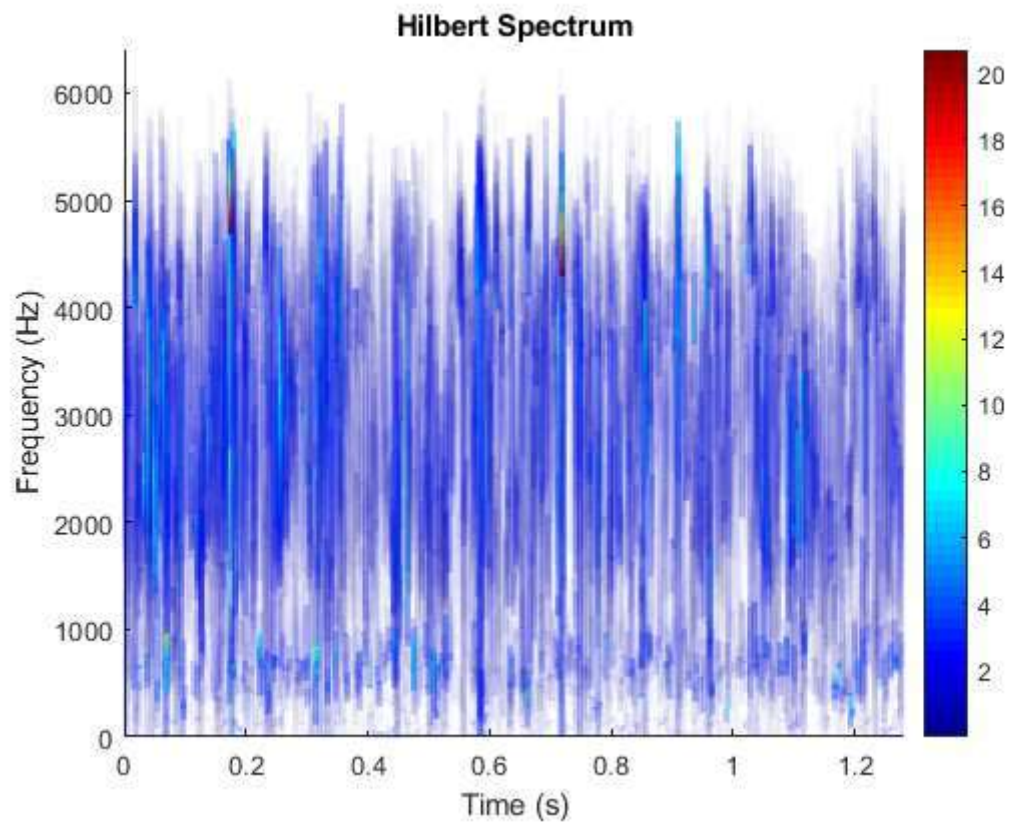


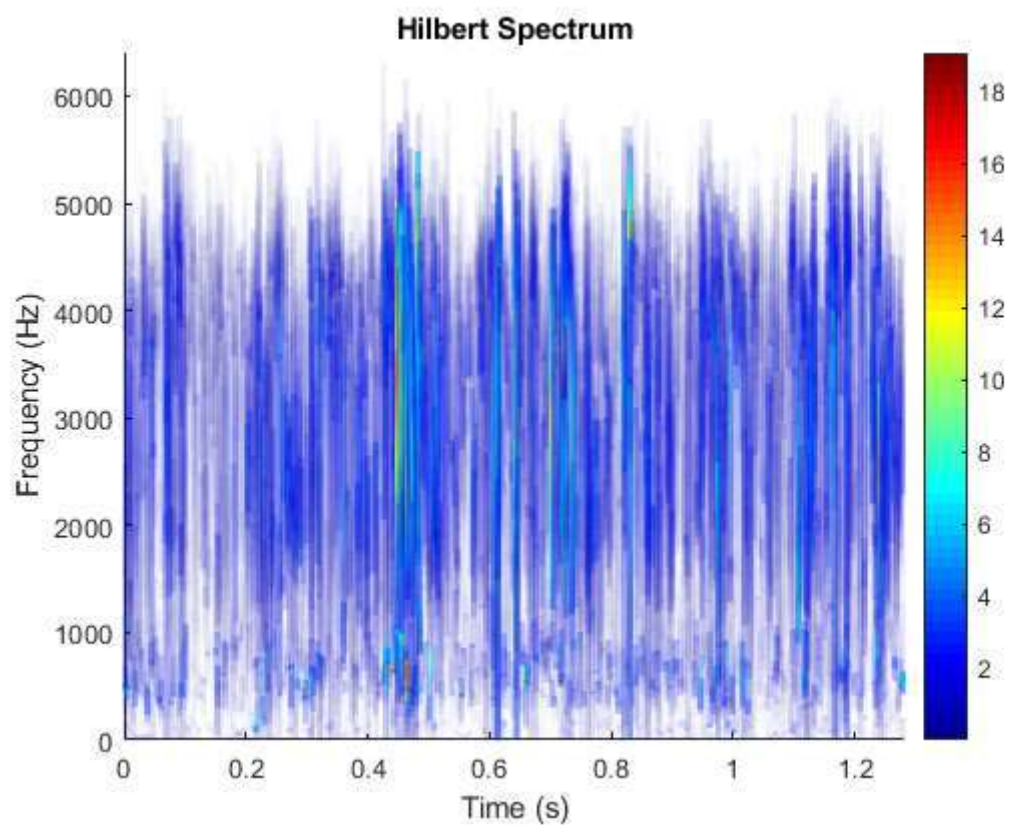
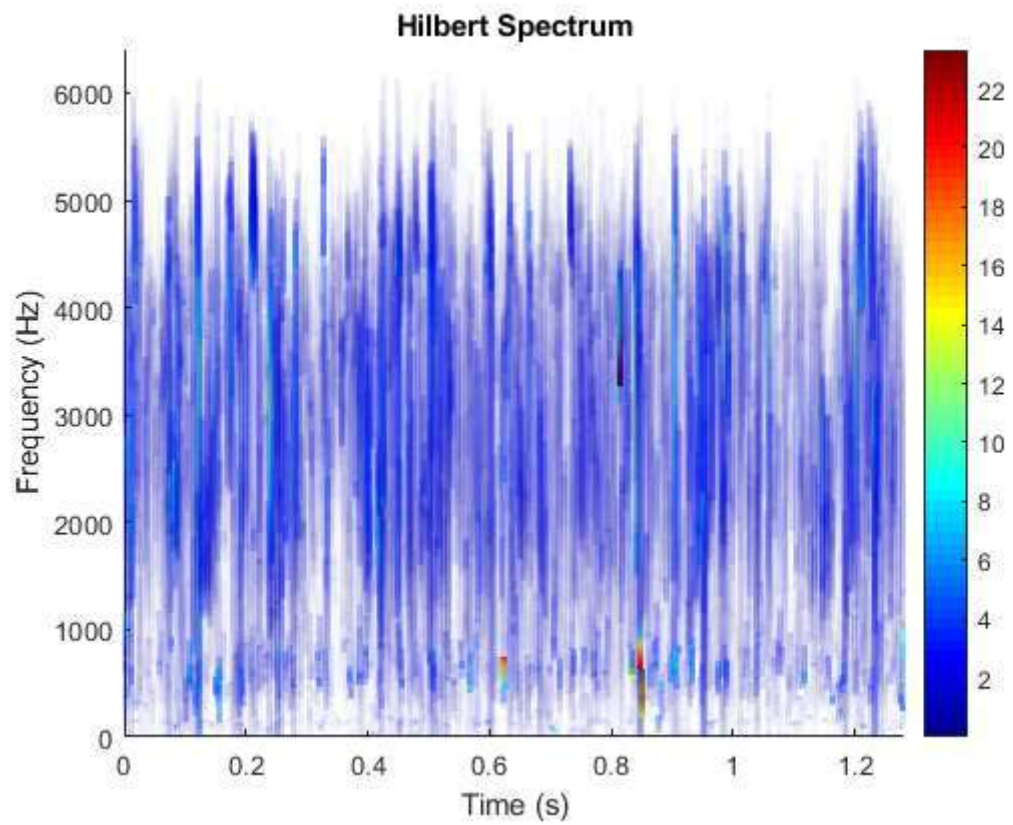


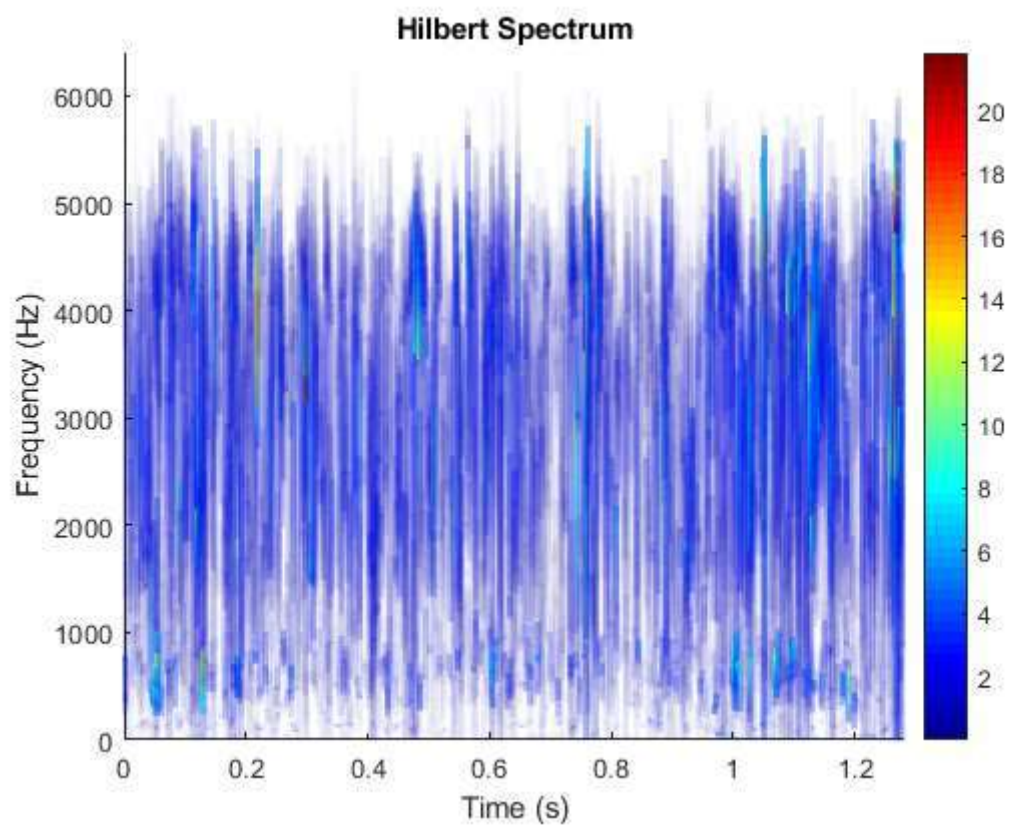
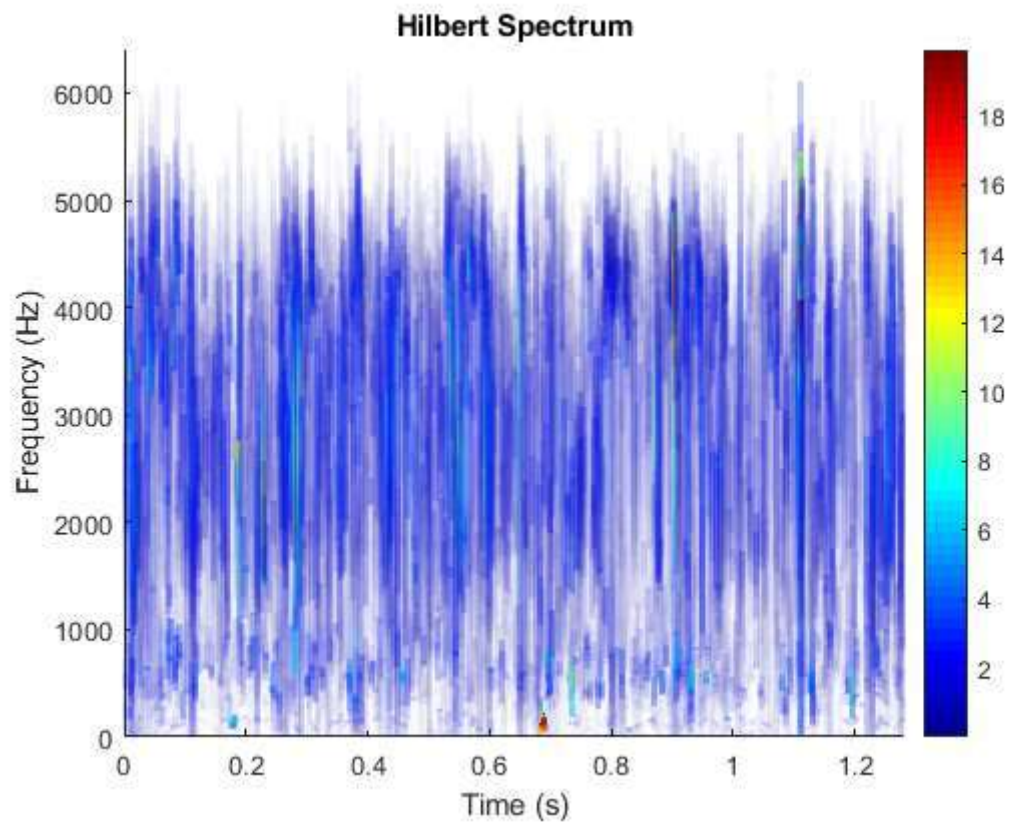


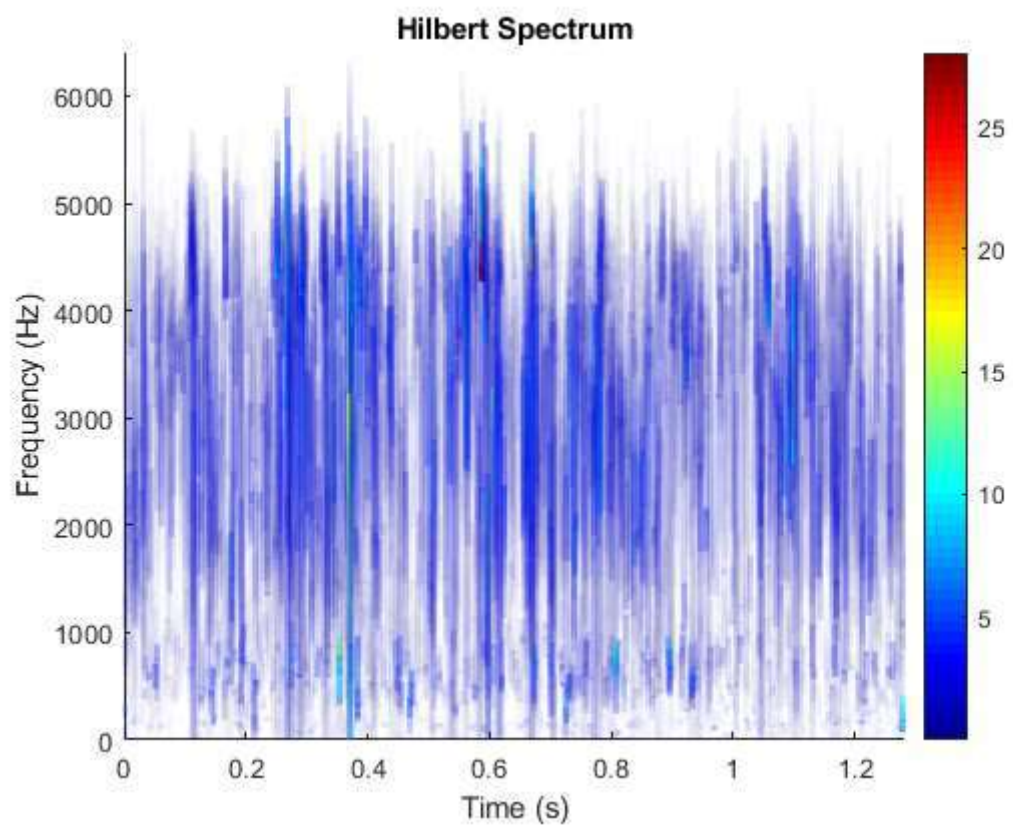
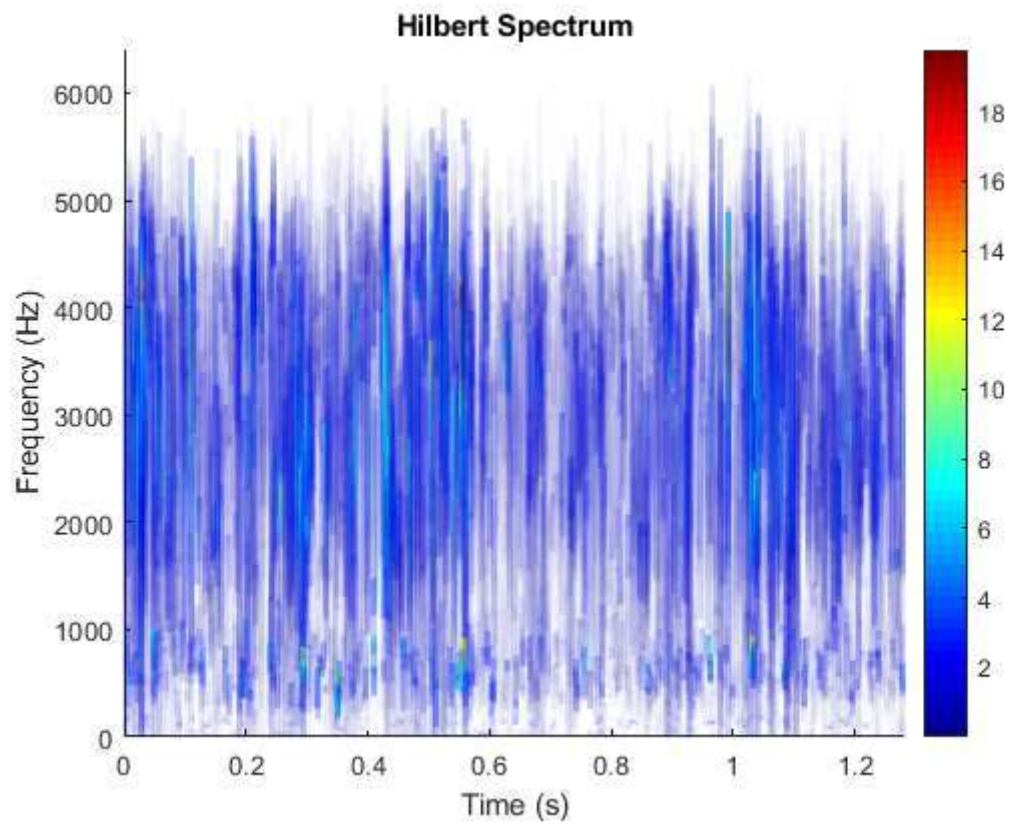


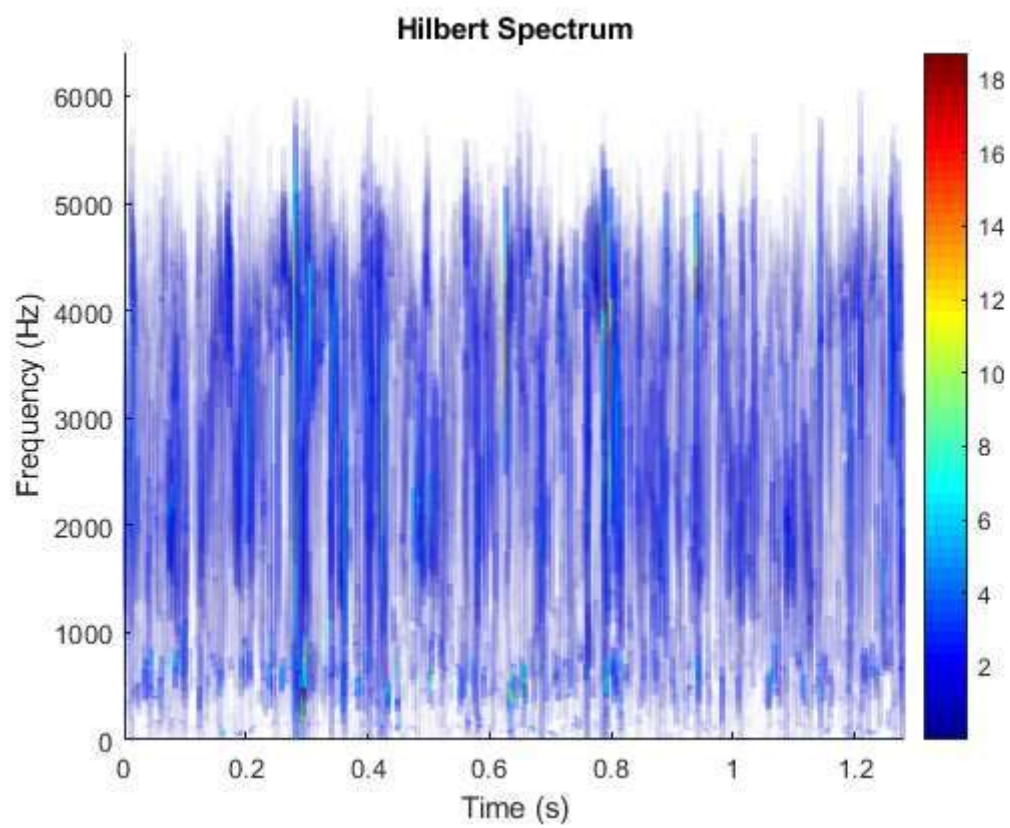
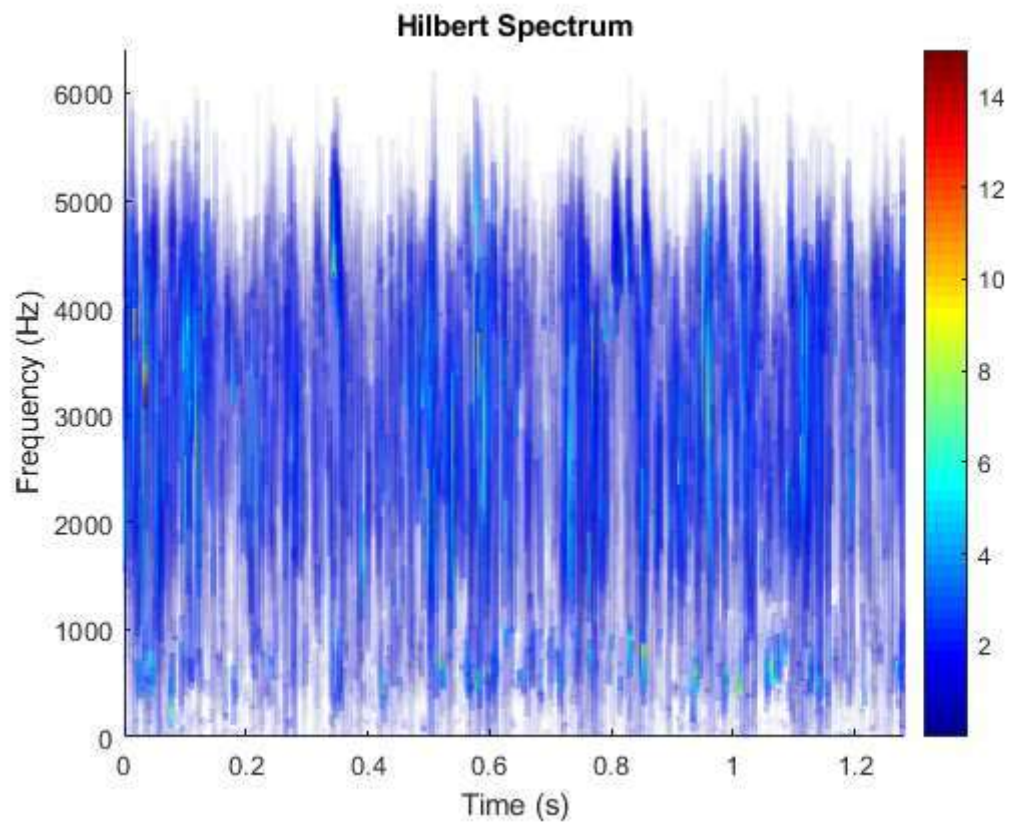


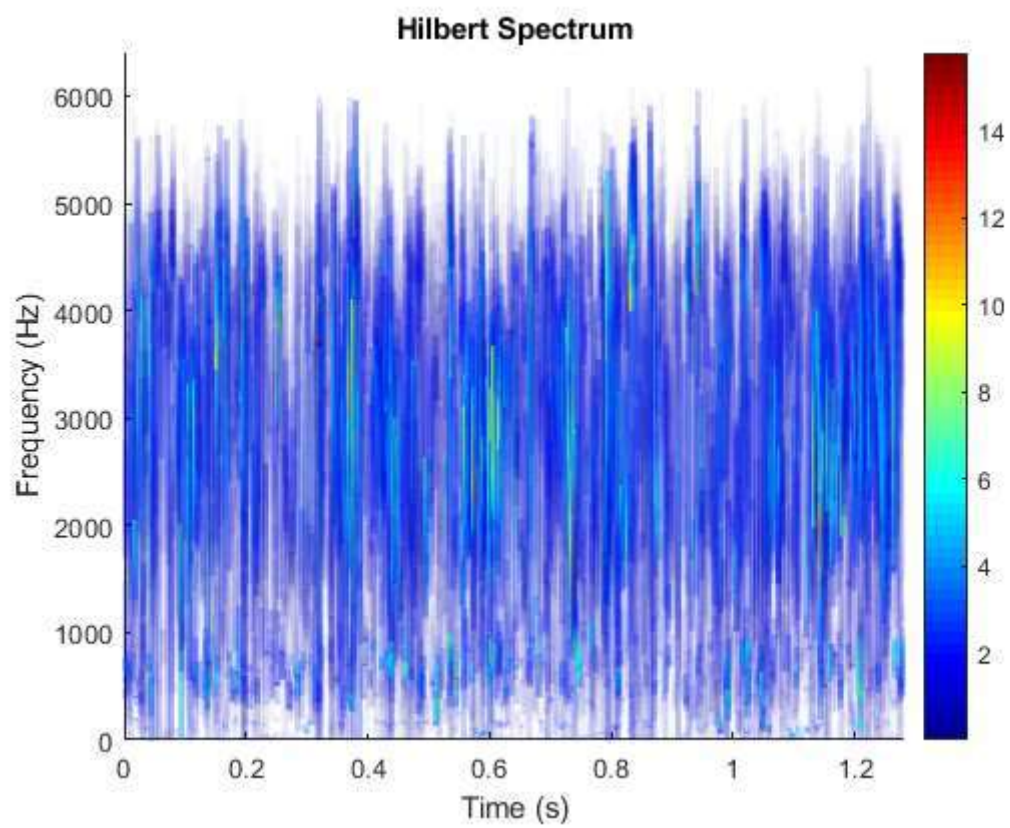
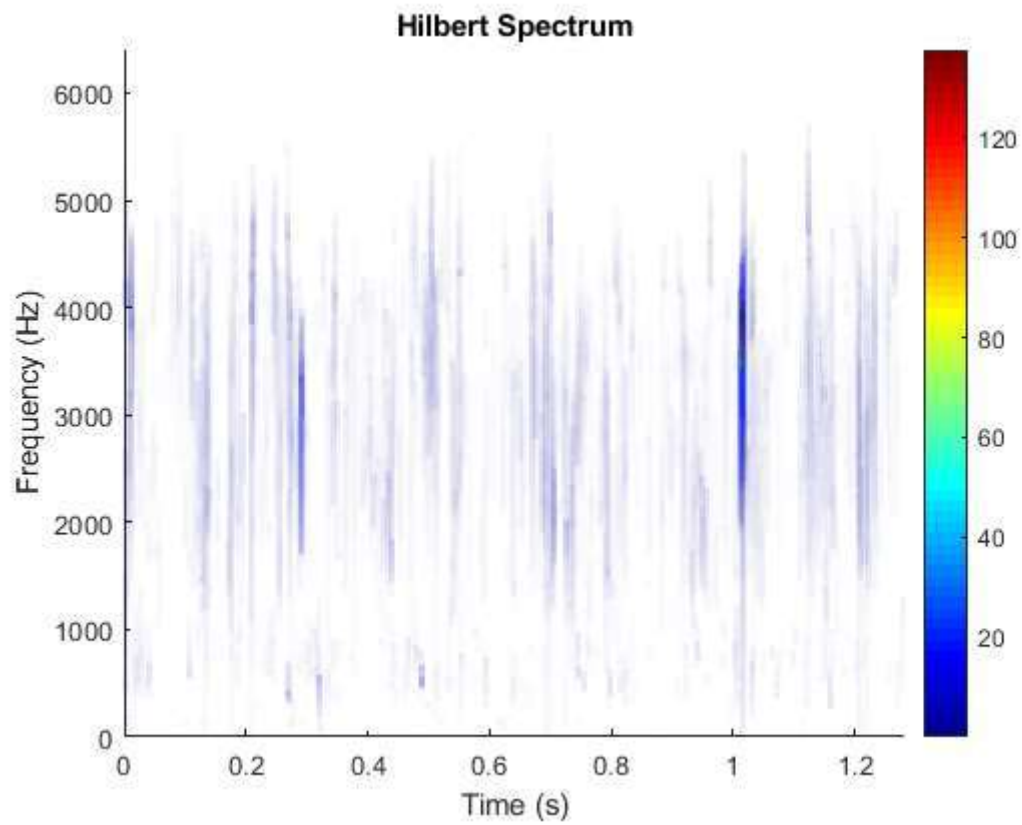


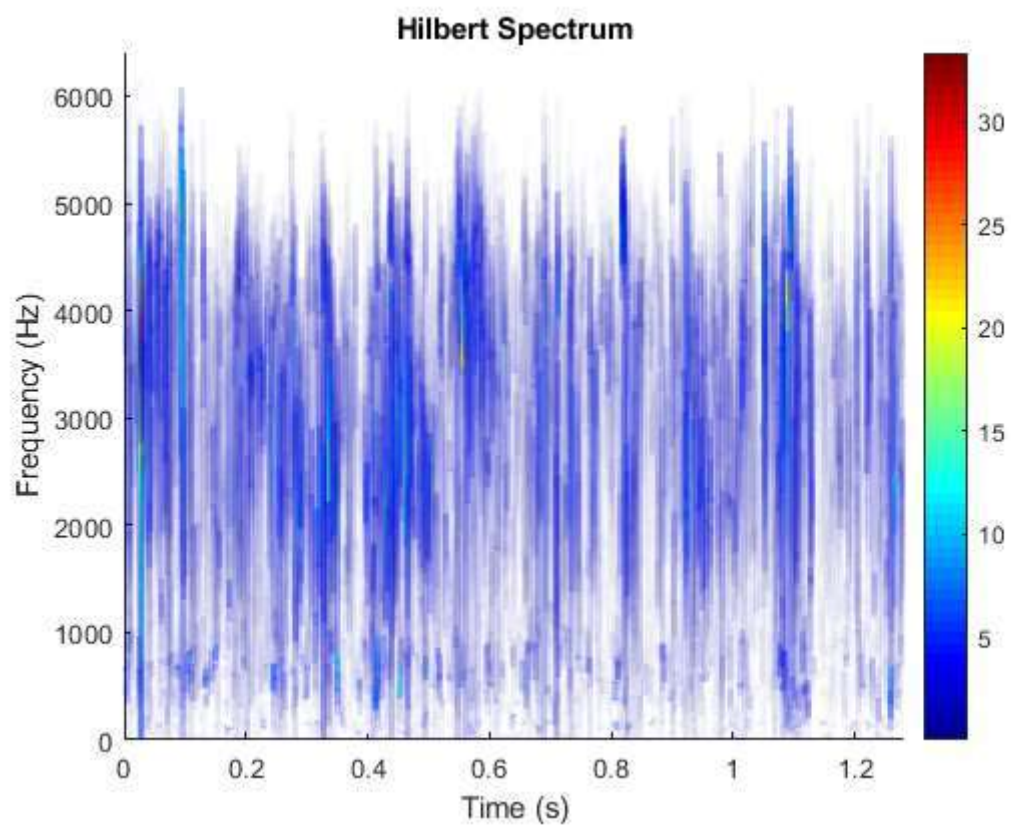
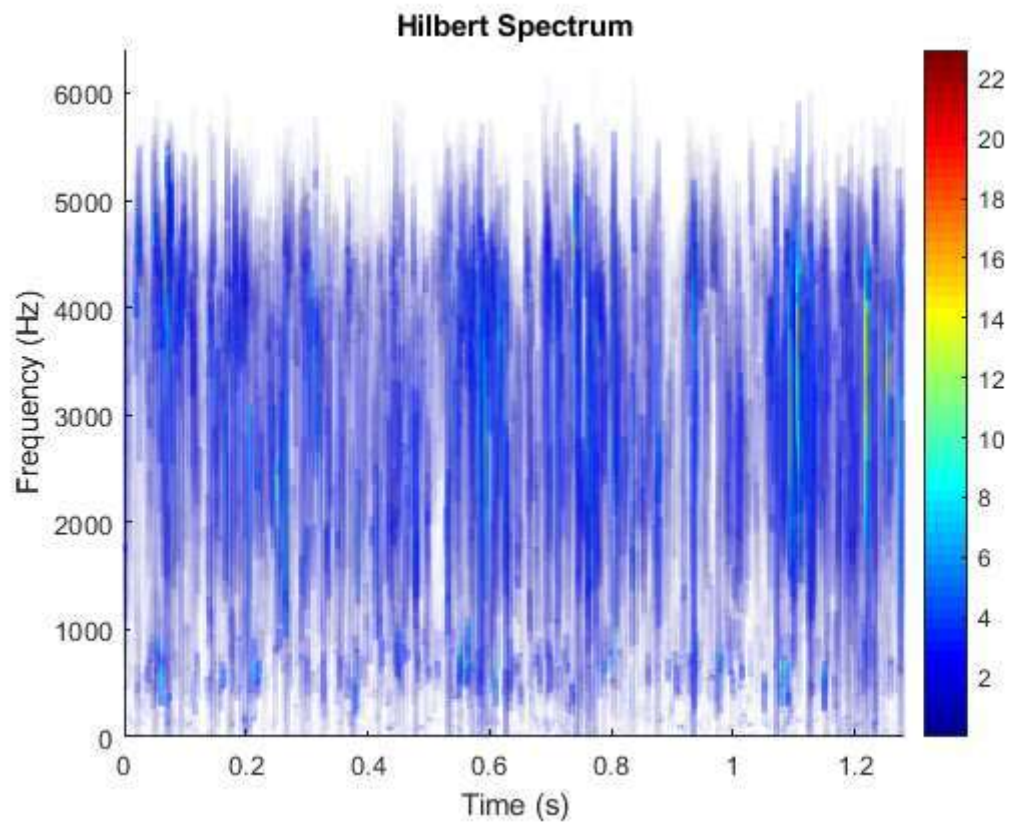


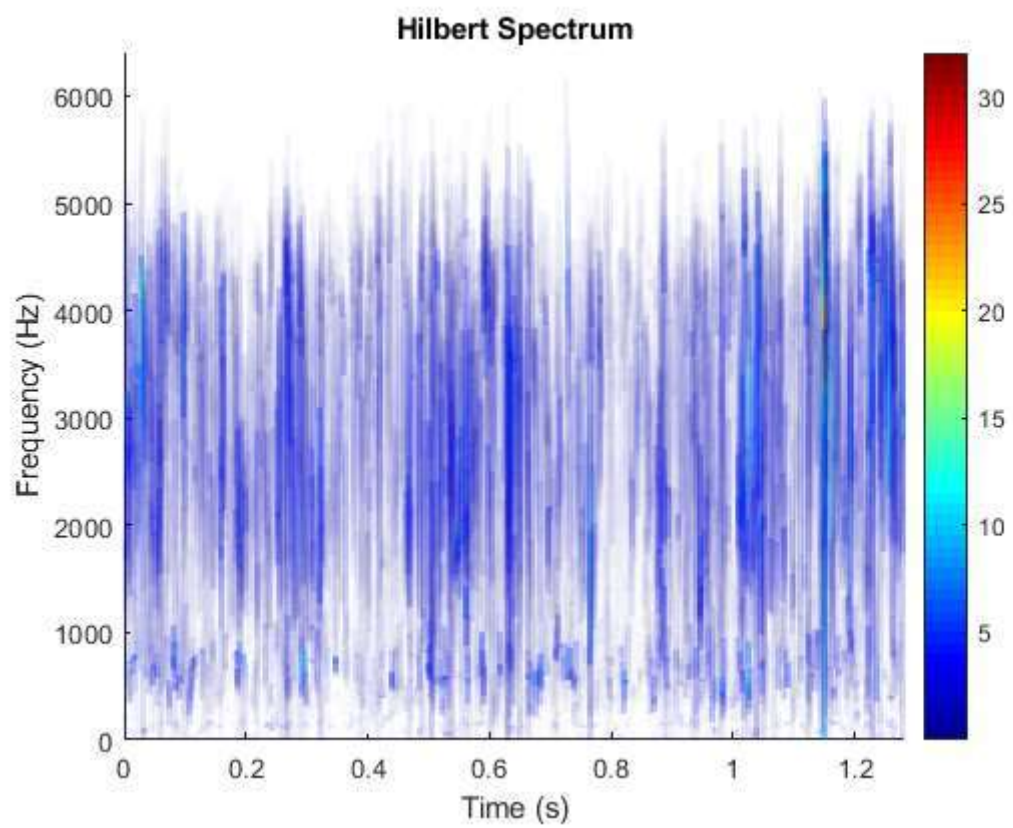
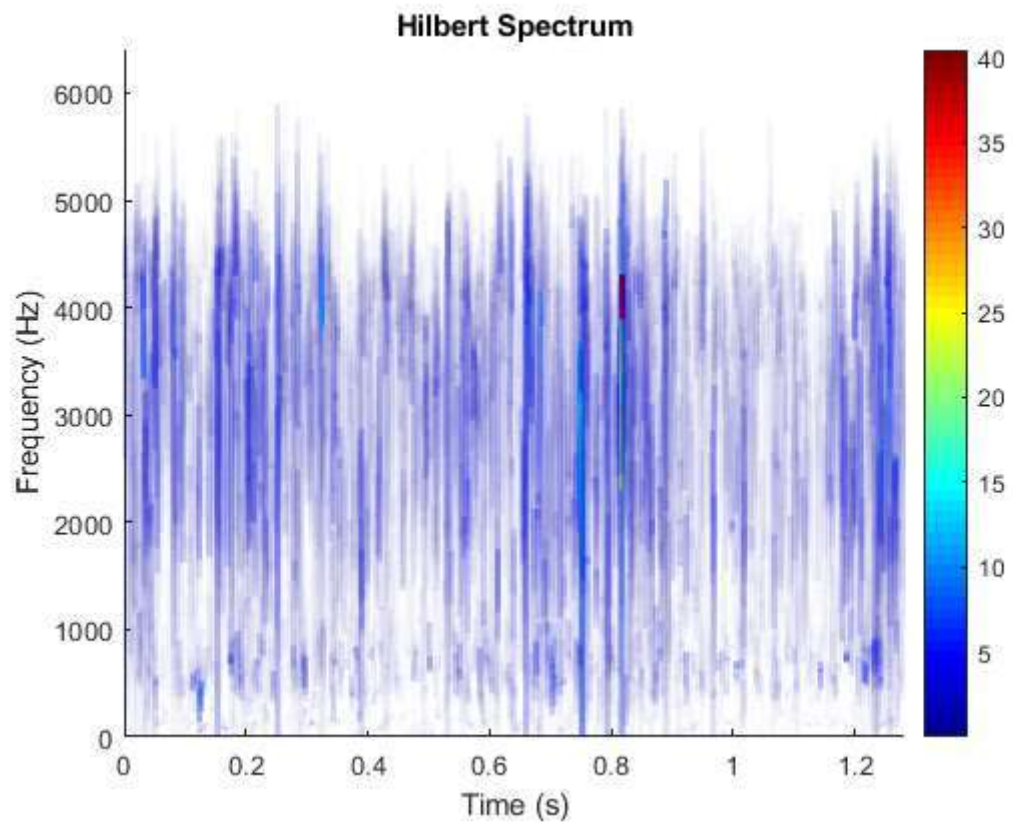


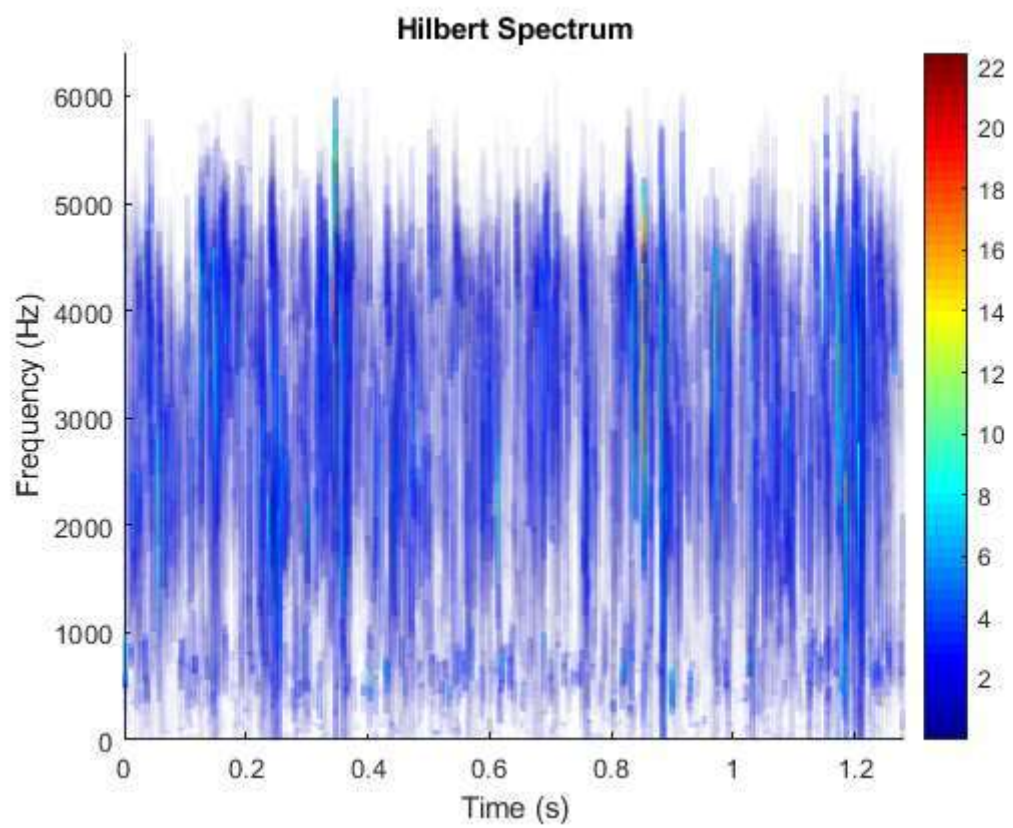
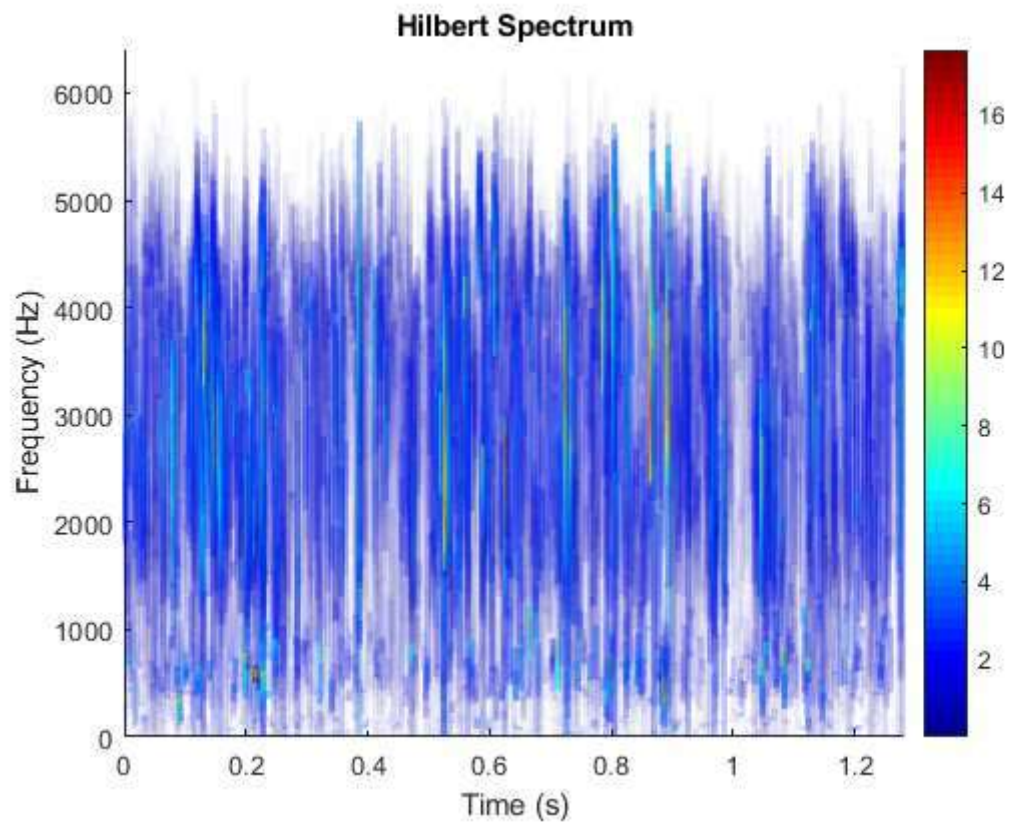


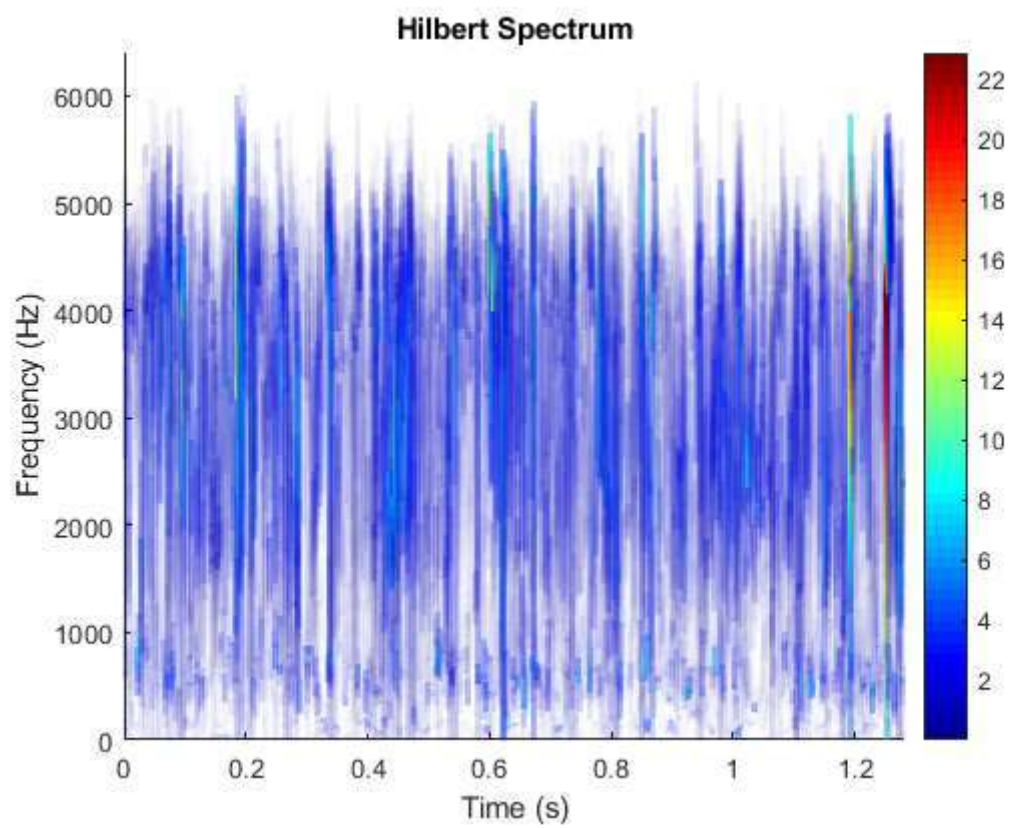
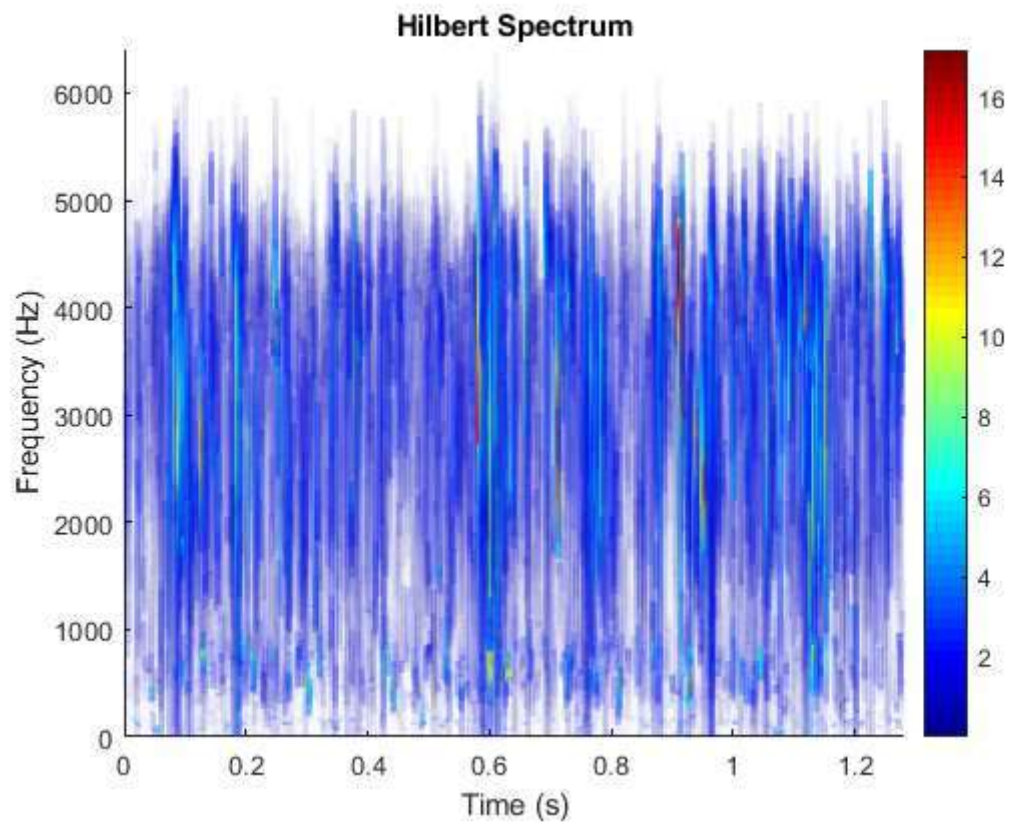


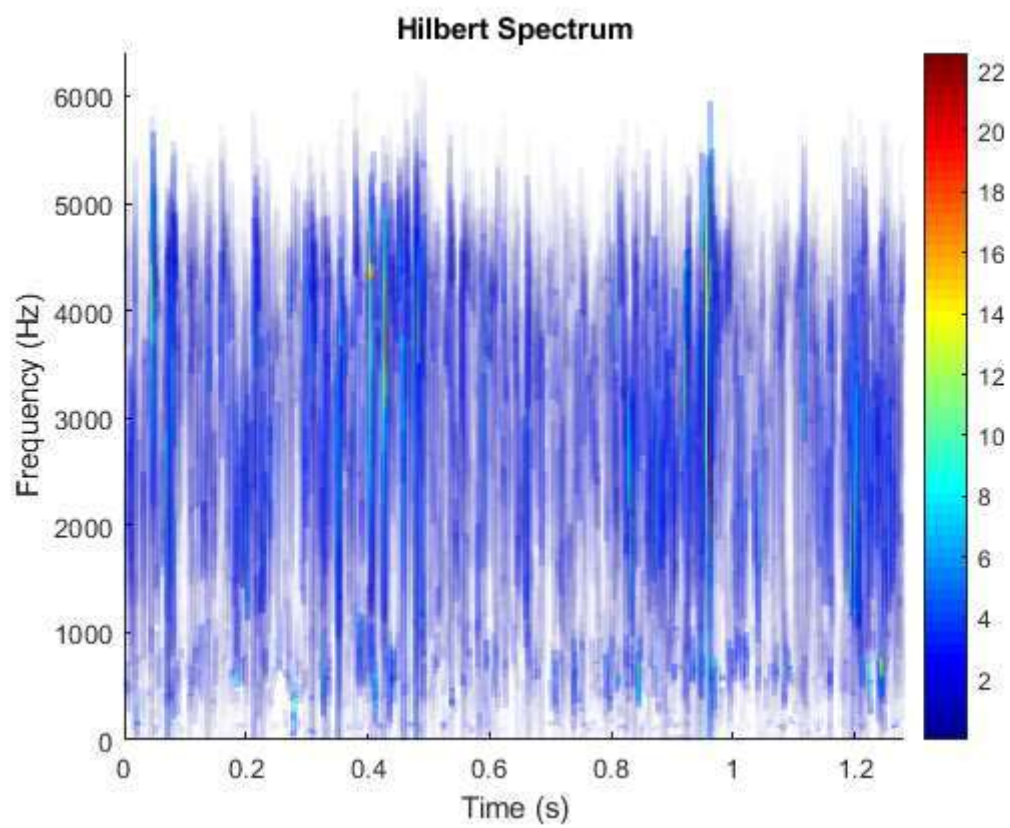
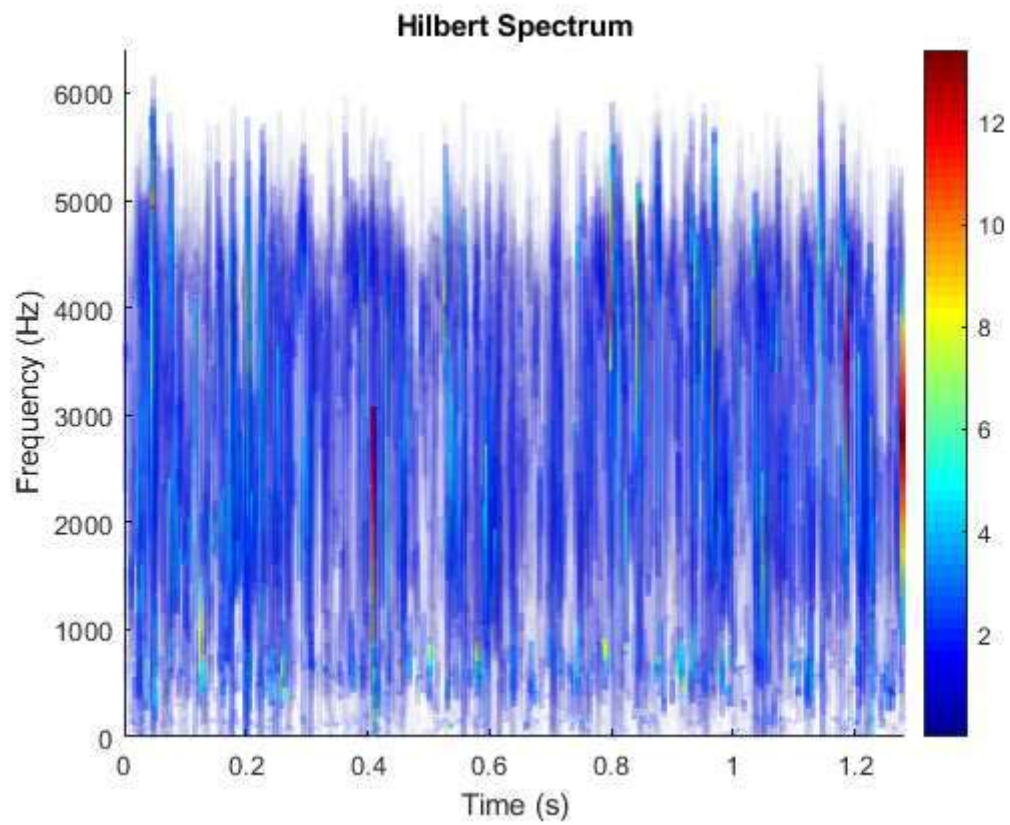


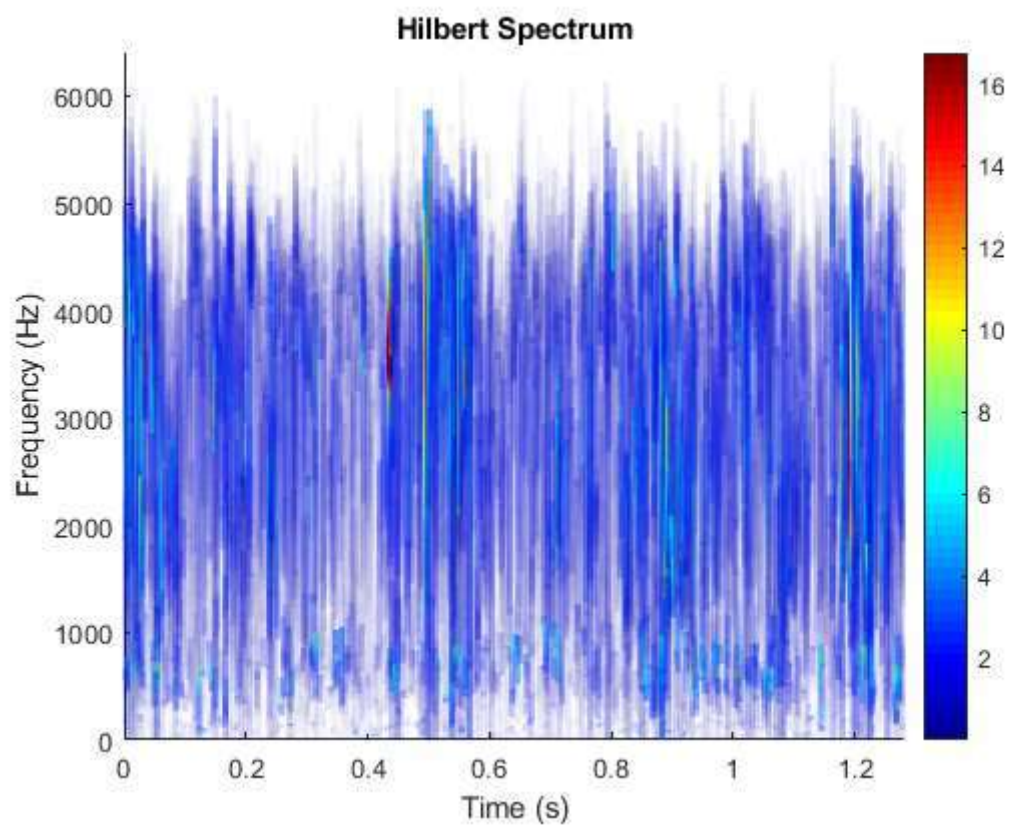
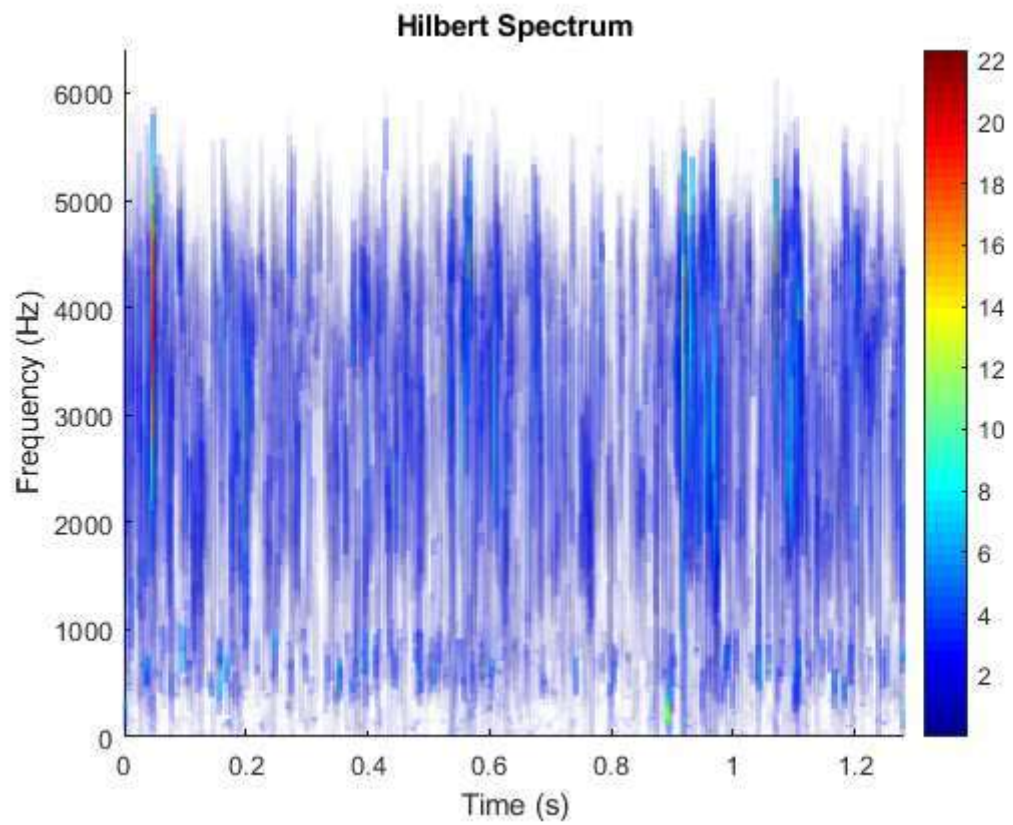


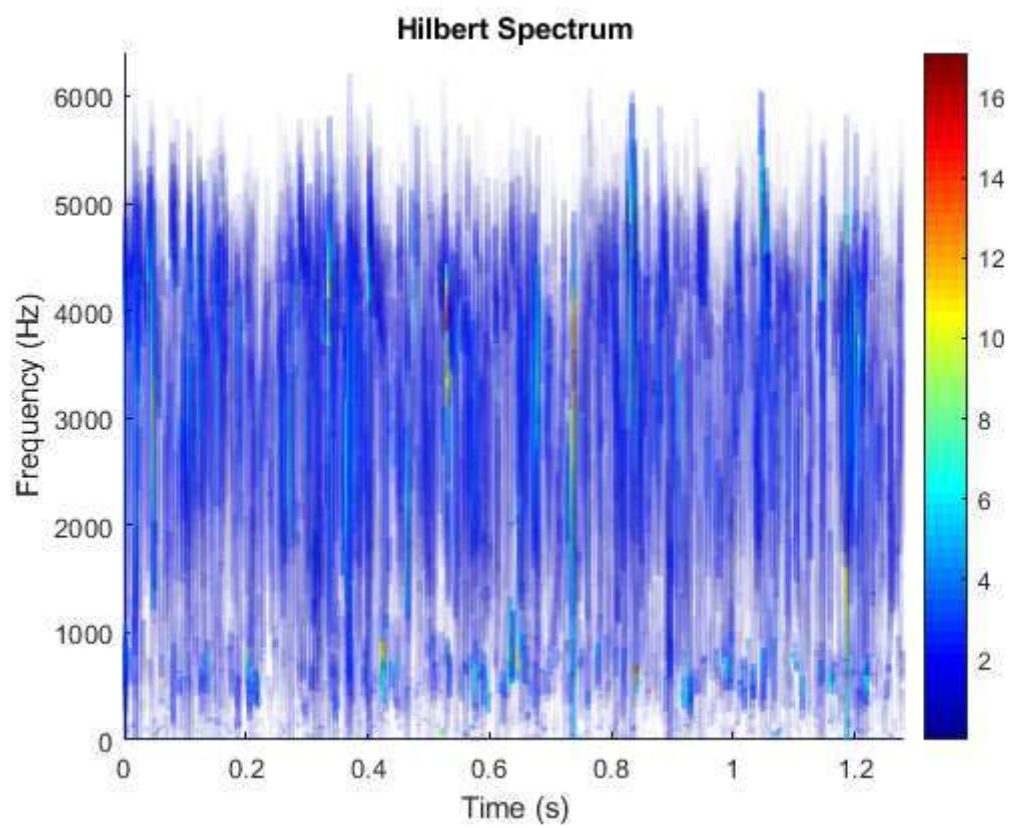
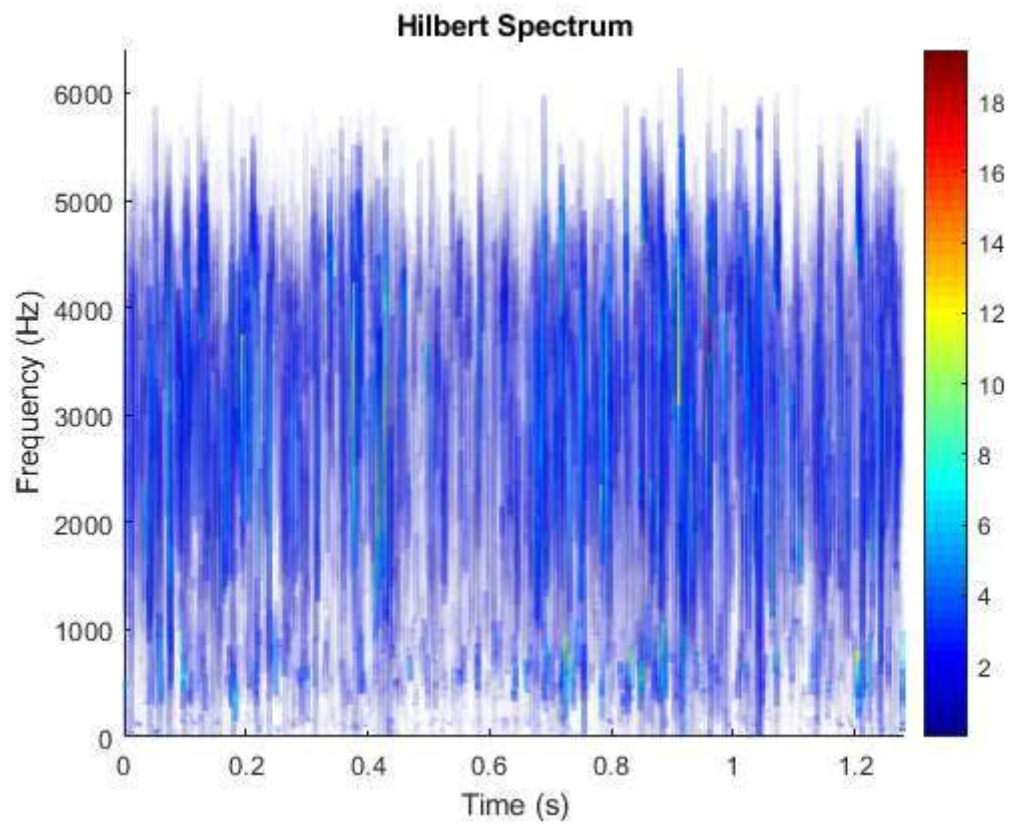


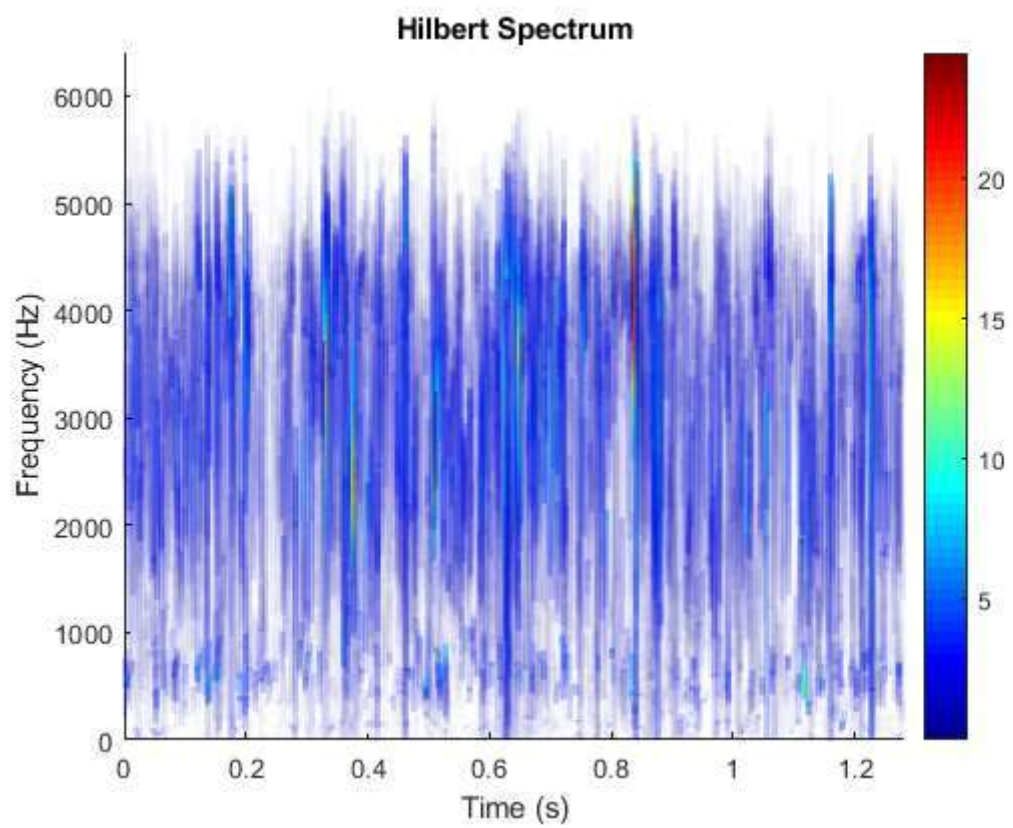
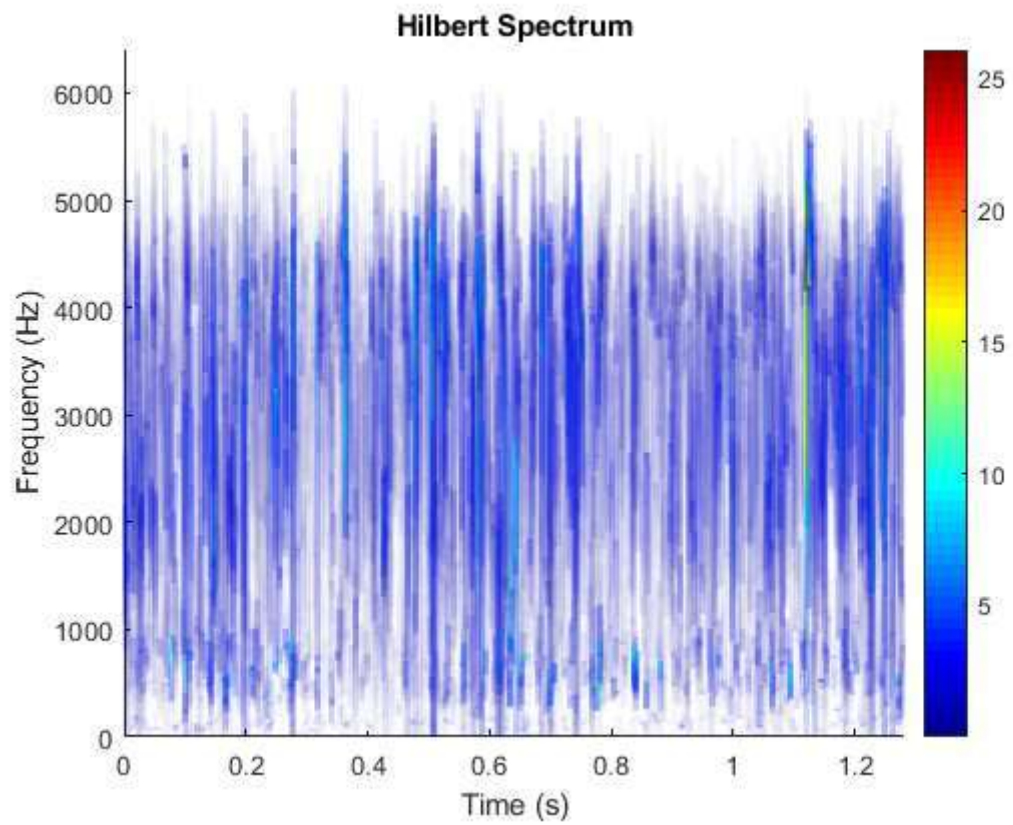


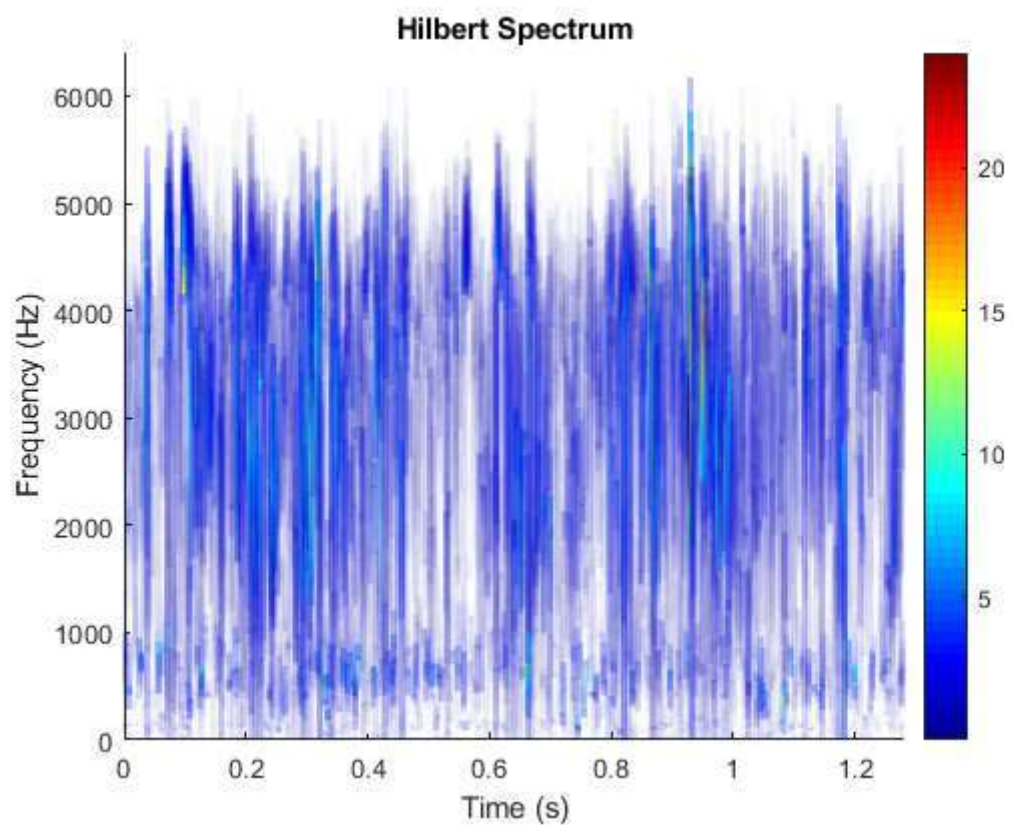
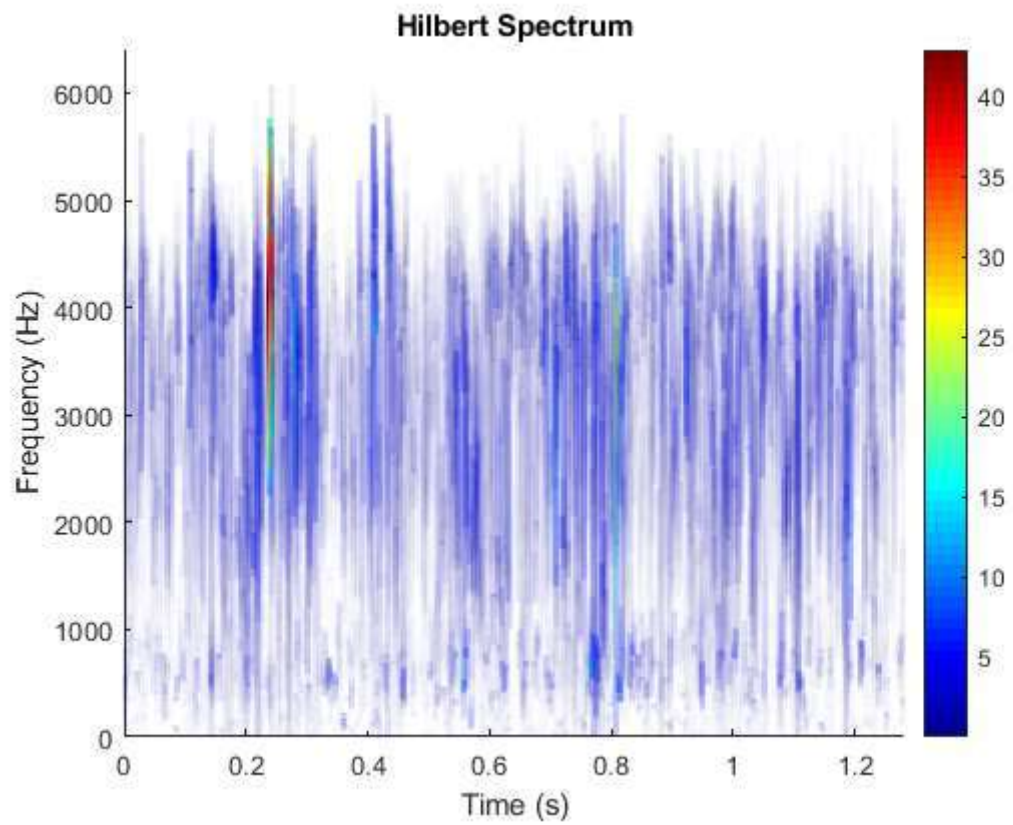


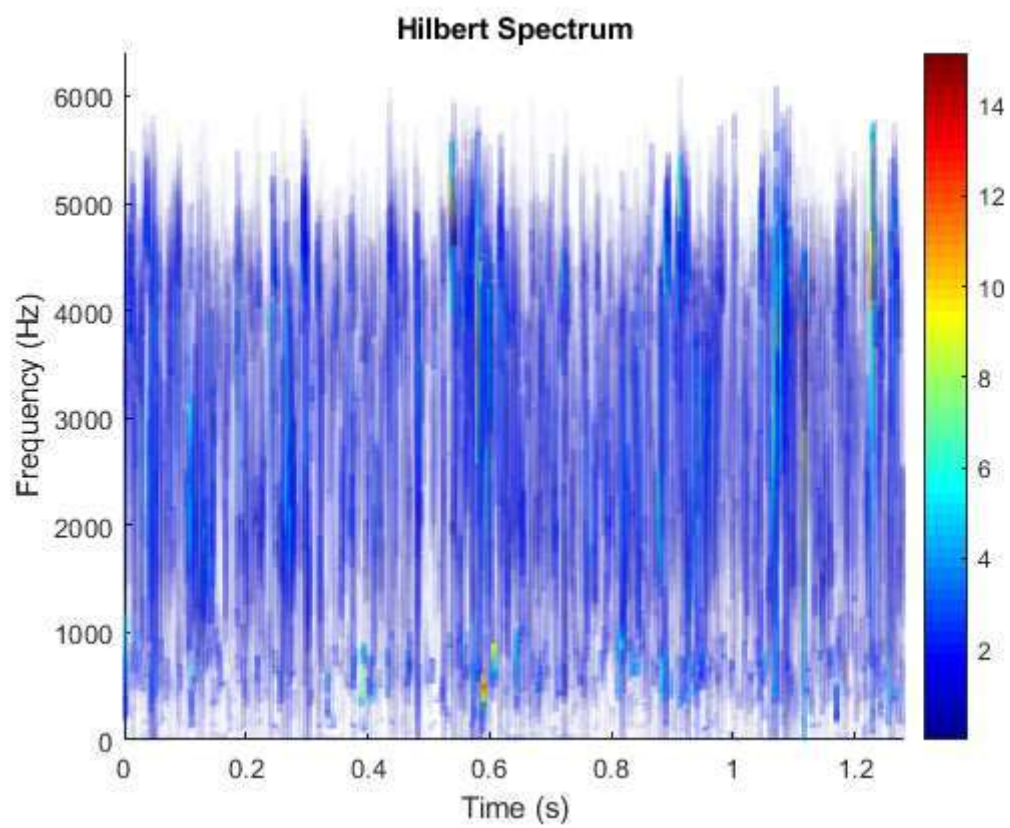
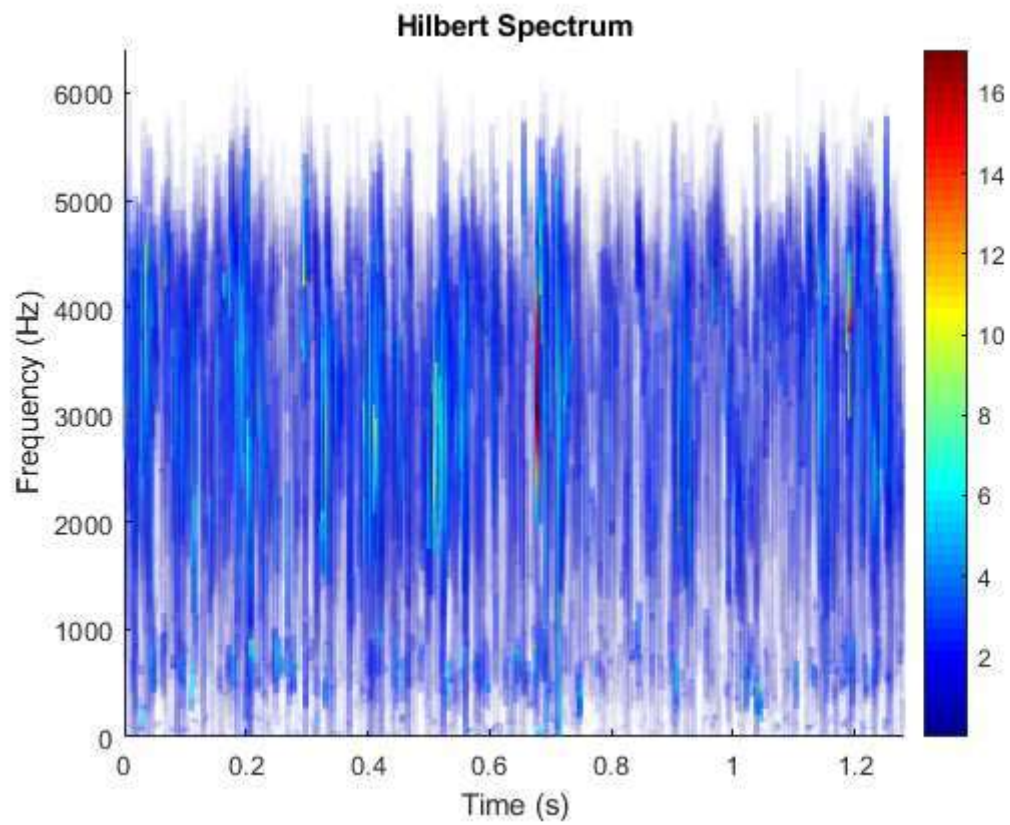


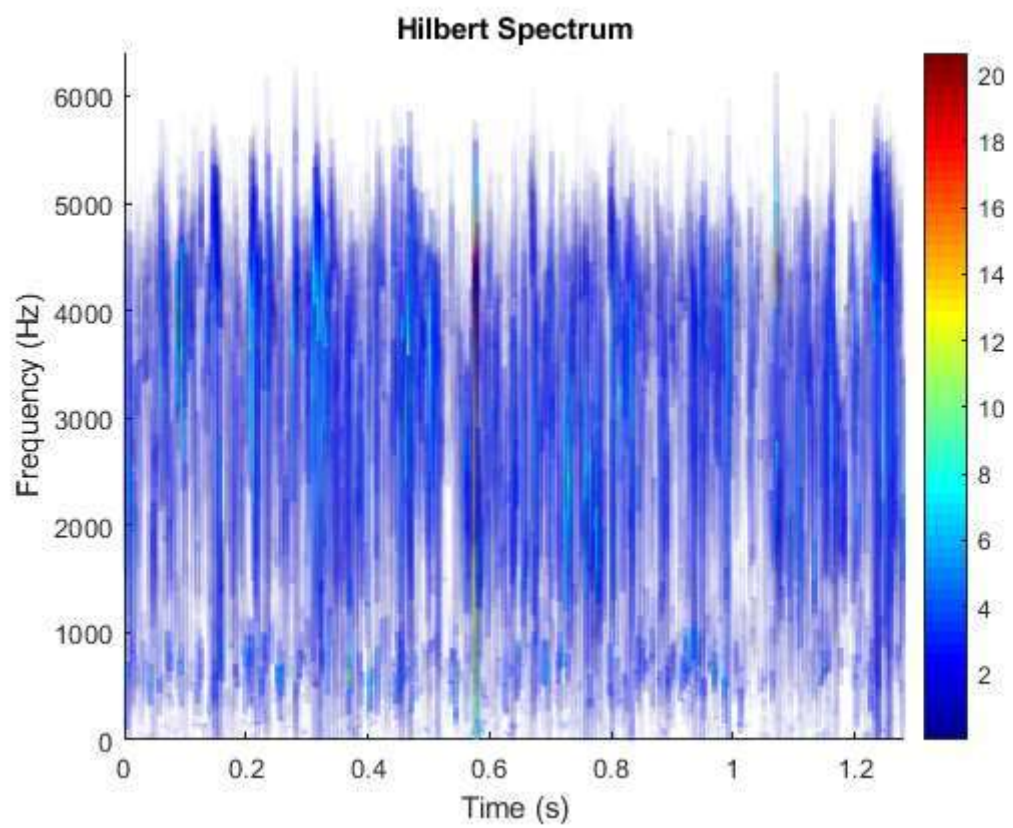
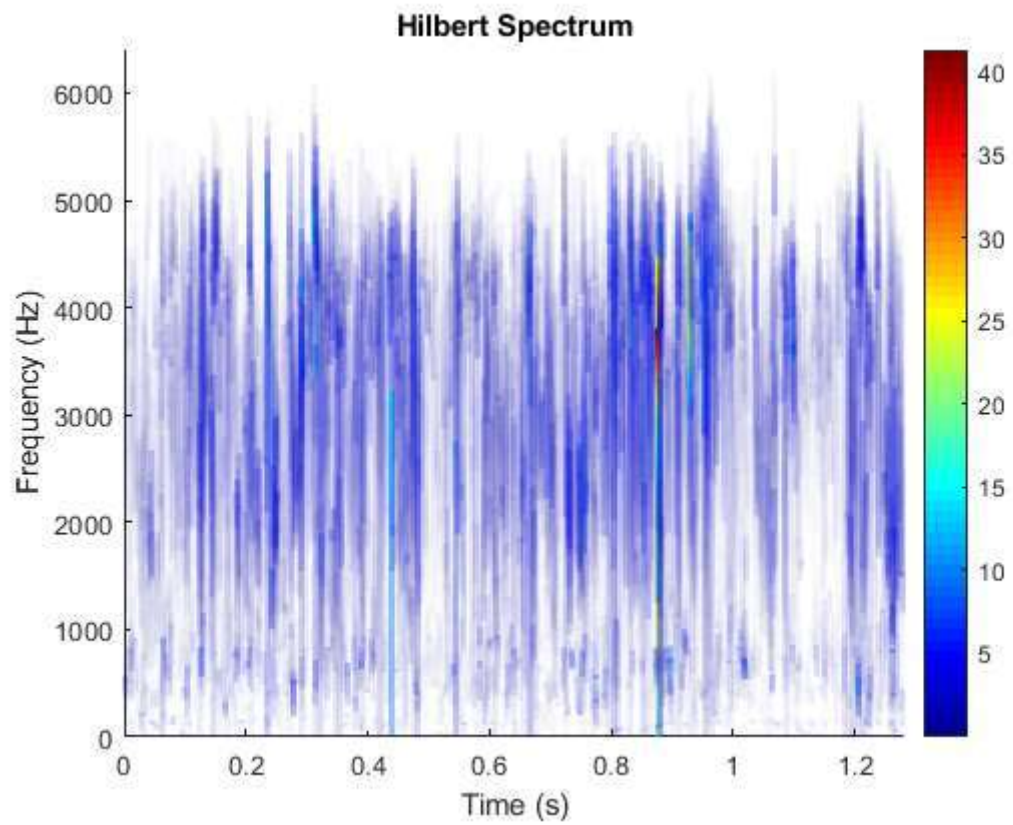


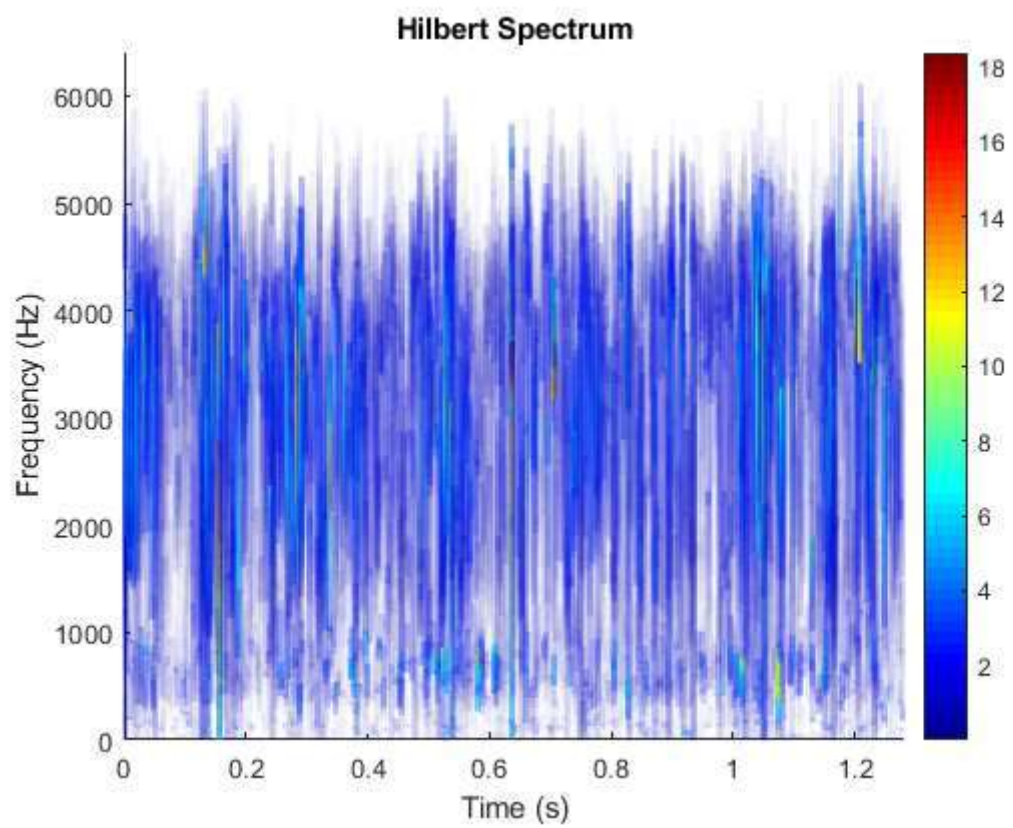
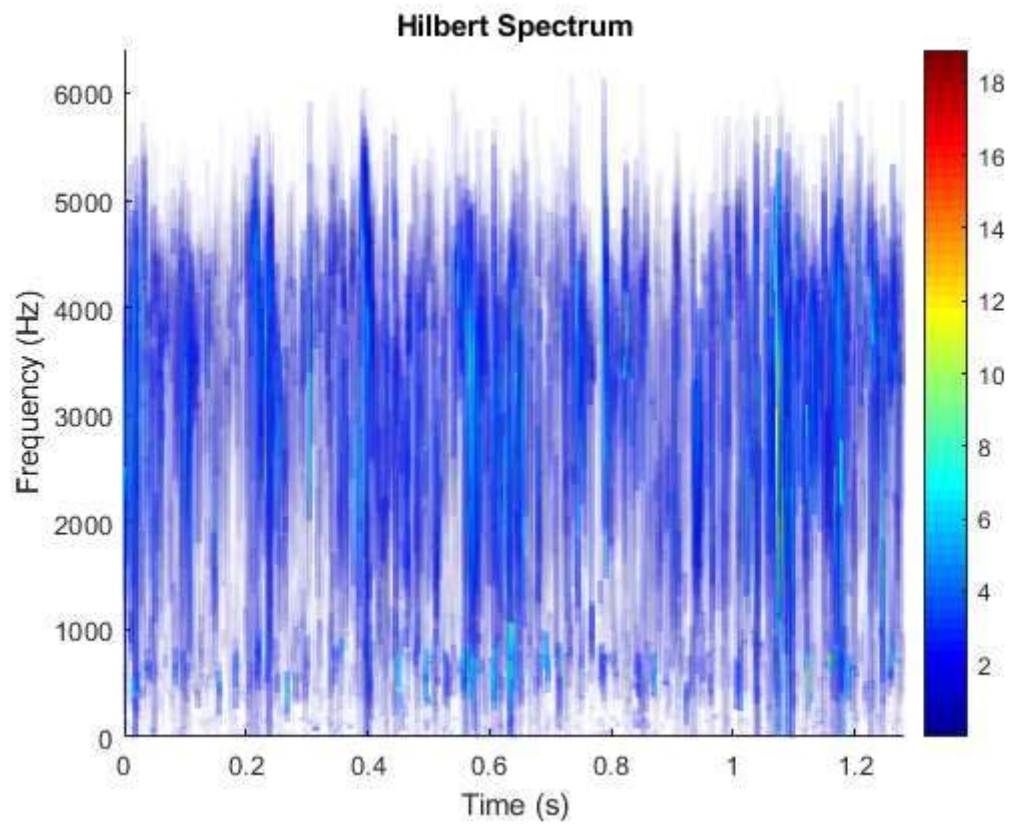


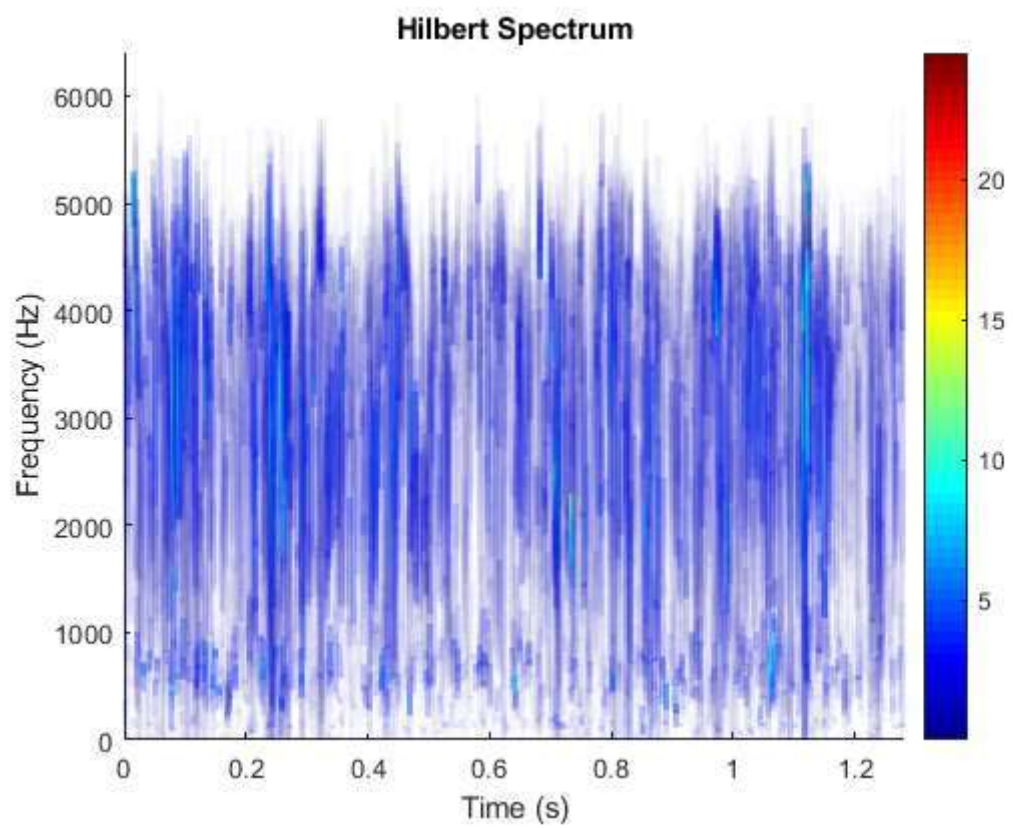
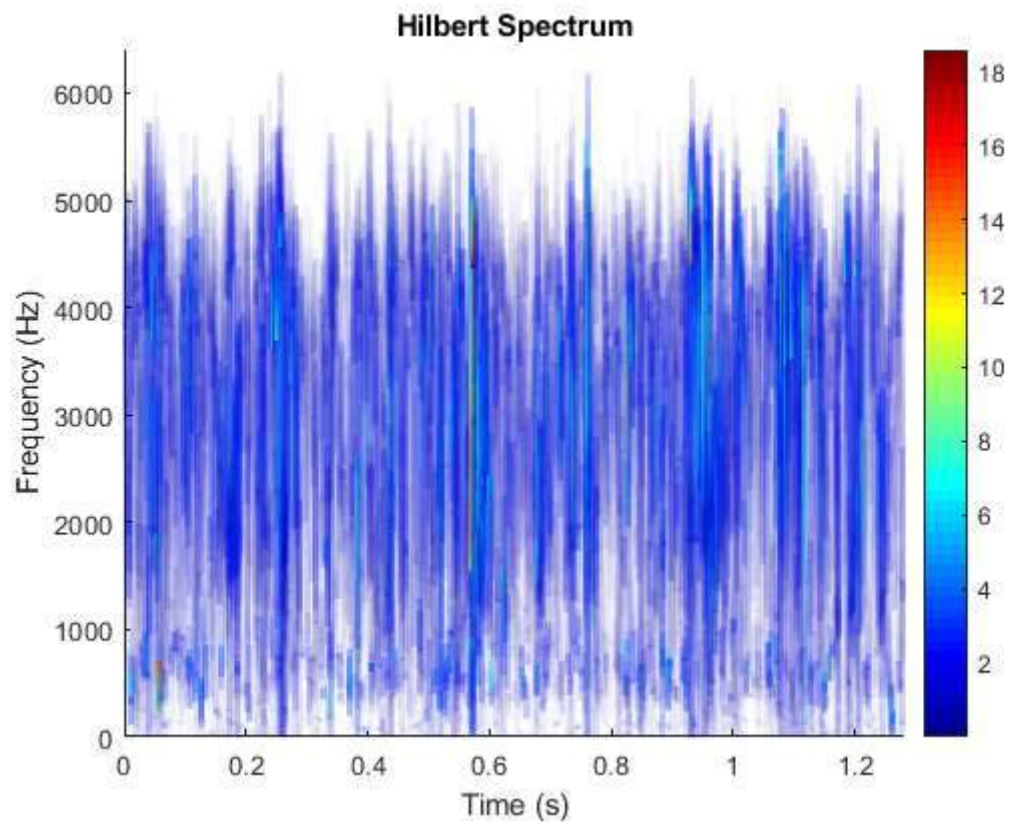


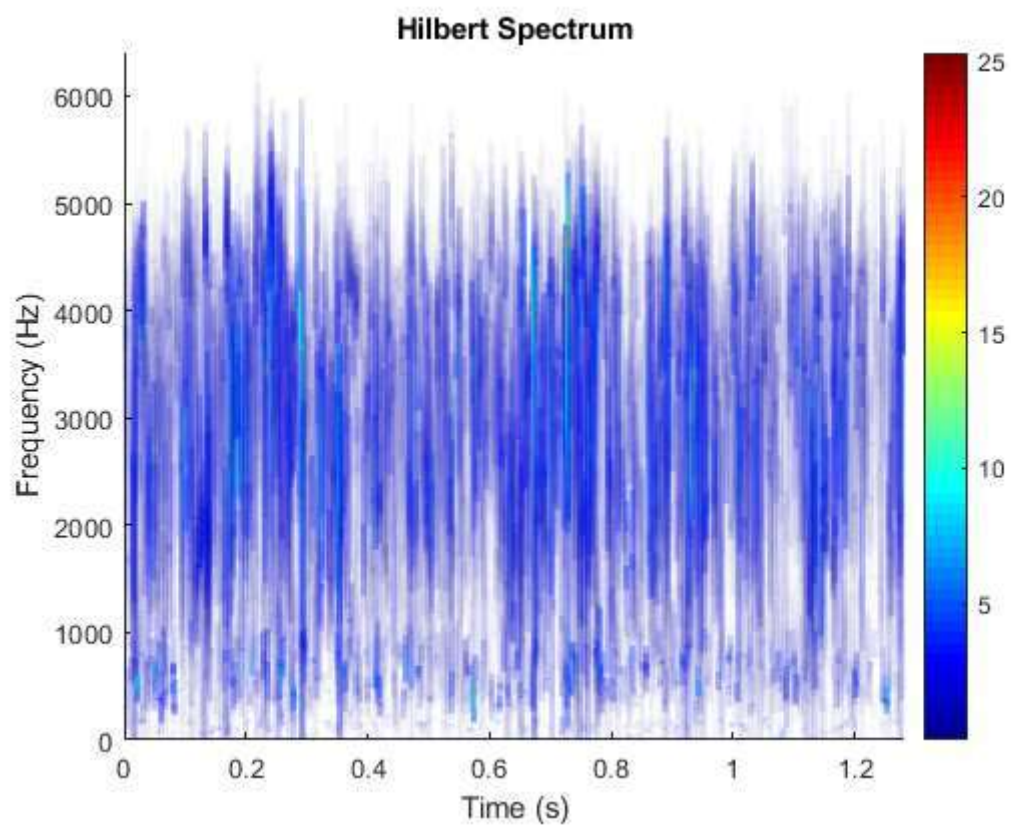
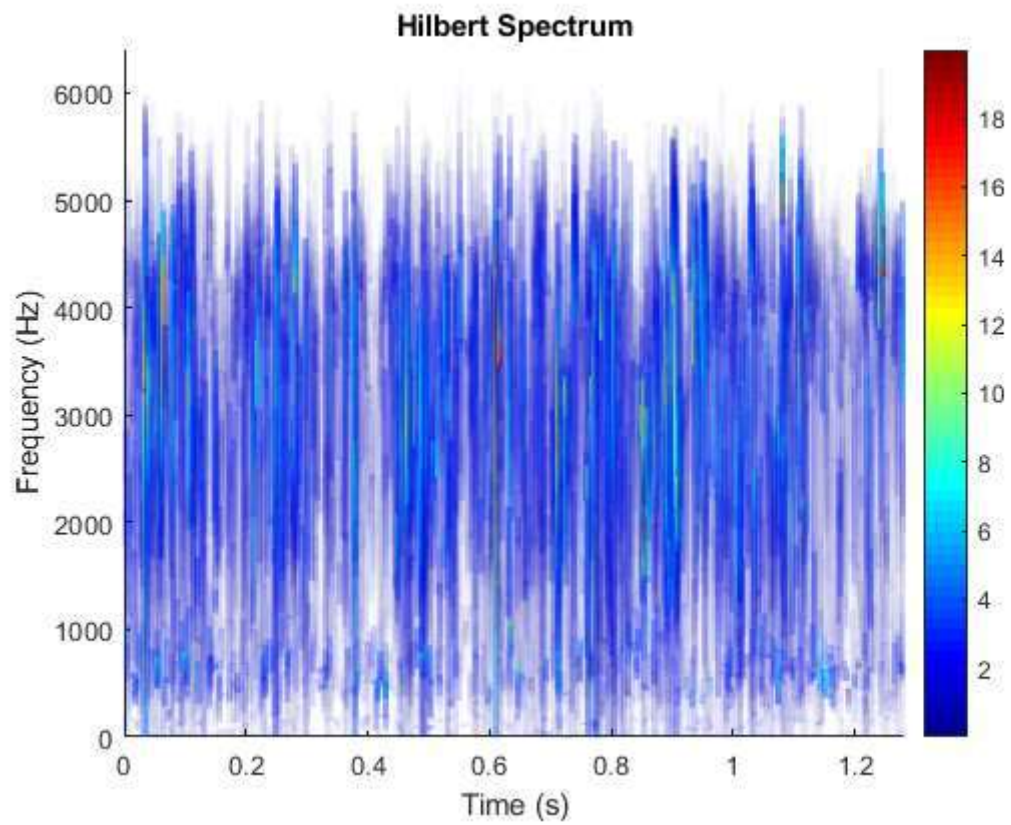


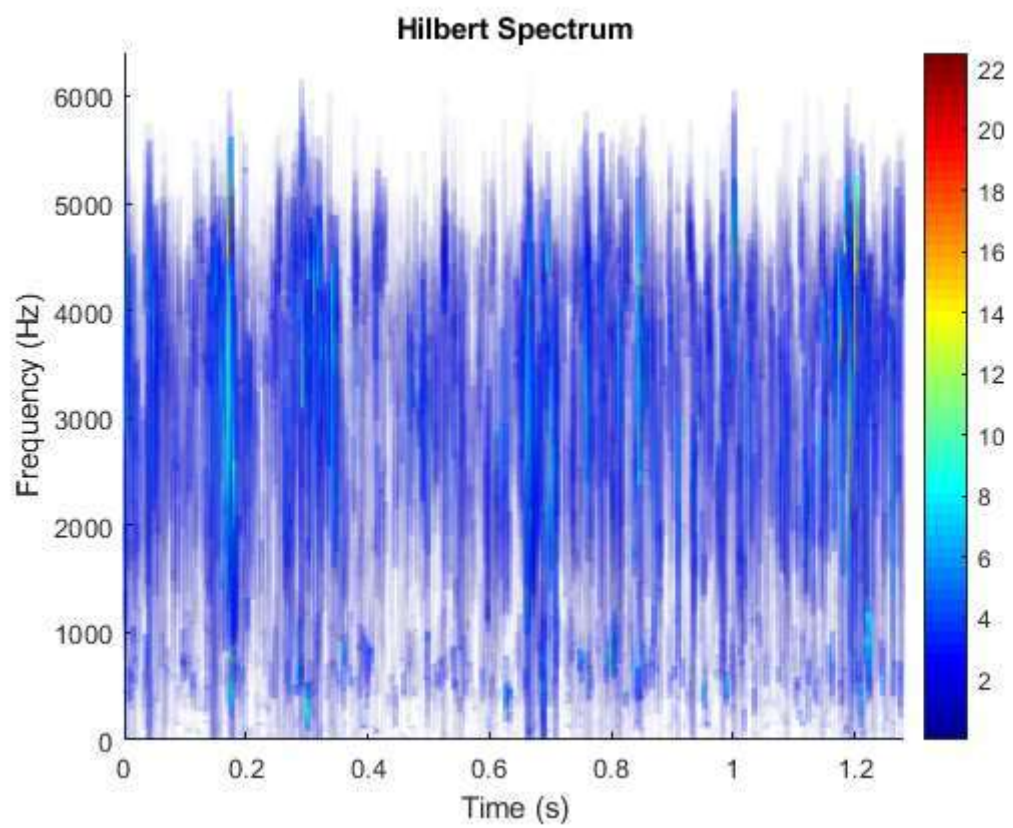
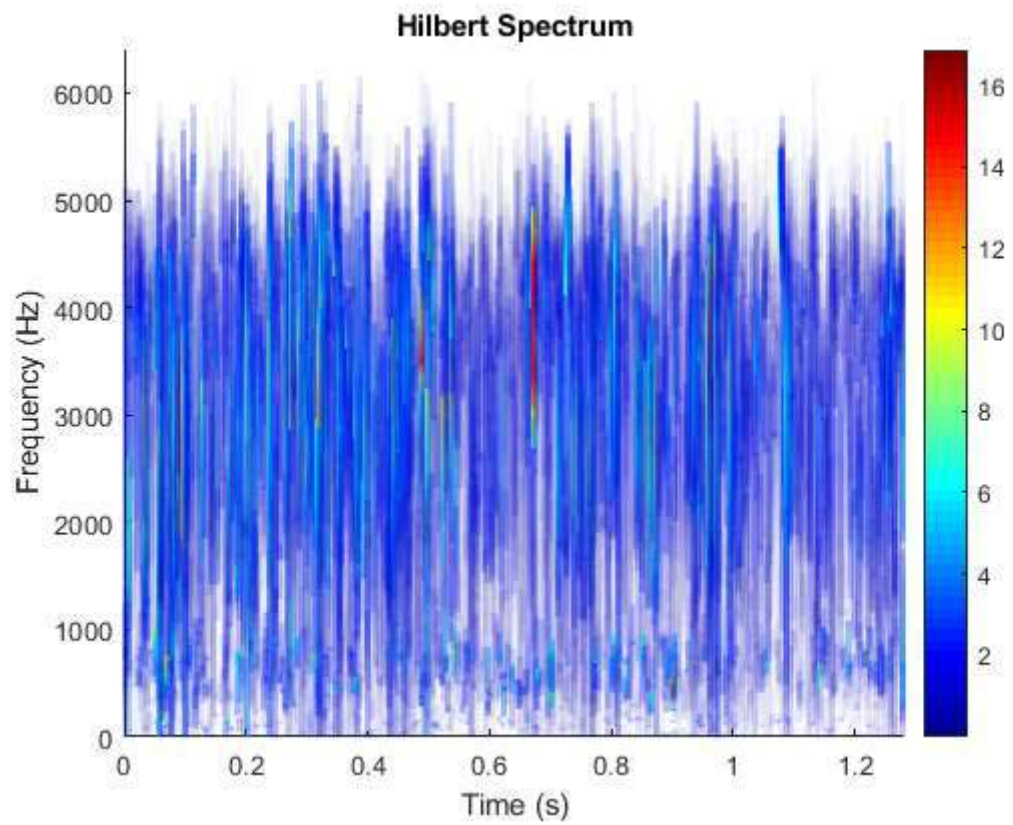


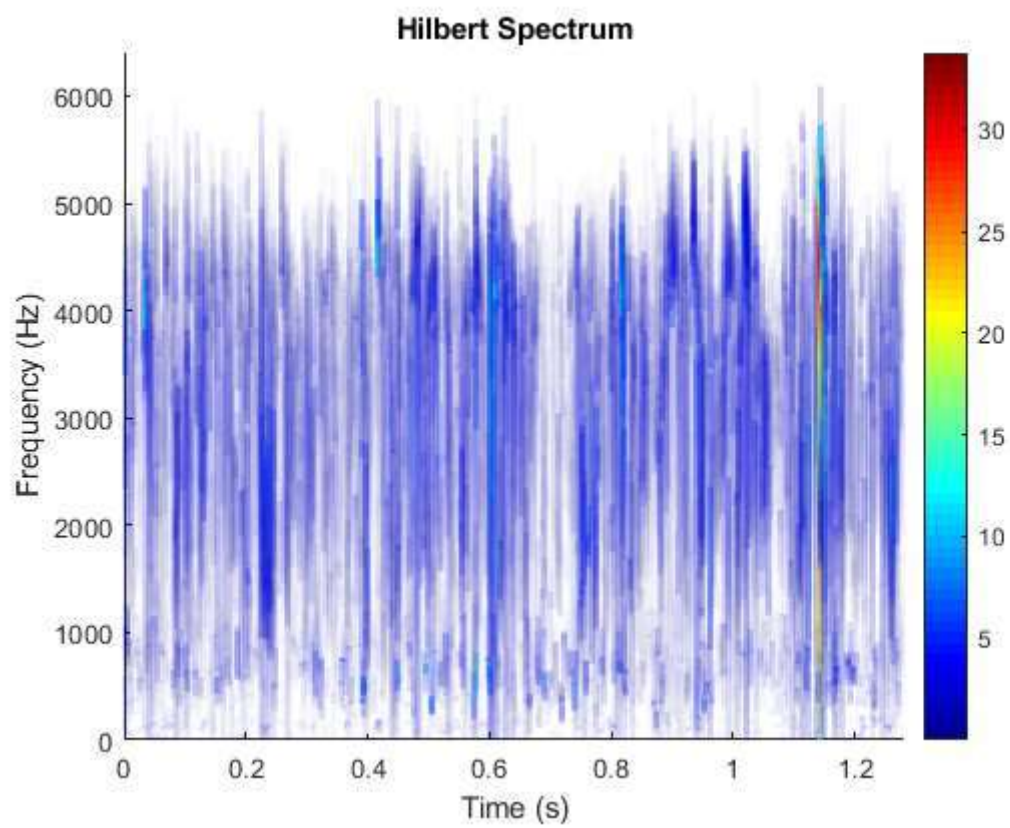
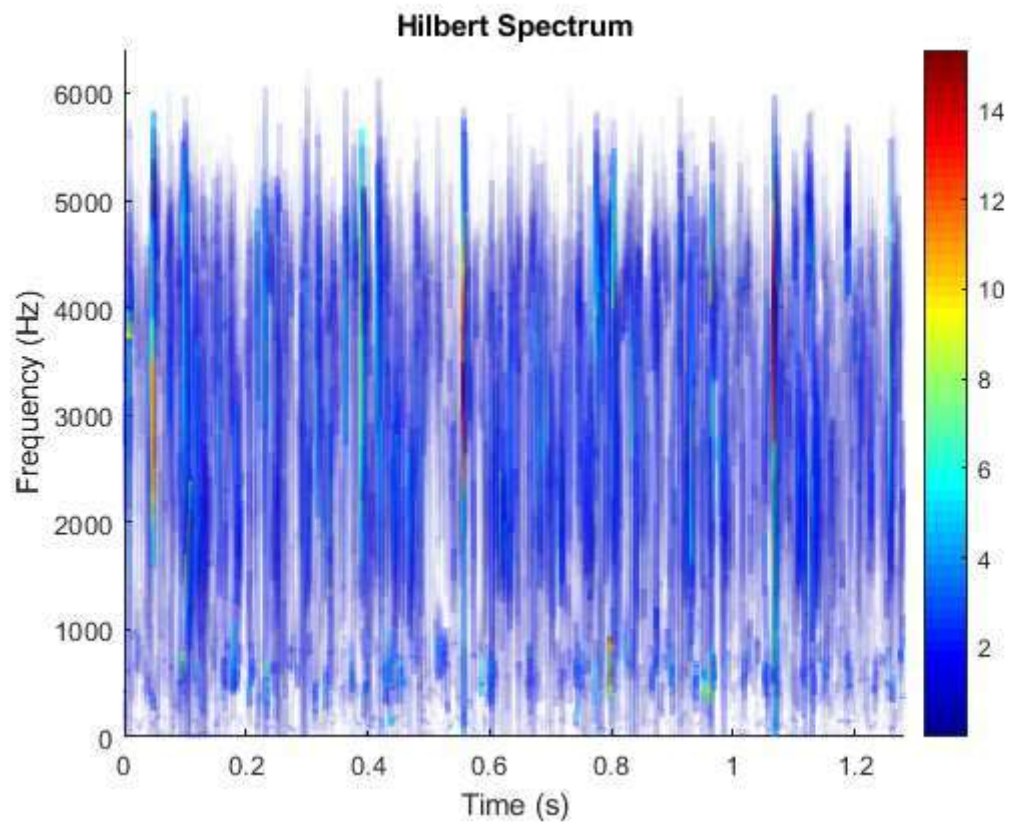


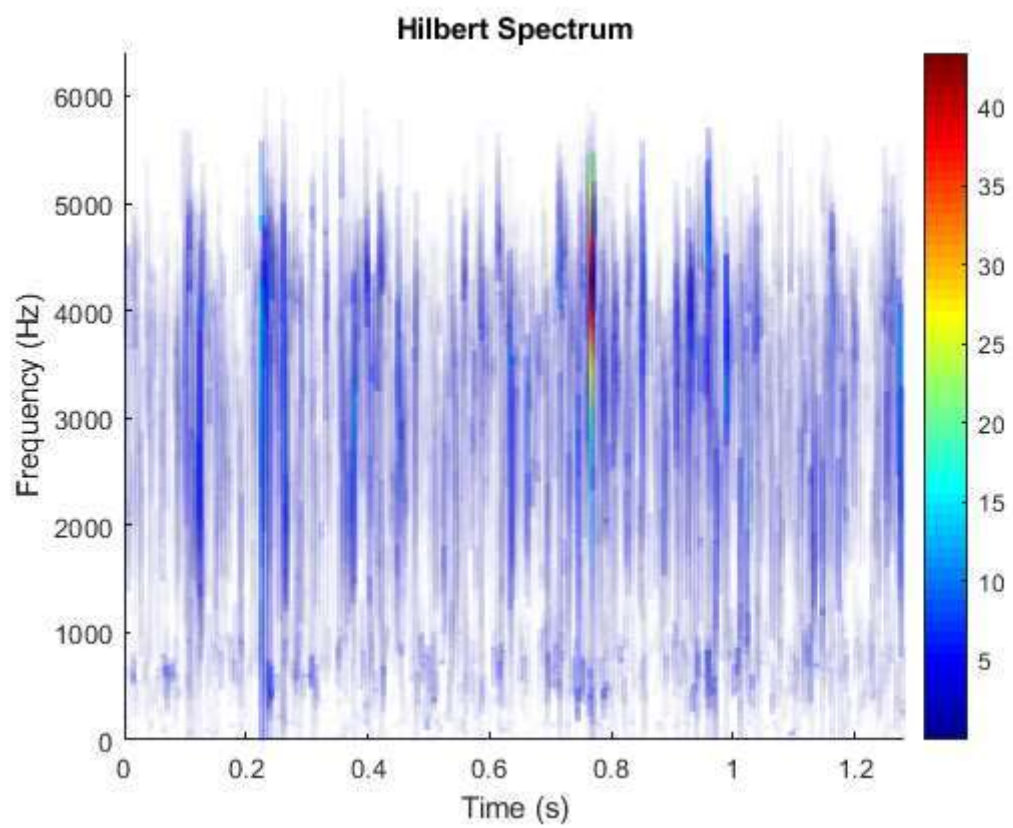
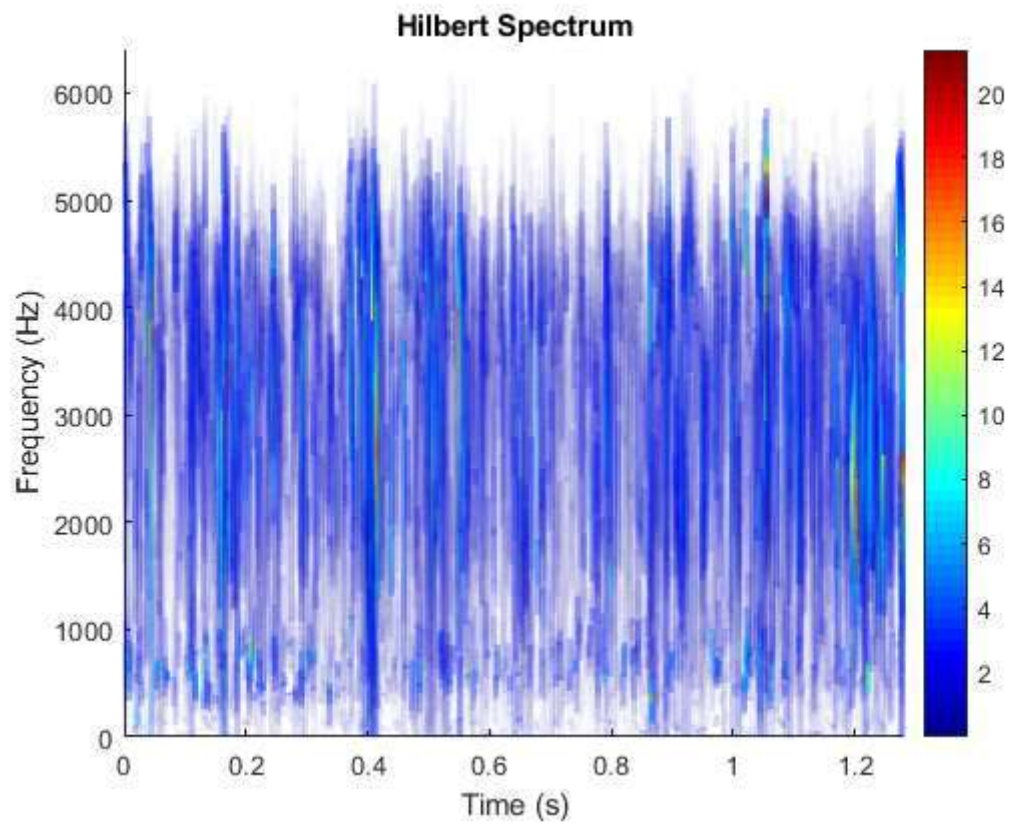


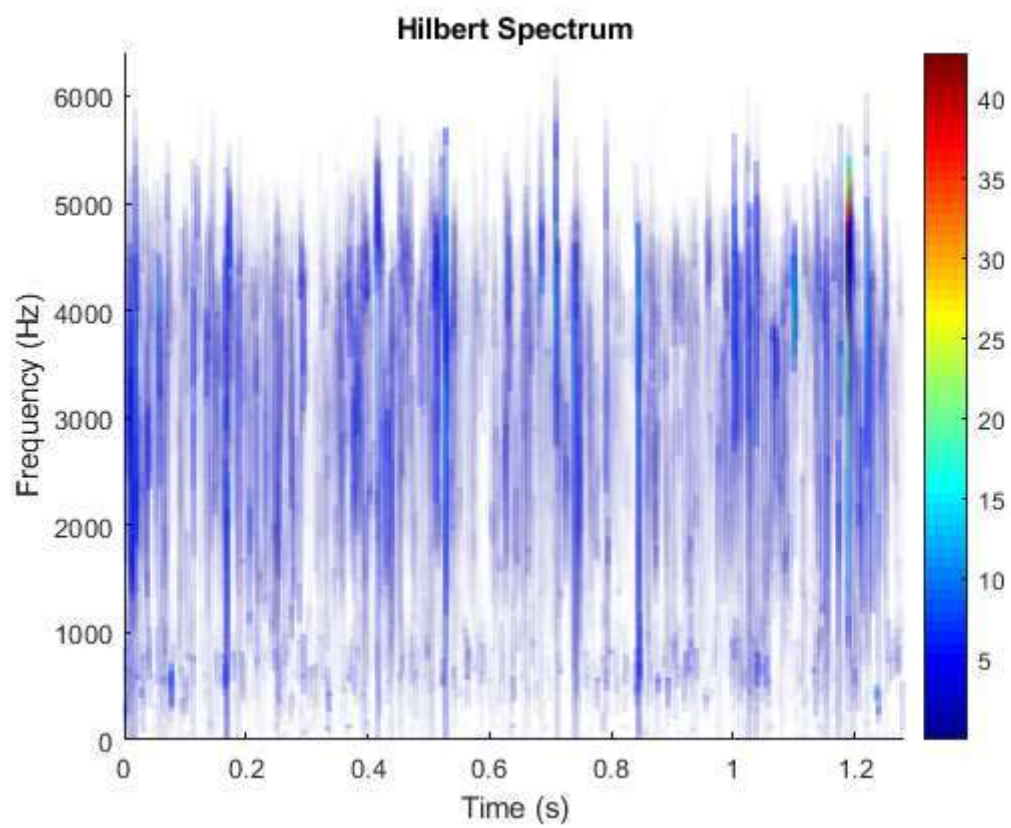
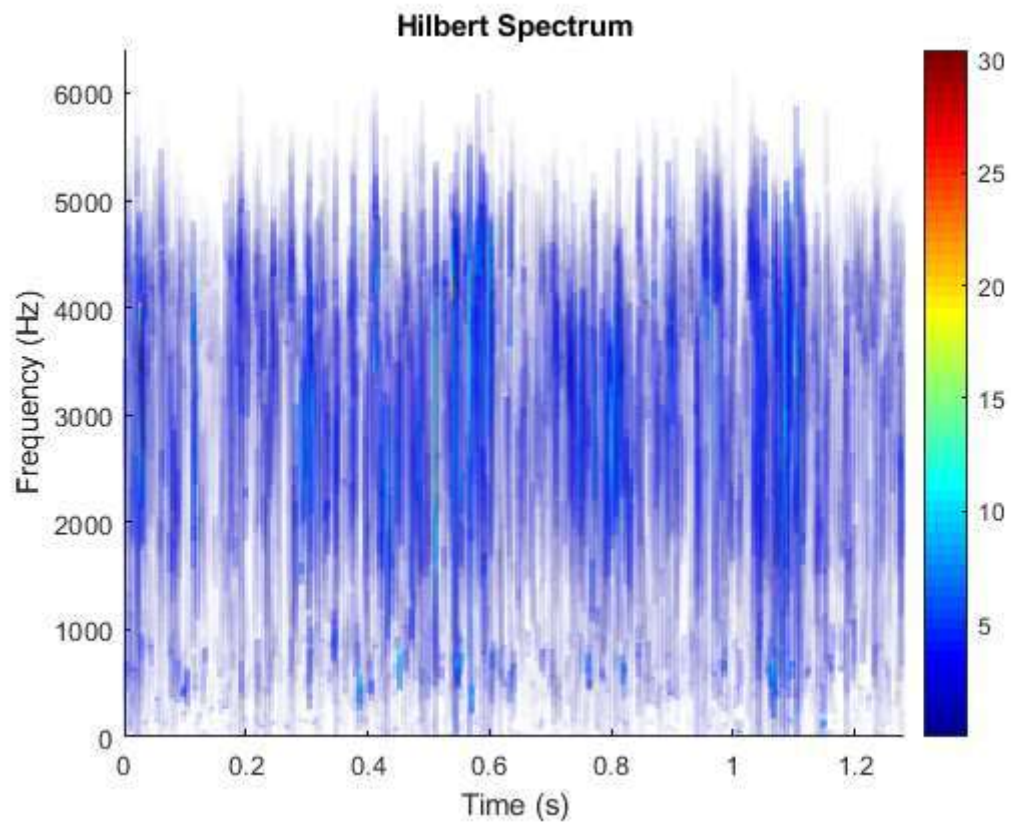


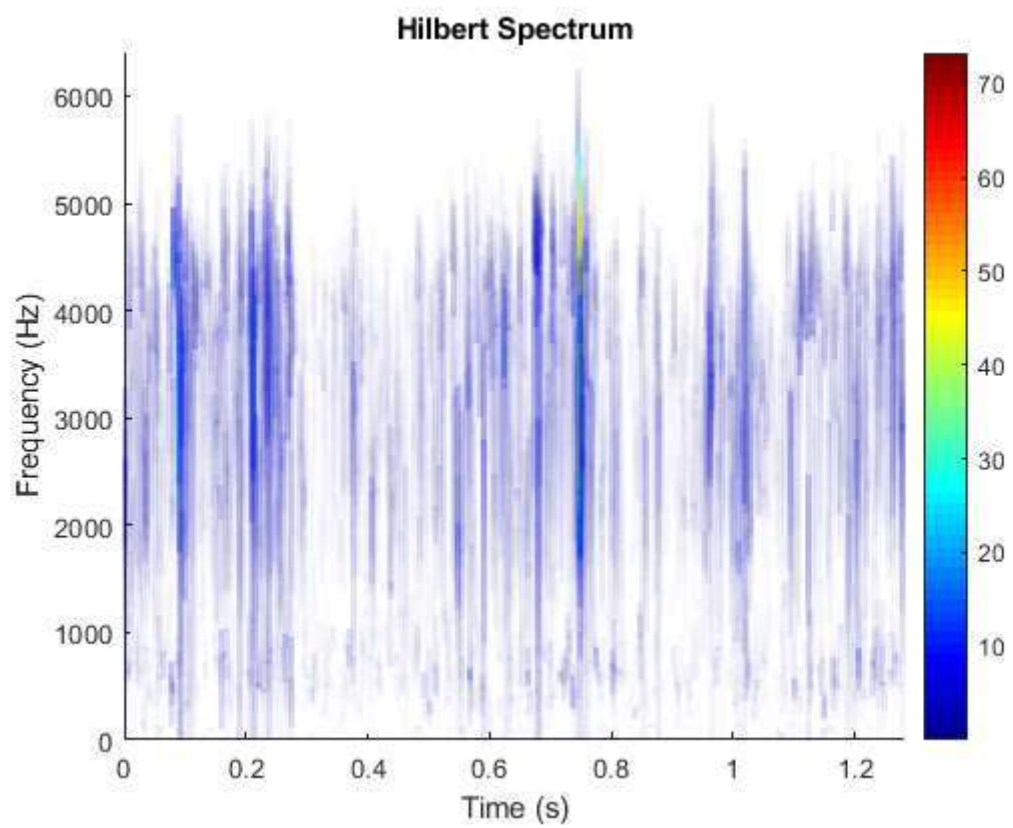
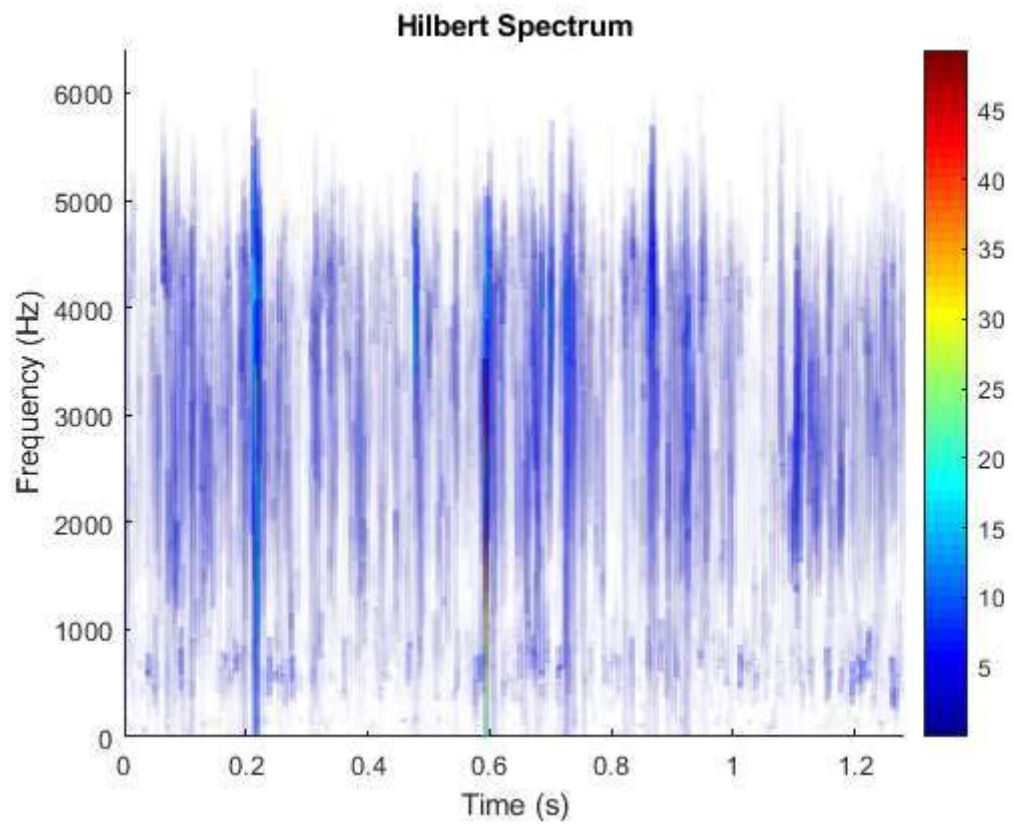


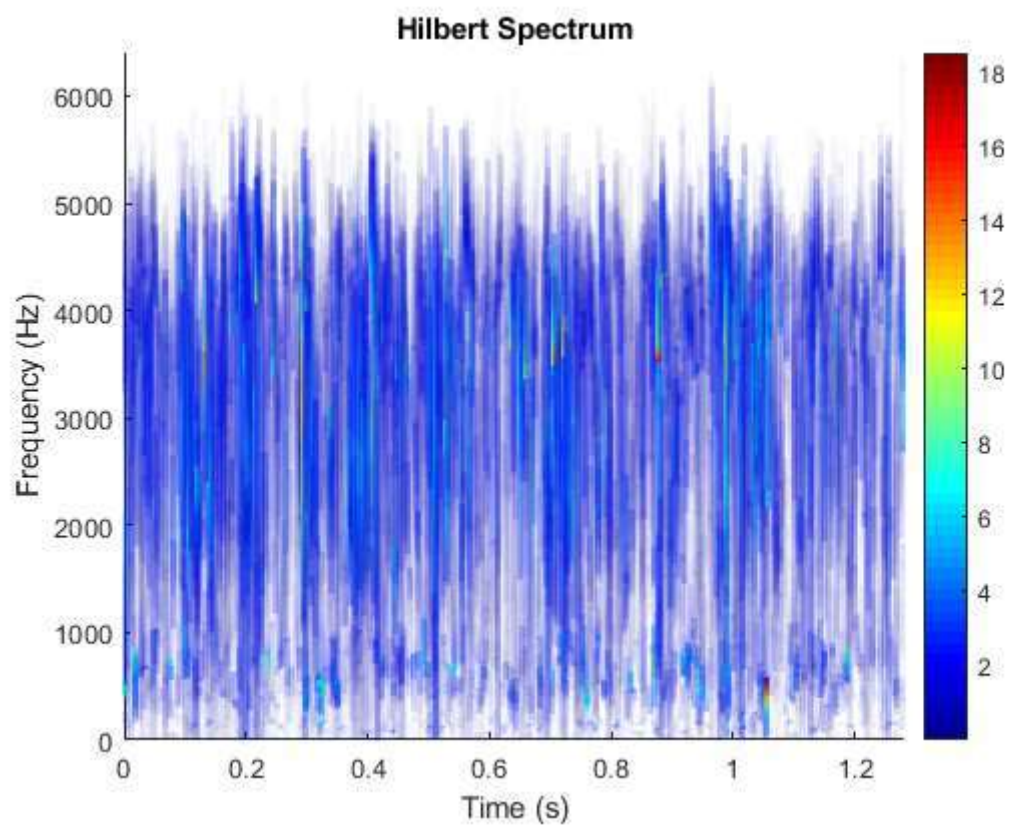
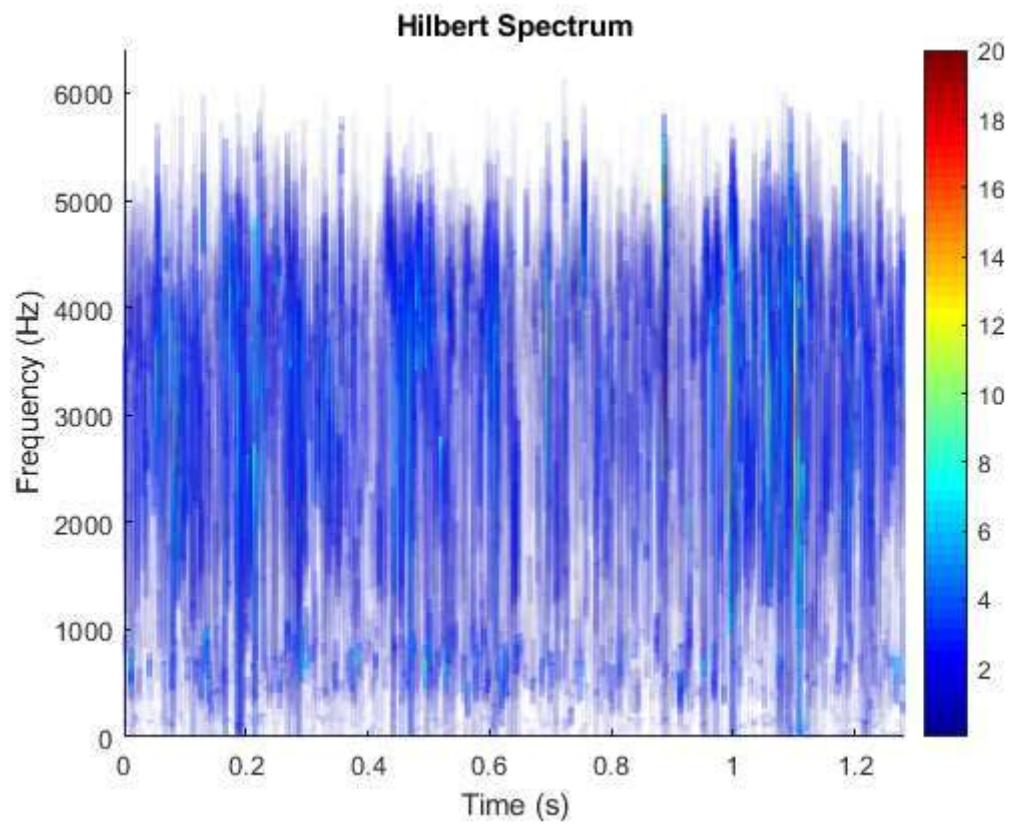


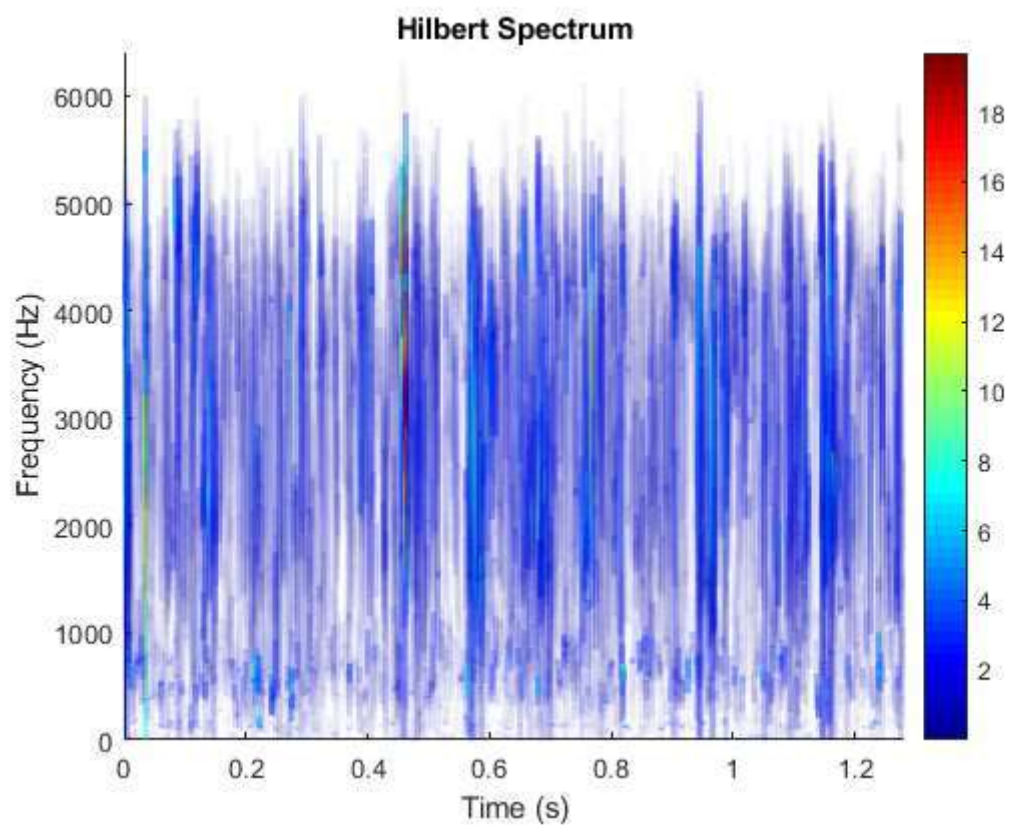
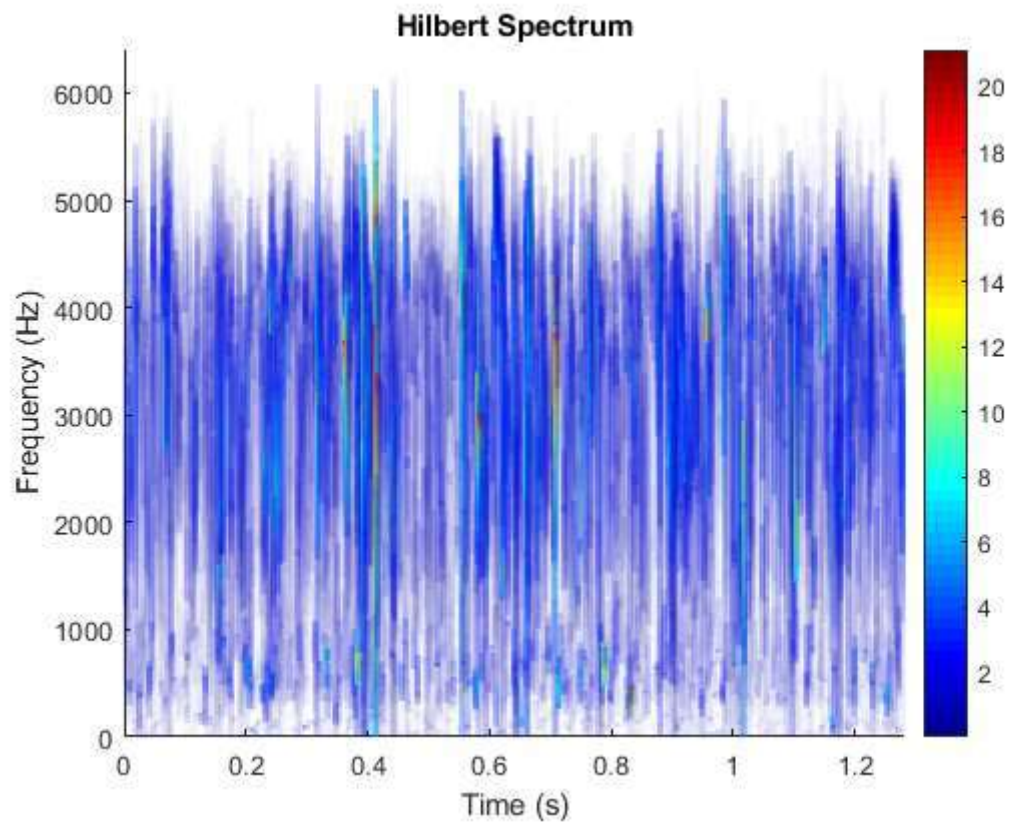


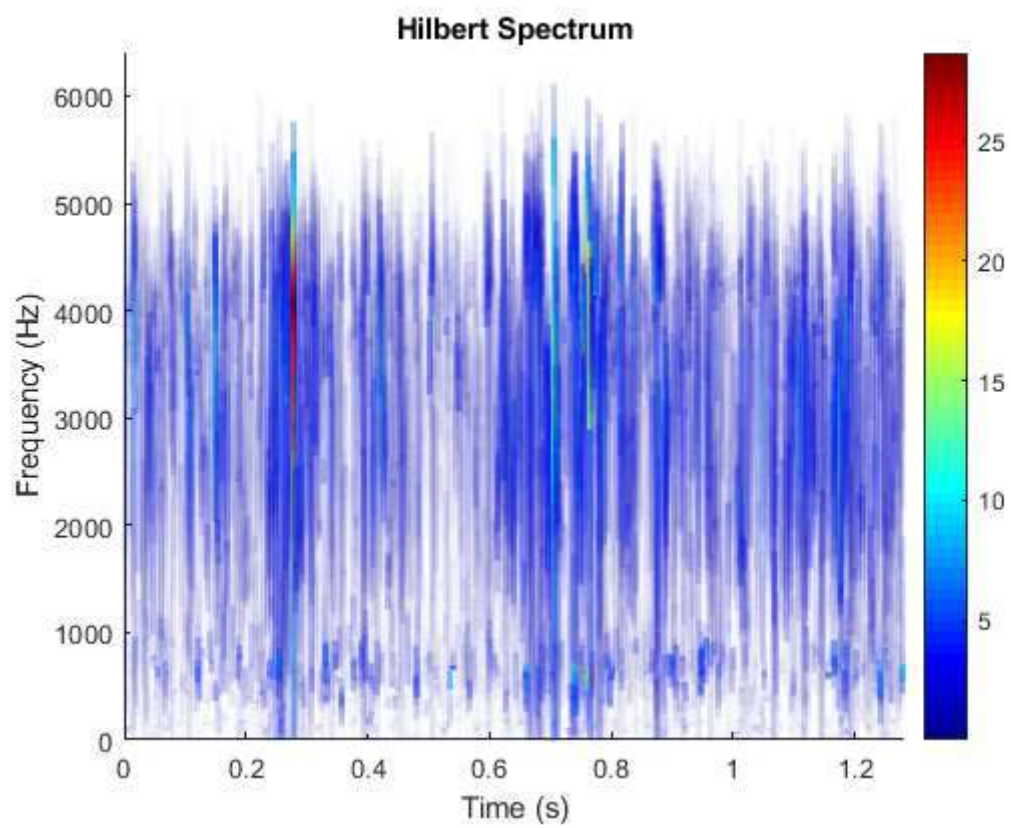
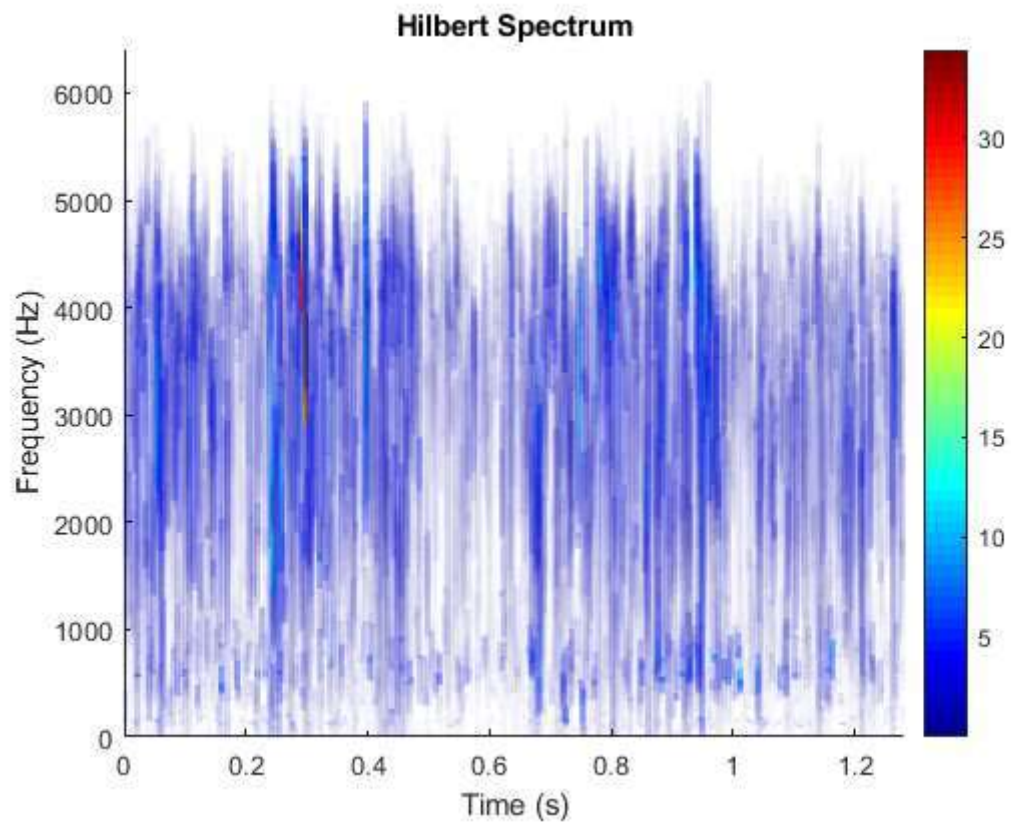


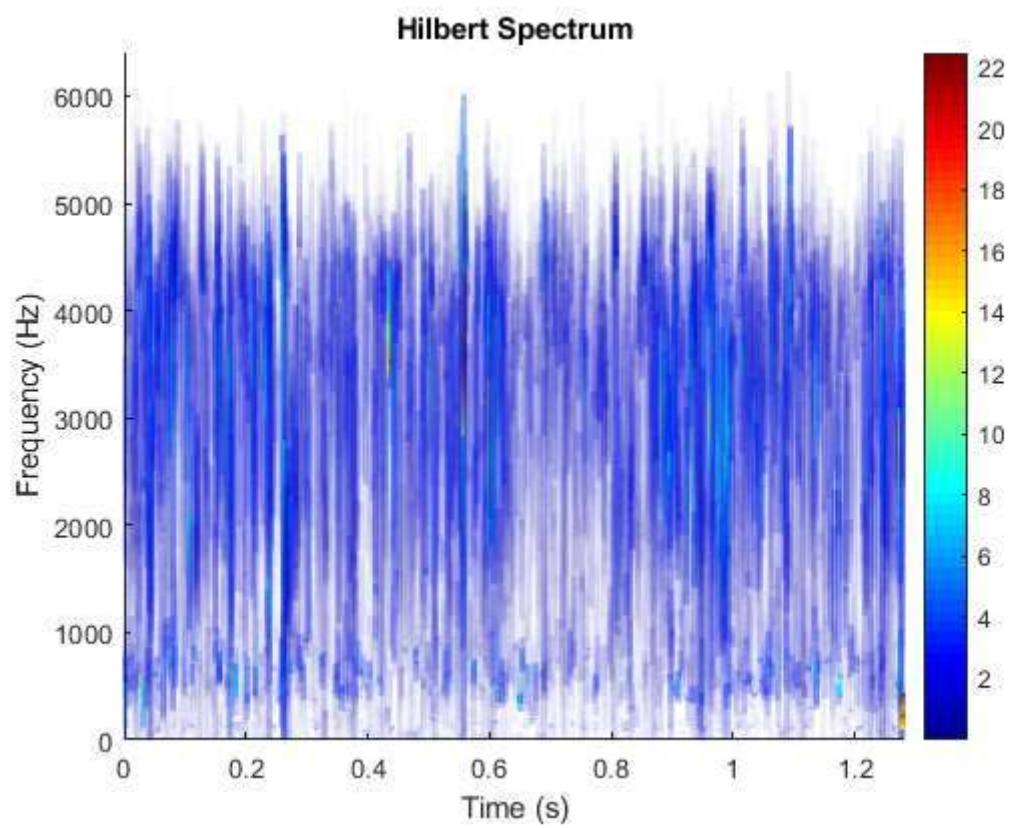
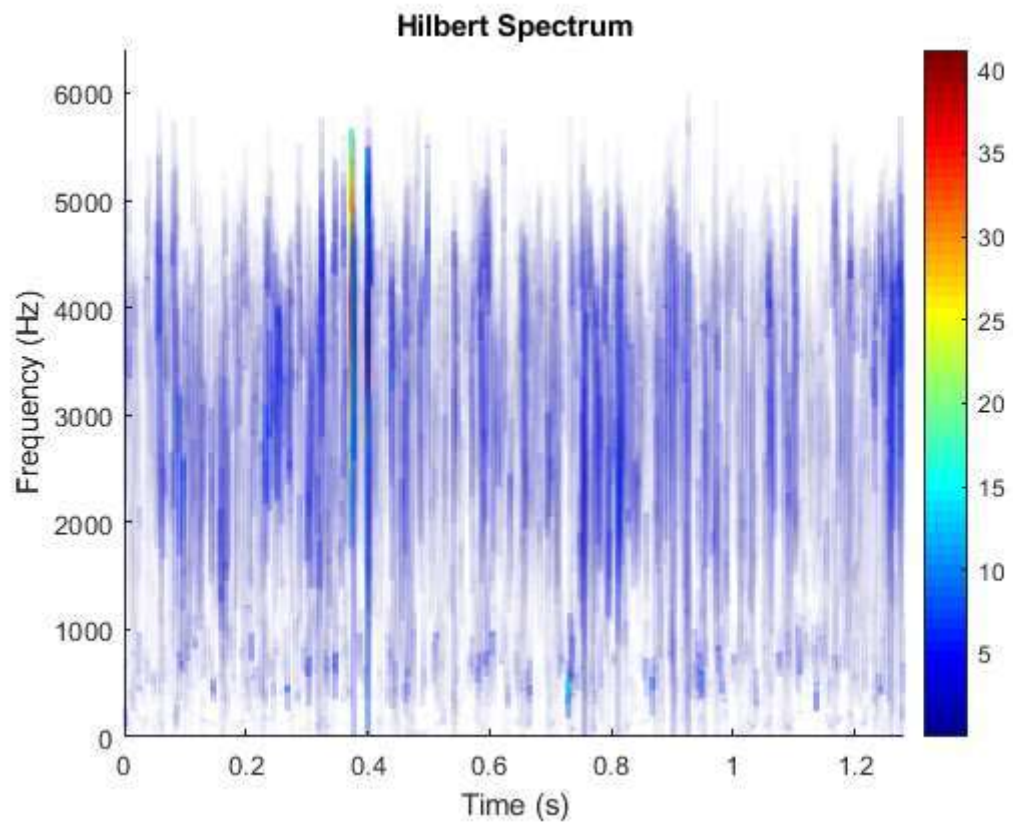


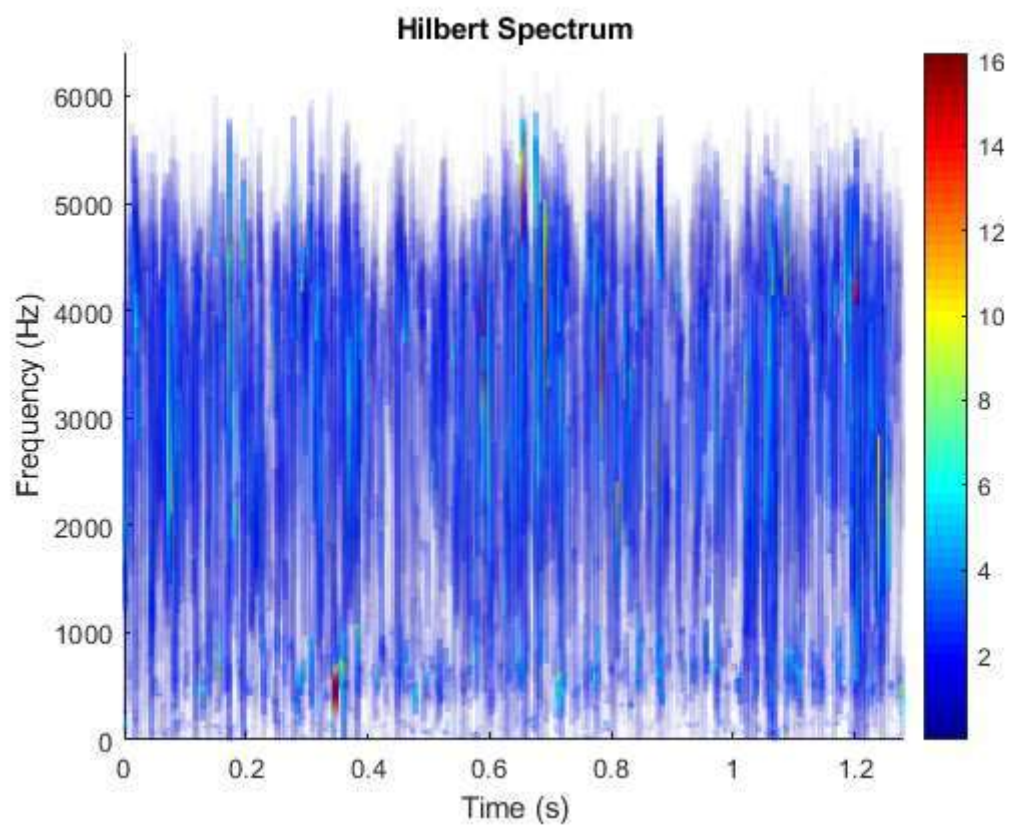
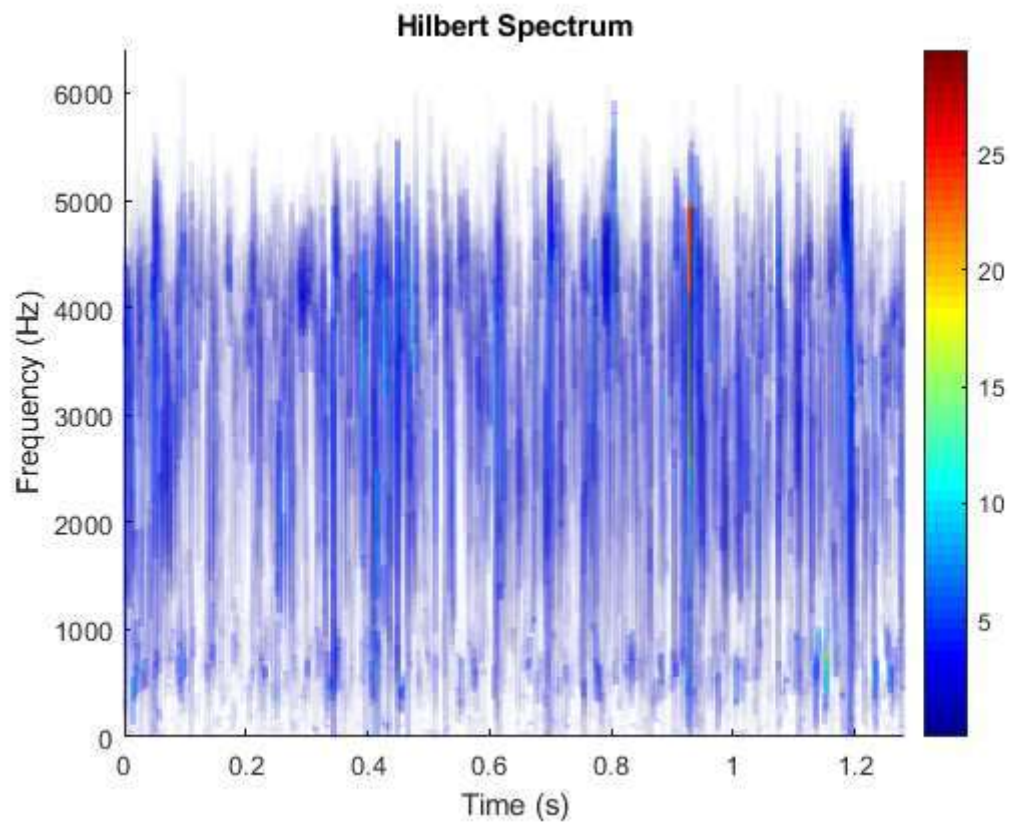


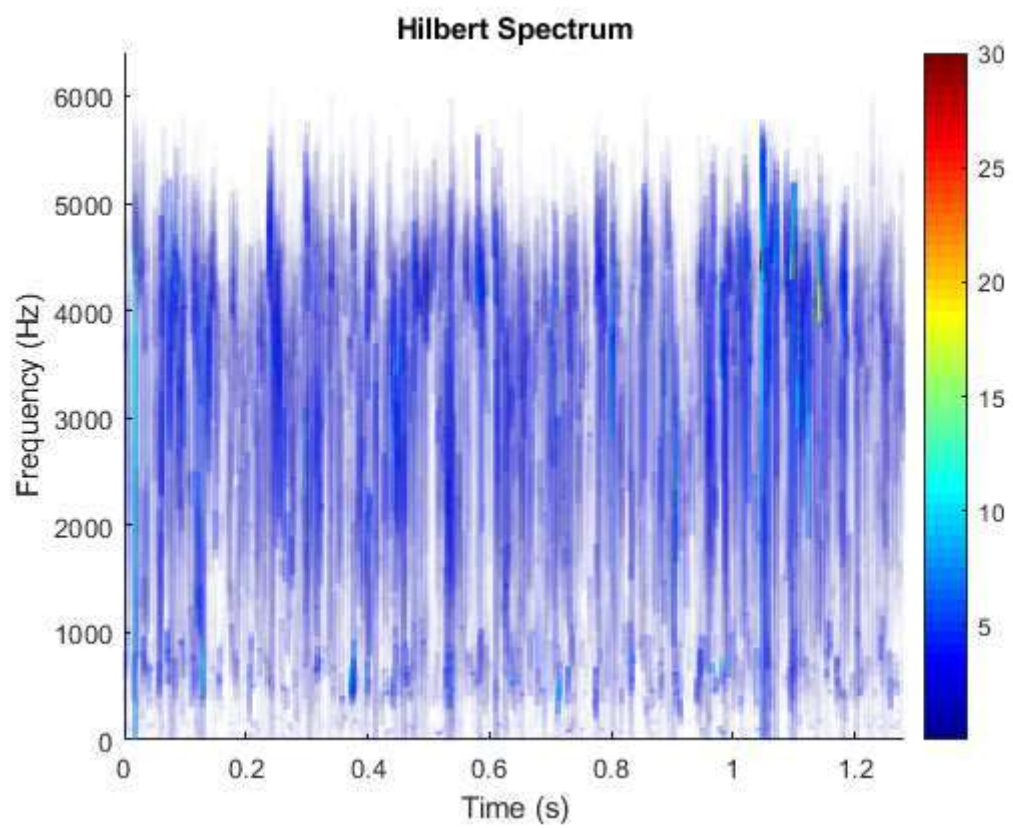
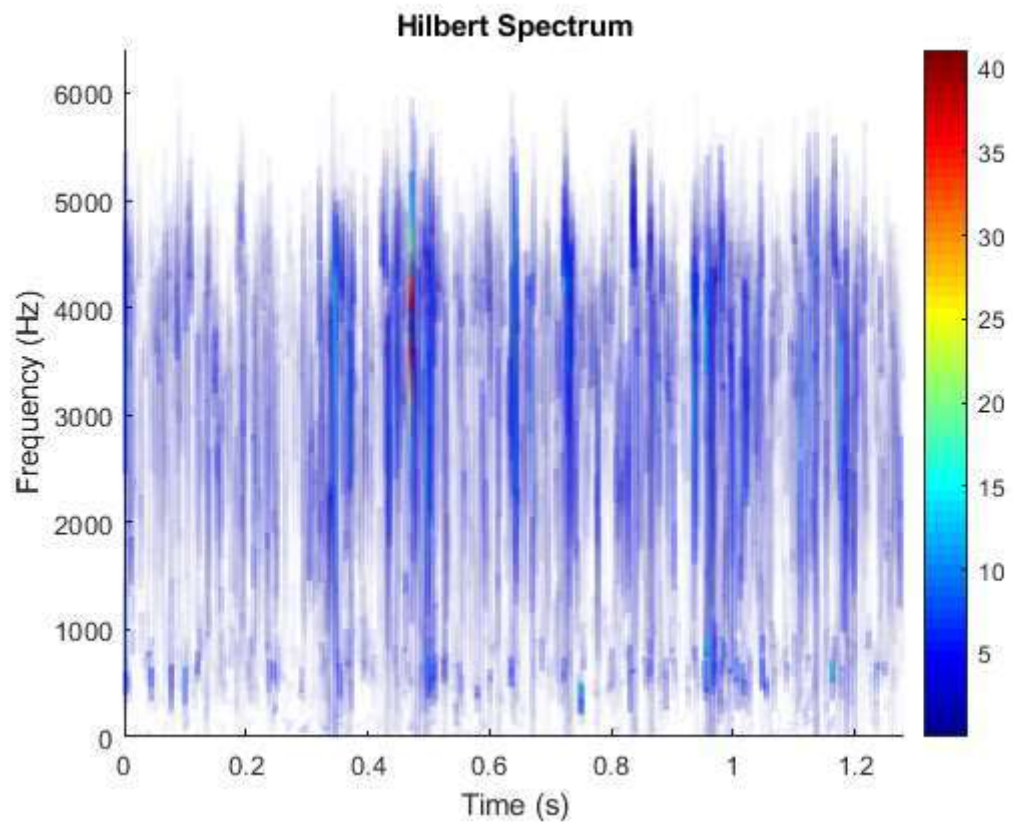


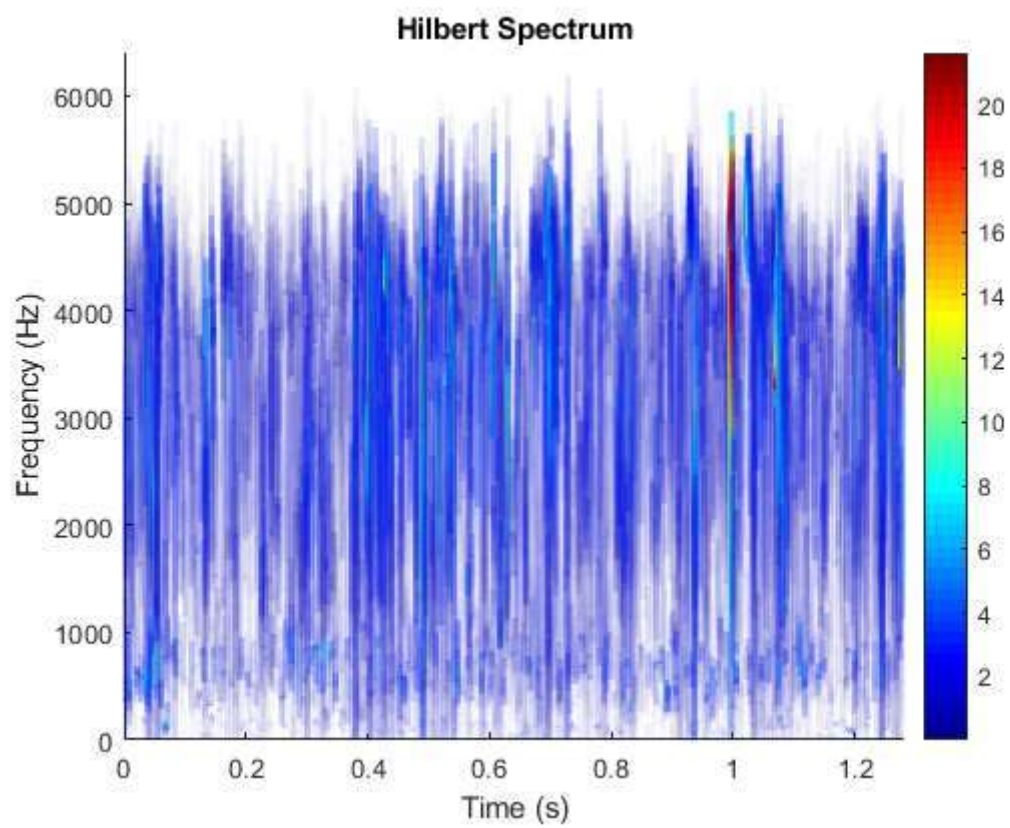
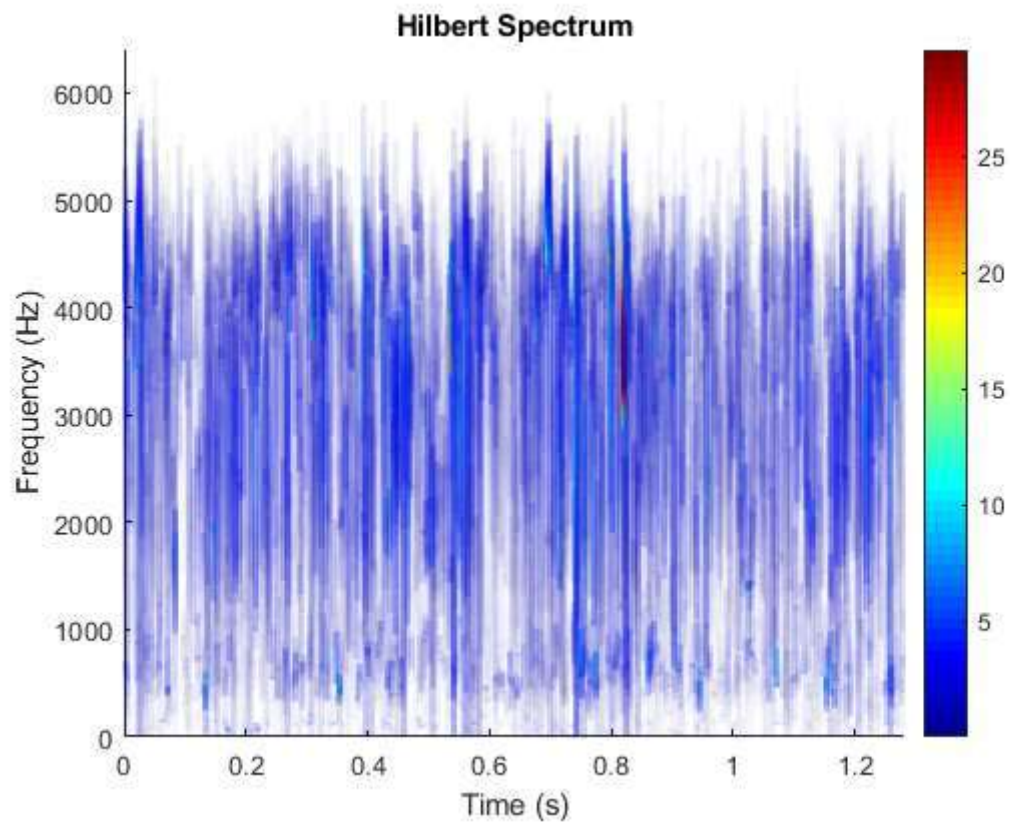


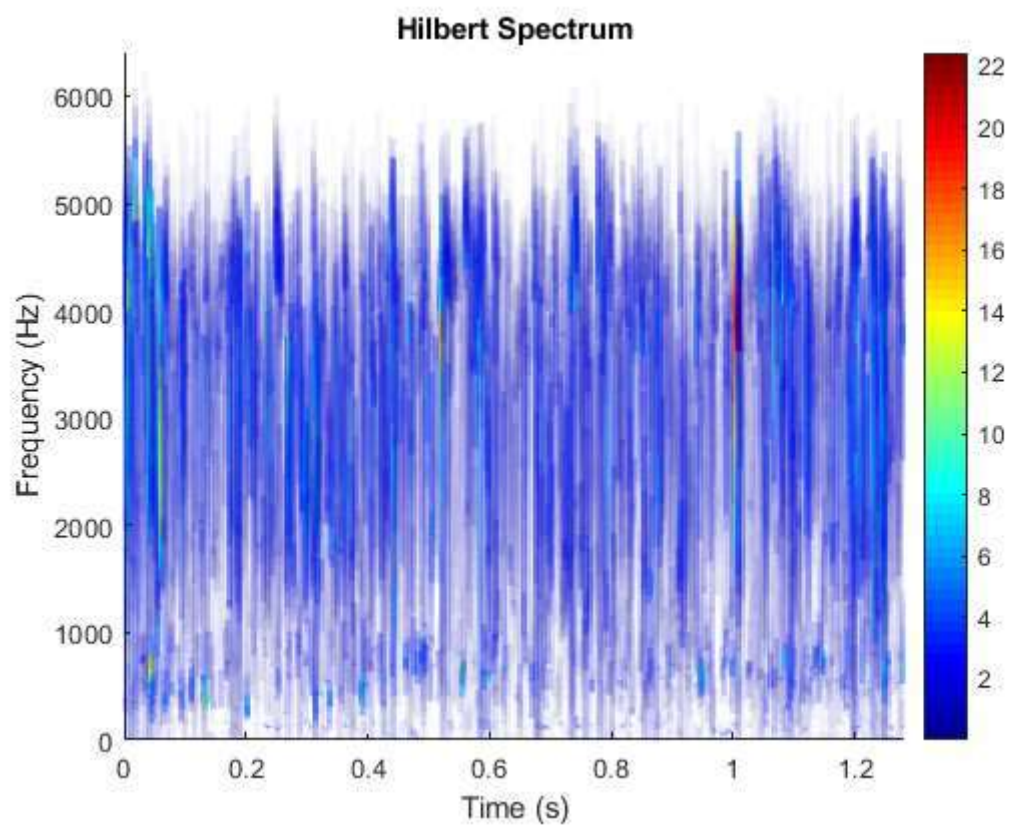
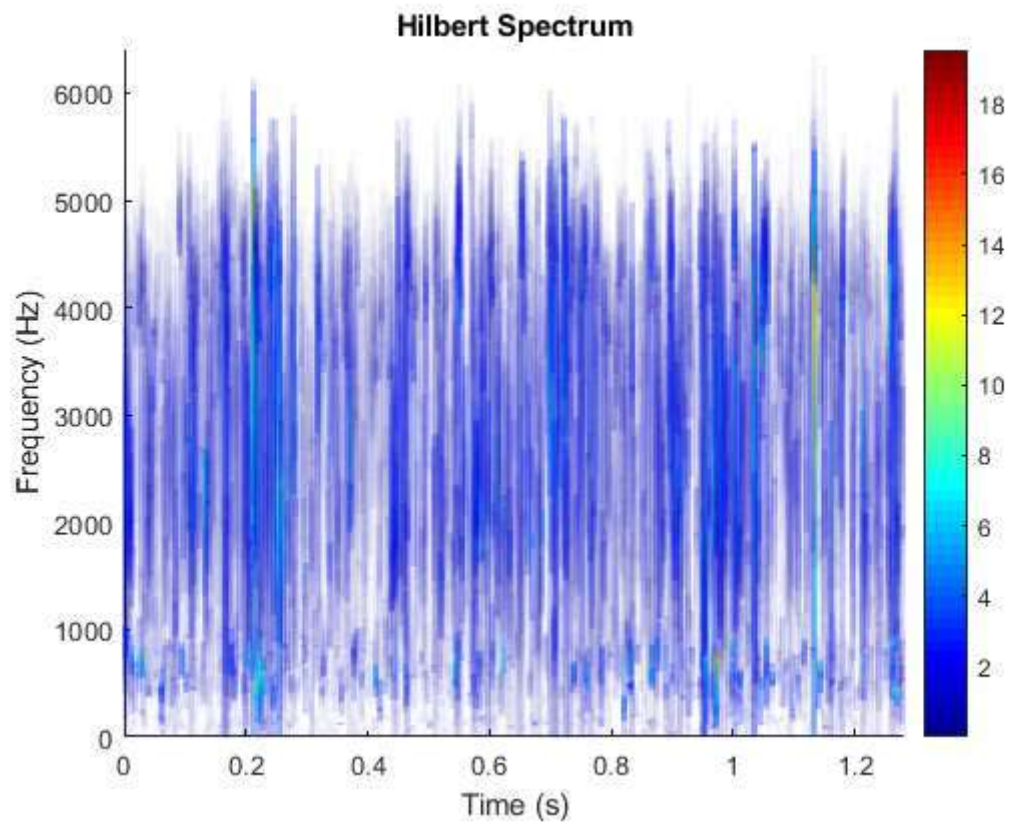


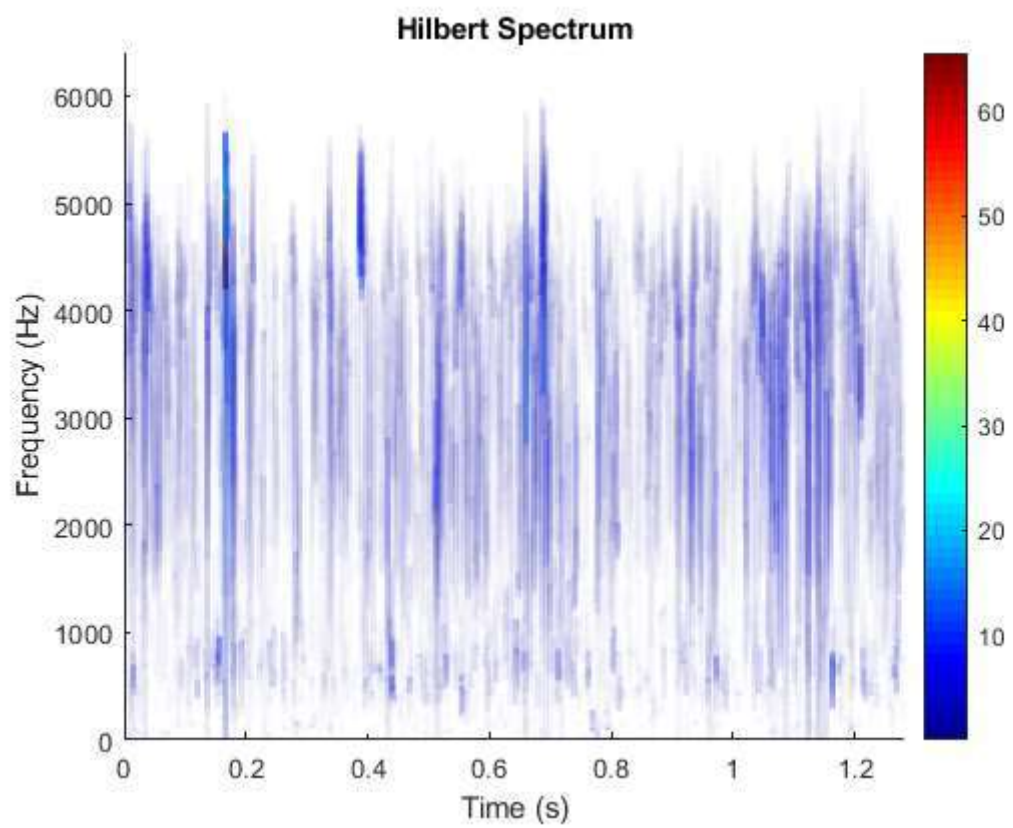
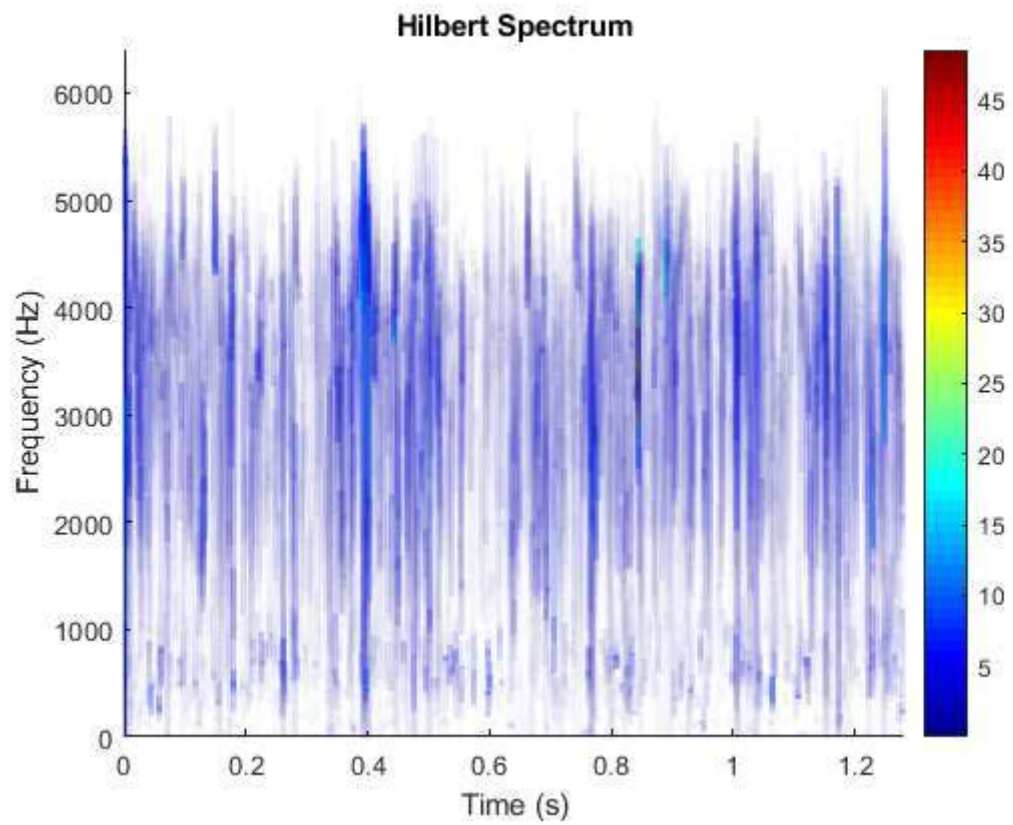


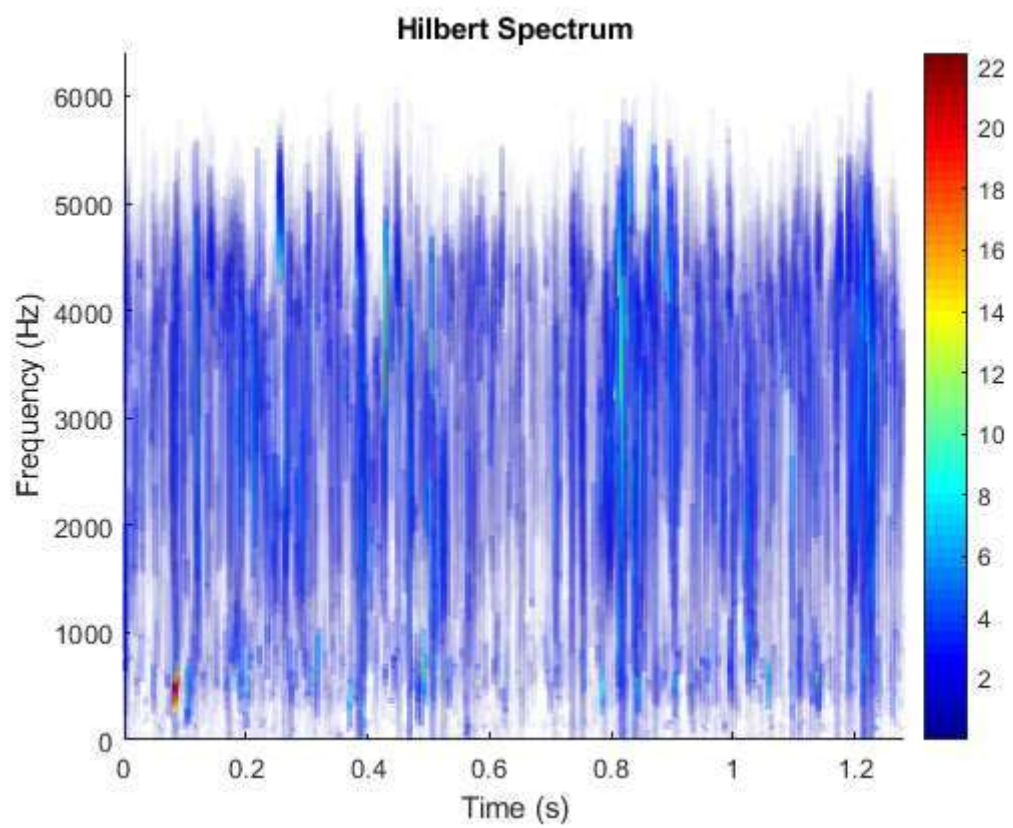
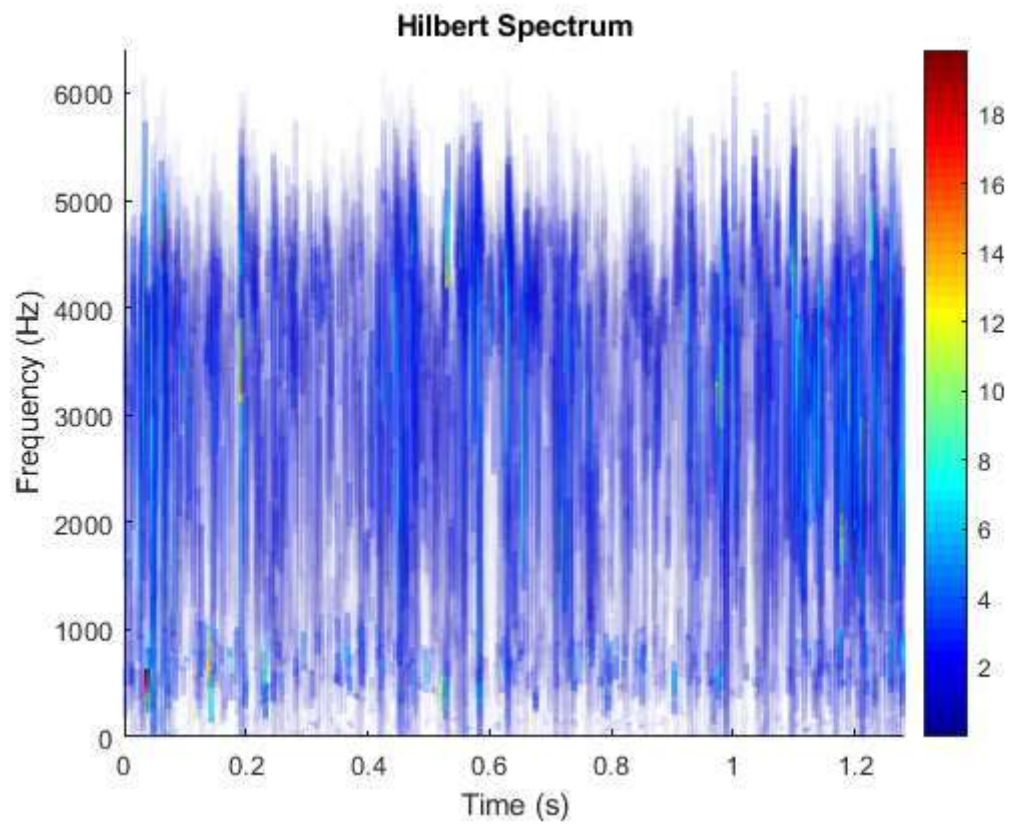


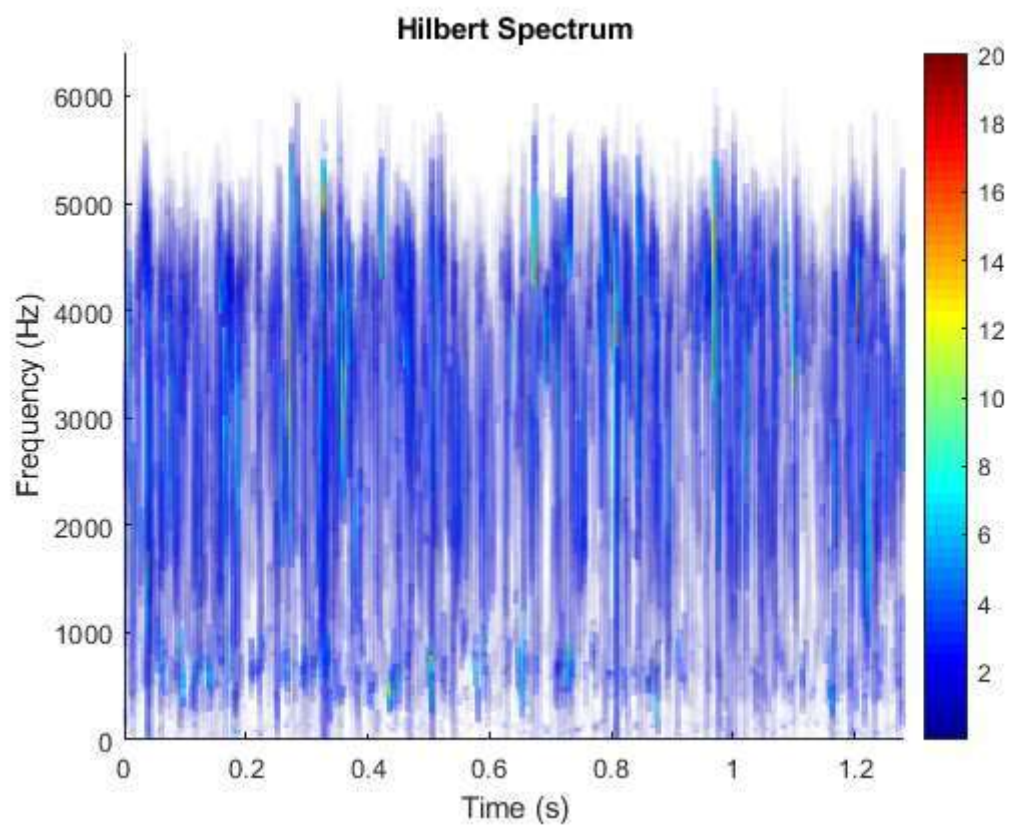
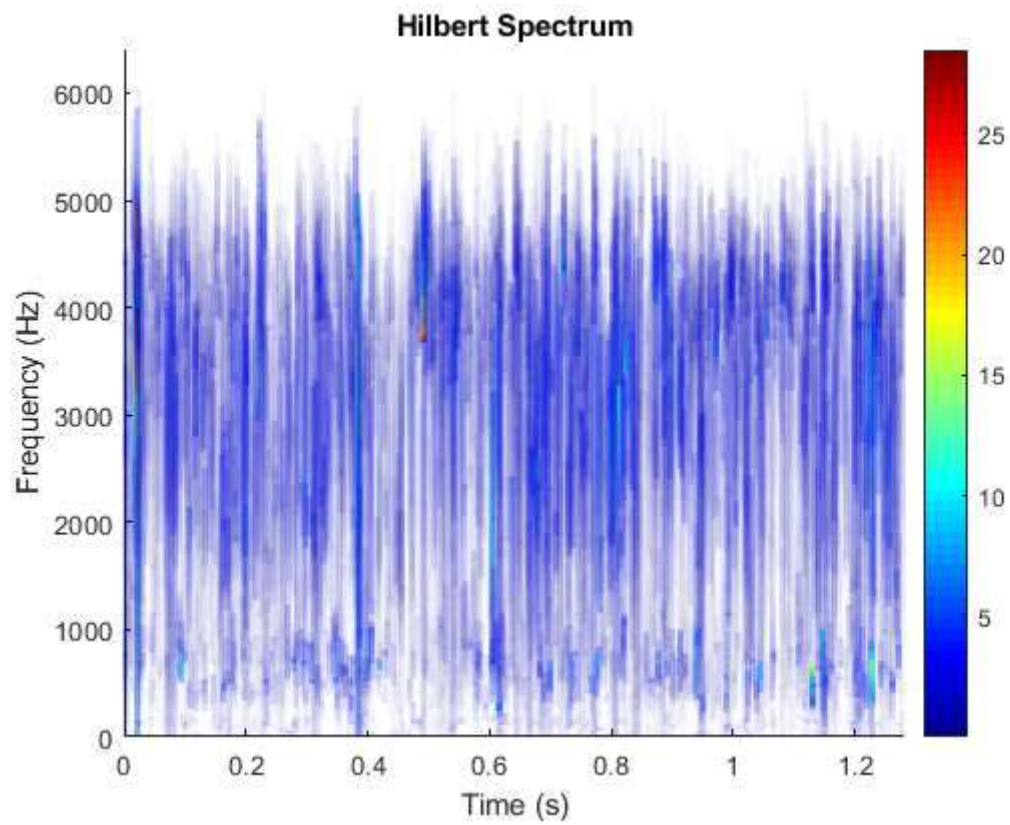


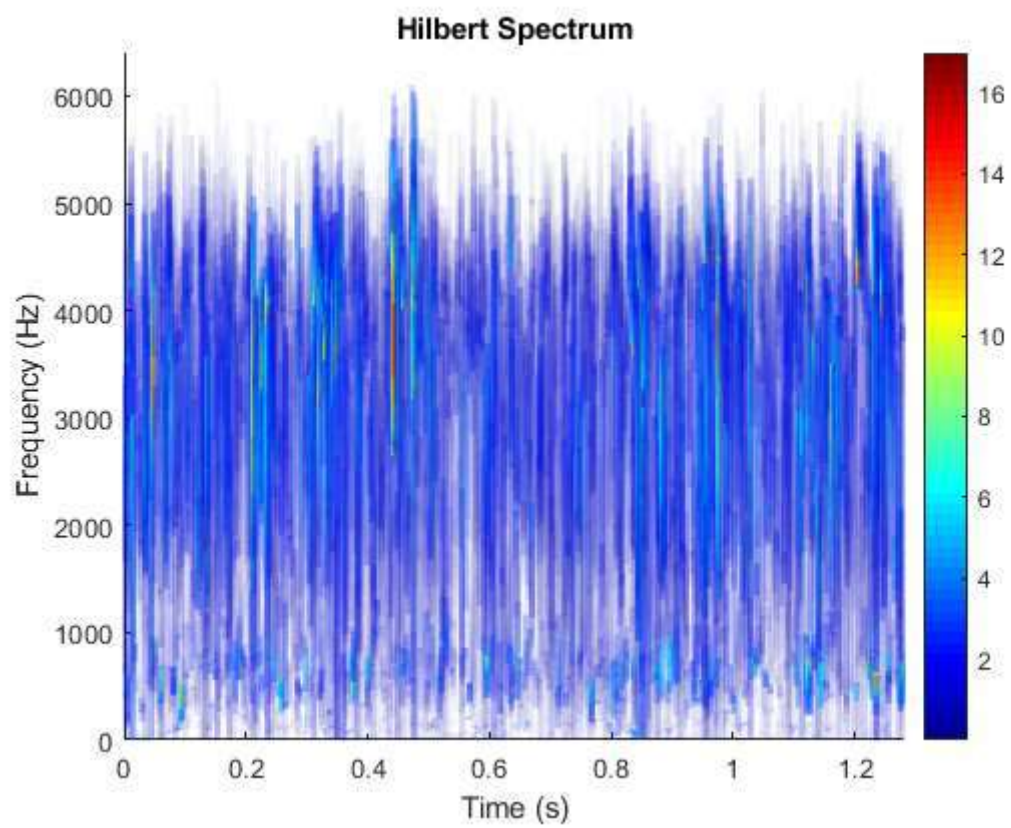
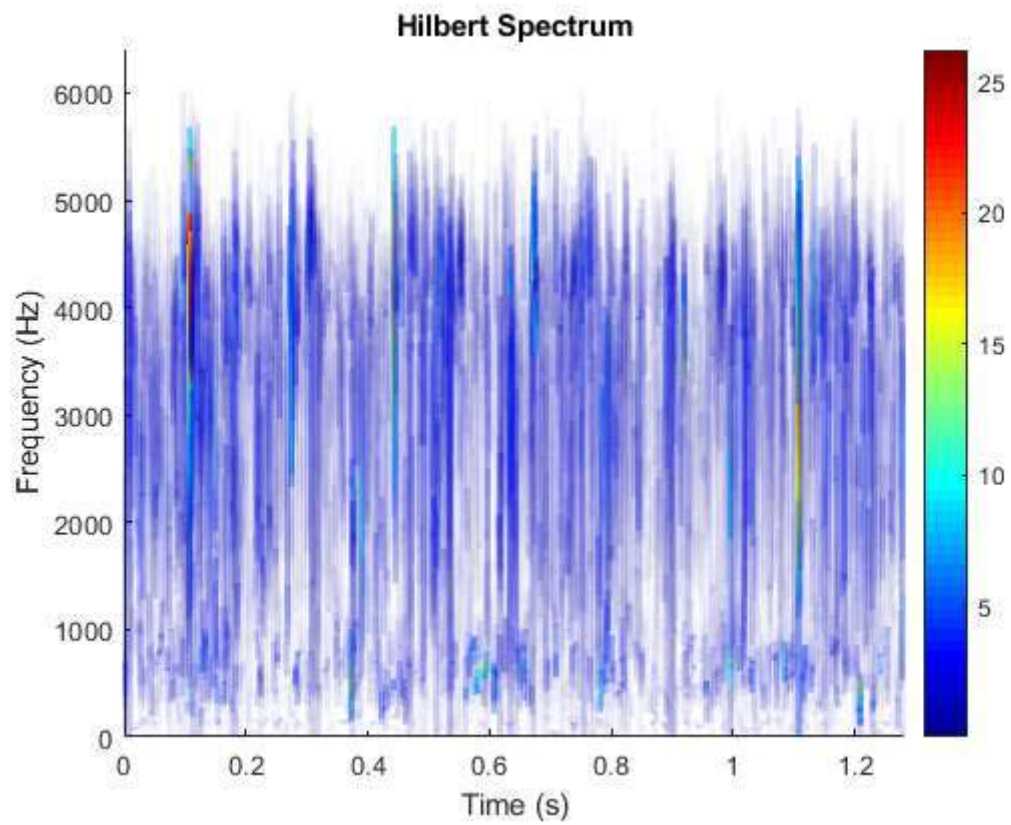


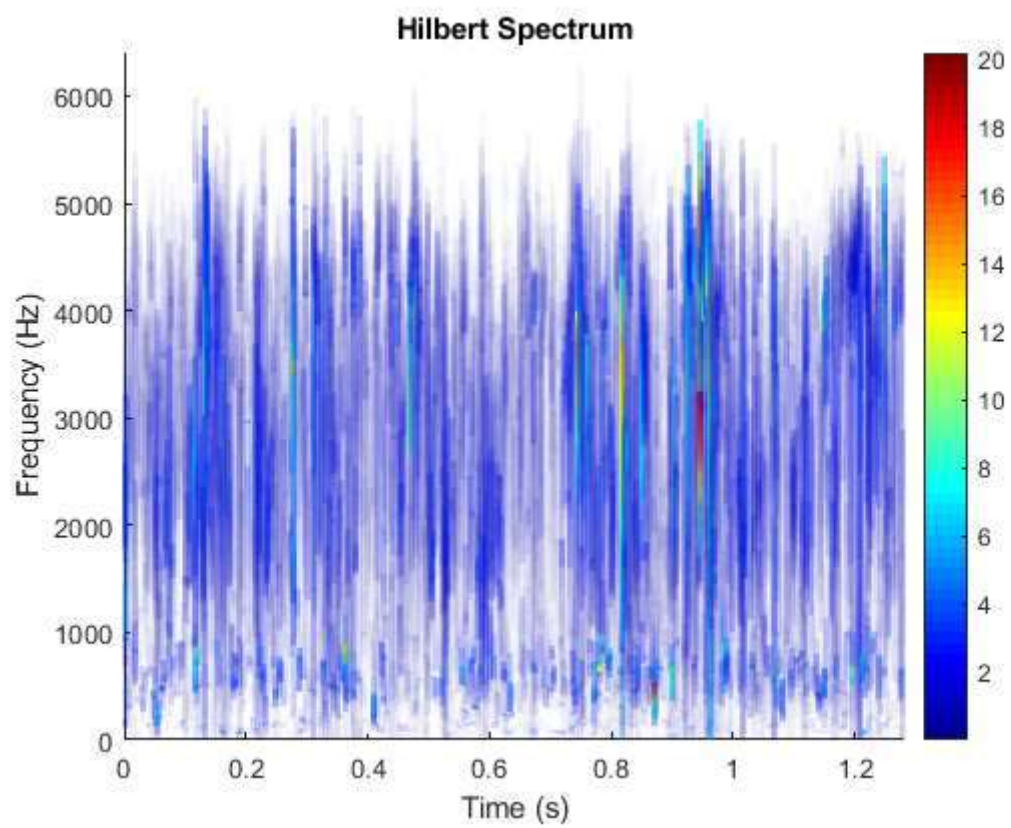
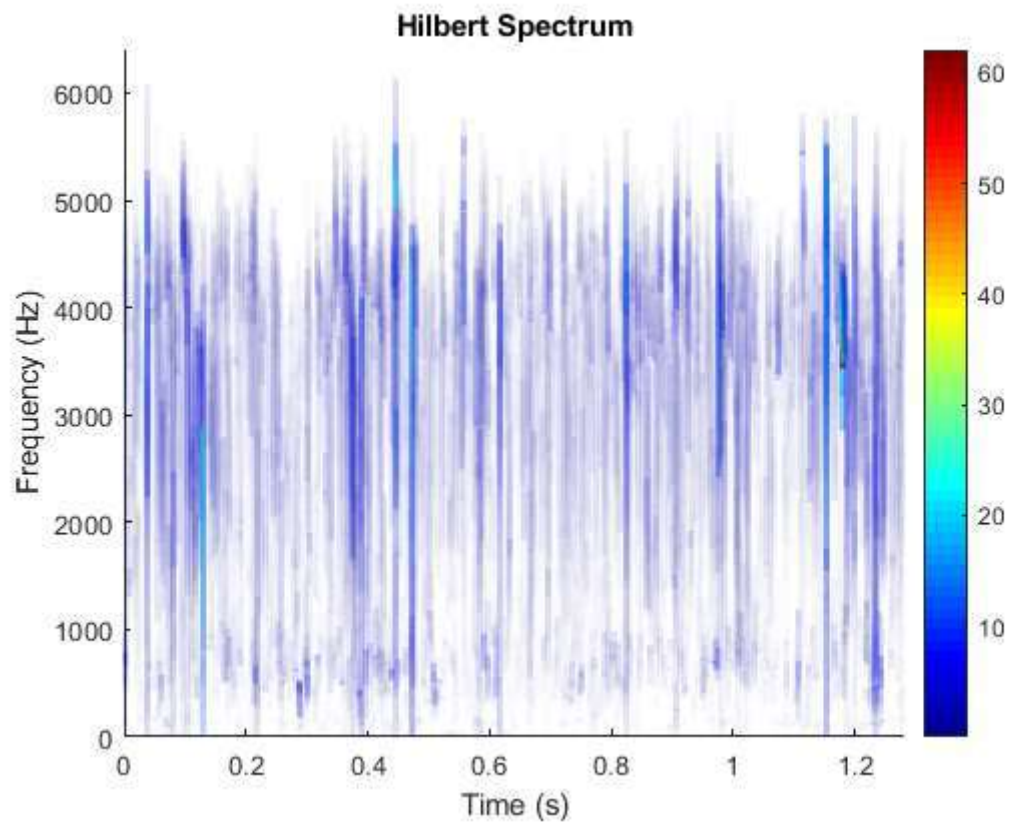


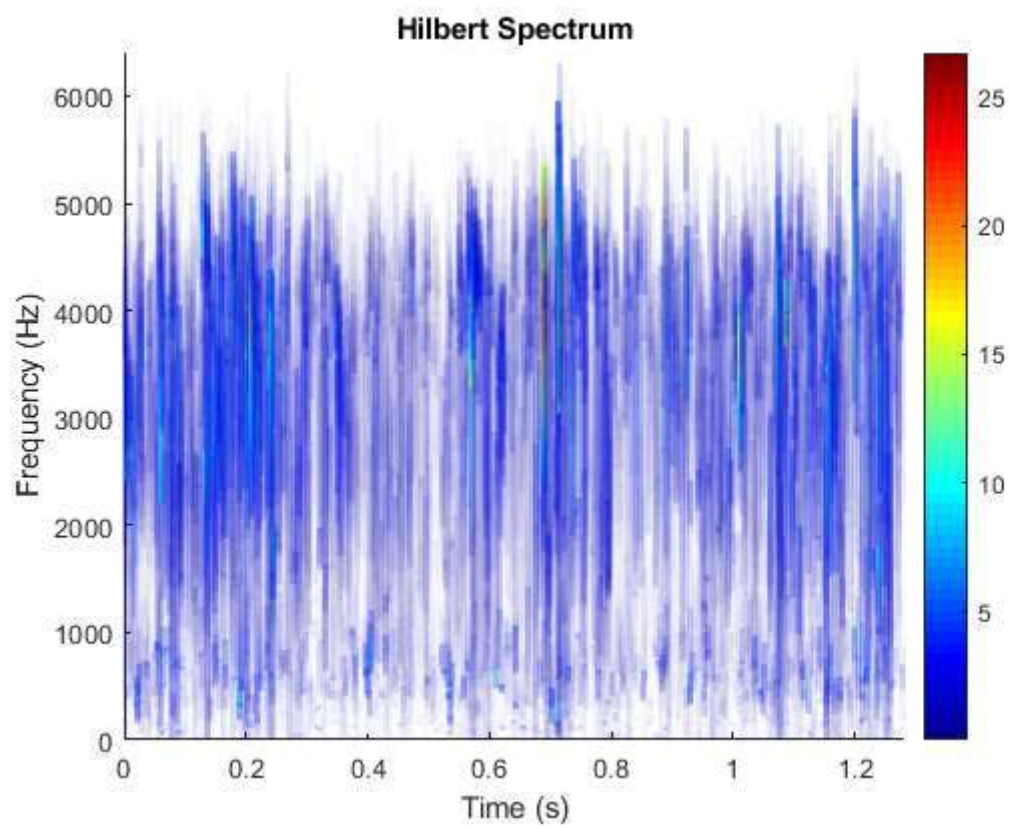
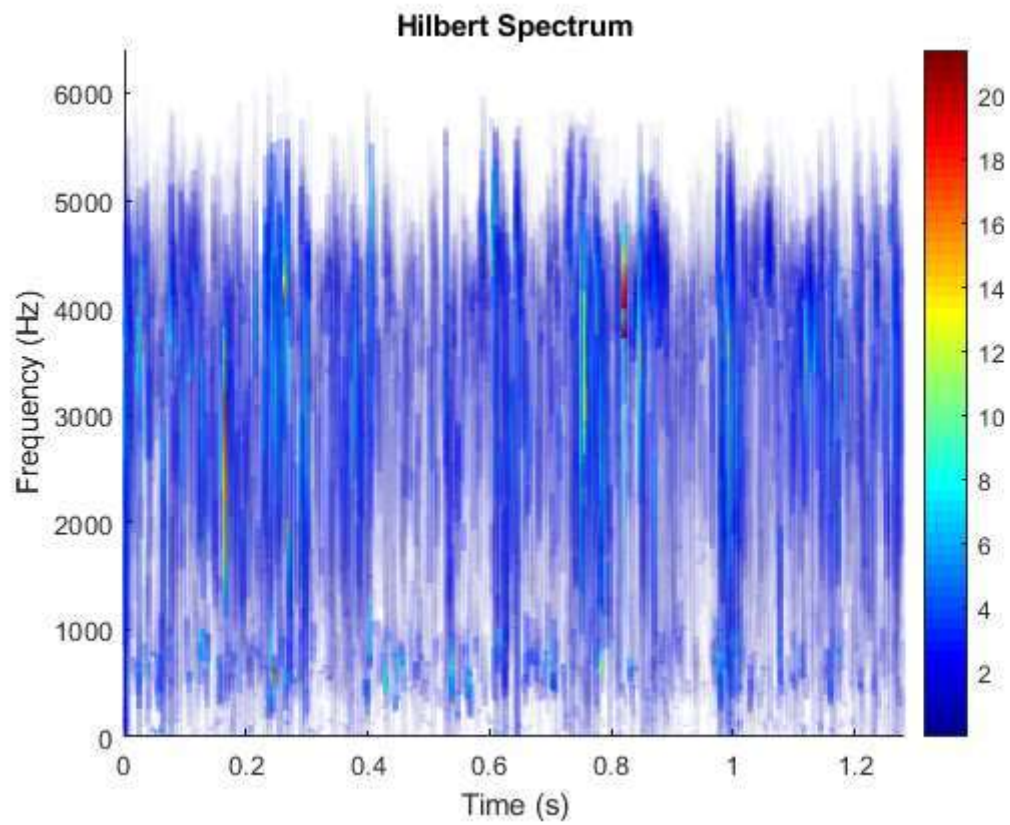


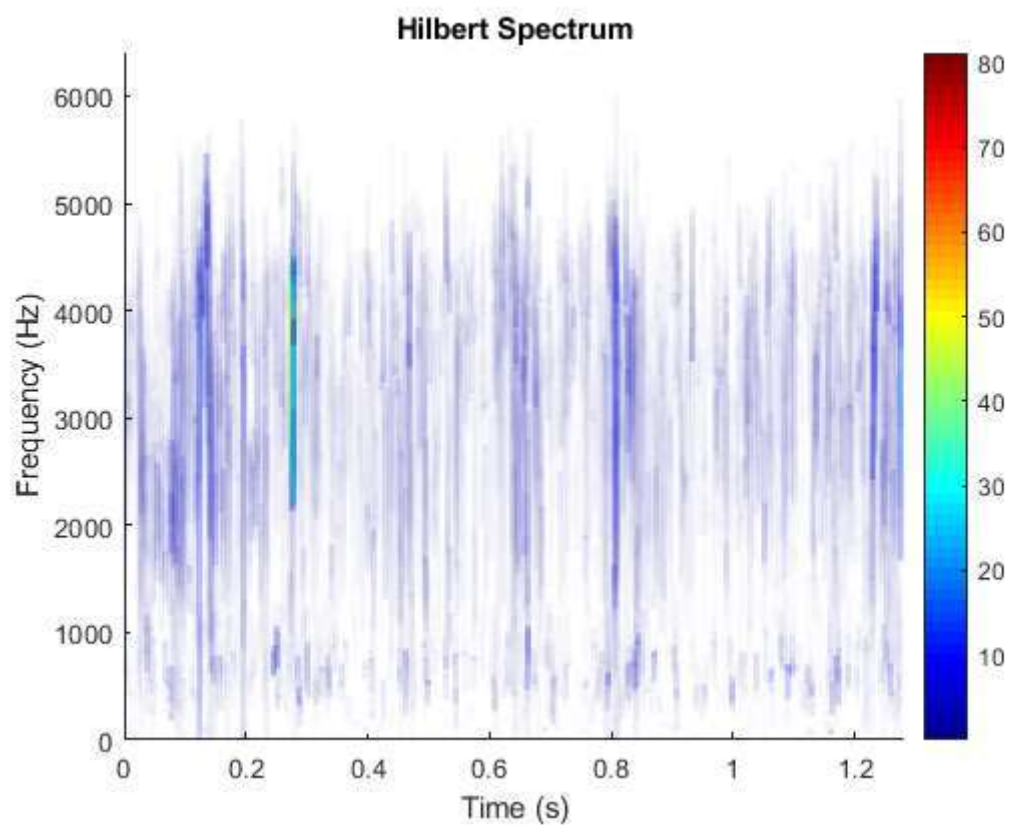
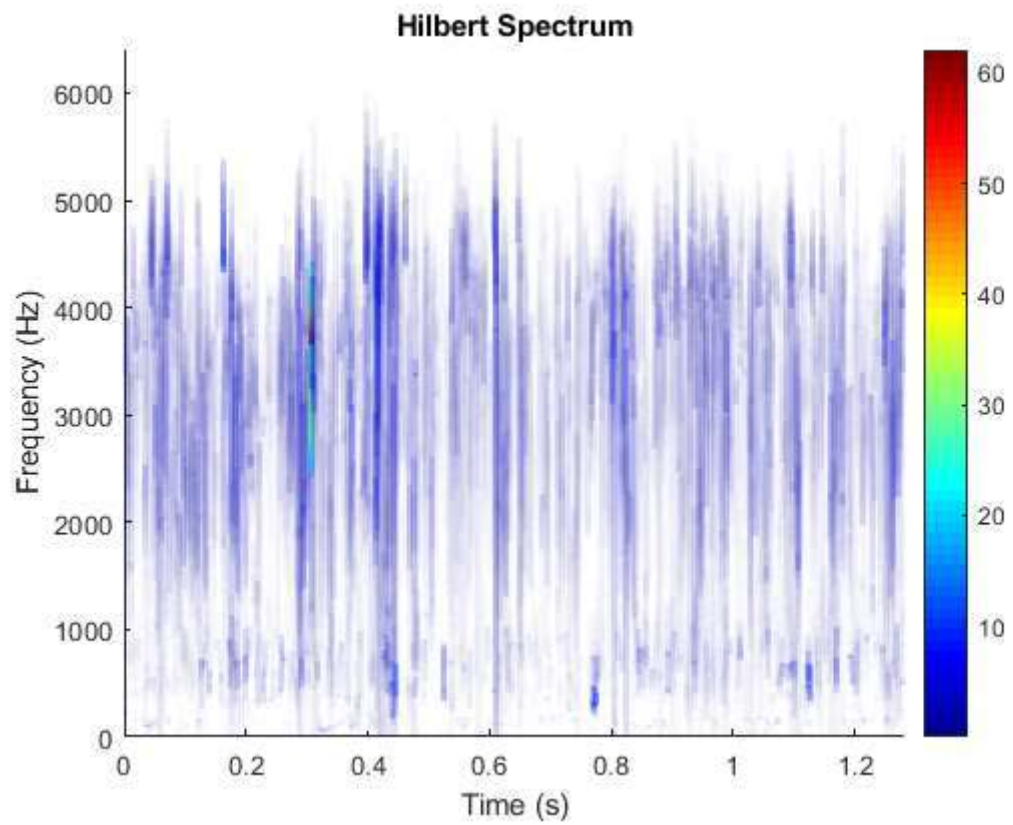


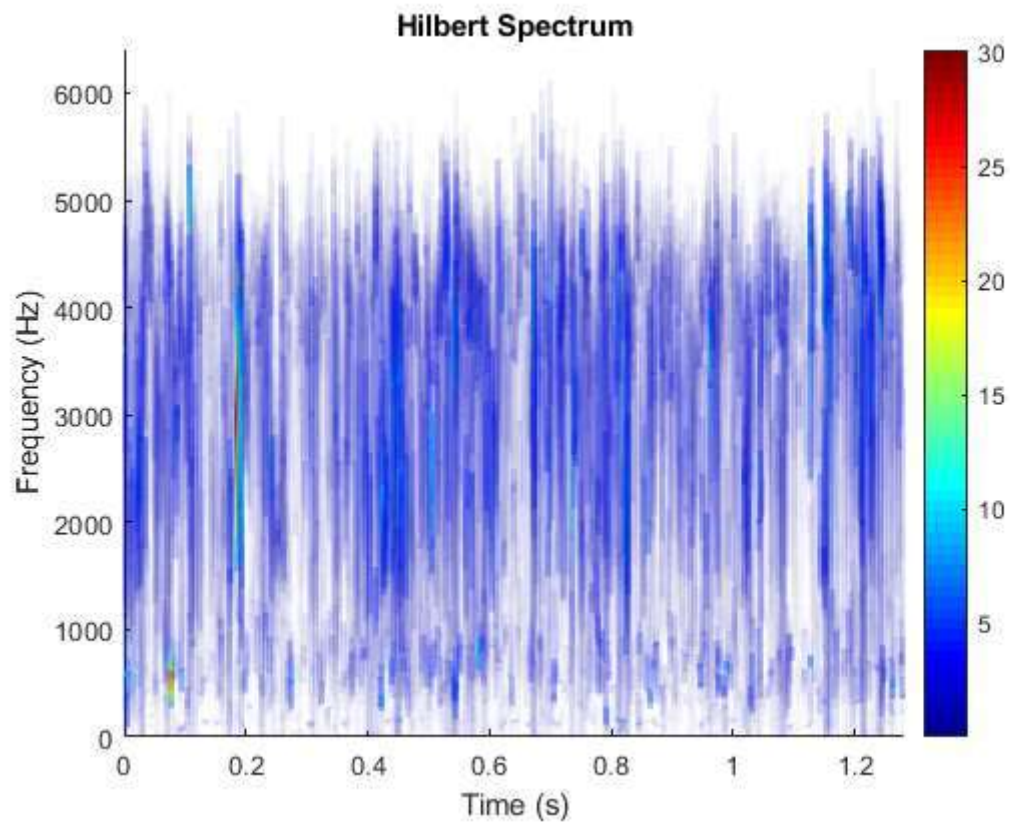






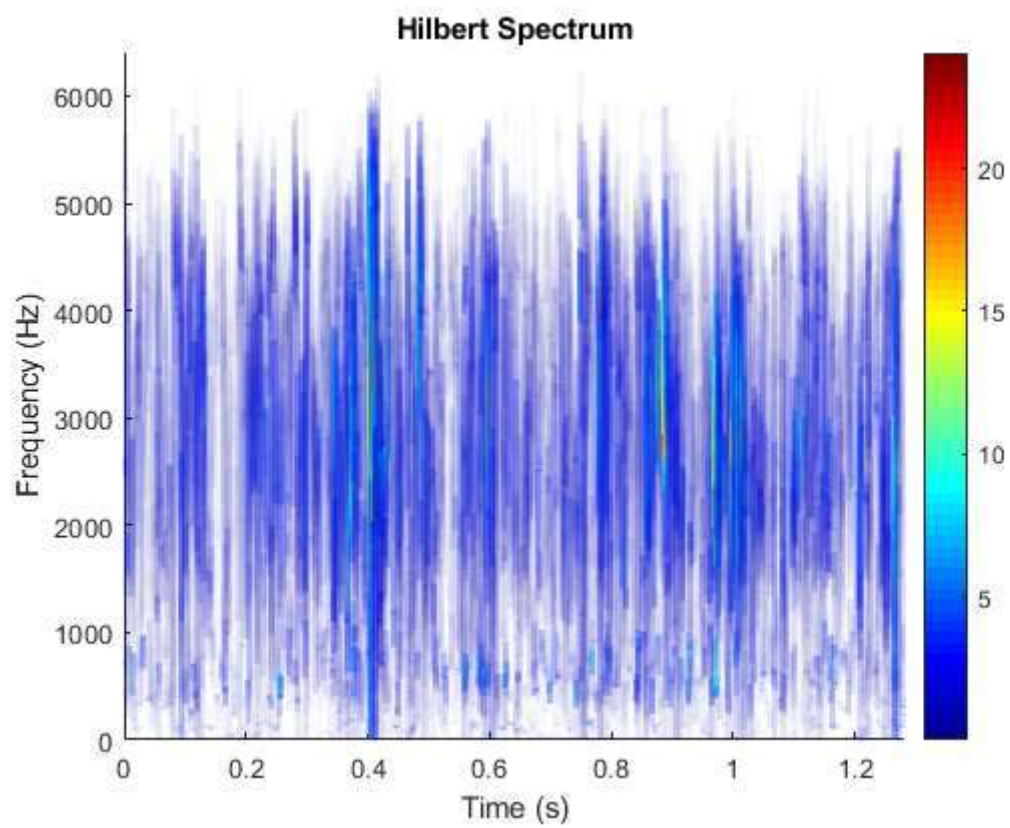
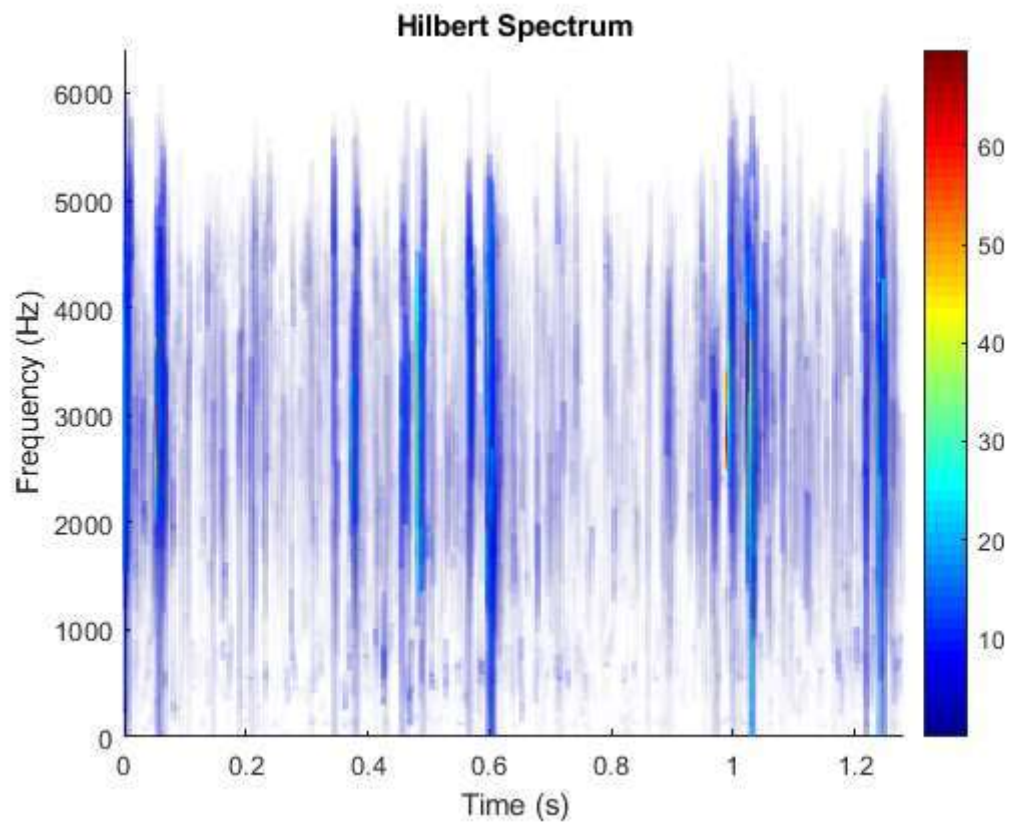


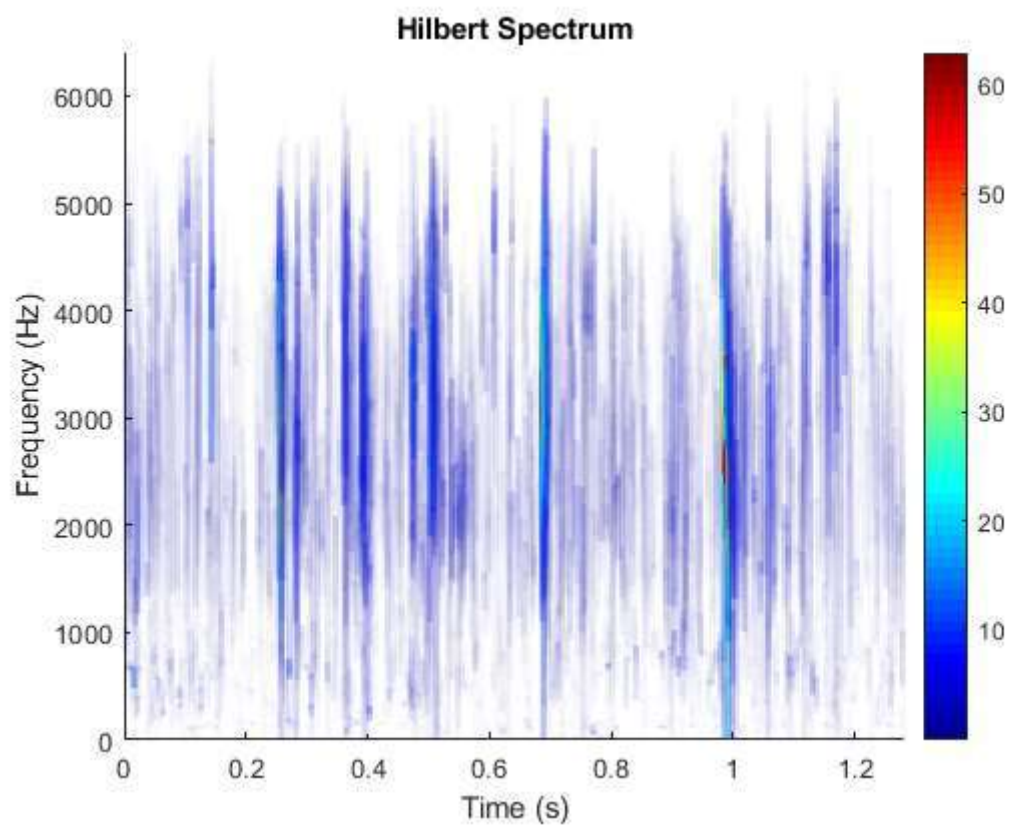
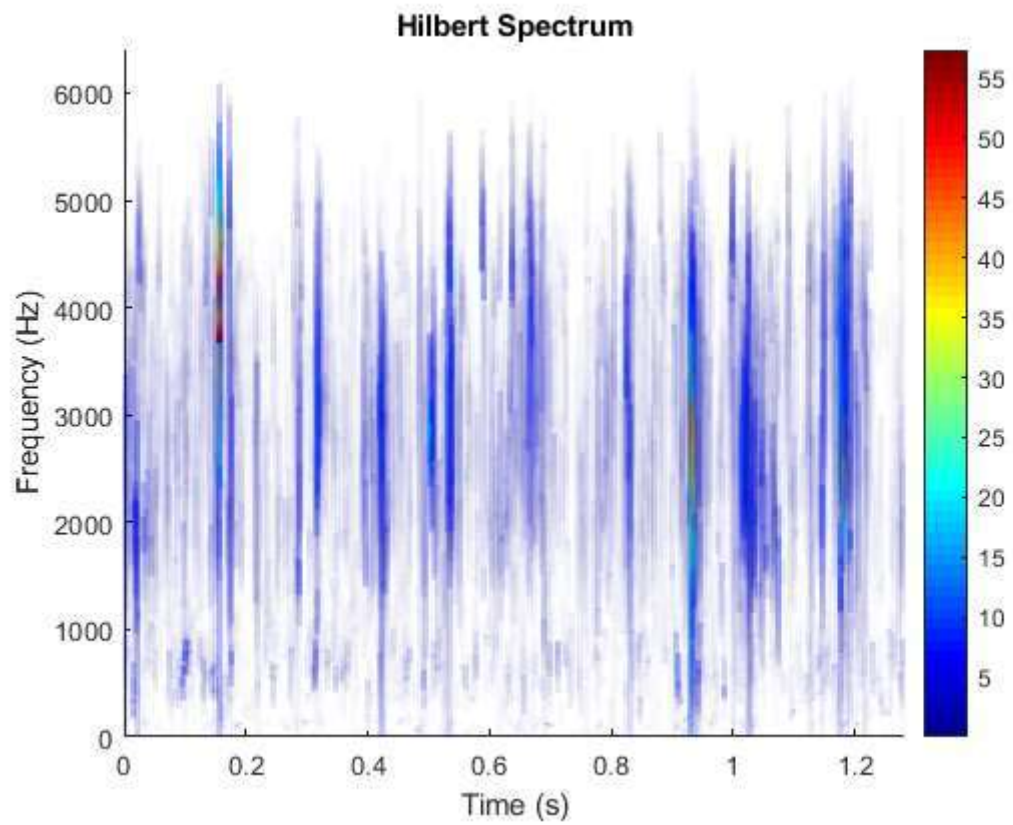


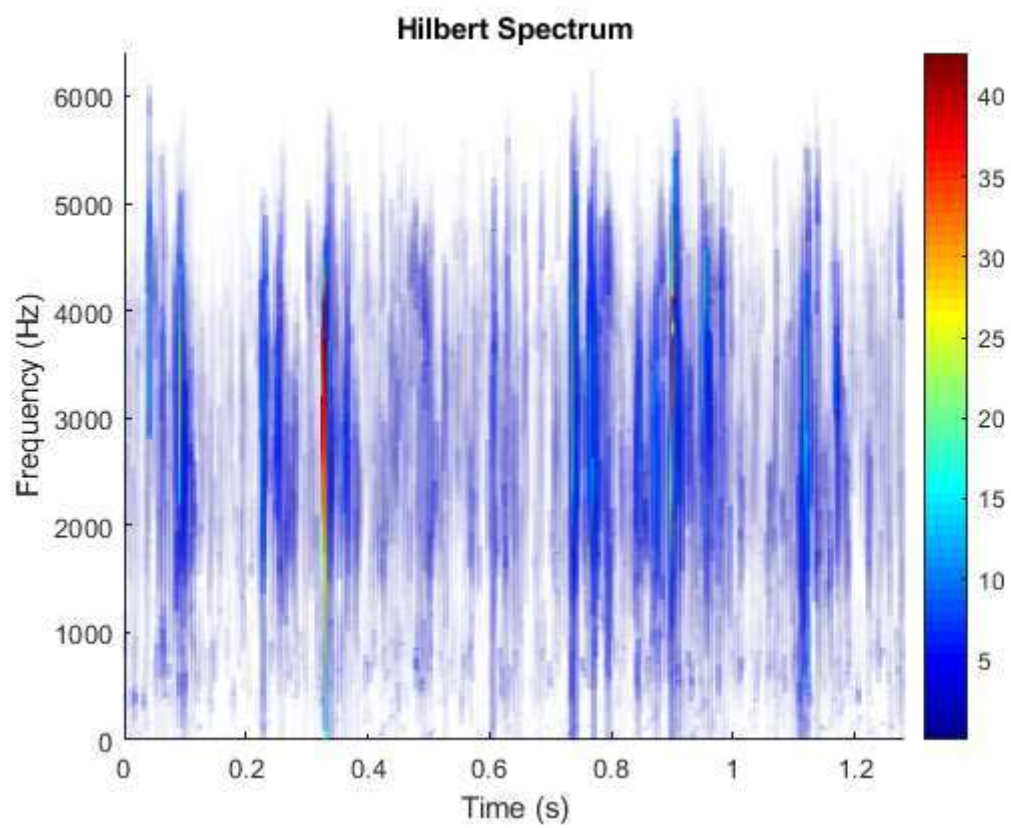
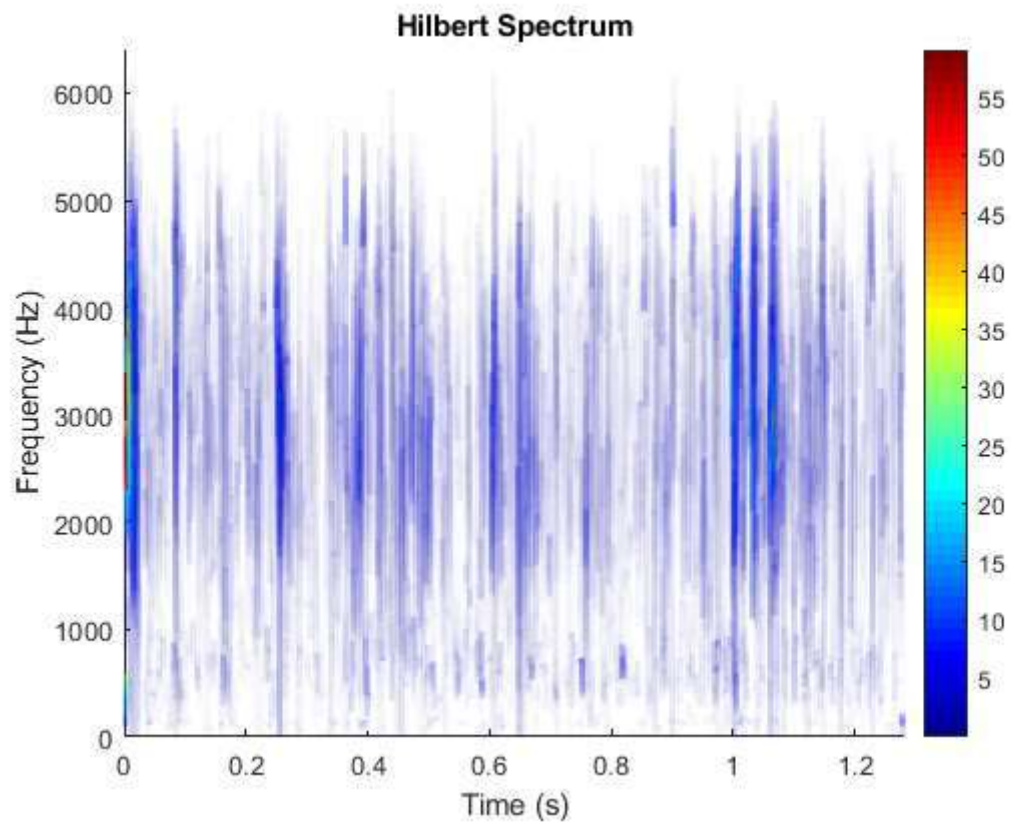


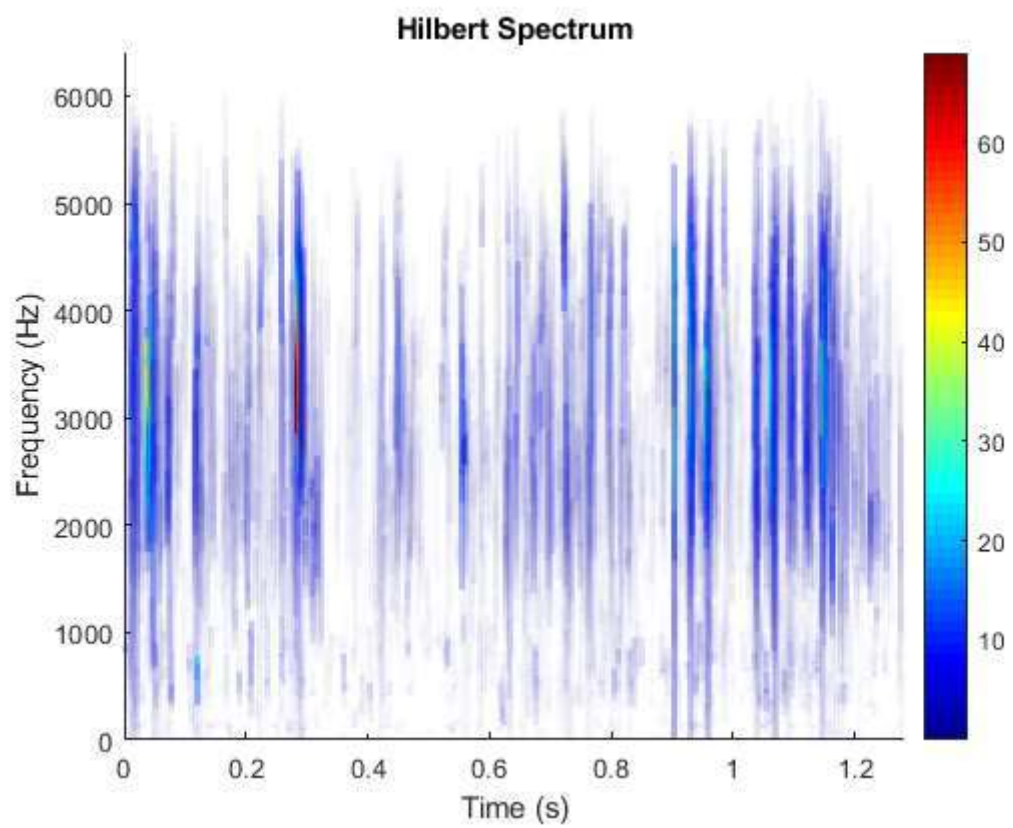
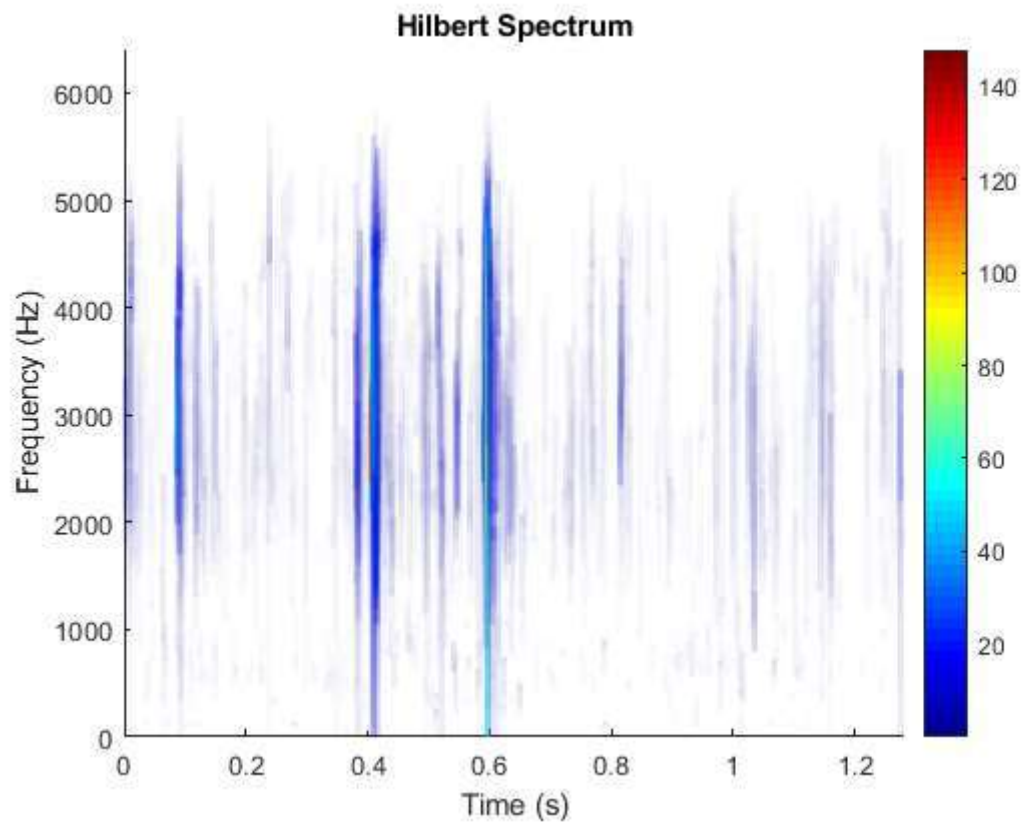
[Published with MATLAB® R2018b](#)

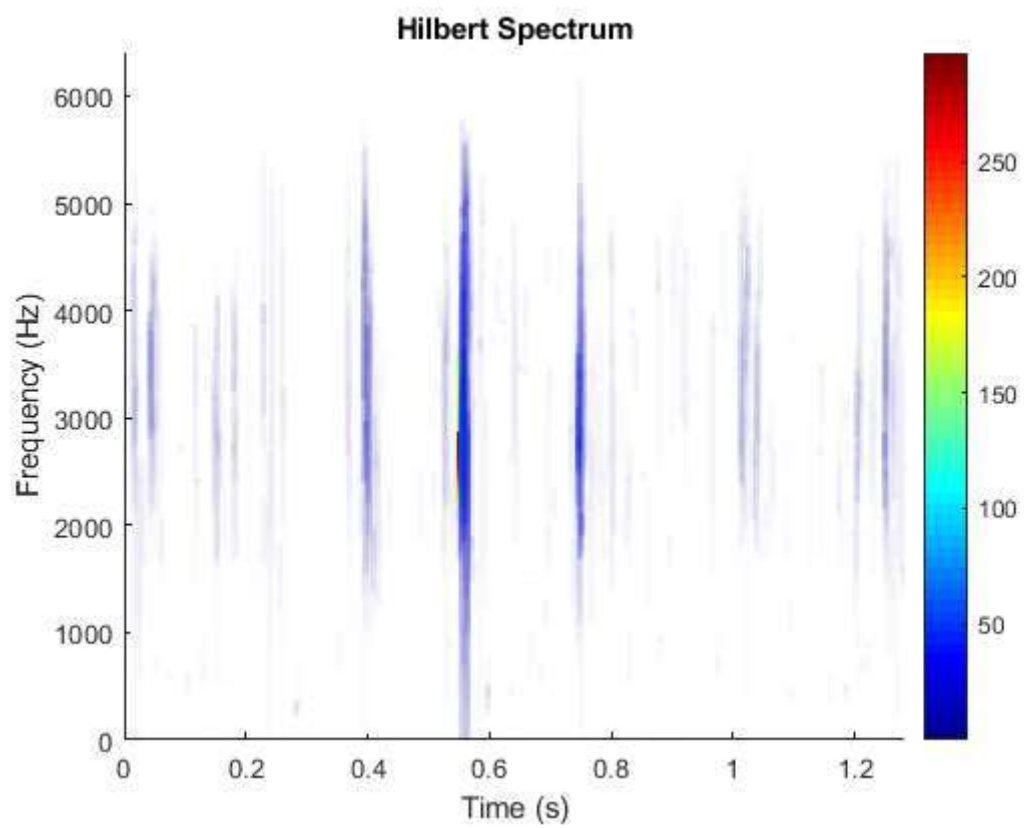
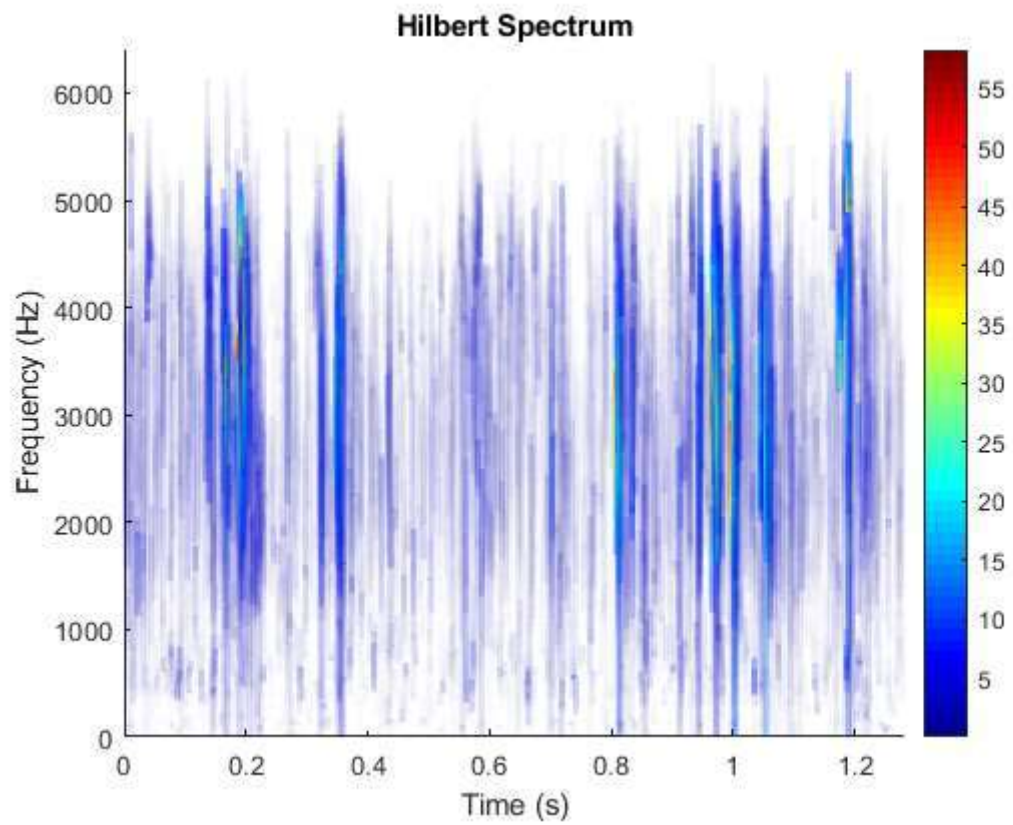
Eje con fisura 1 dirección axial

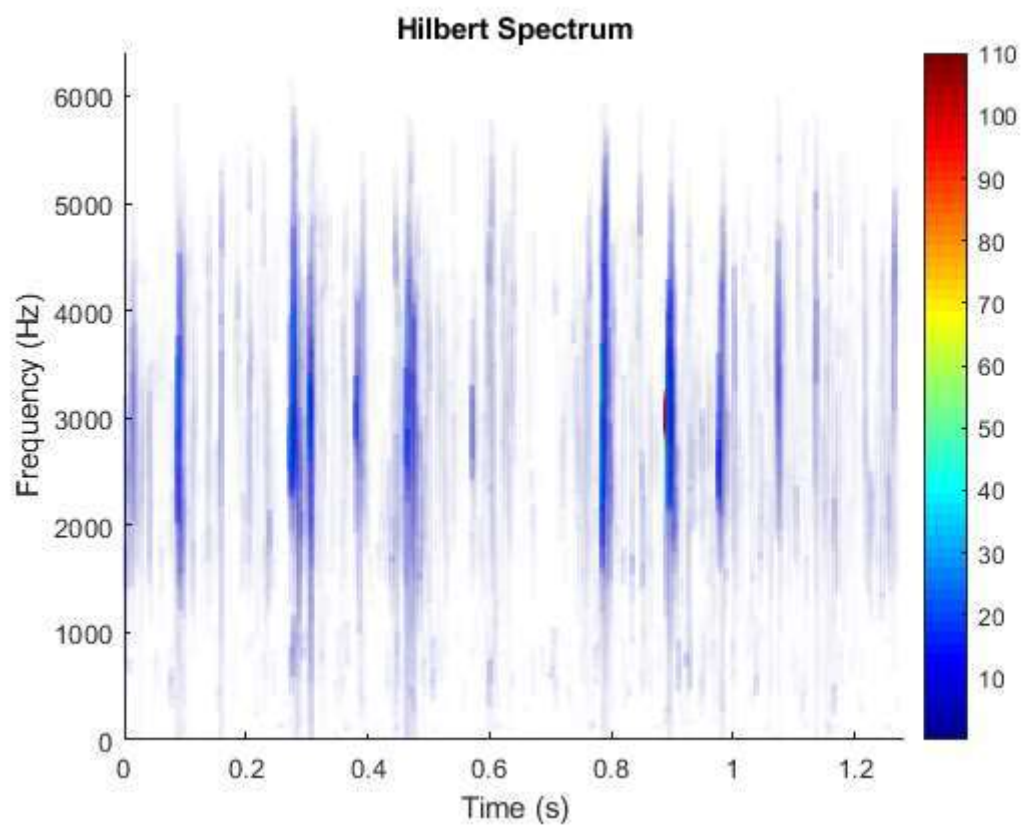
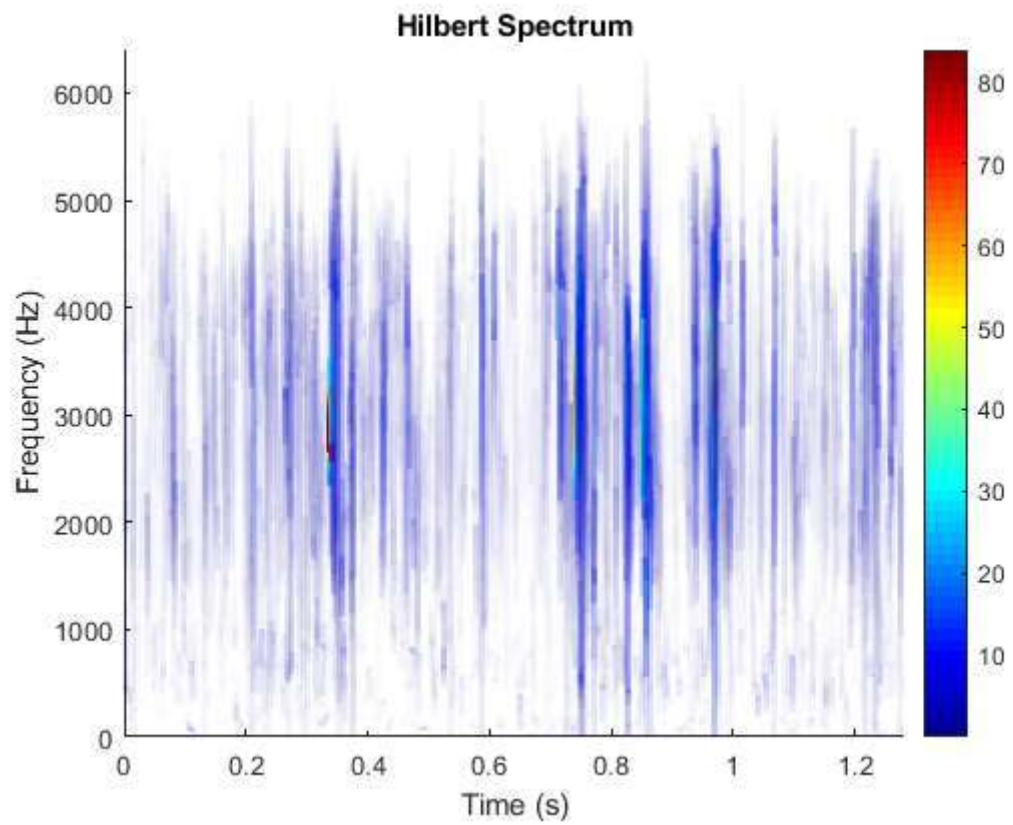


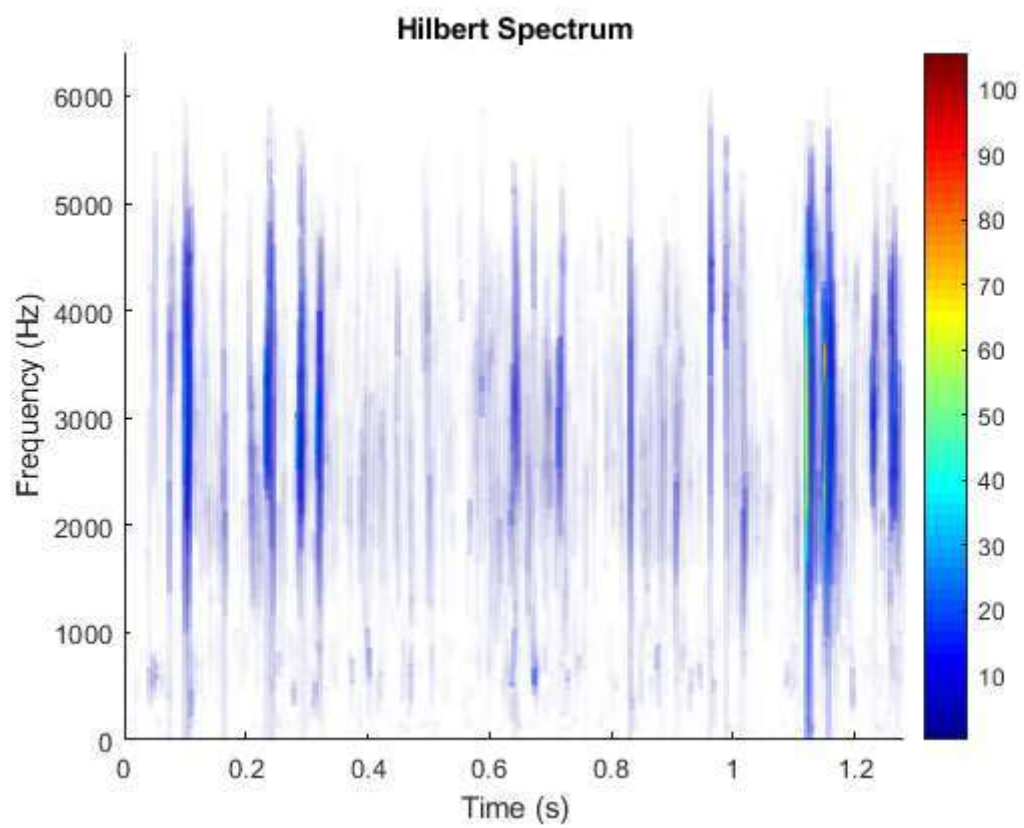
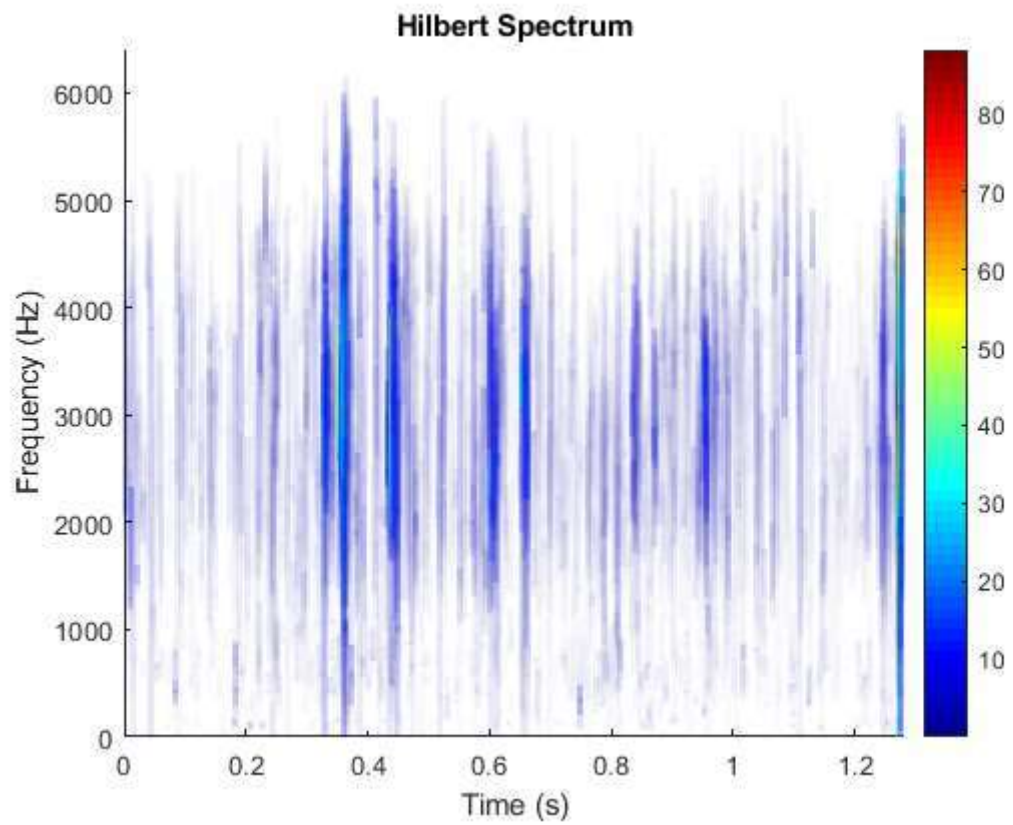


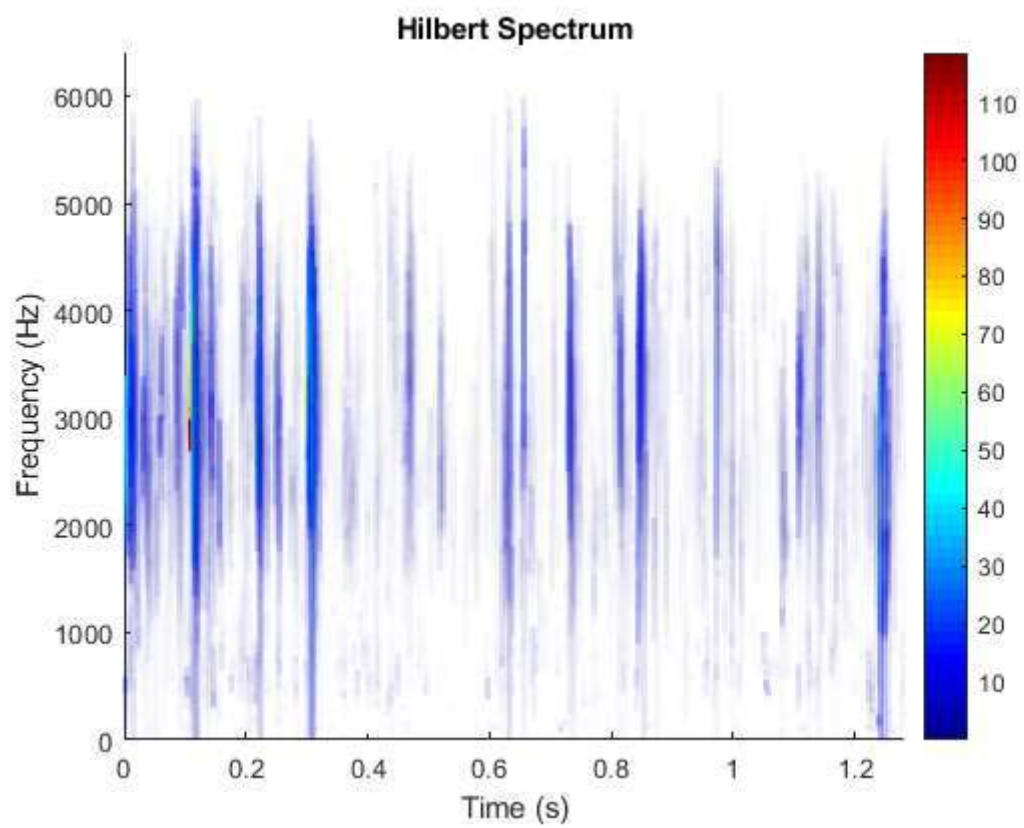
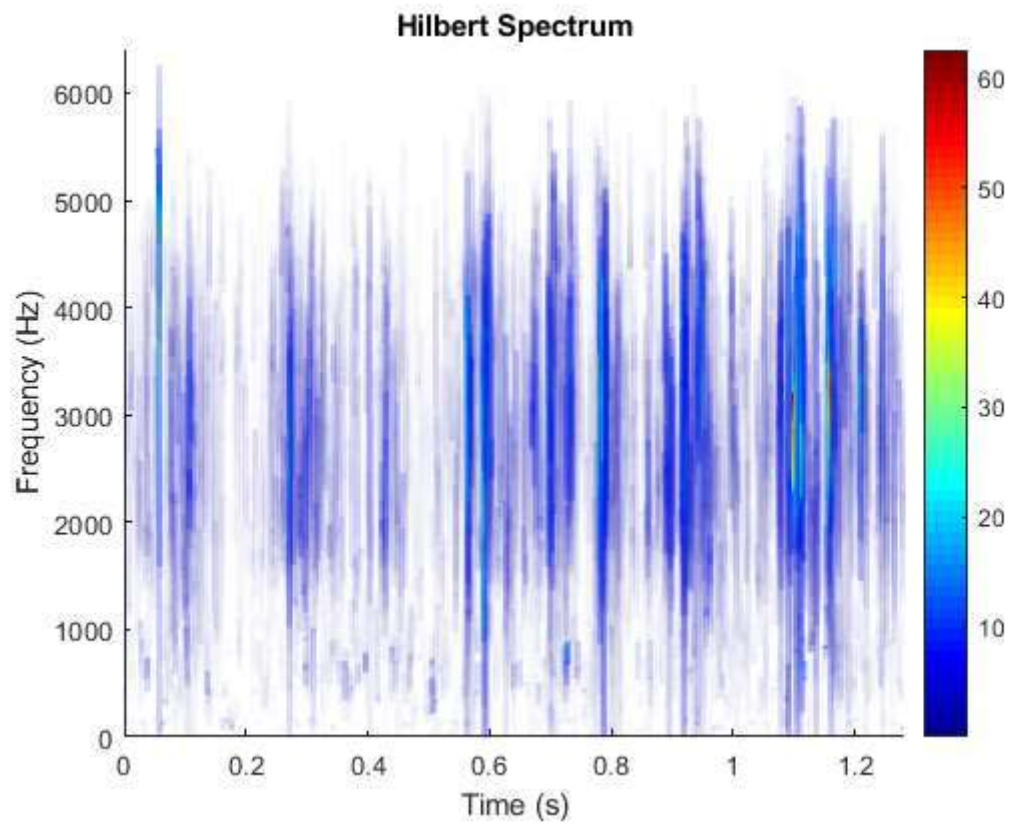


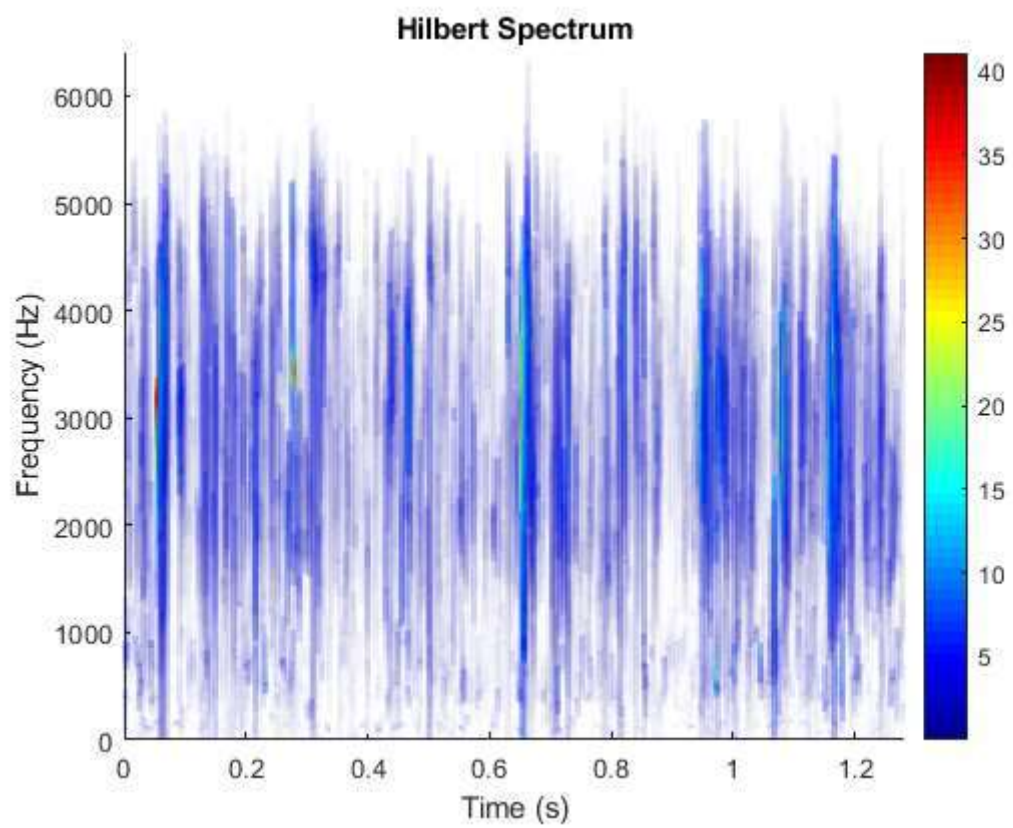
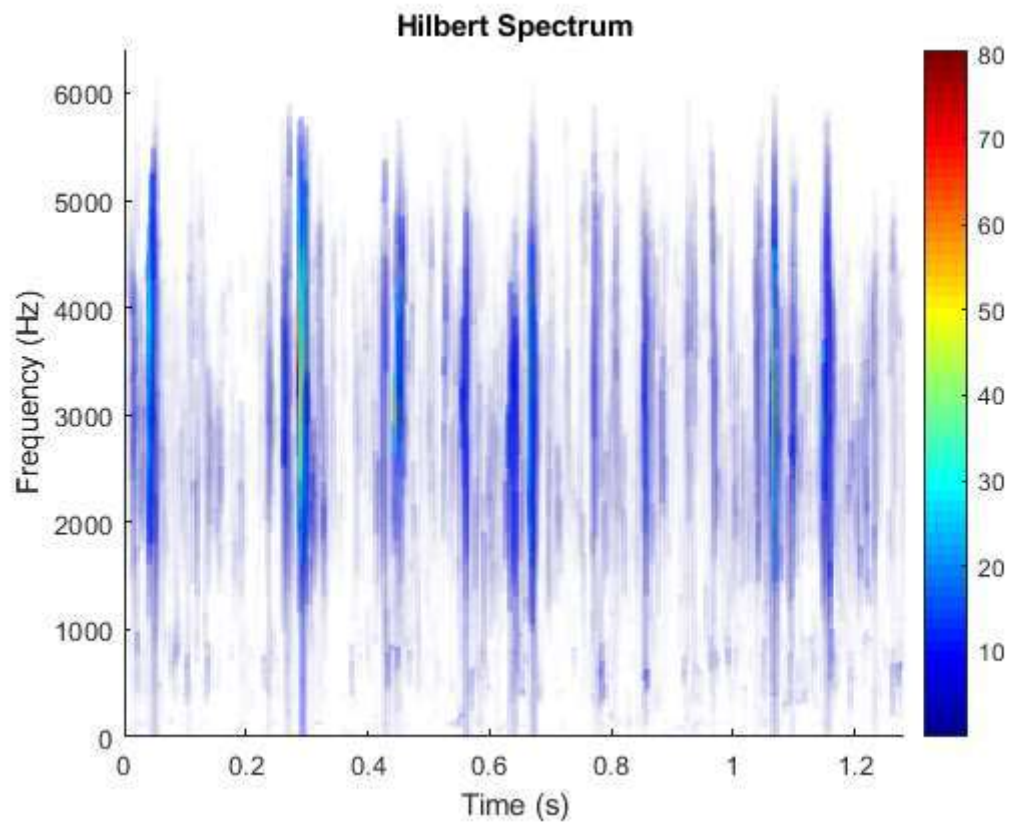


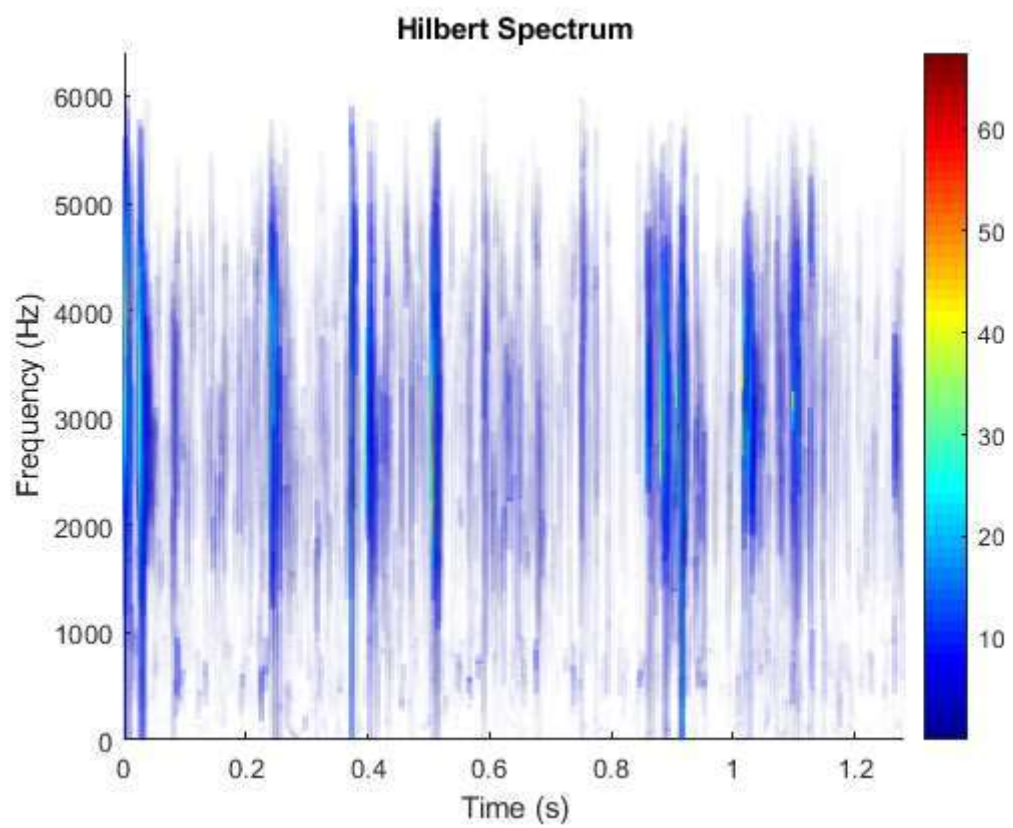
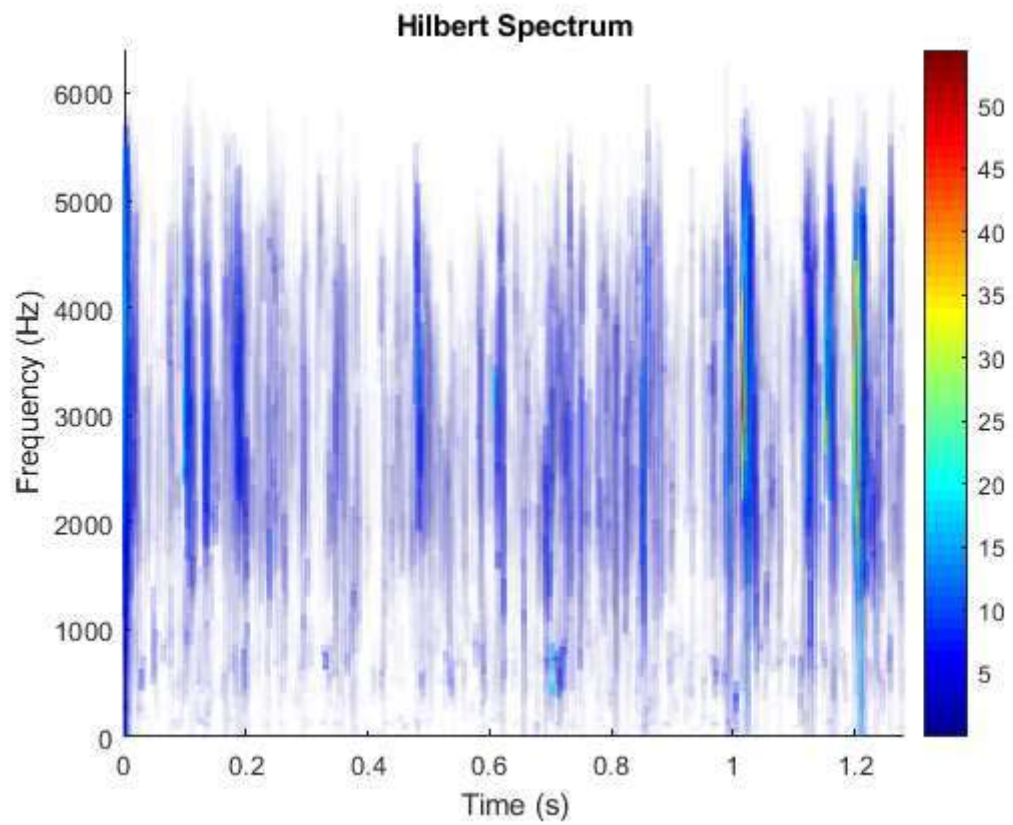


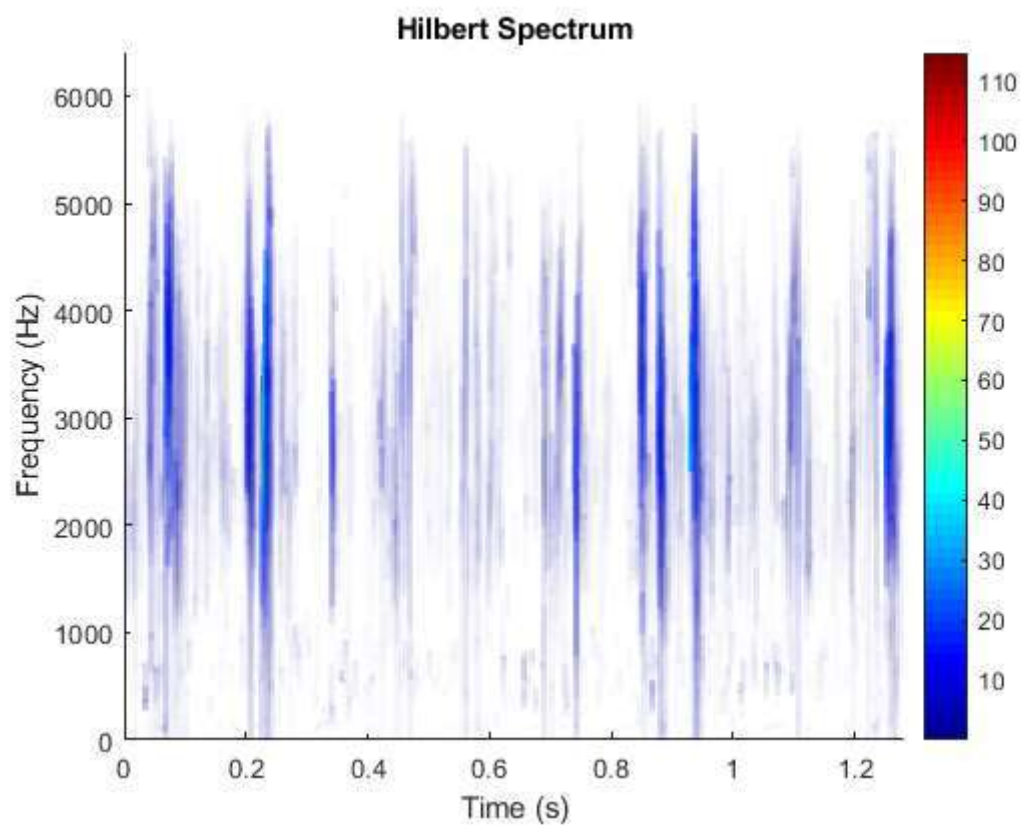
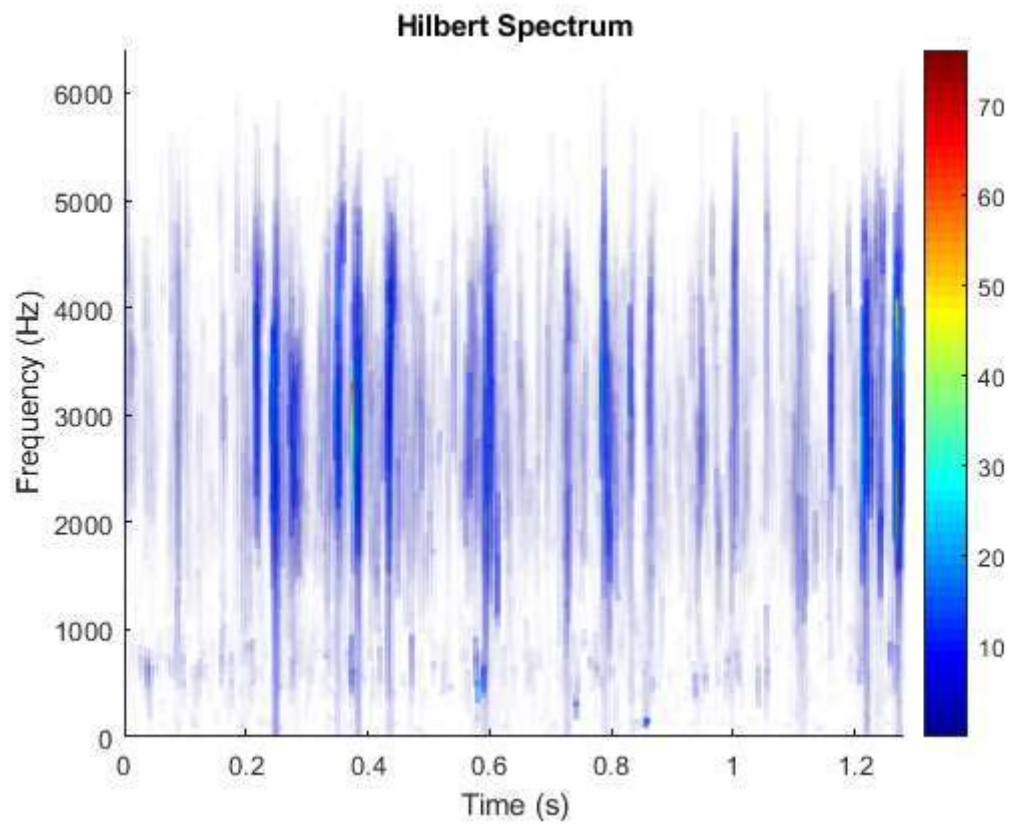


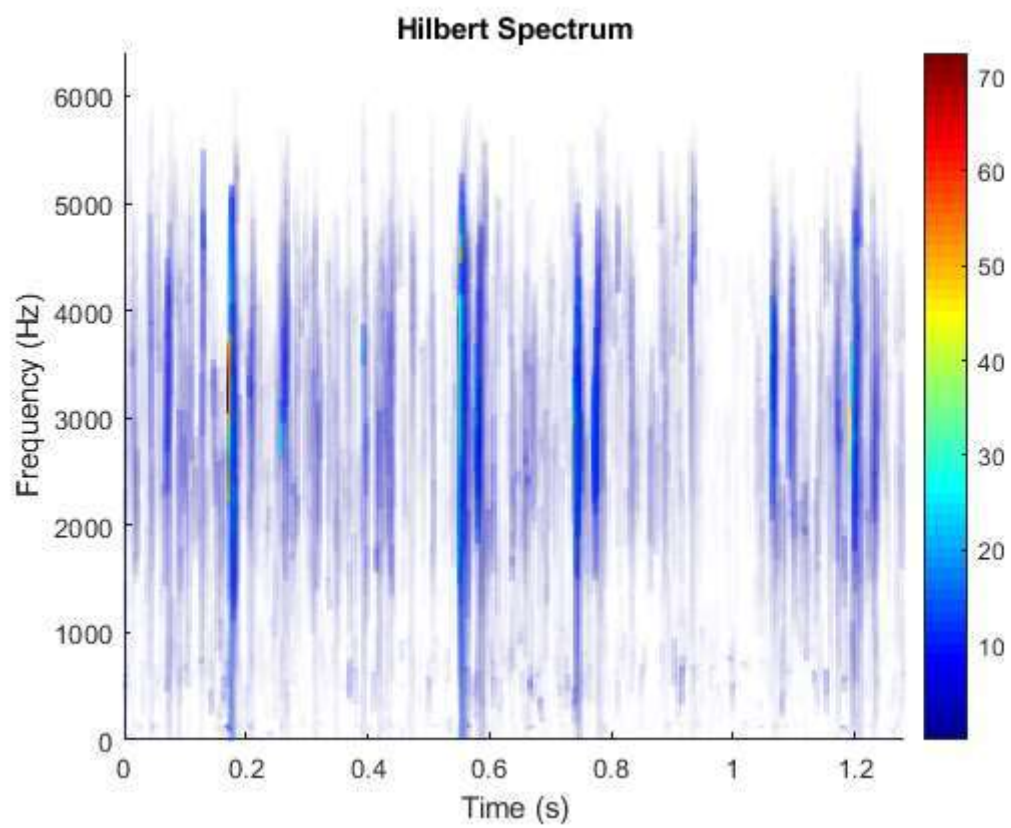
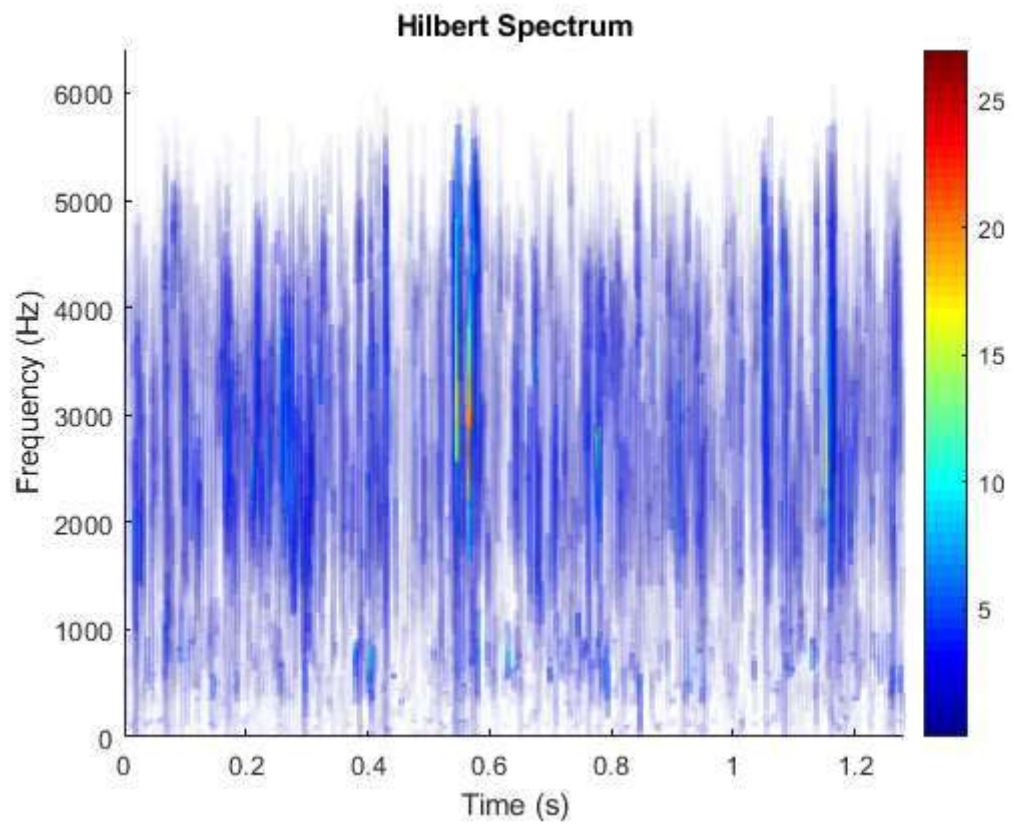


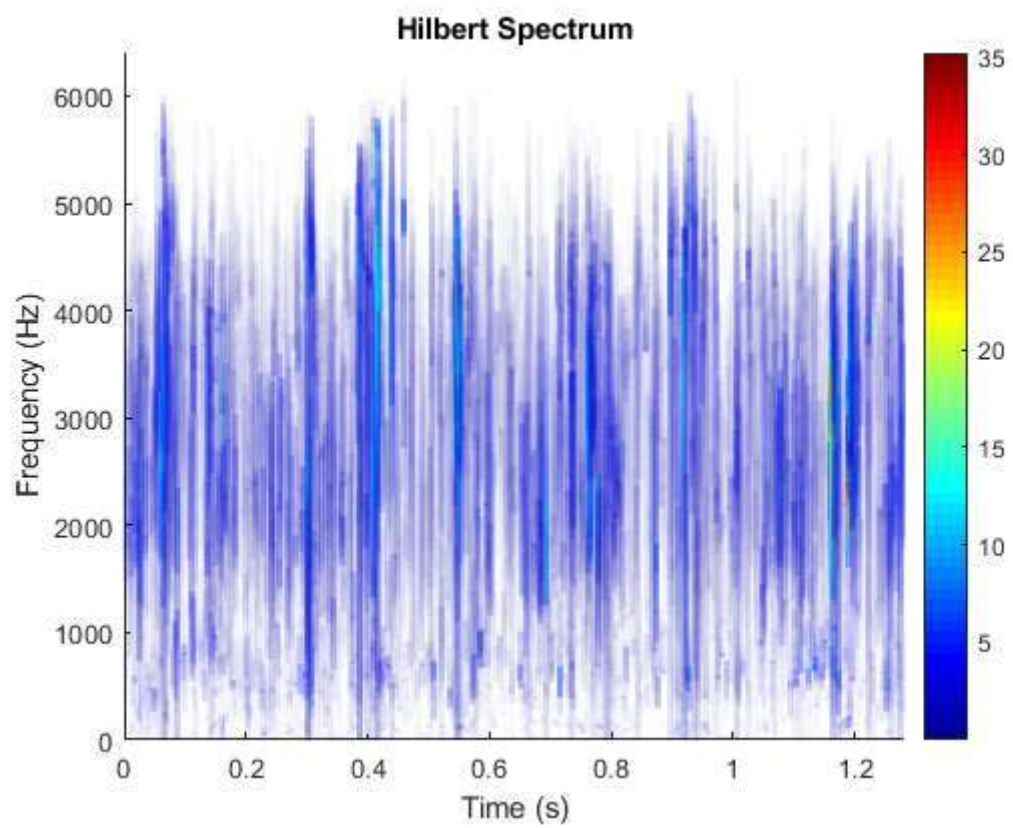
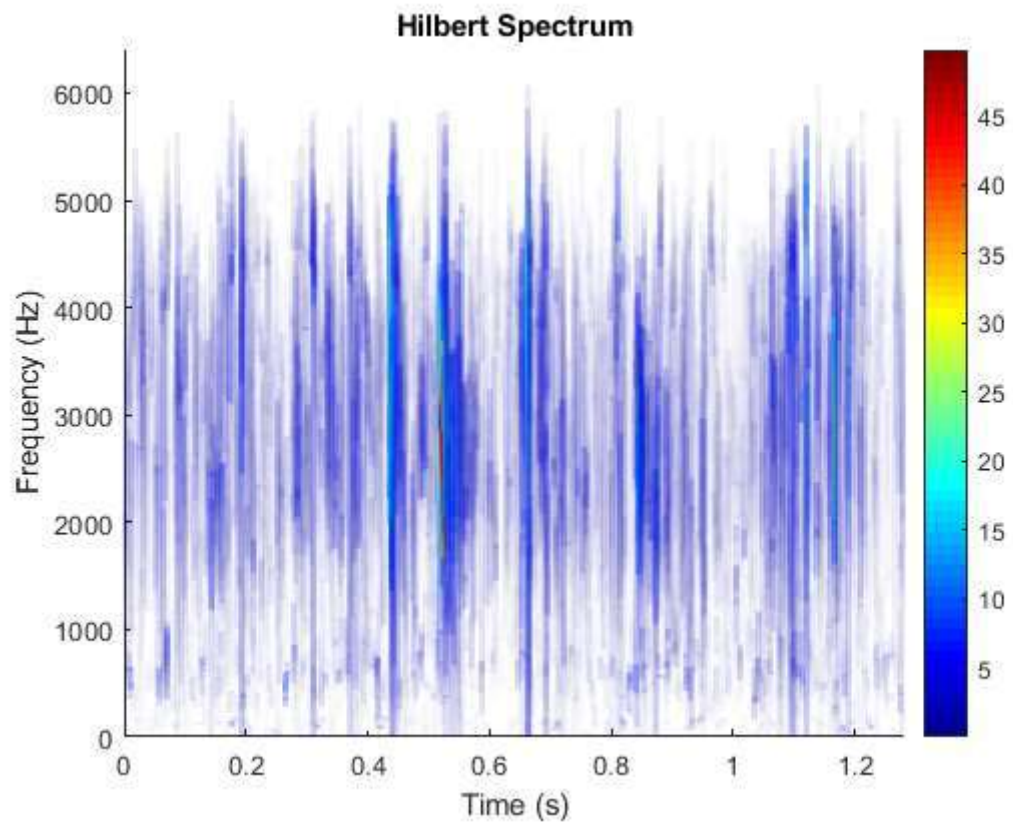


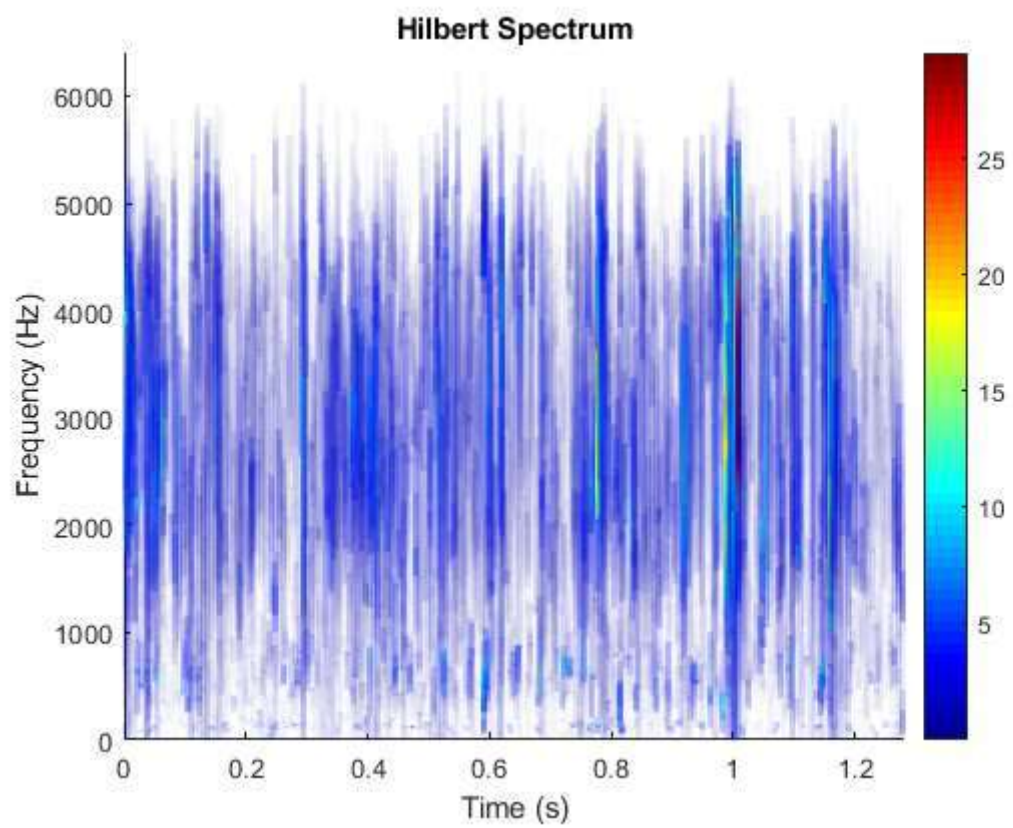
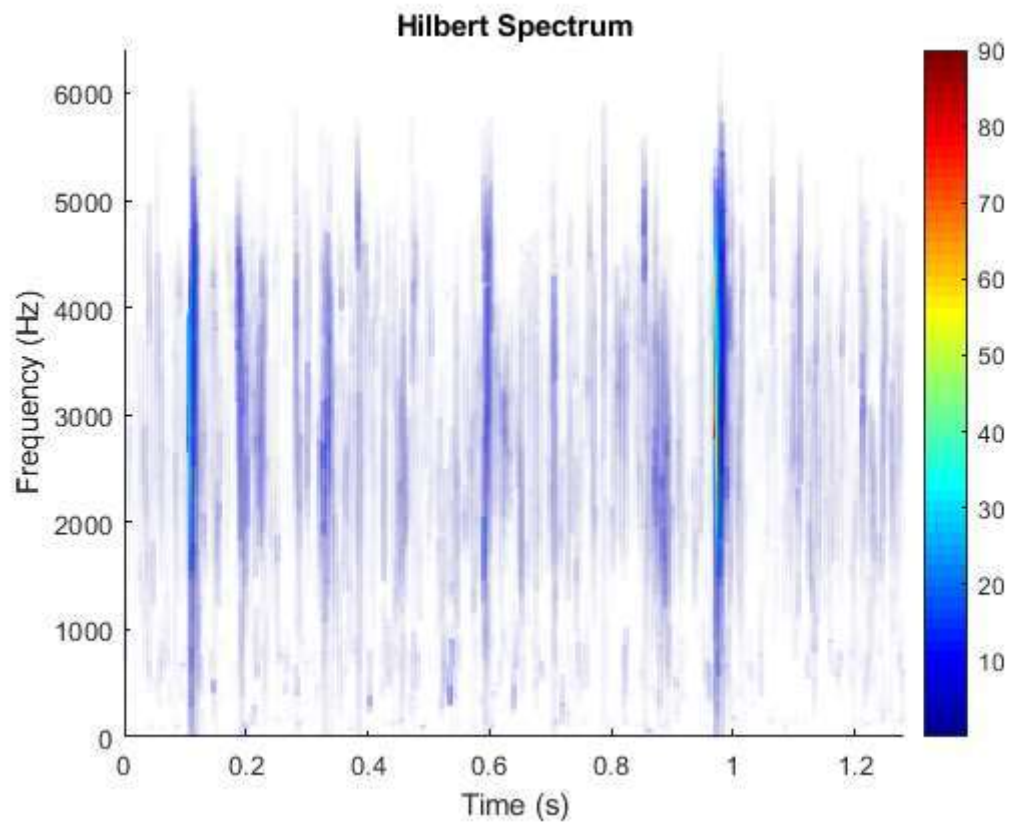


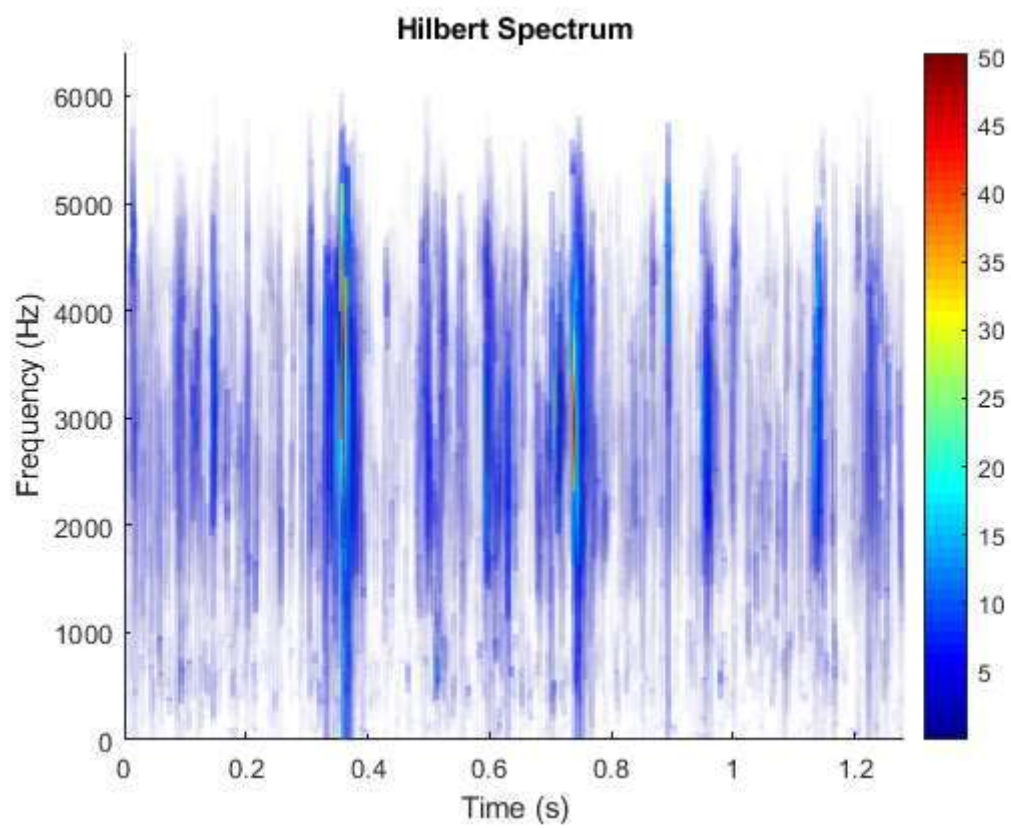
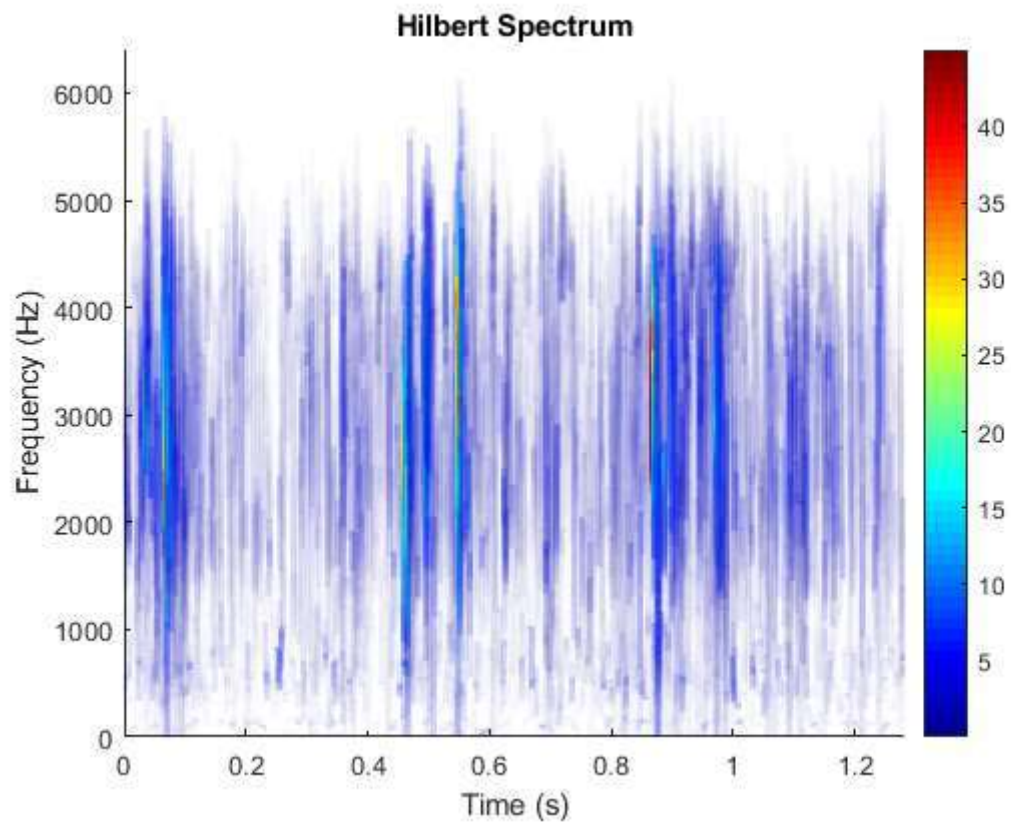


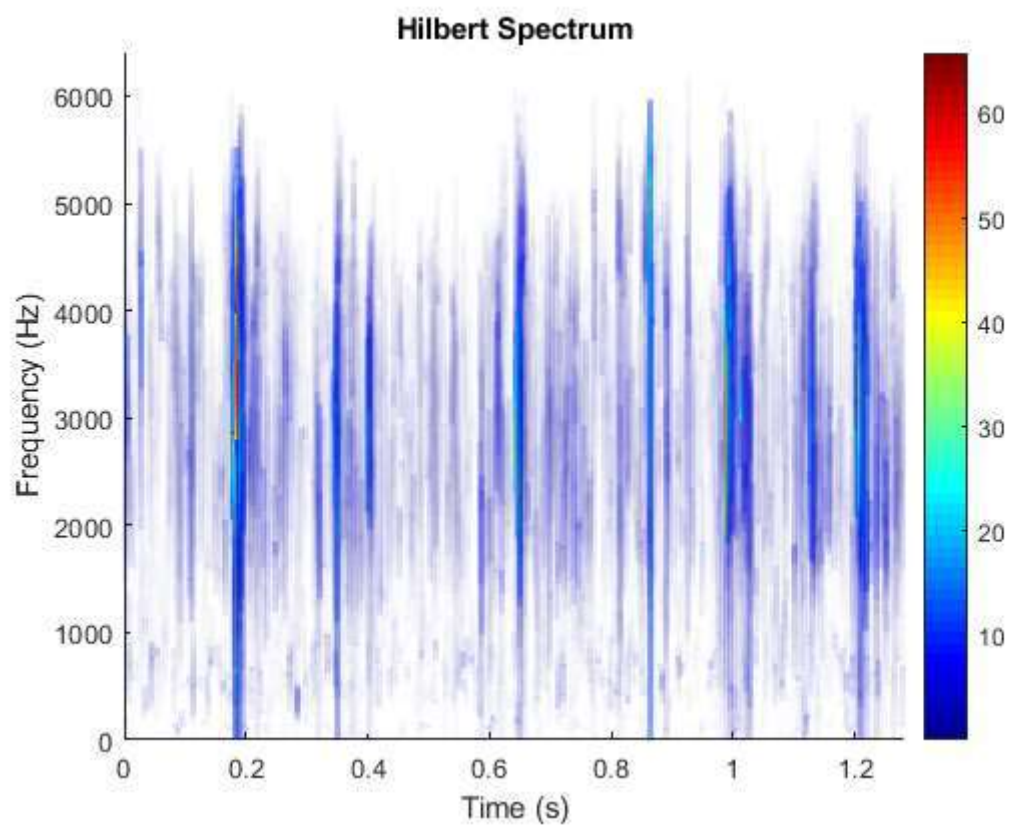
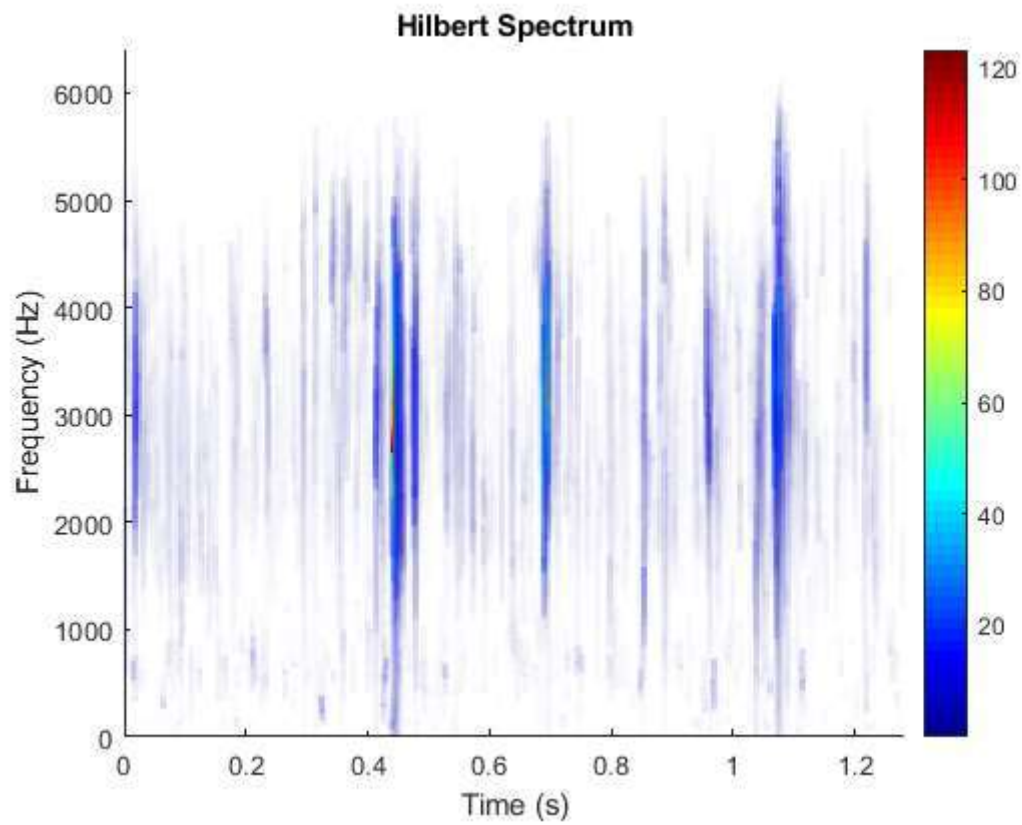


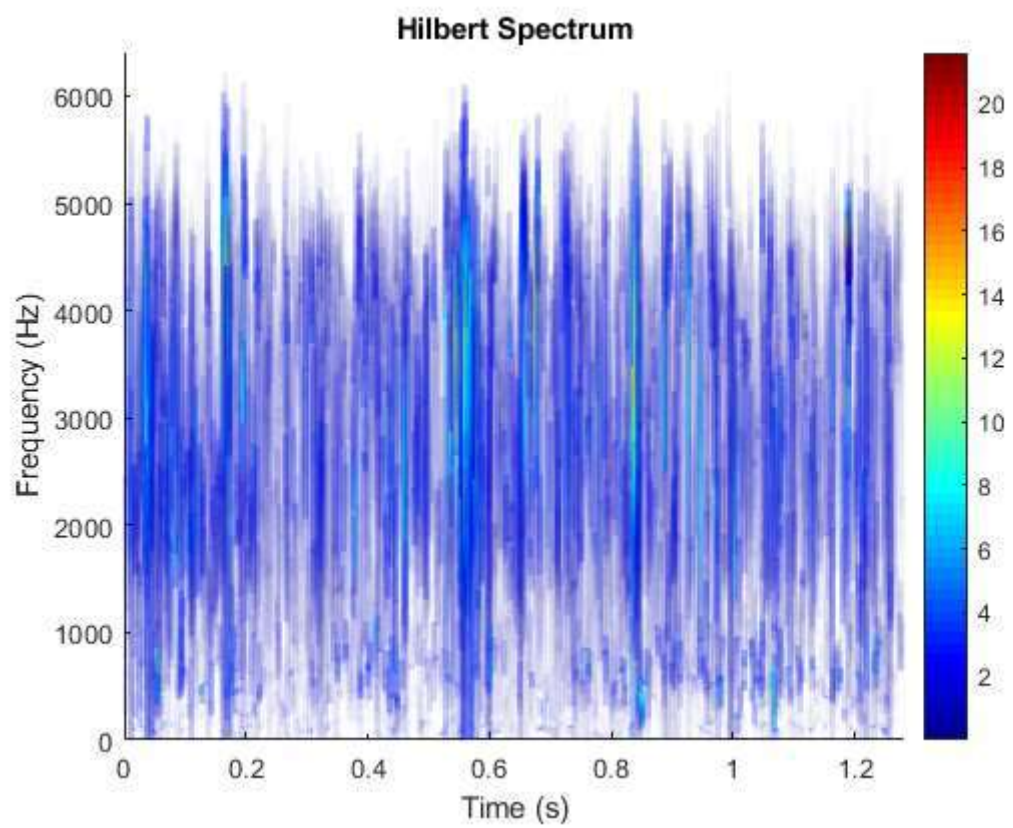
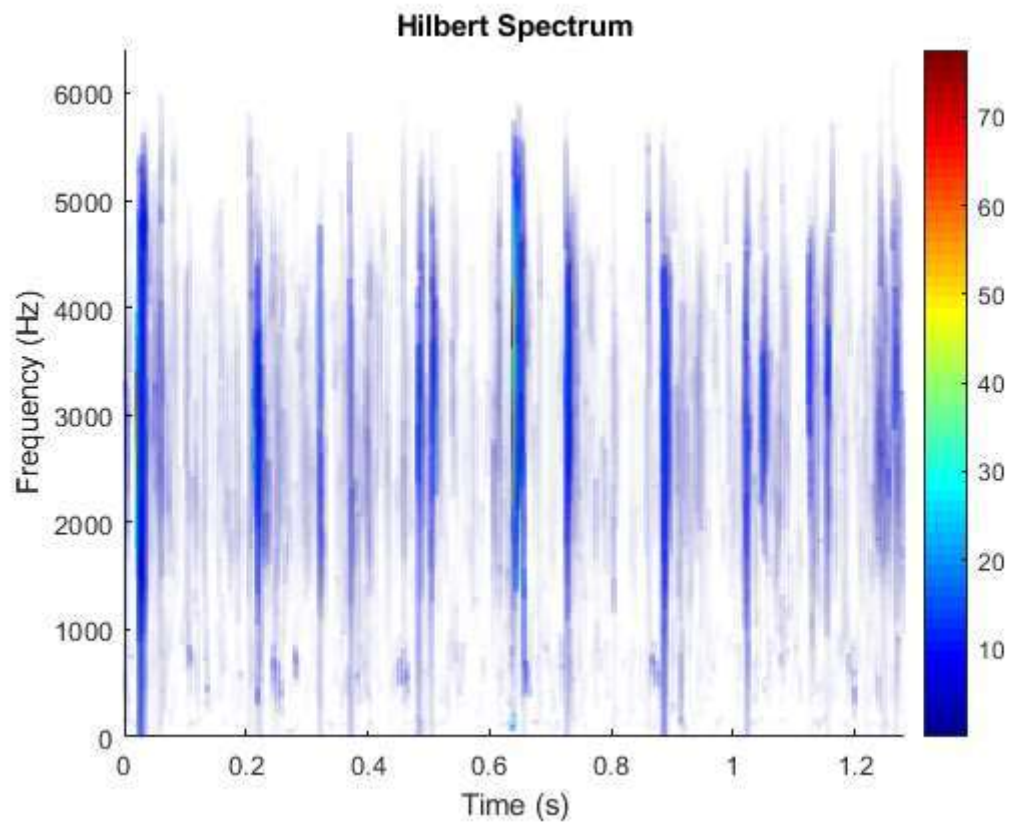


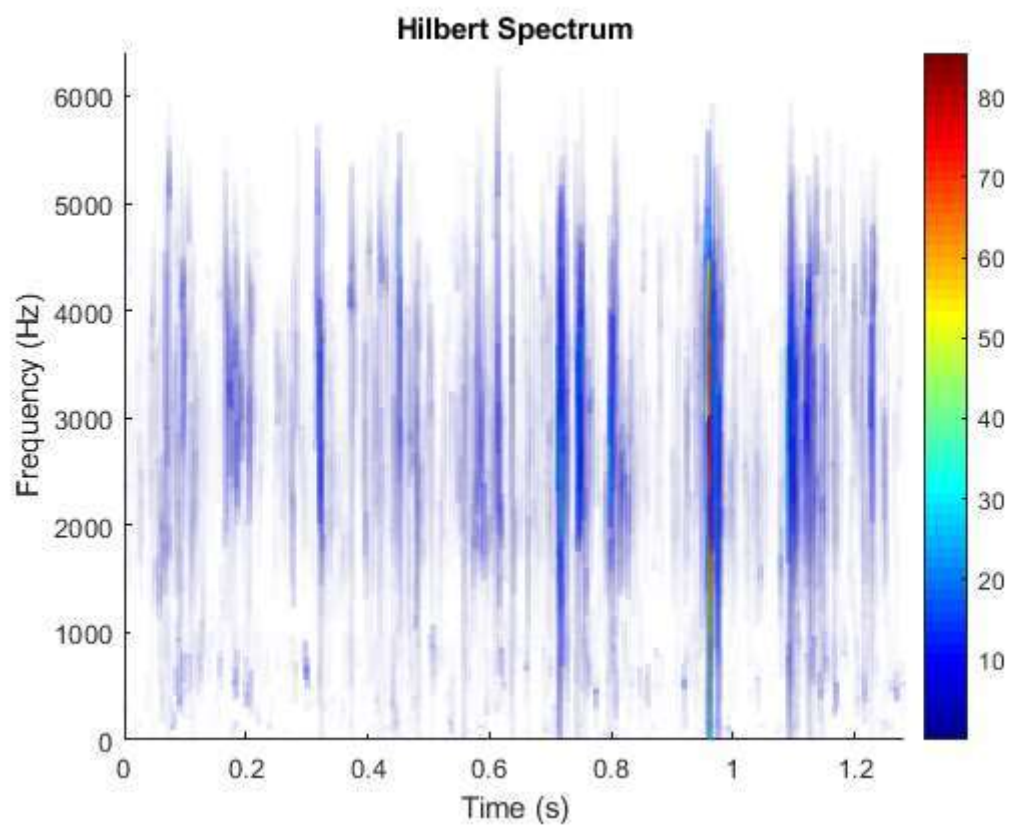
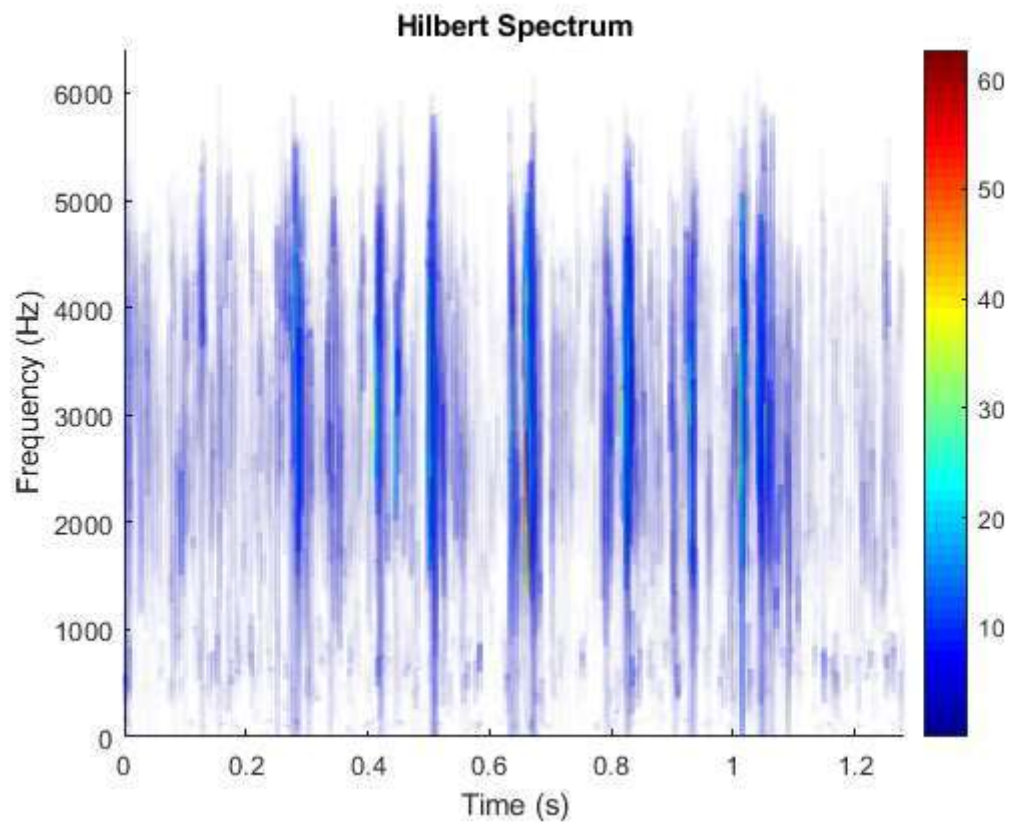


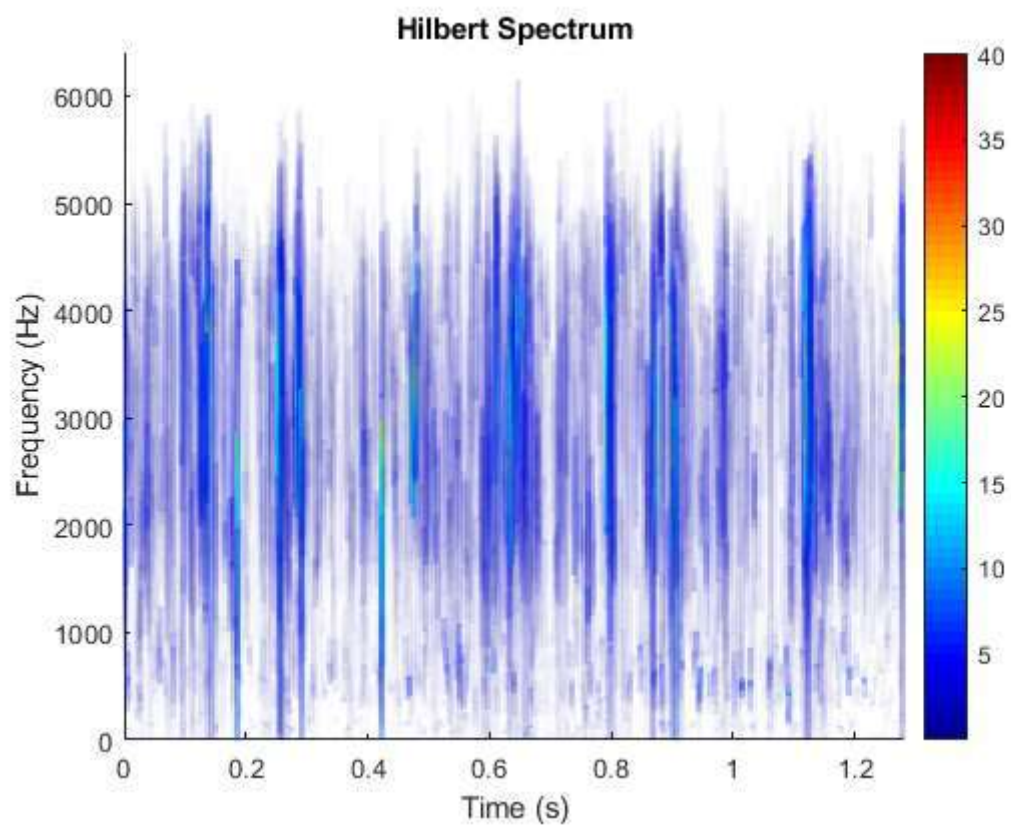
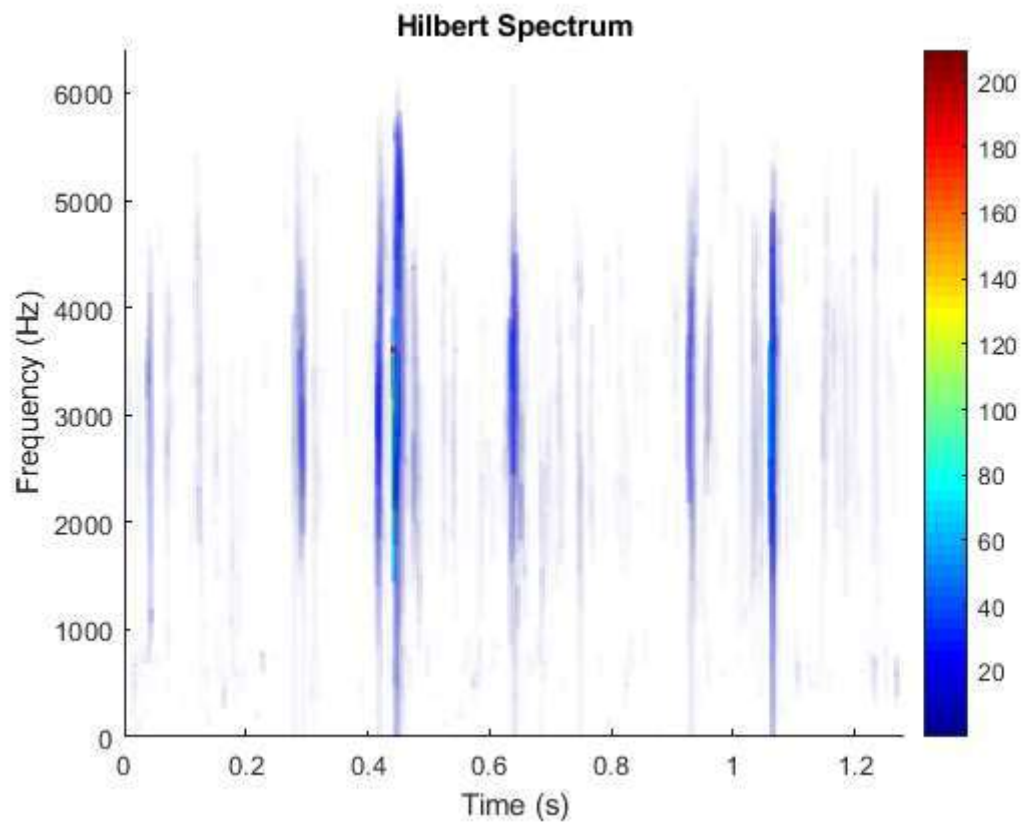


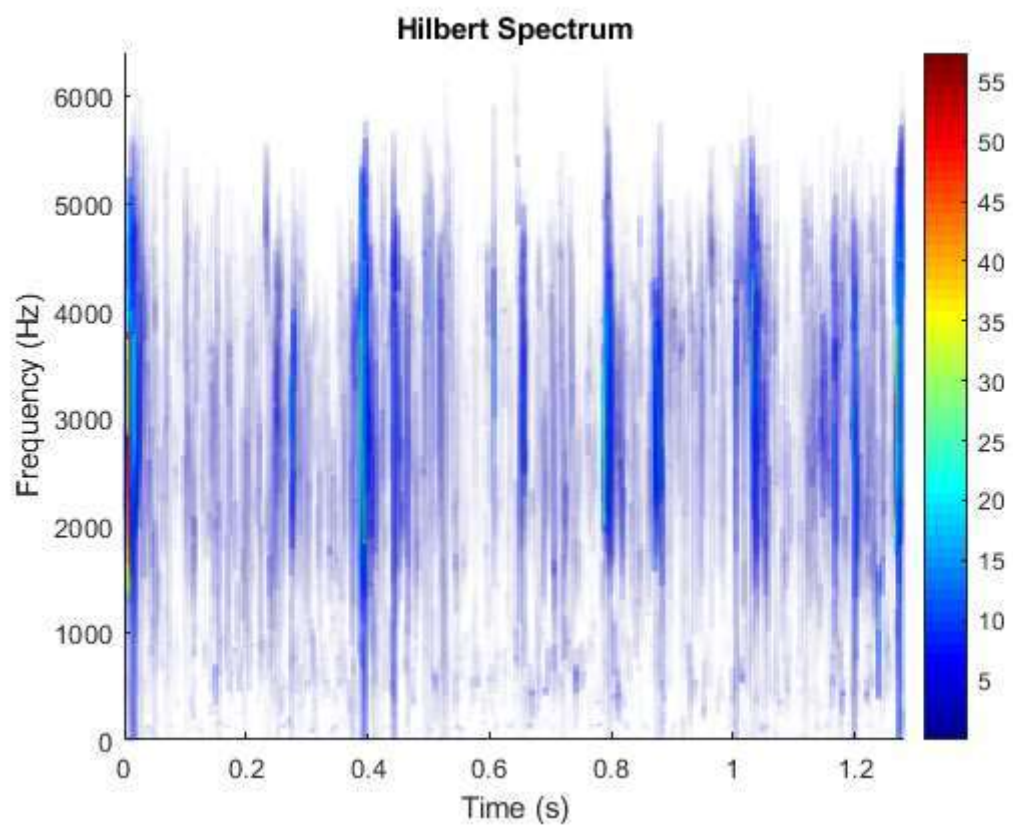
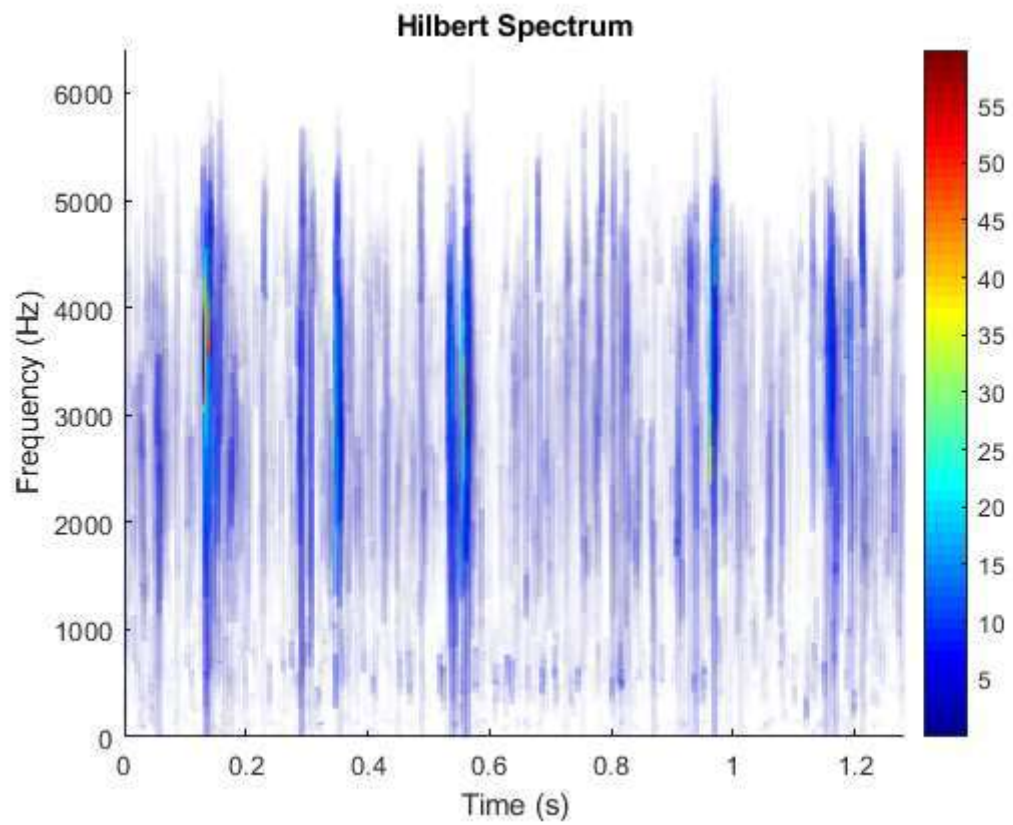


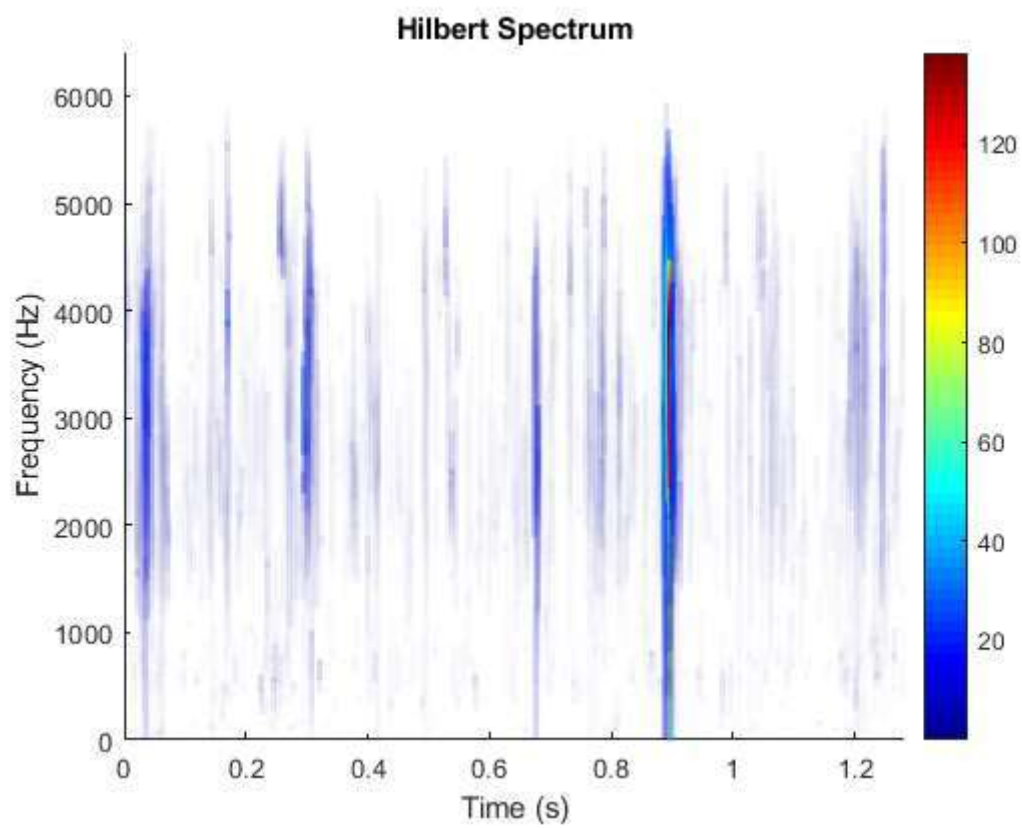
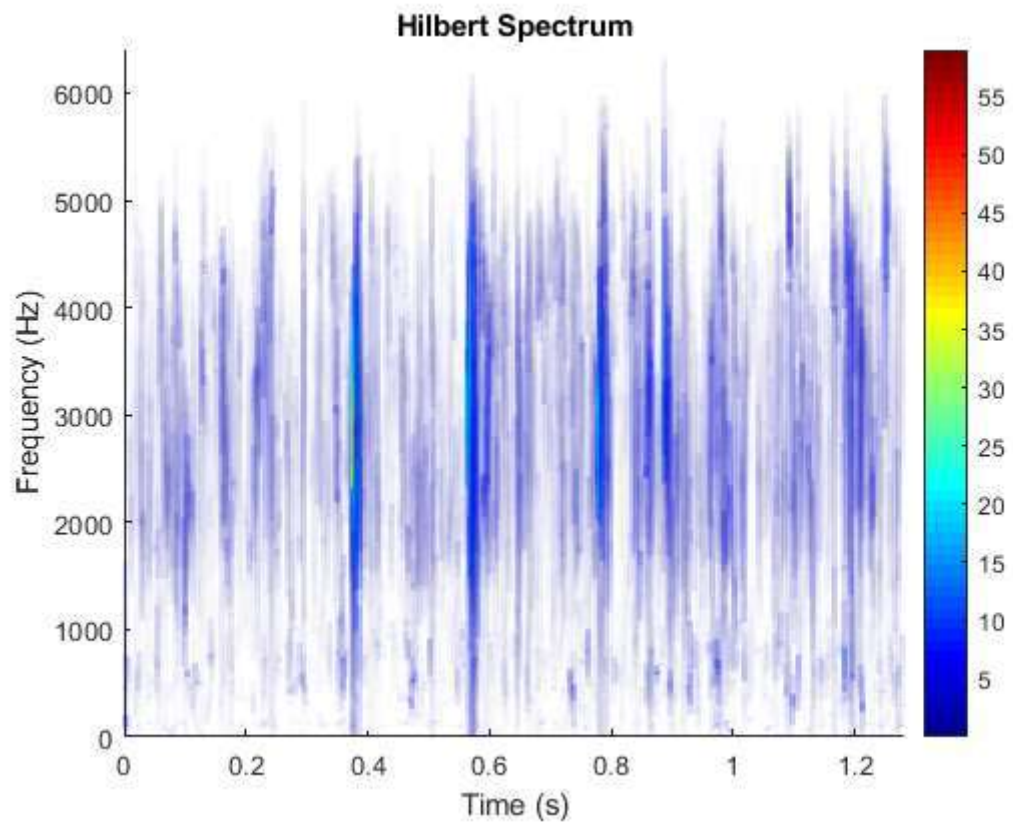


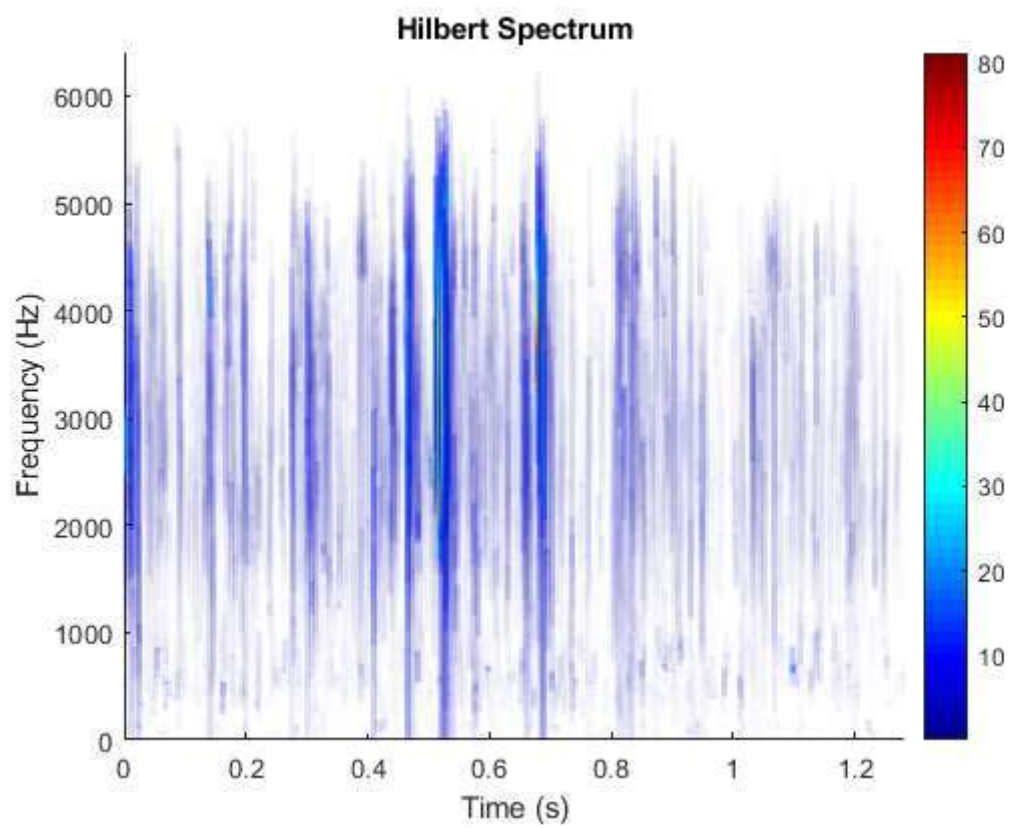
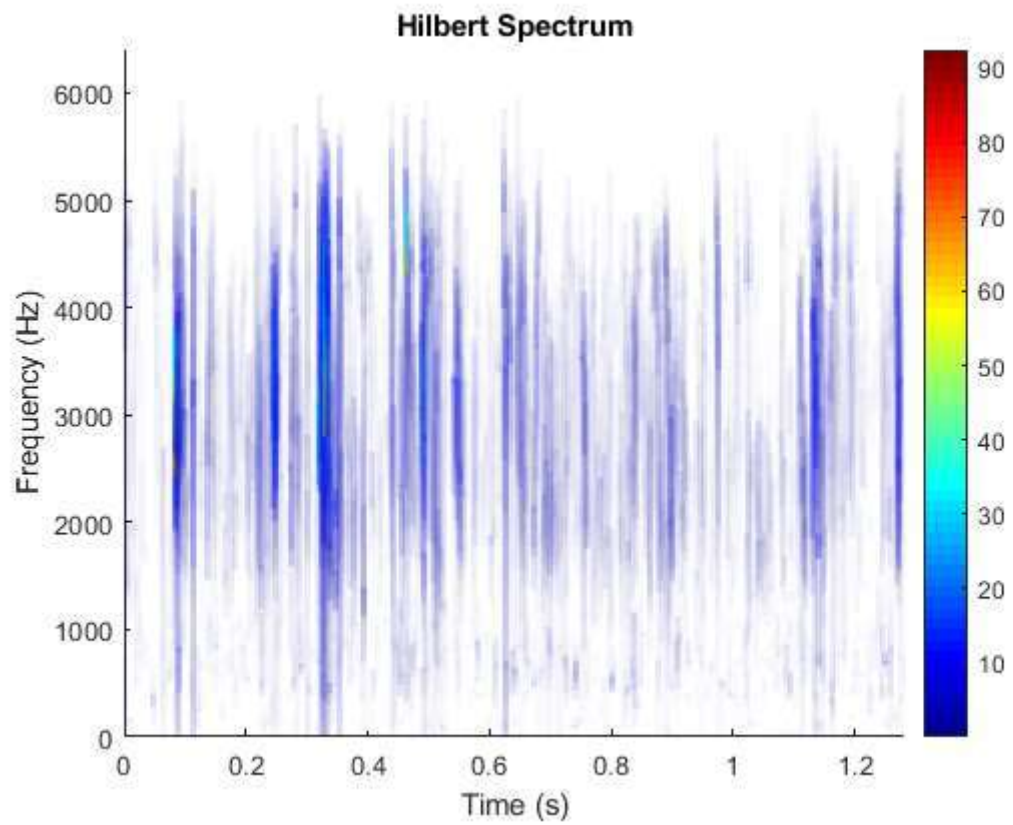


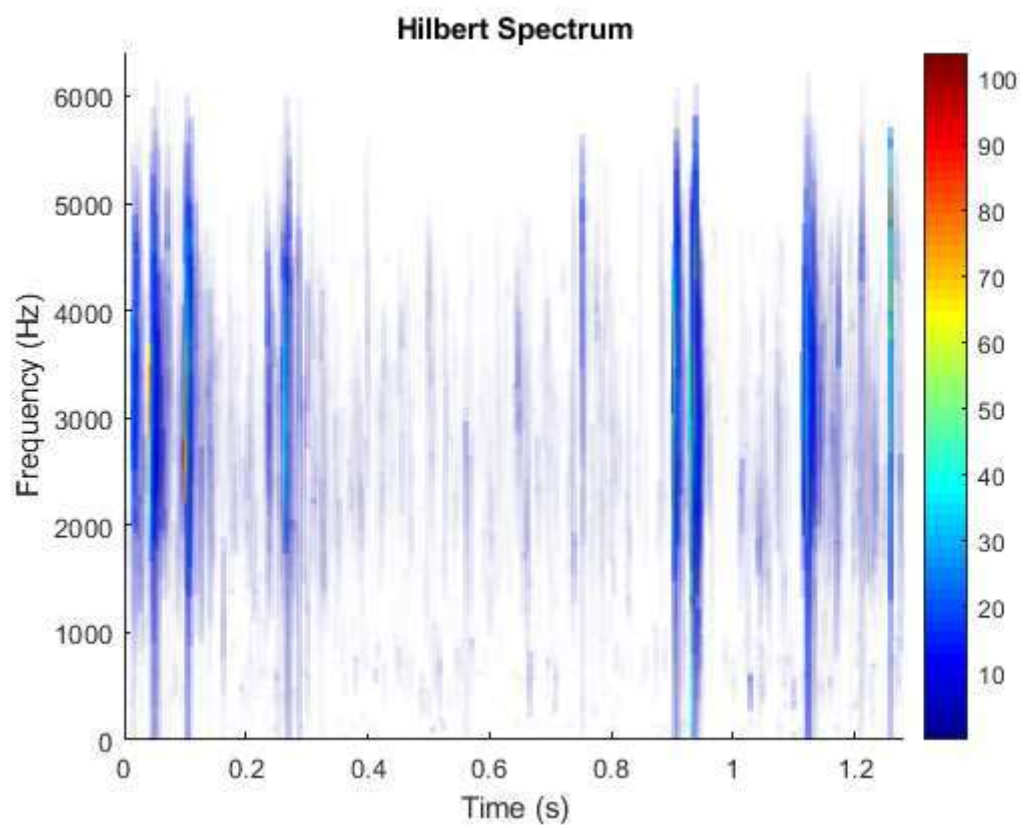
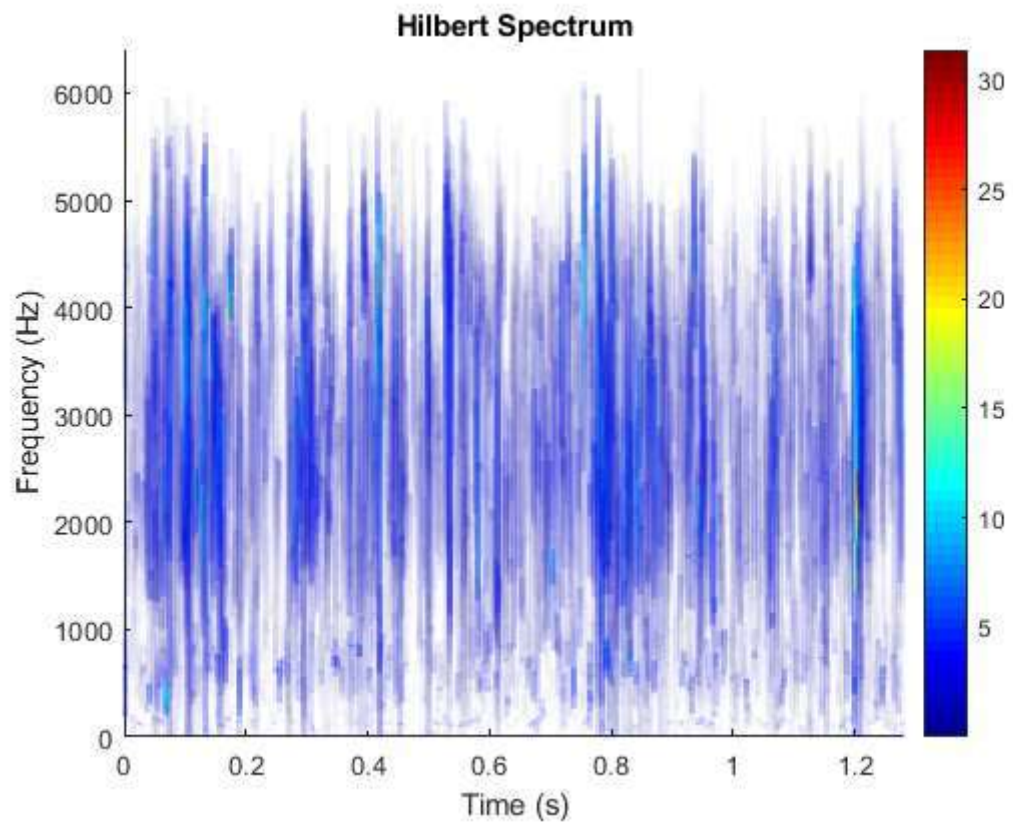


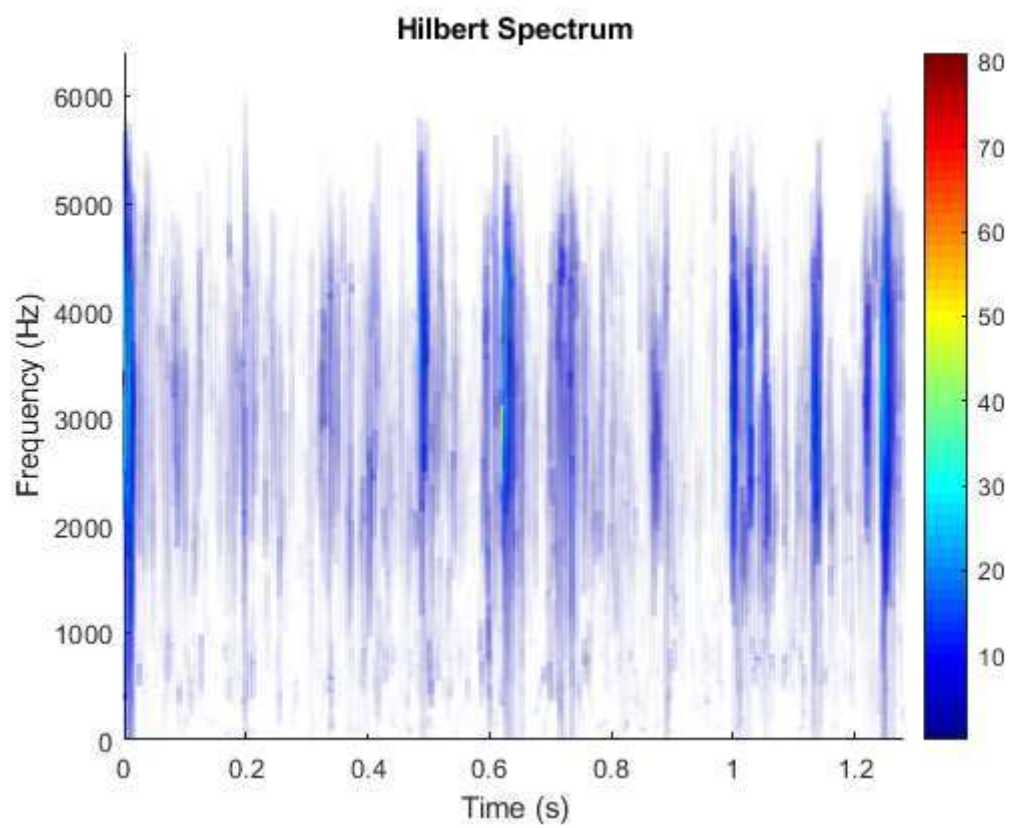
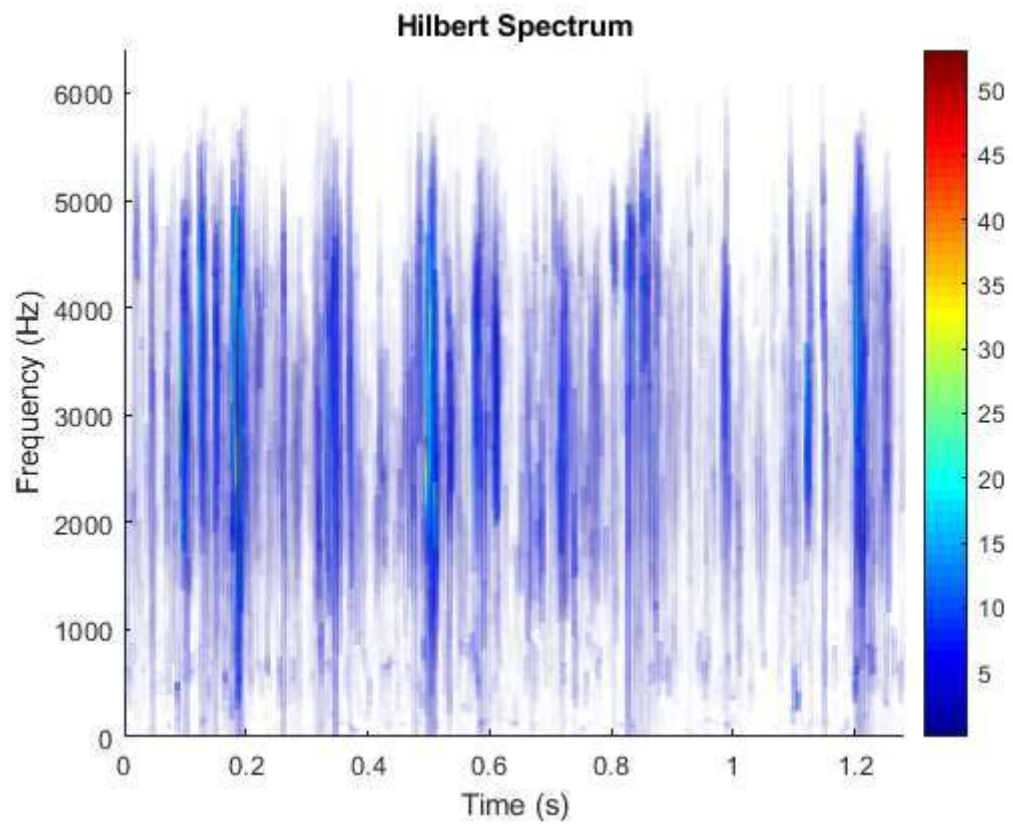


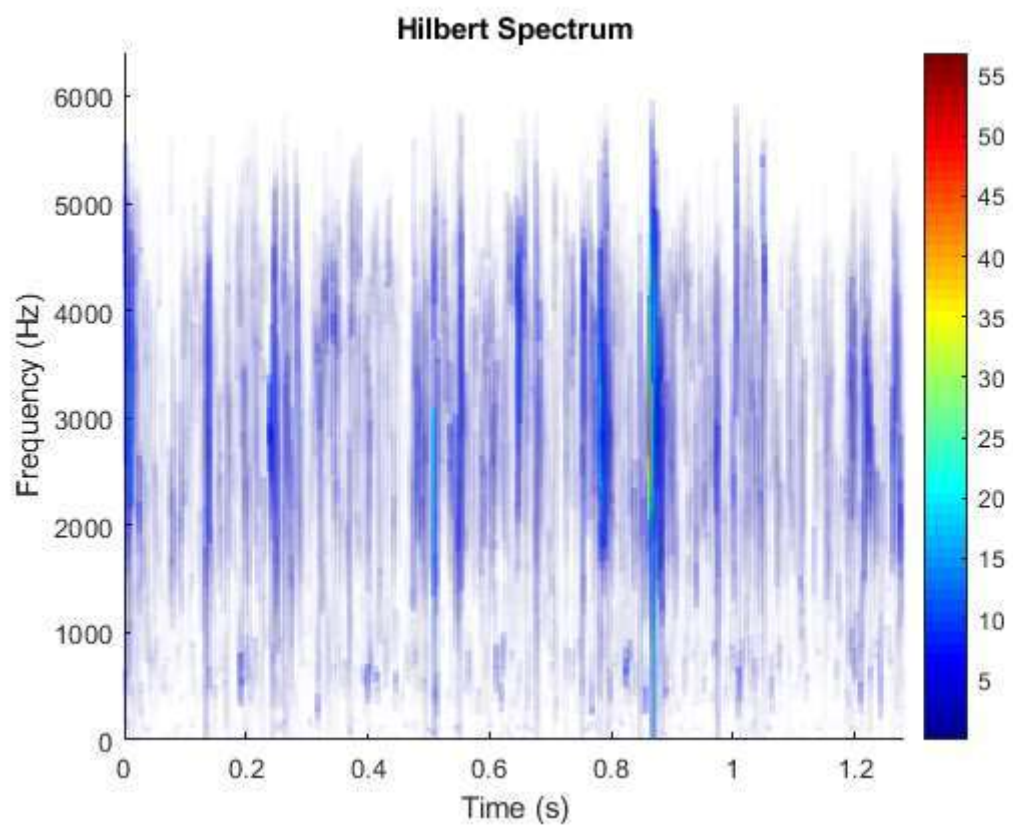
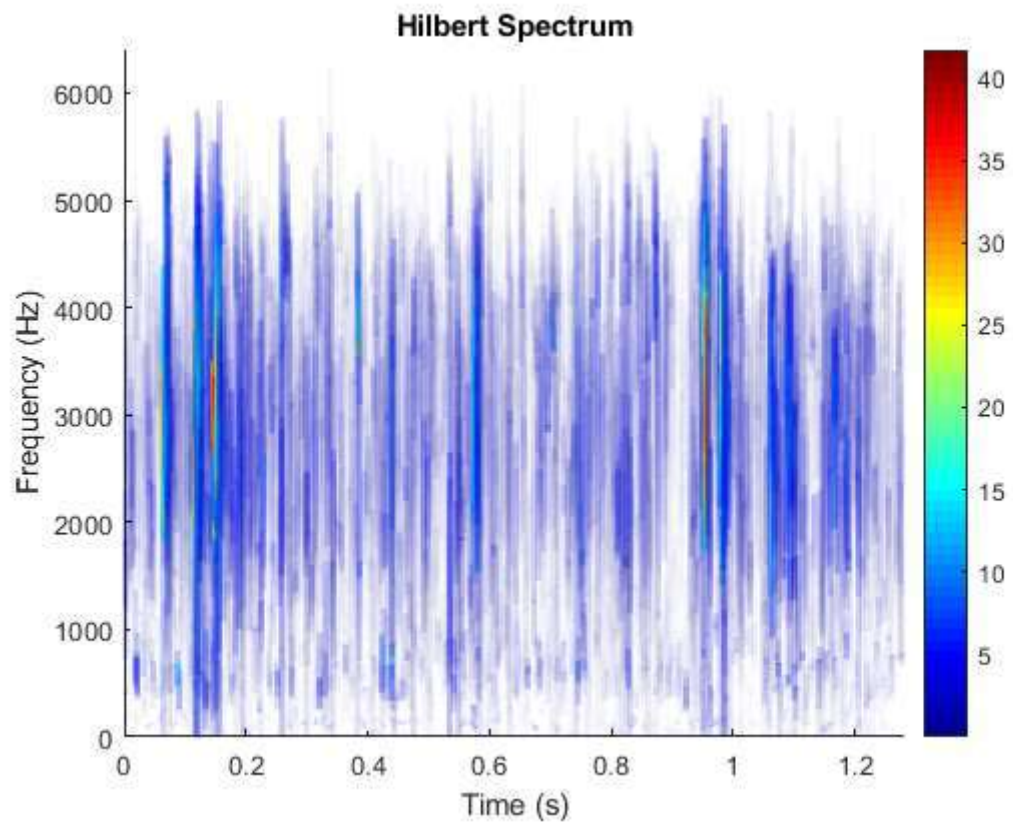


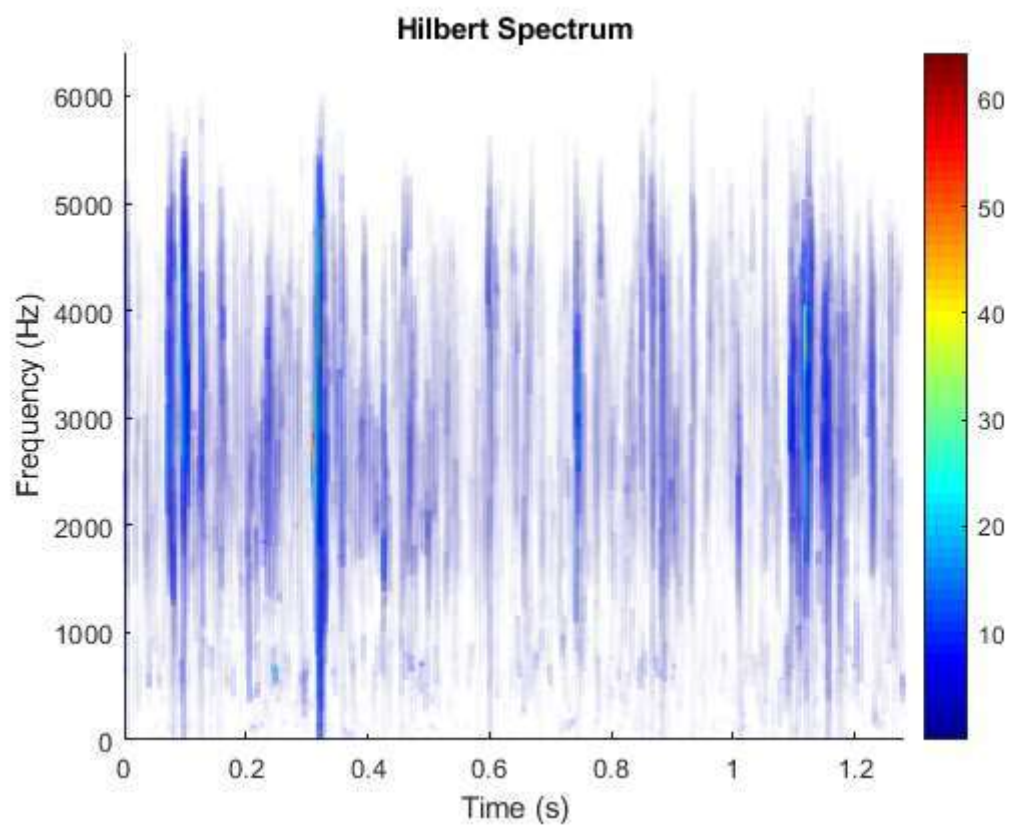
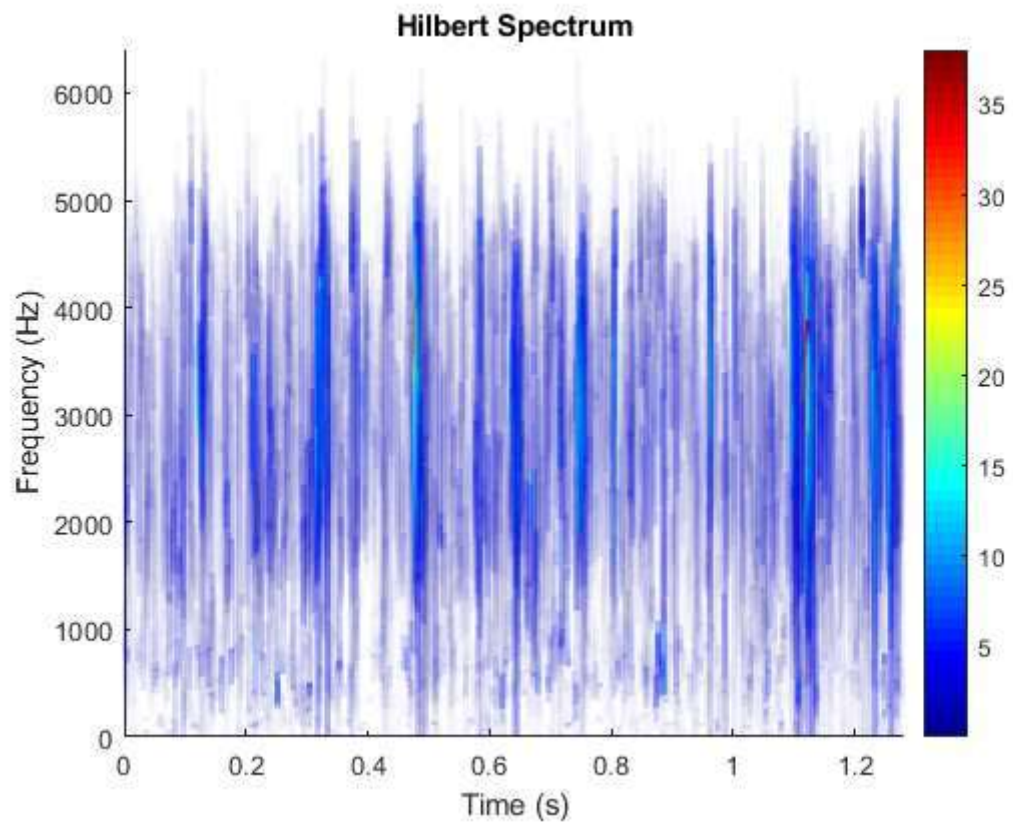


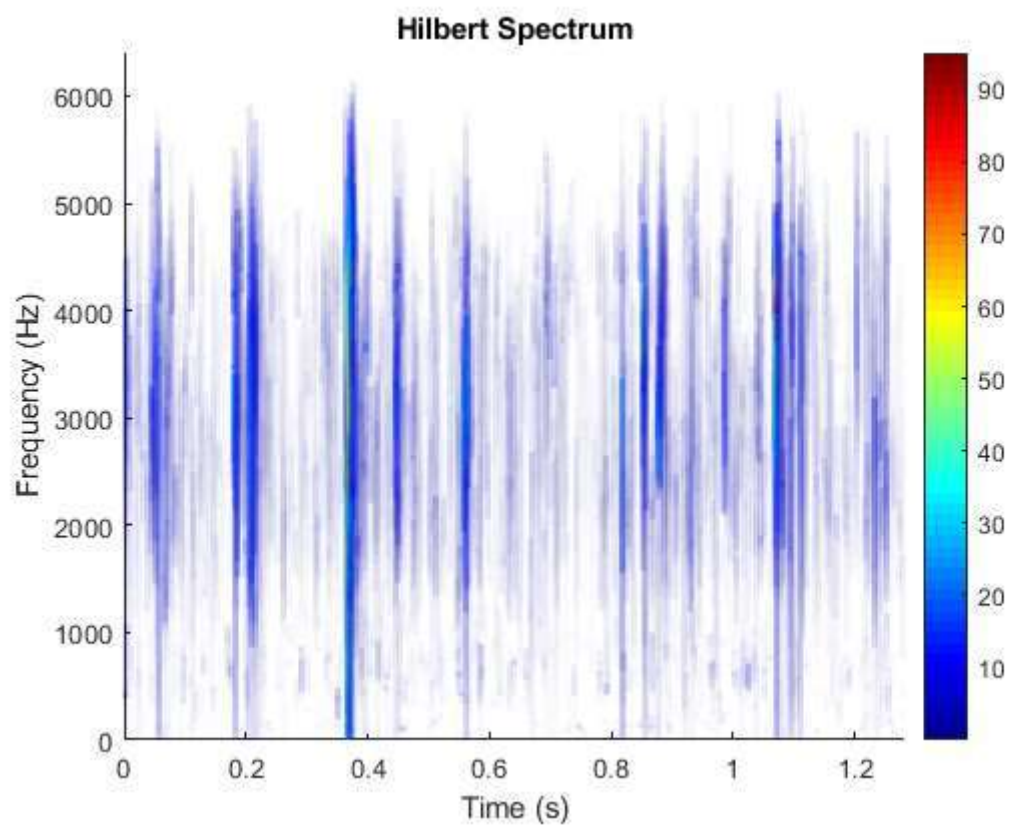
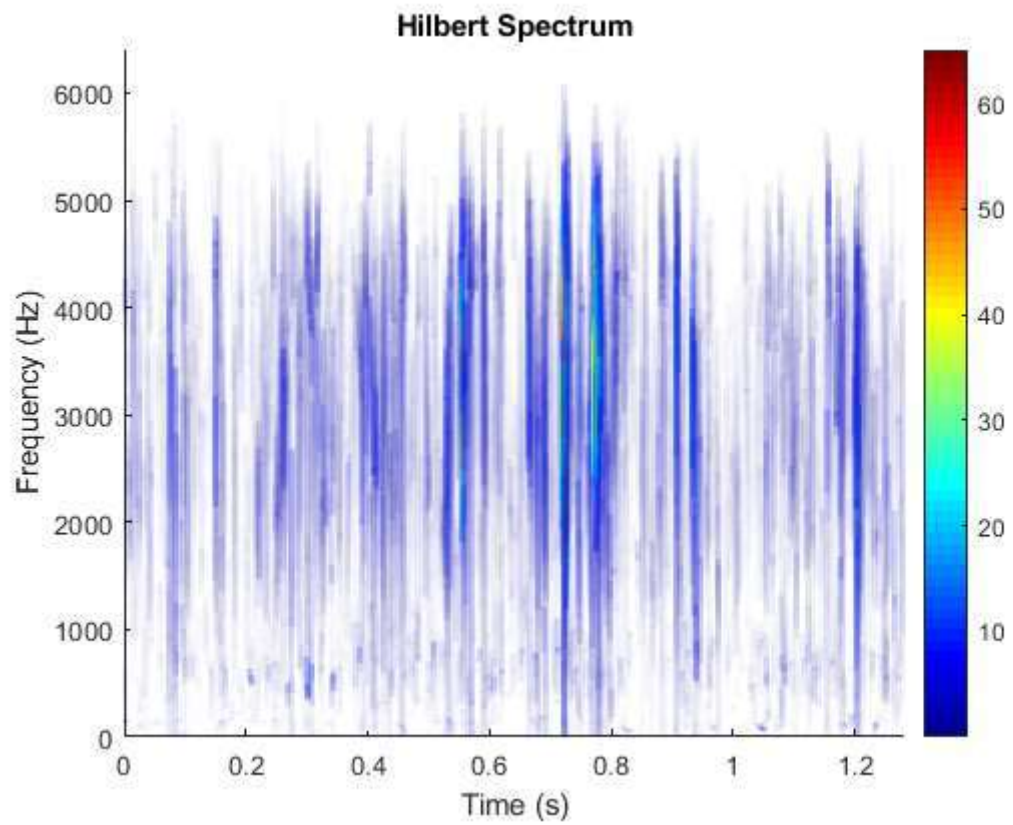


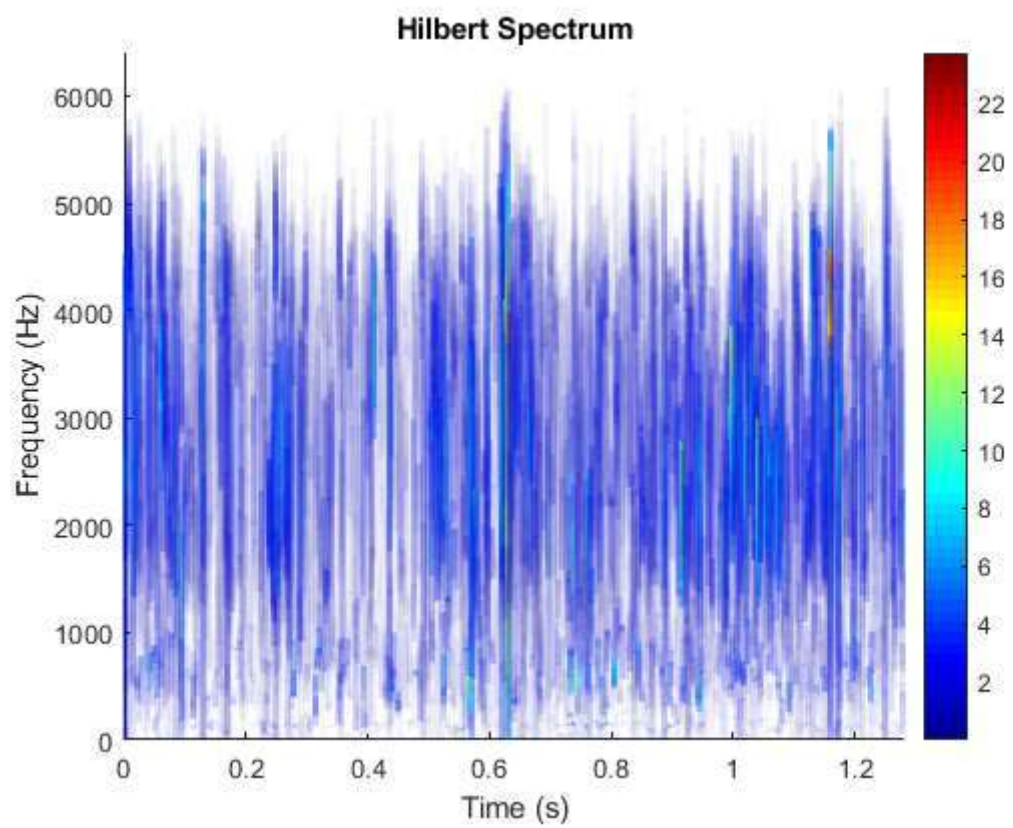
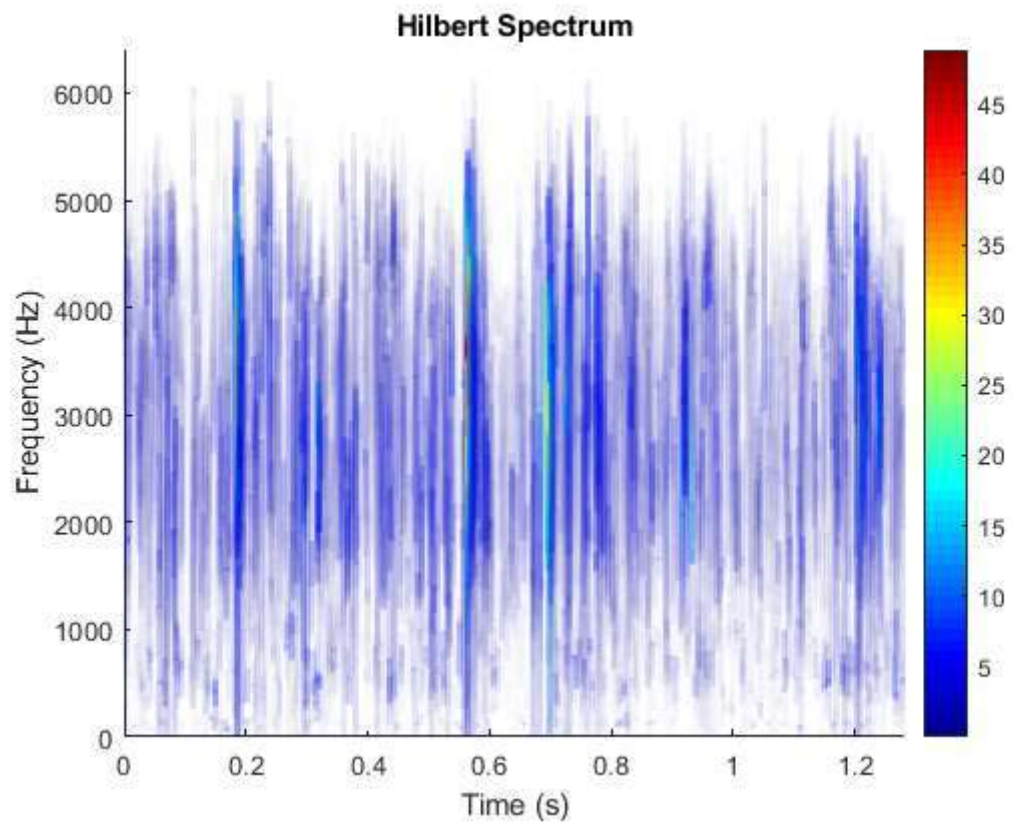


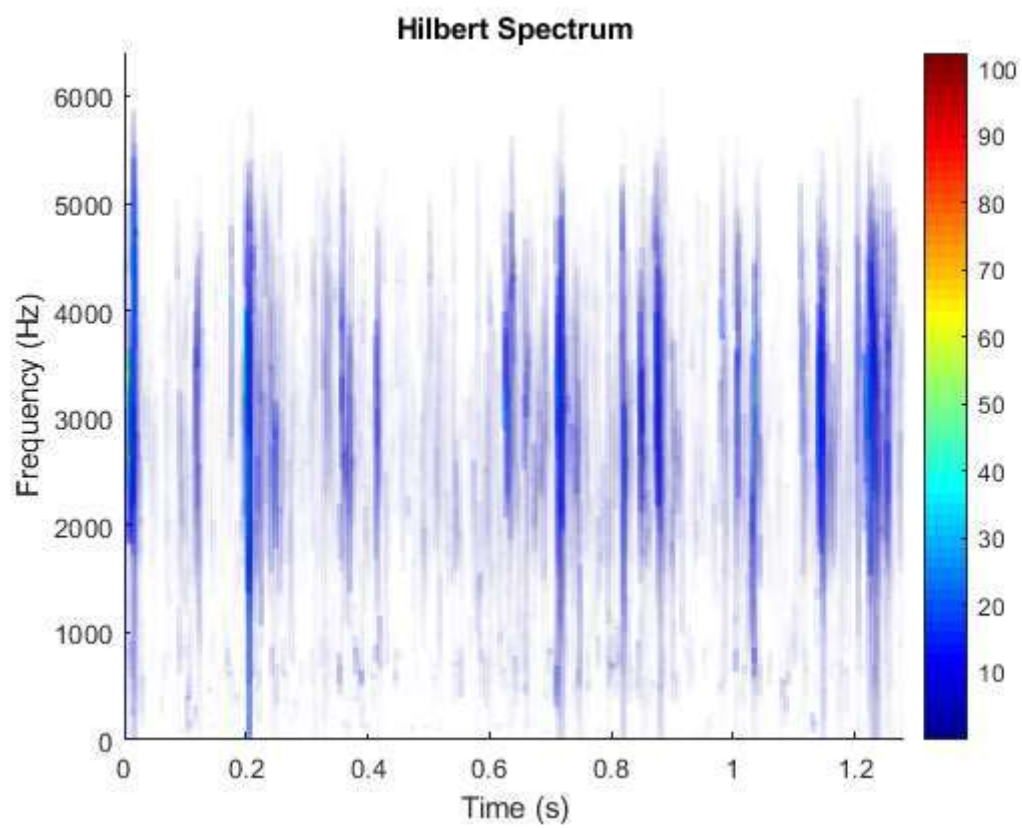
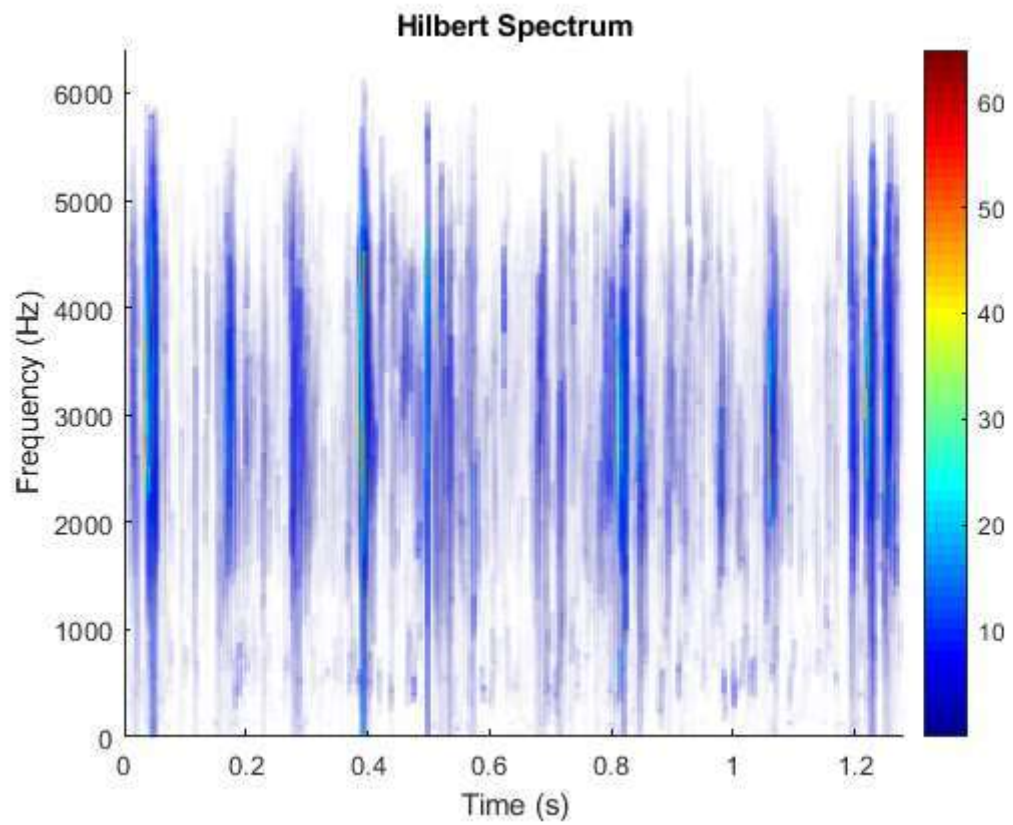


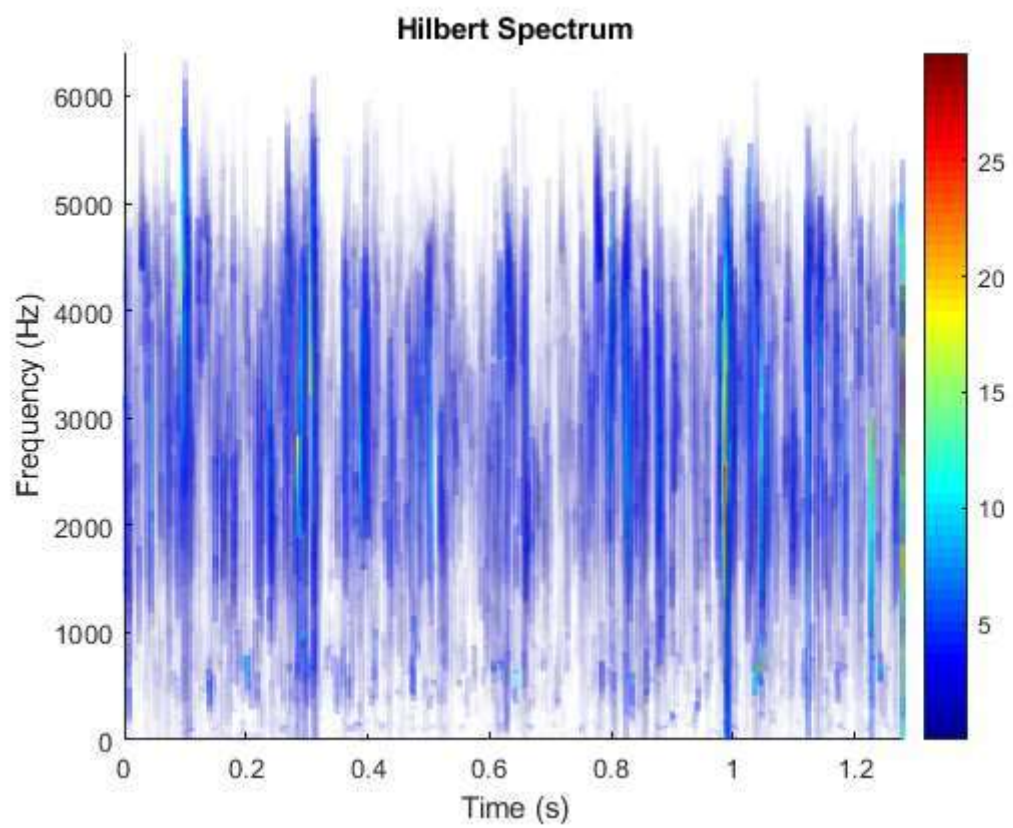
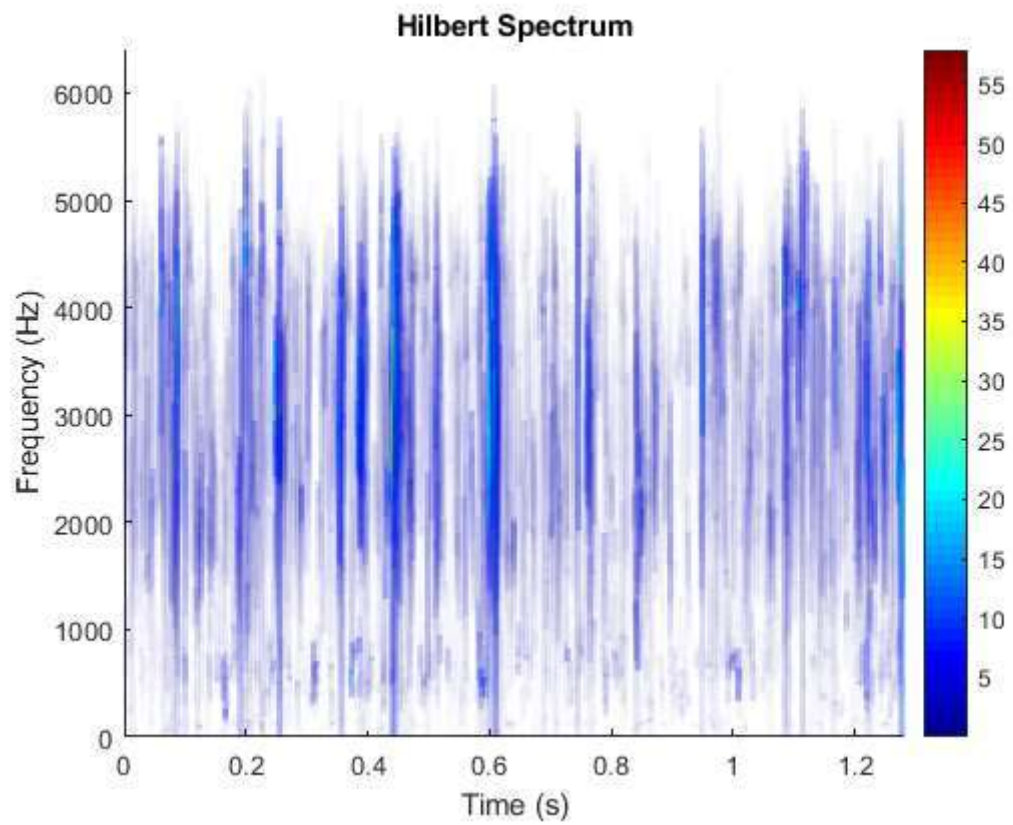


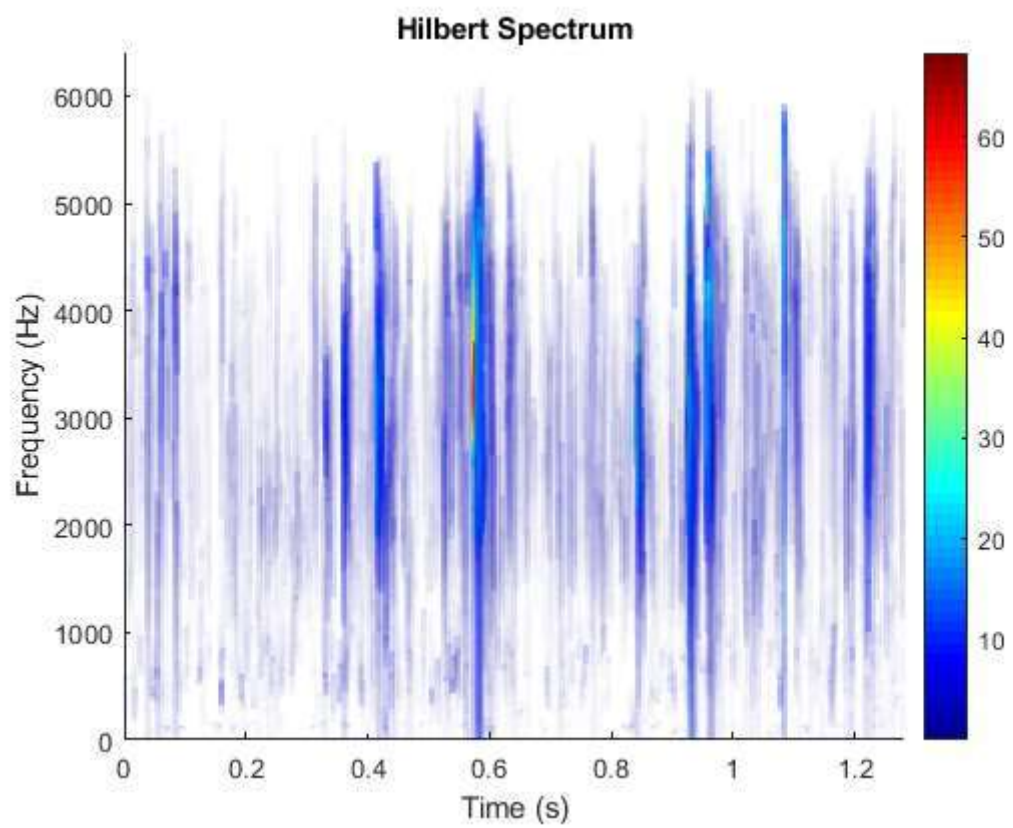
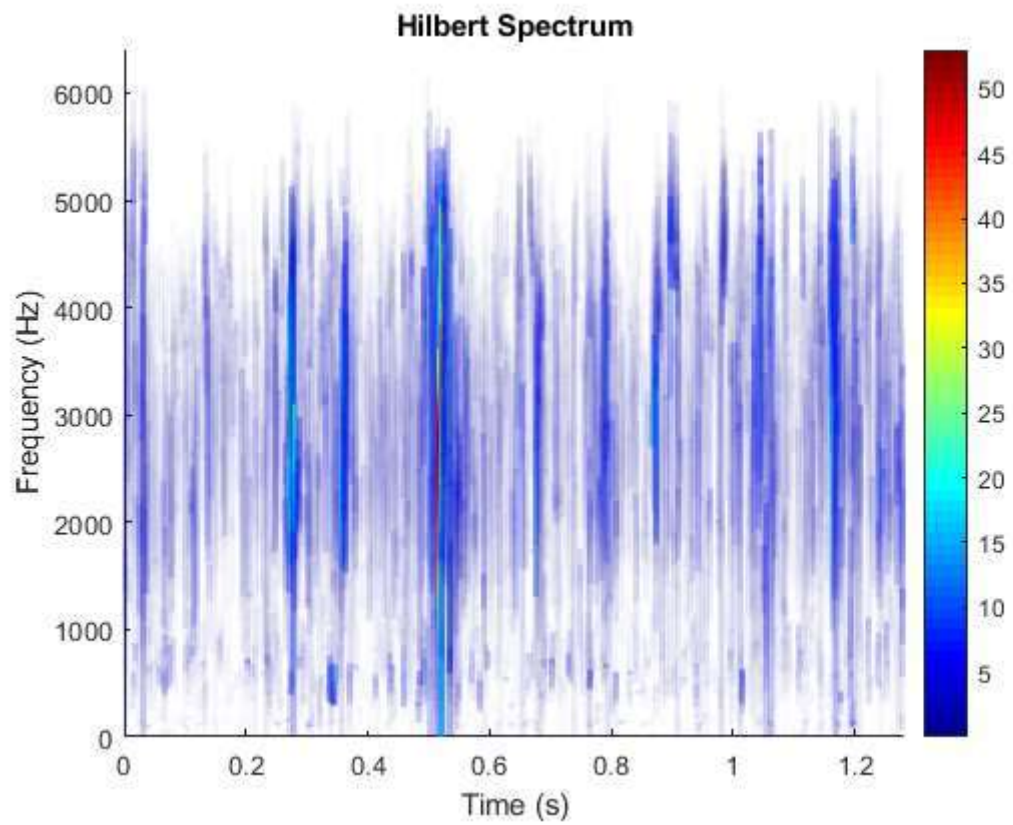


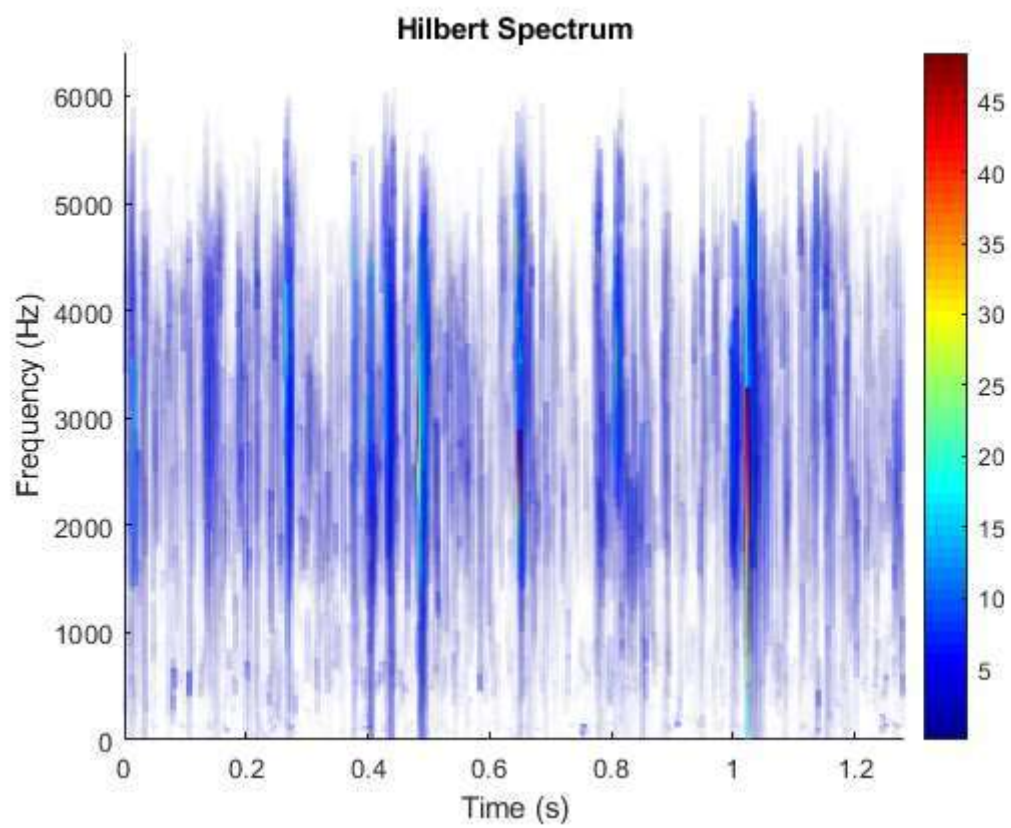
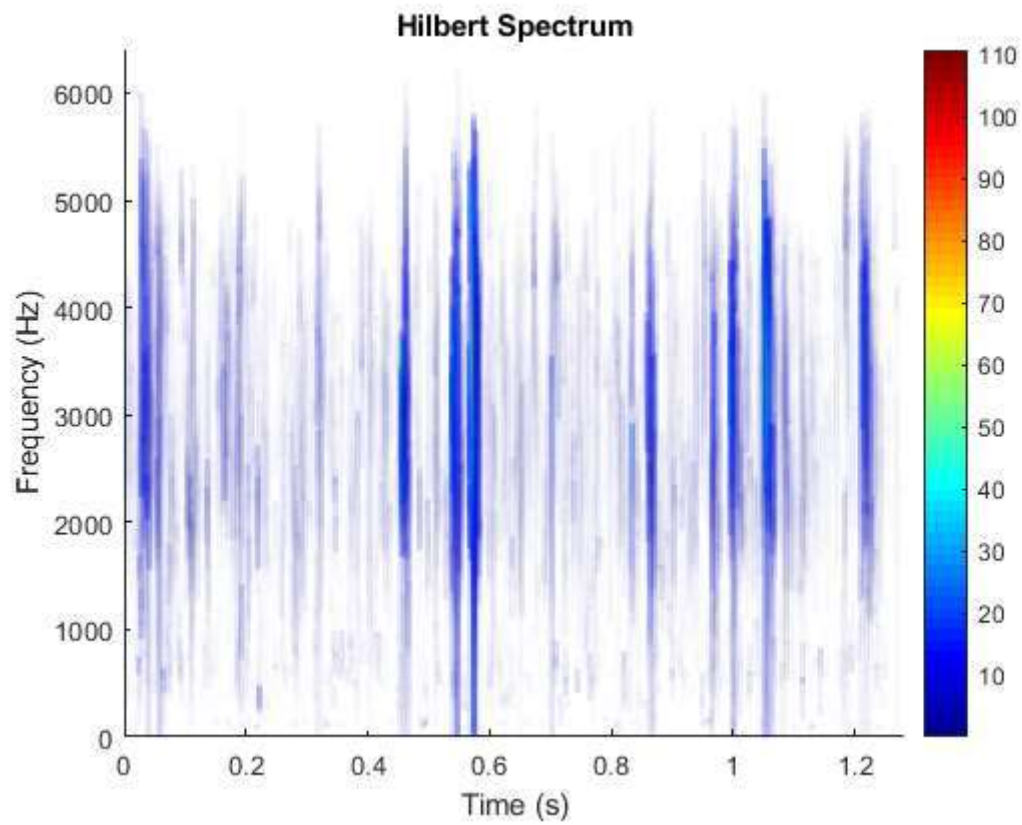


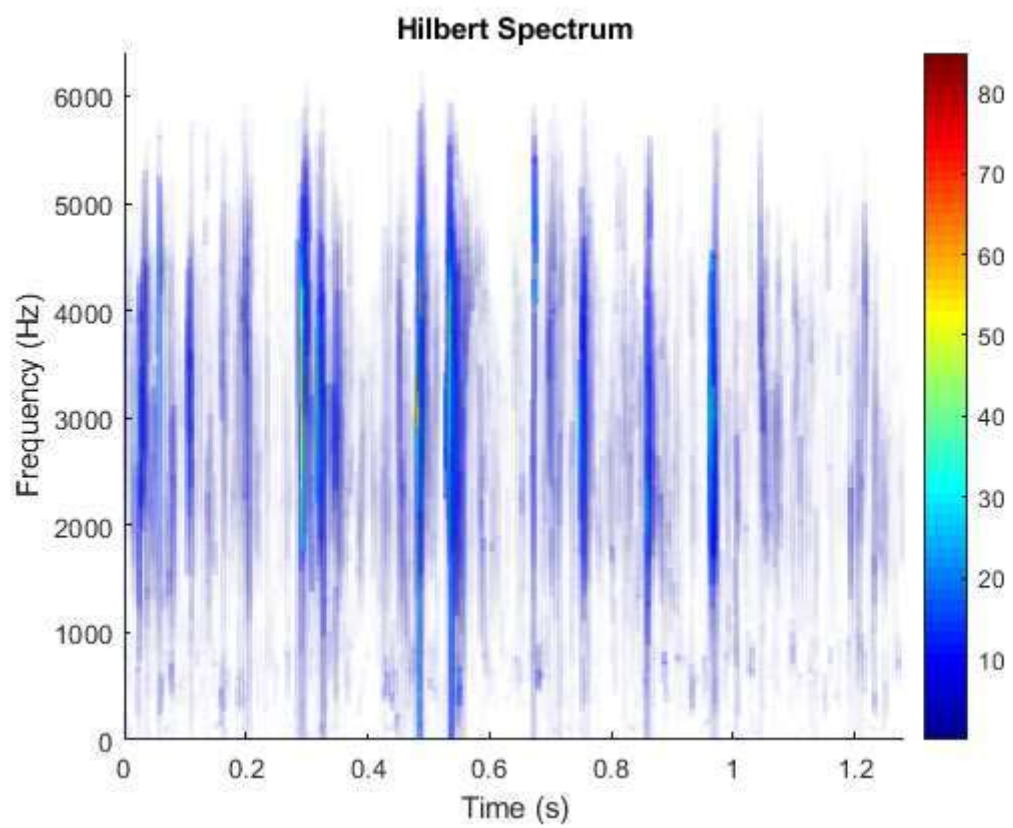
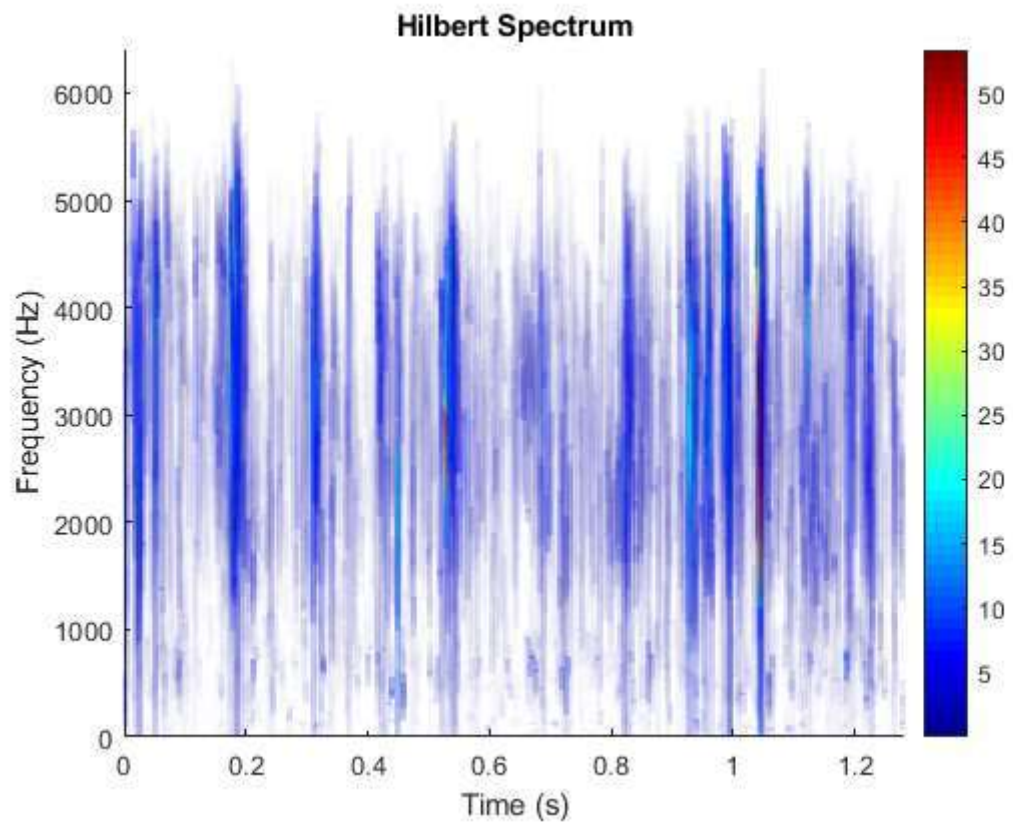


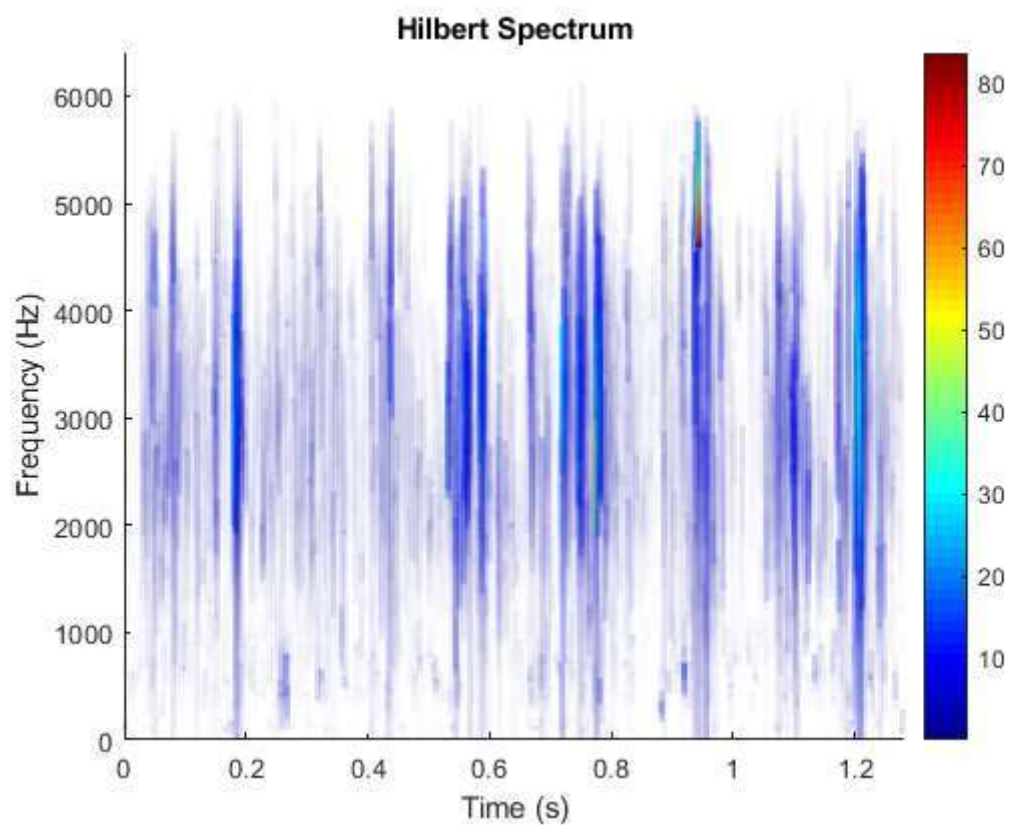
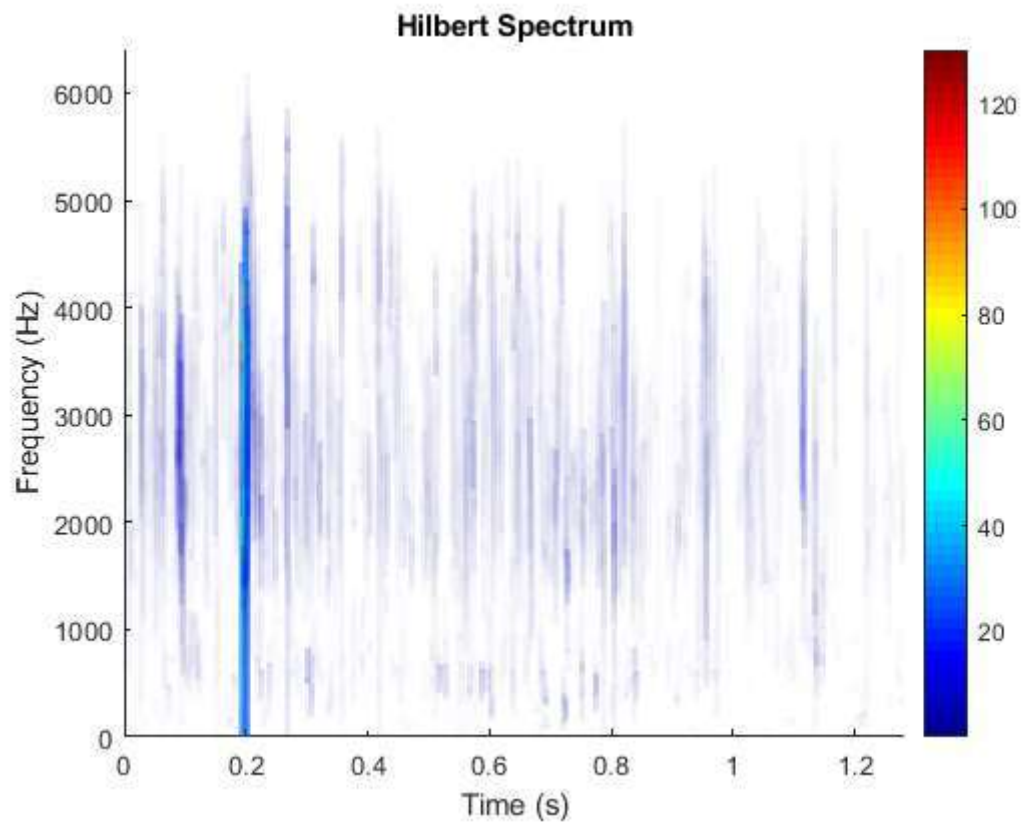


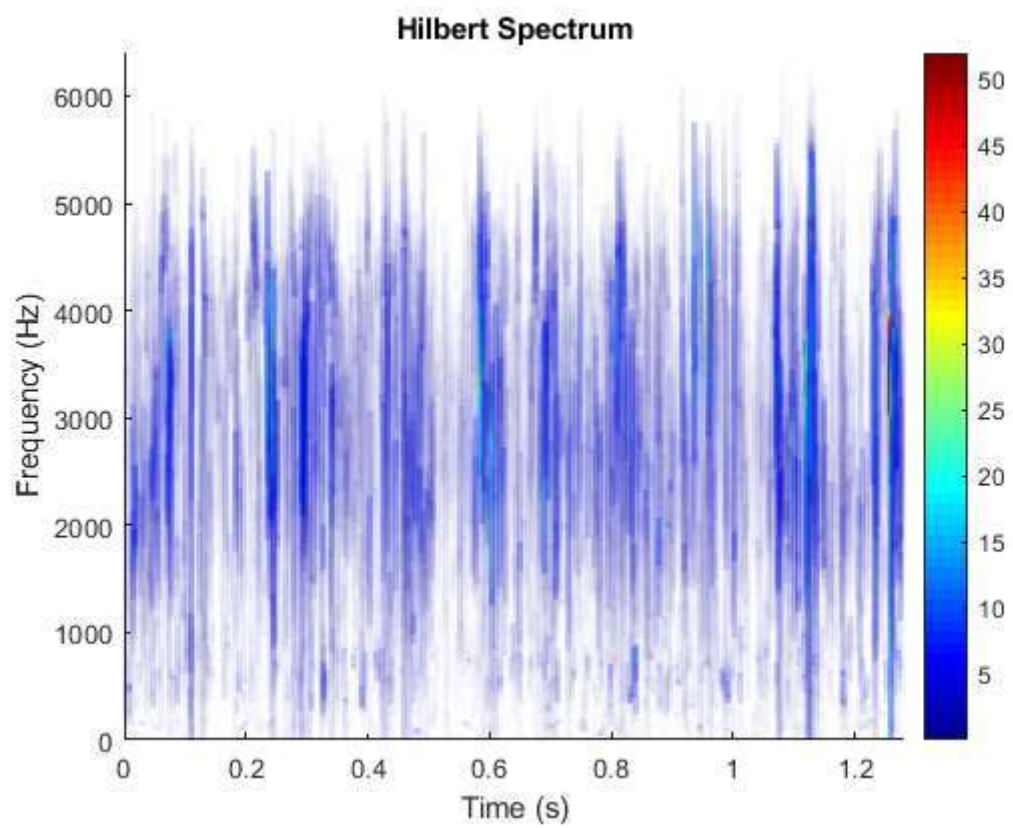
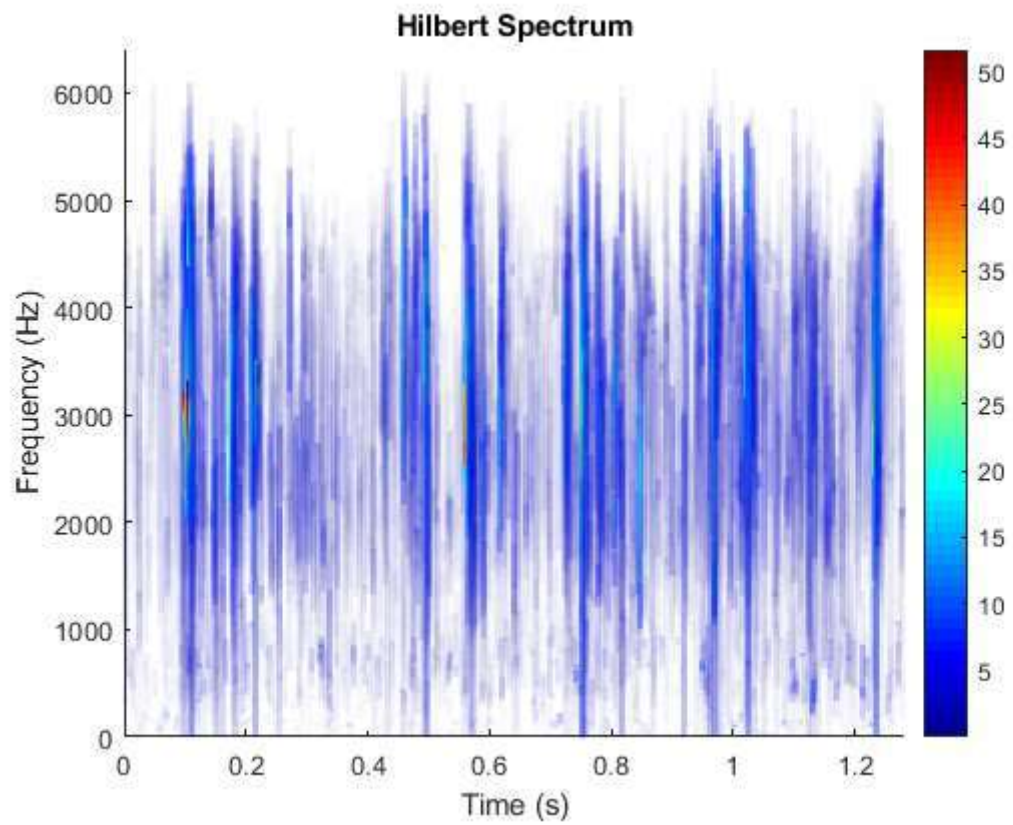


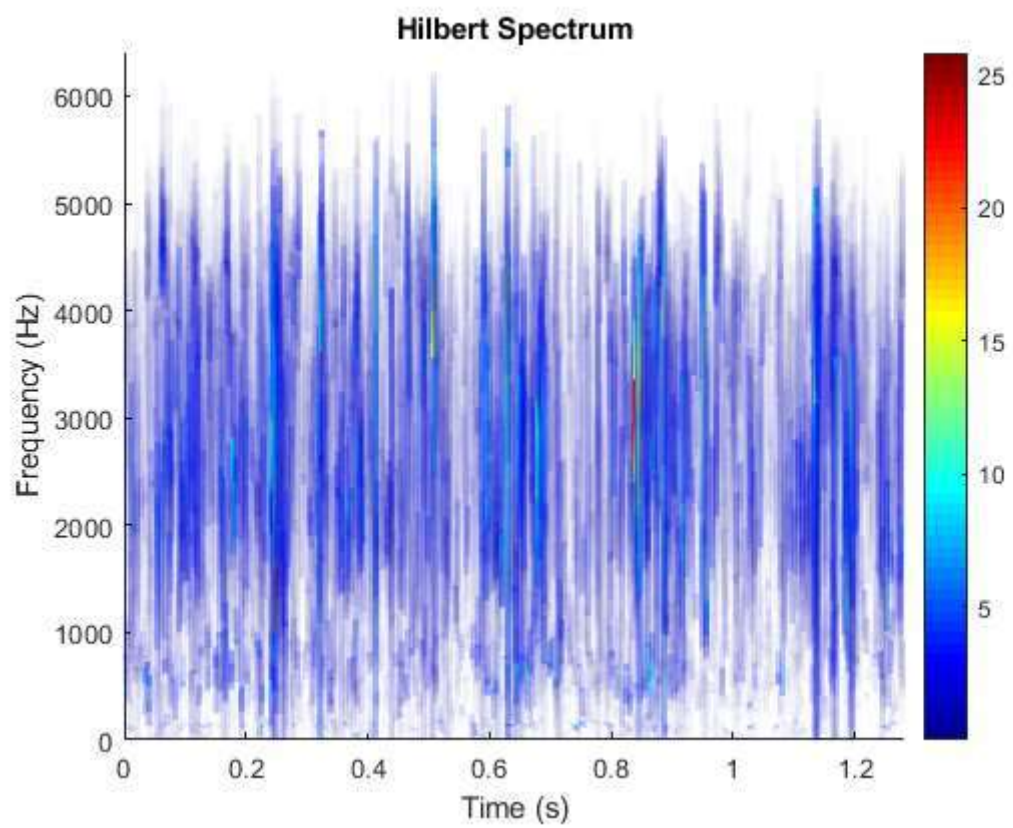
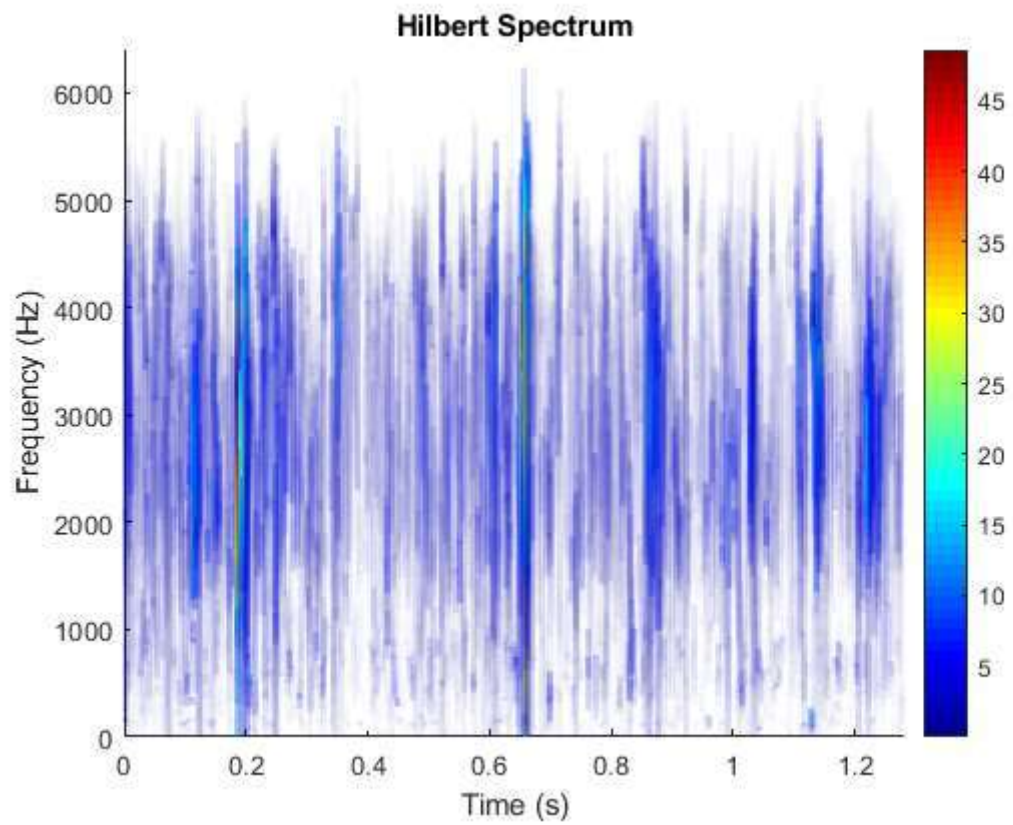


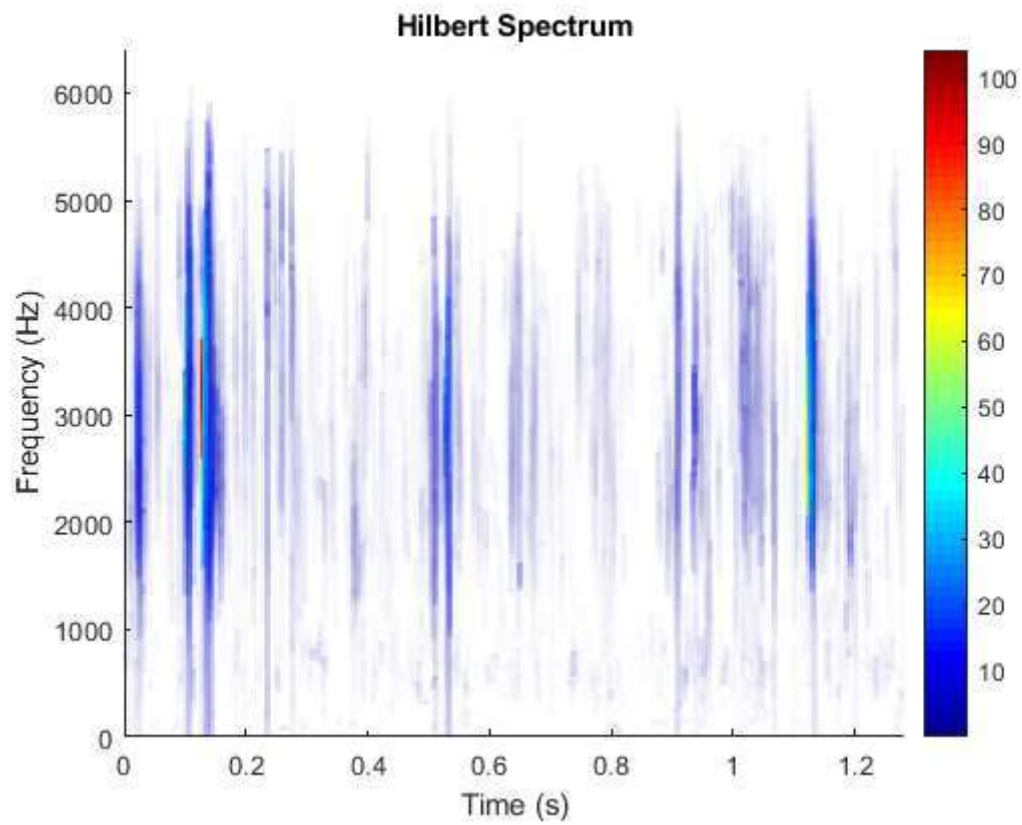




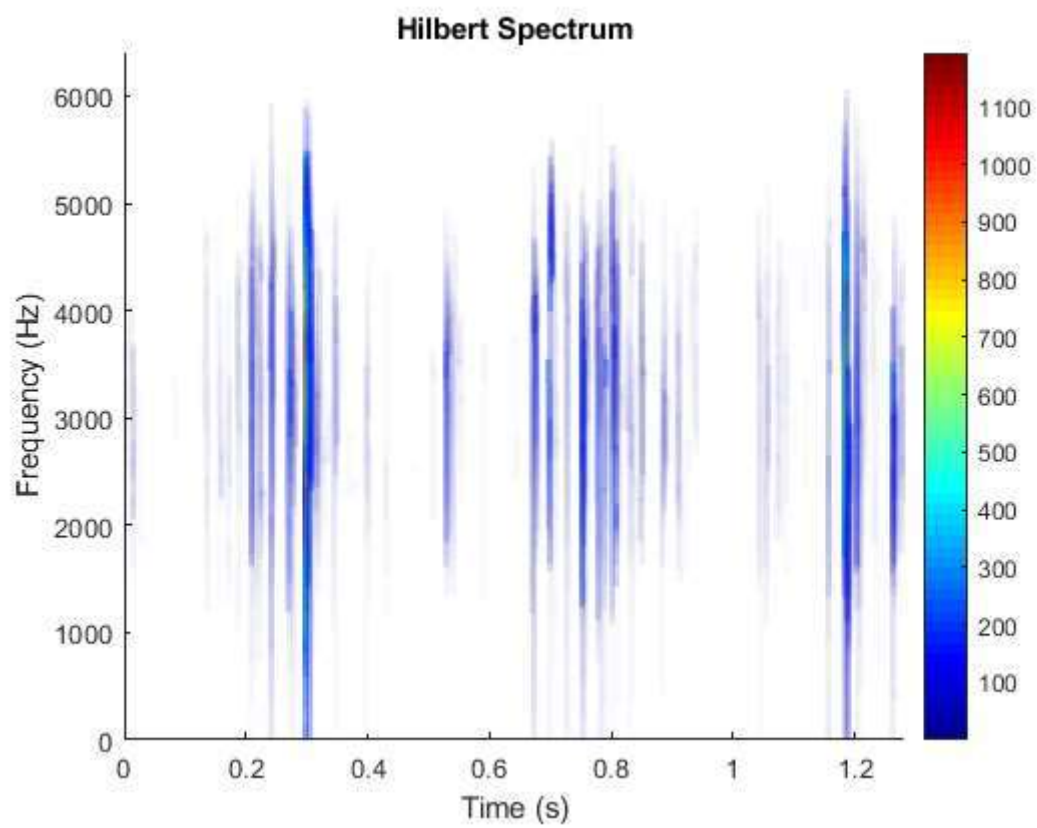
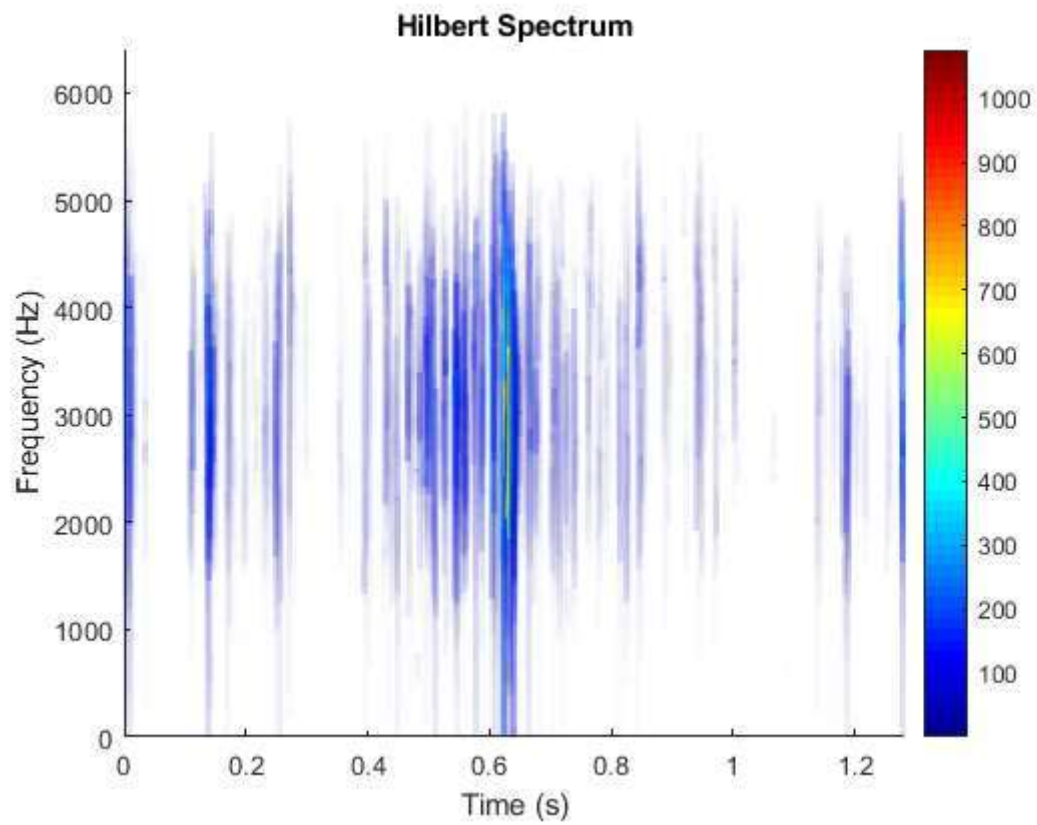


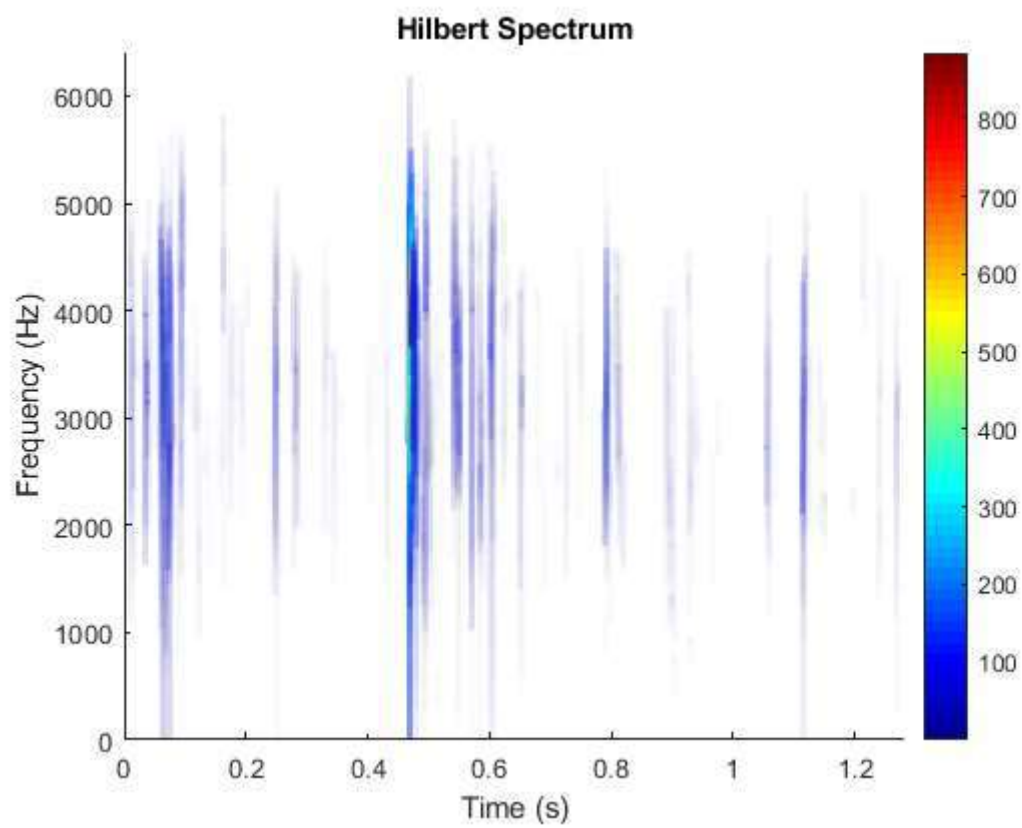
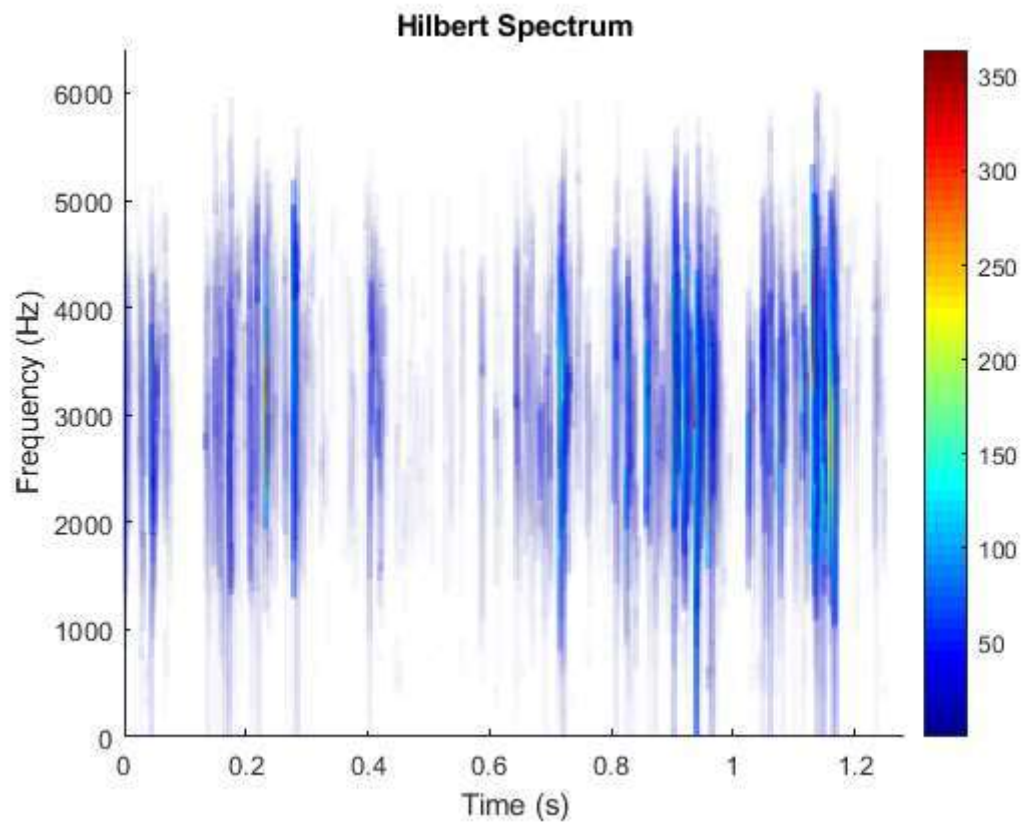


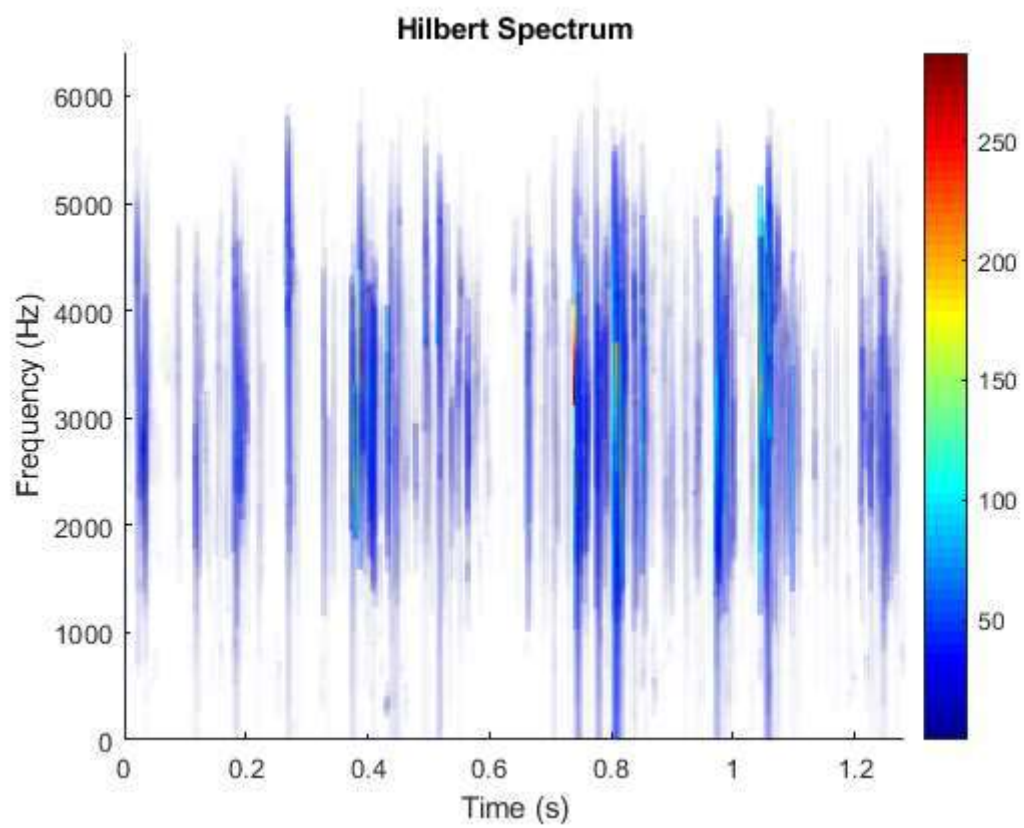
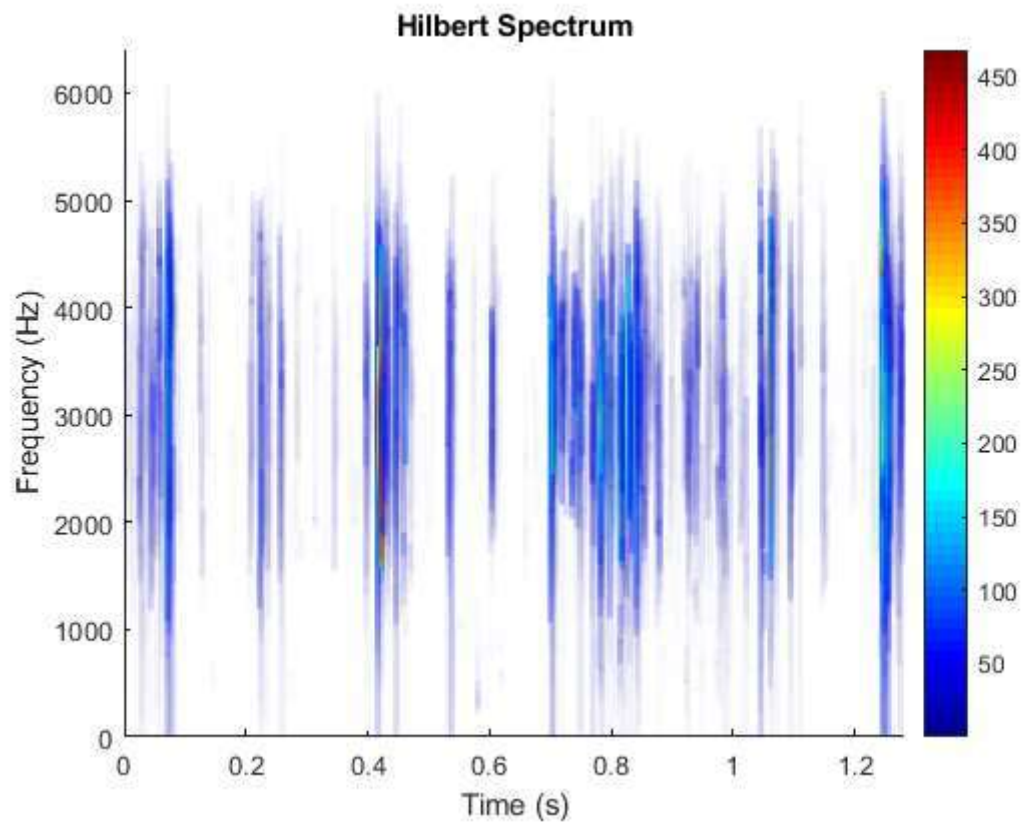


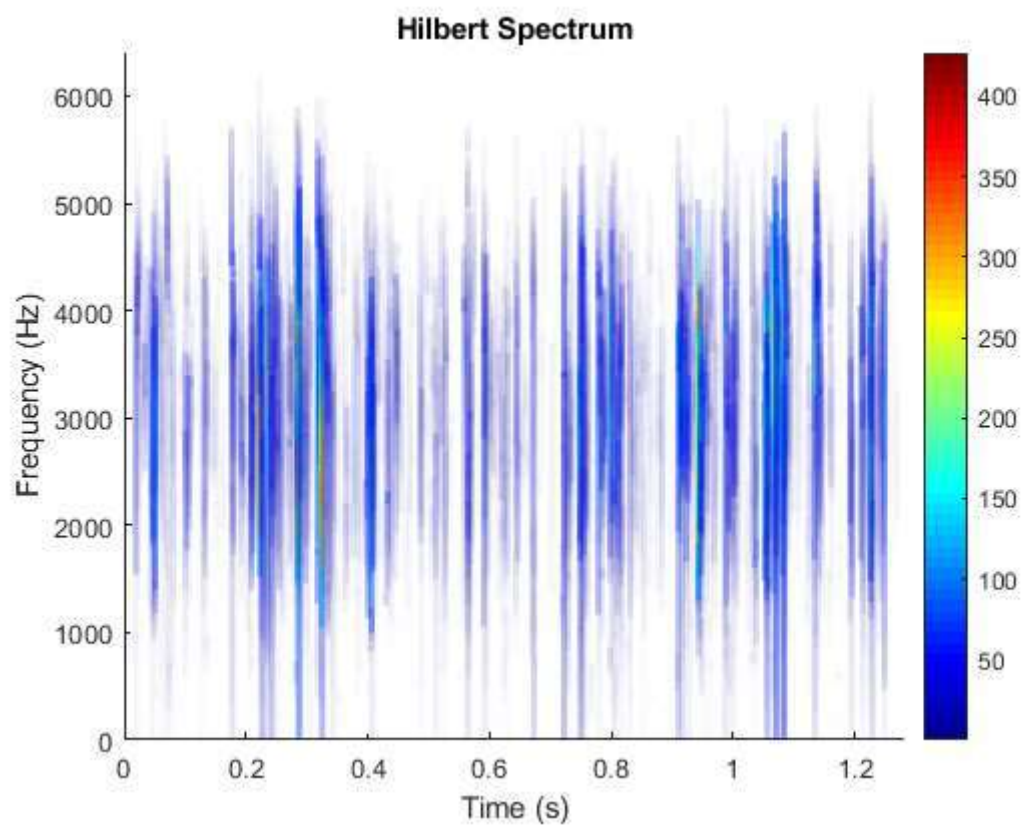
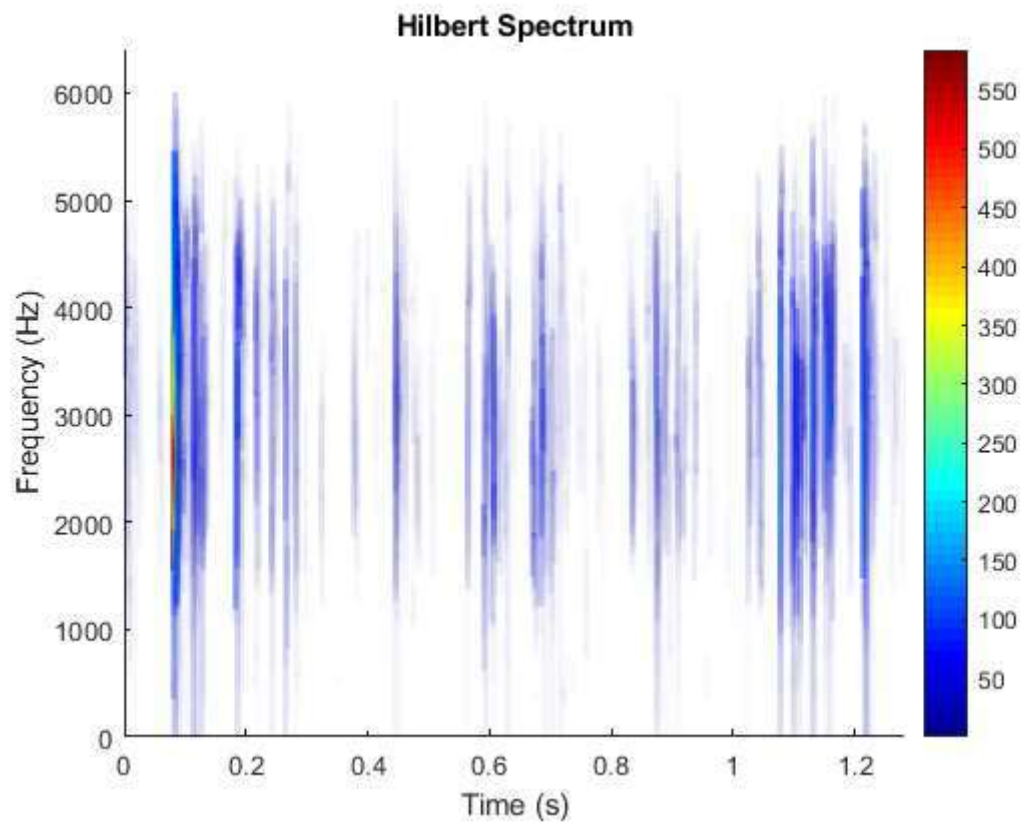


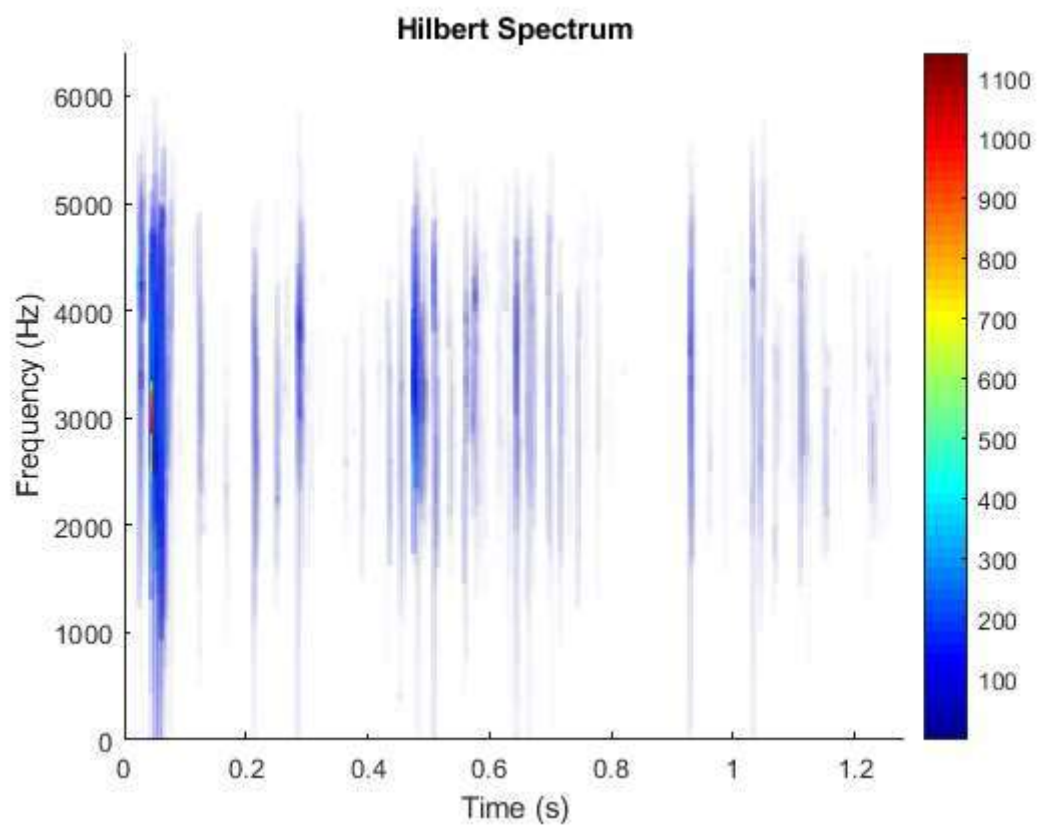
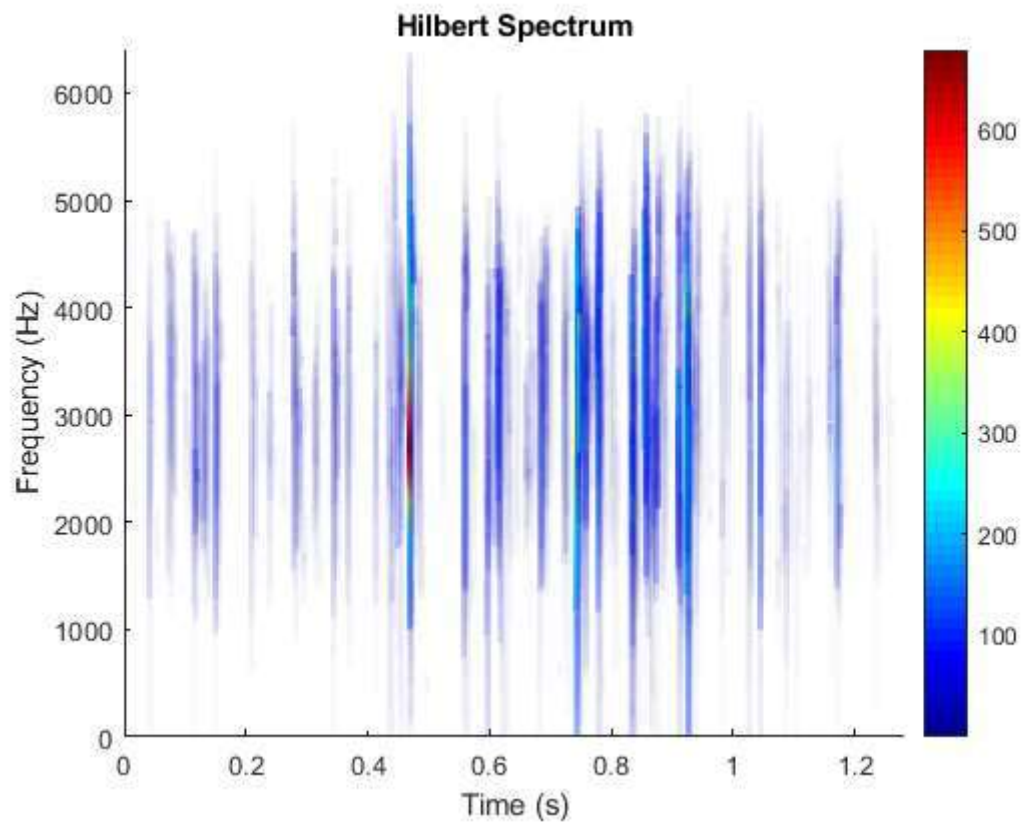
Eje con fisura 2 dirección axial

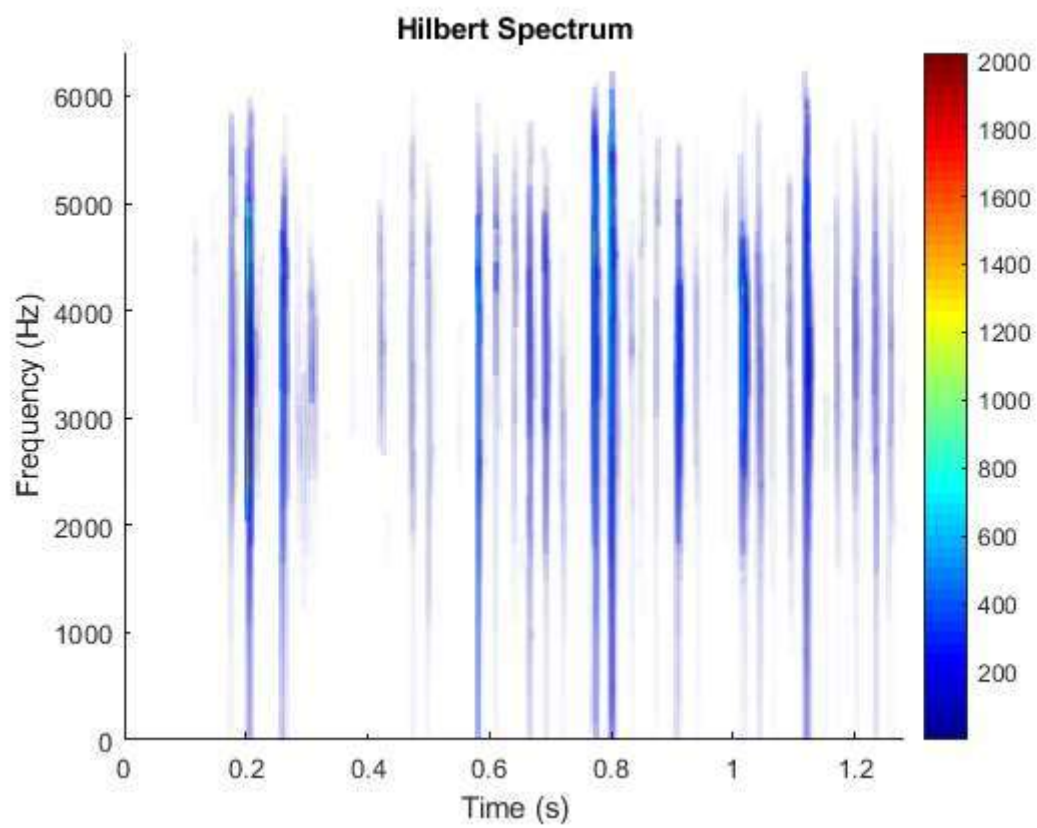
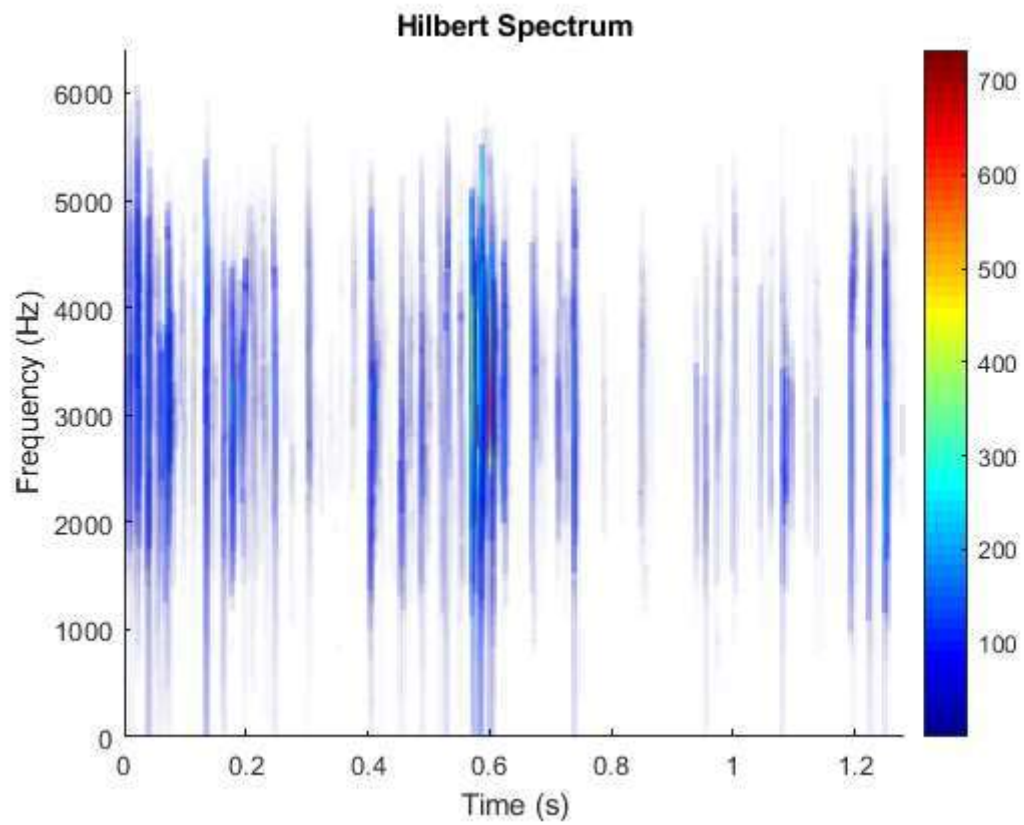


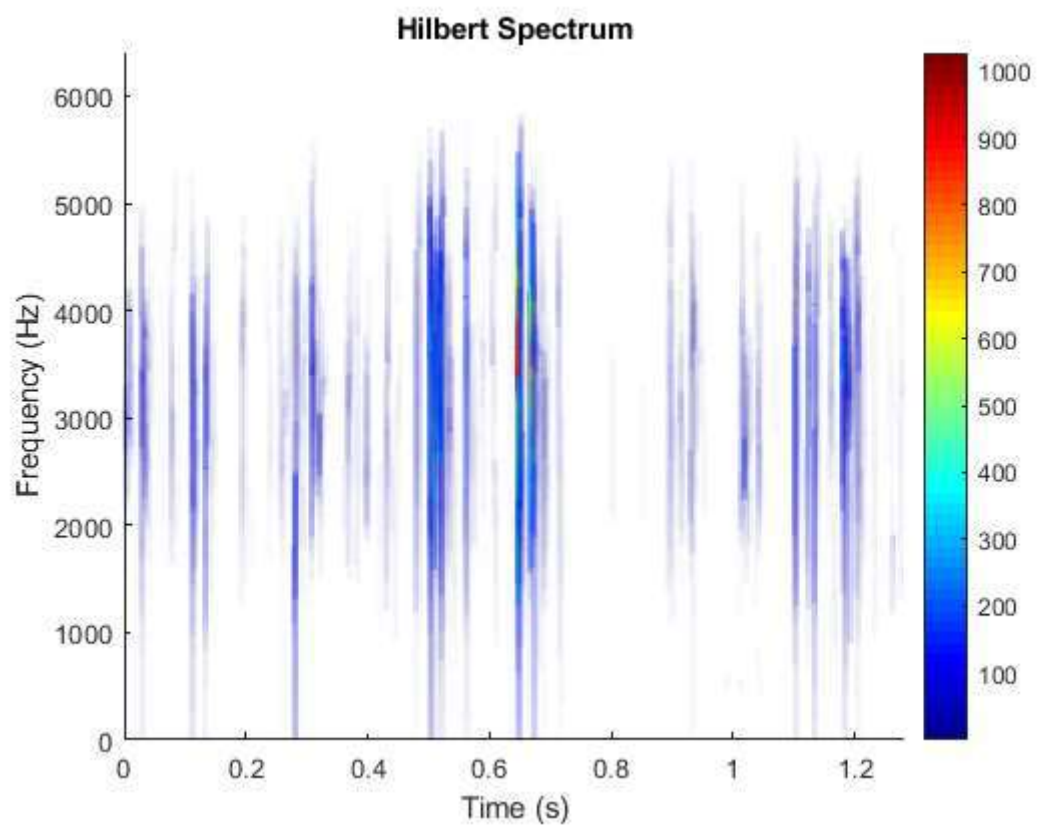
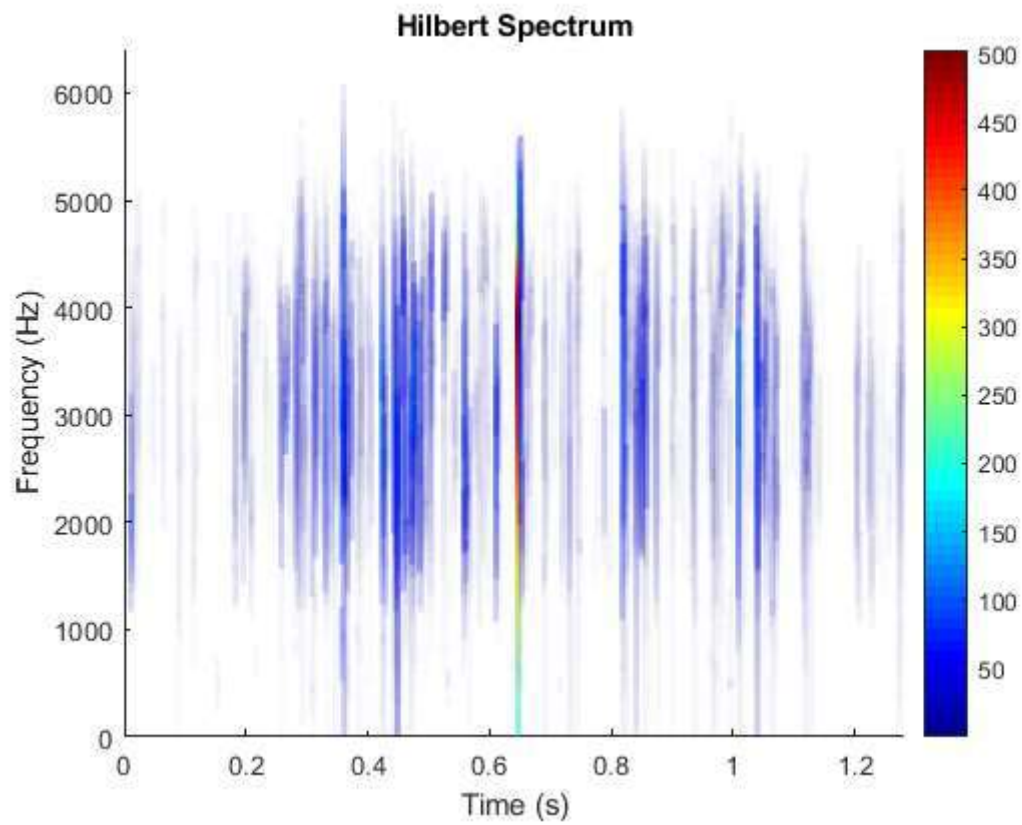


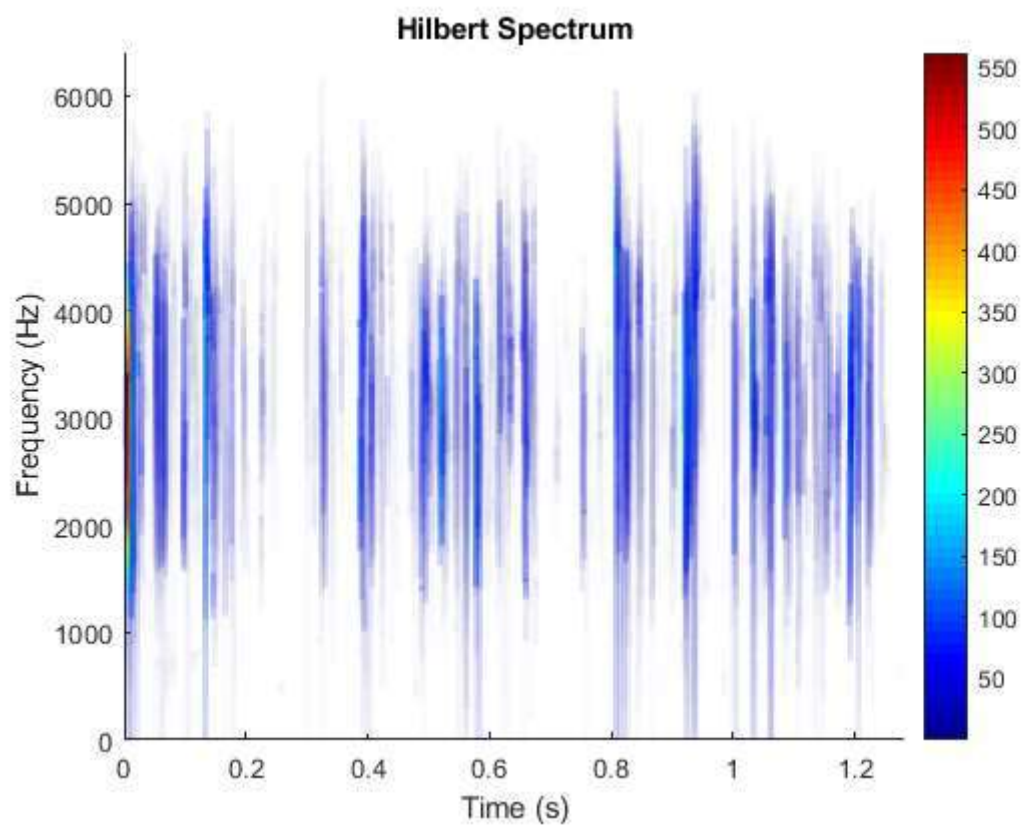
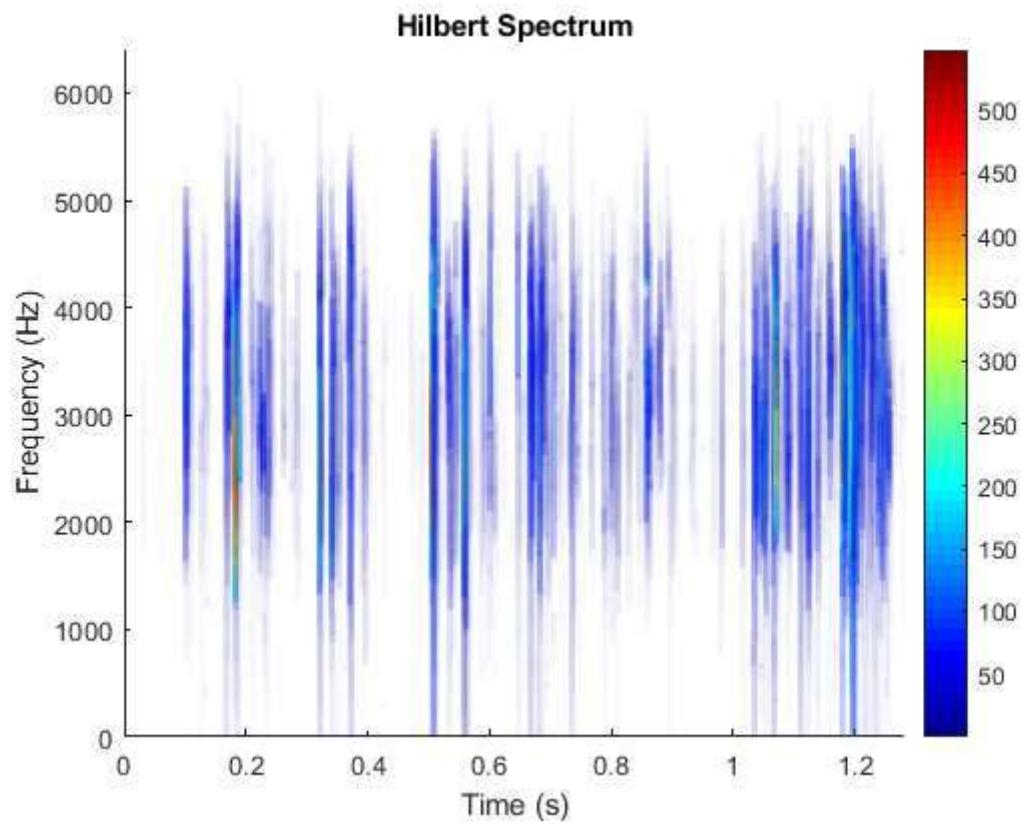


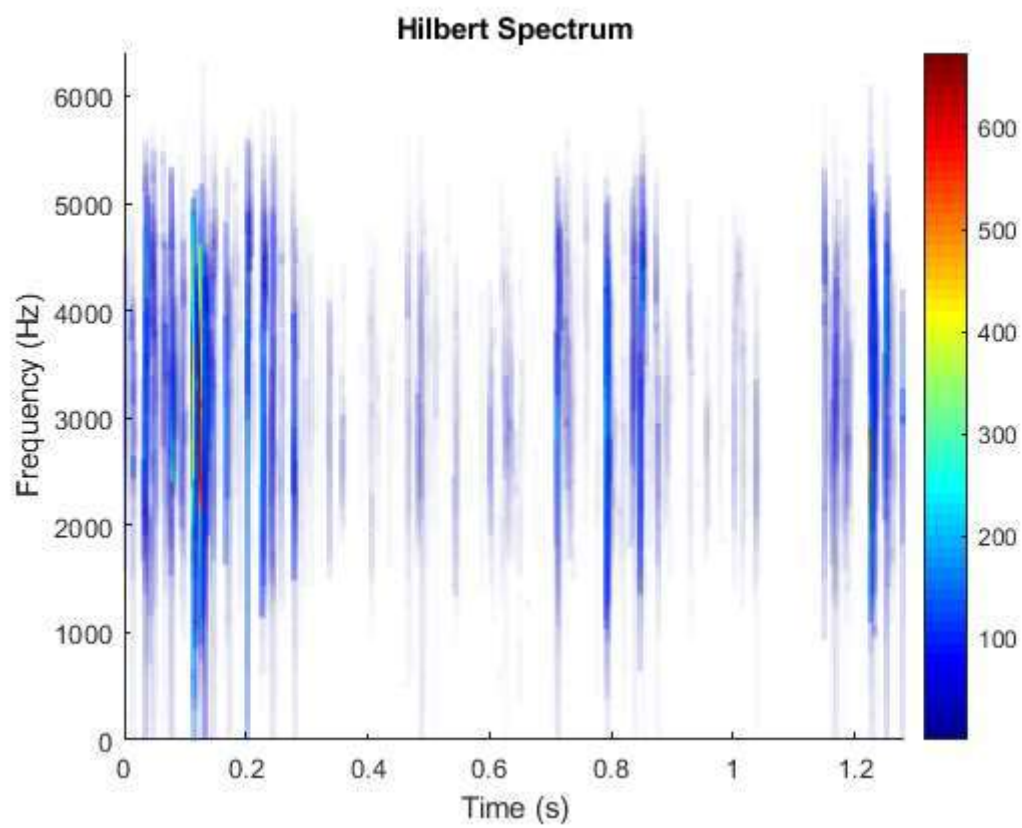
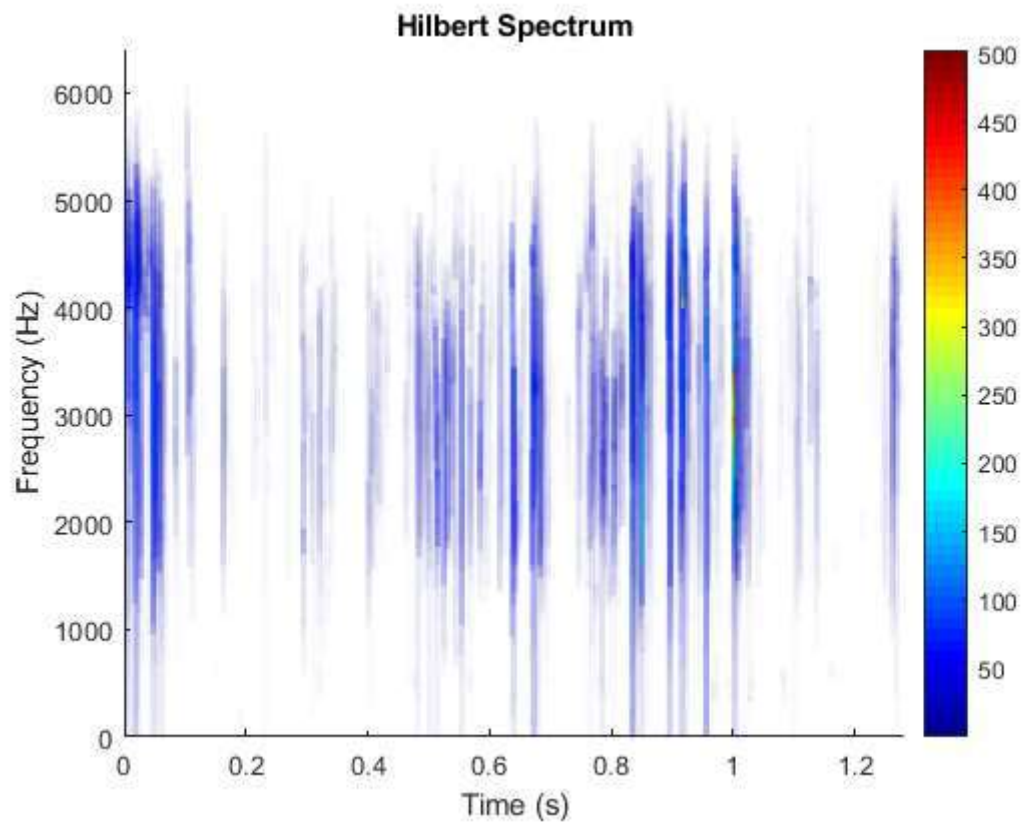


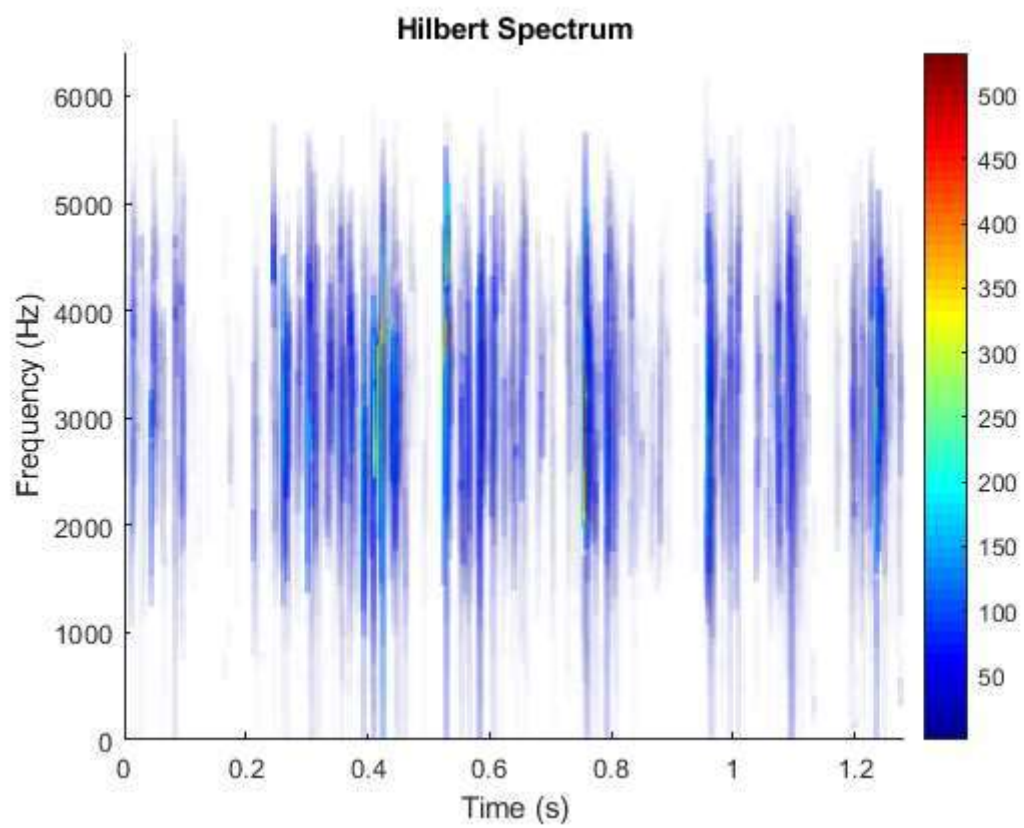
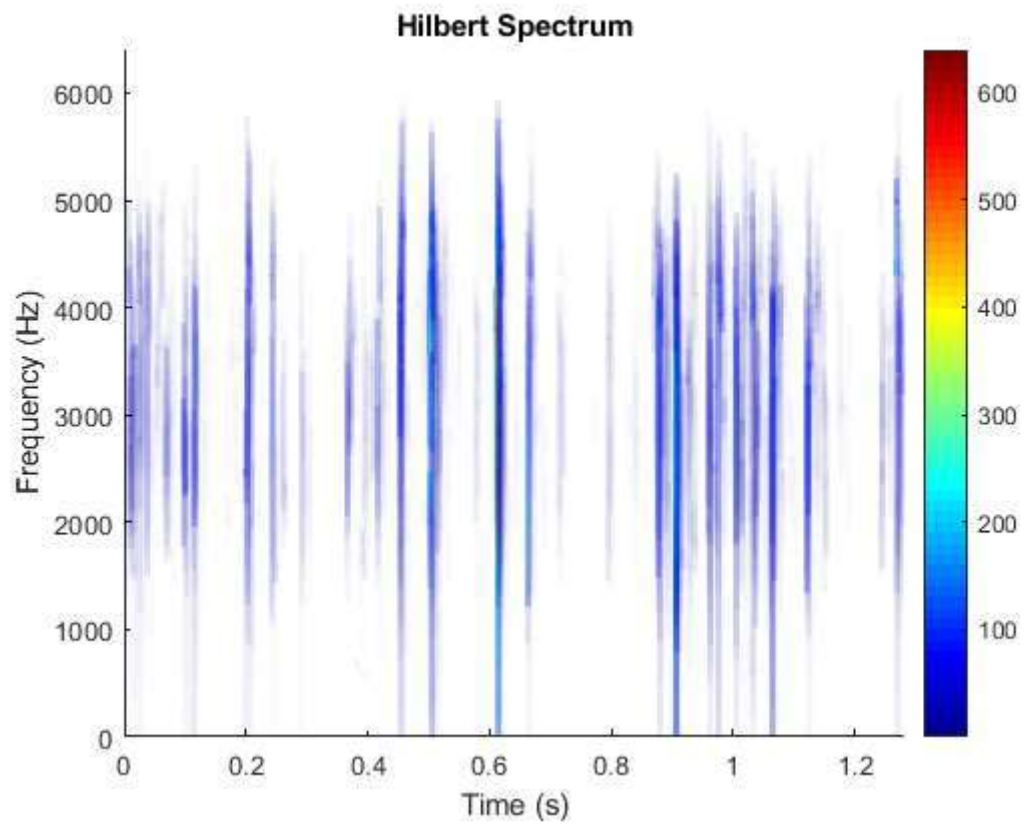


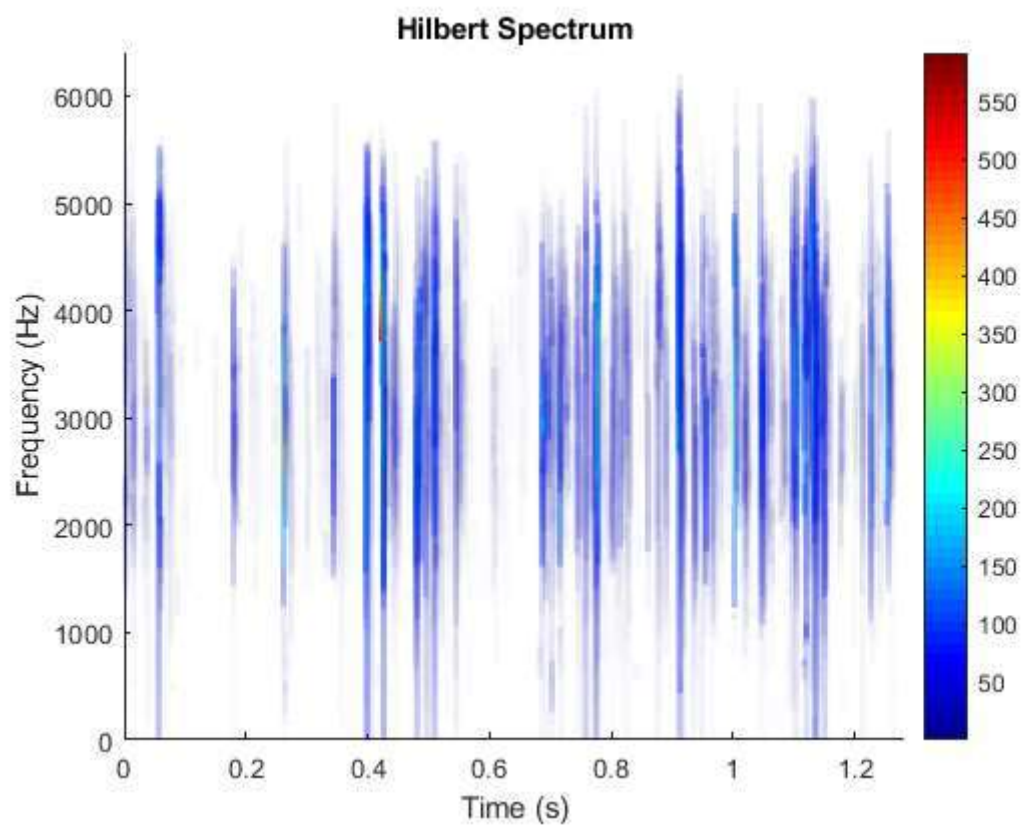
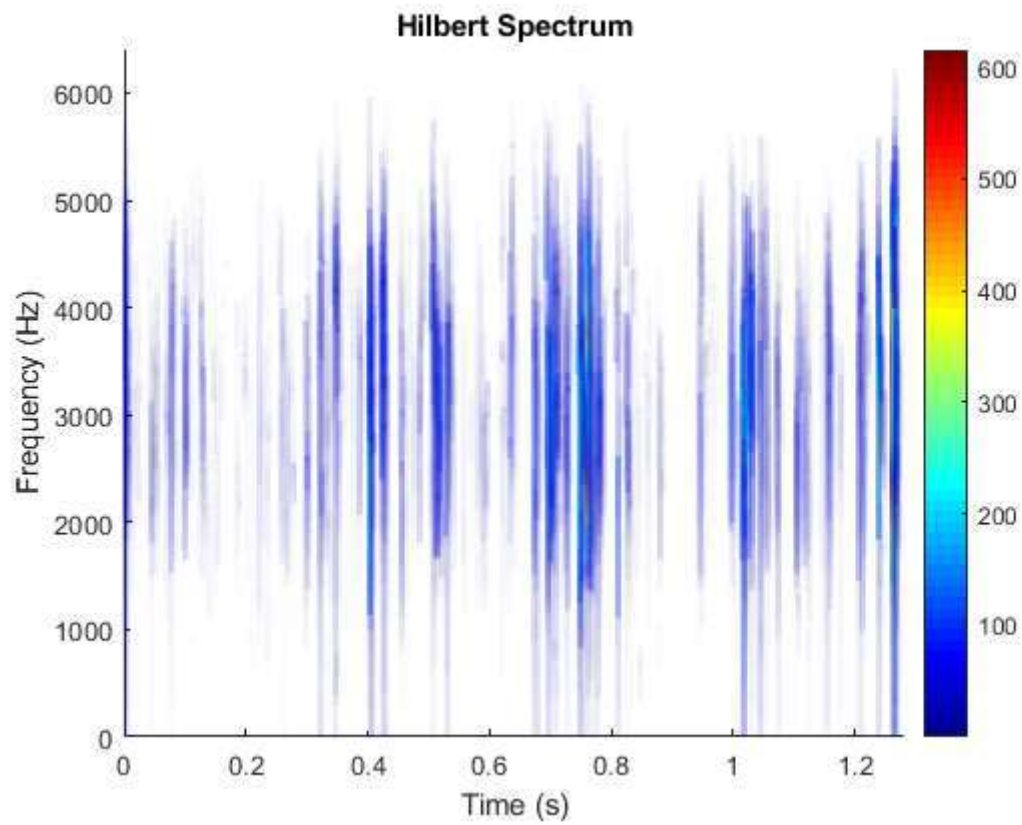


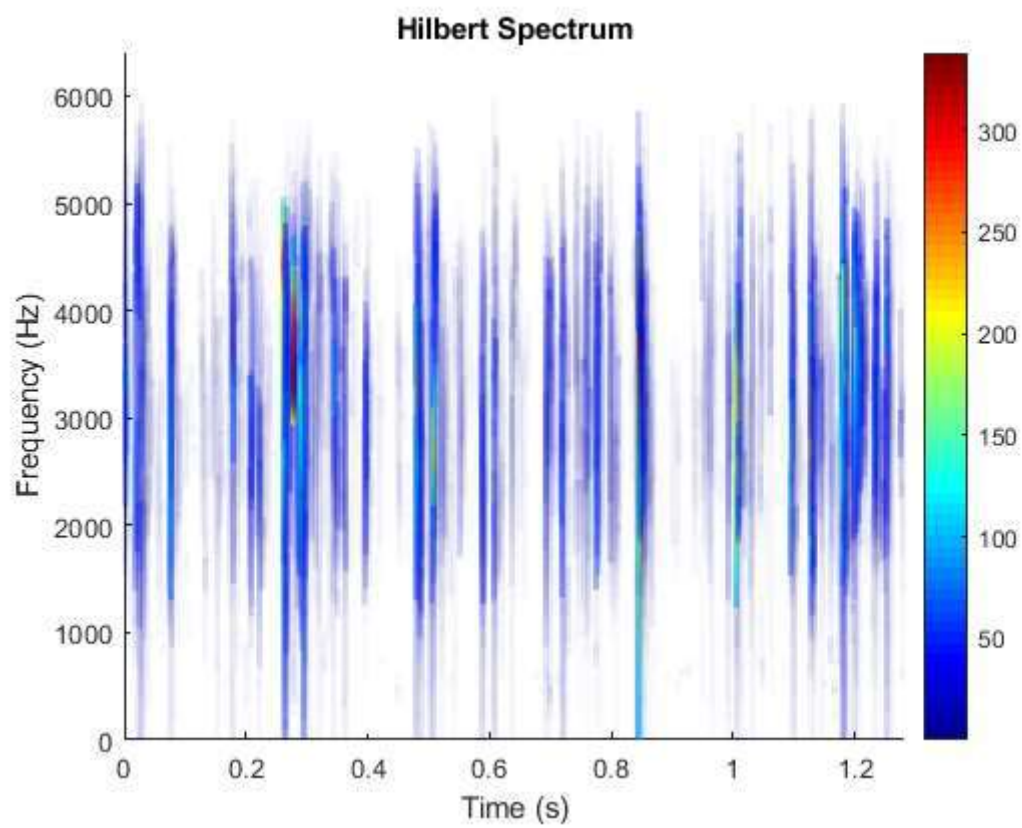
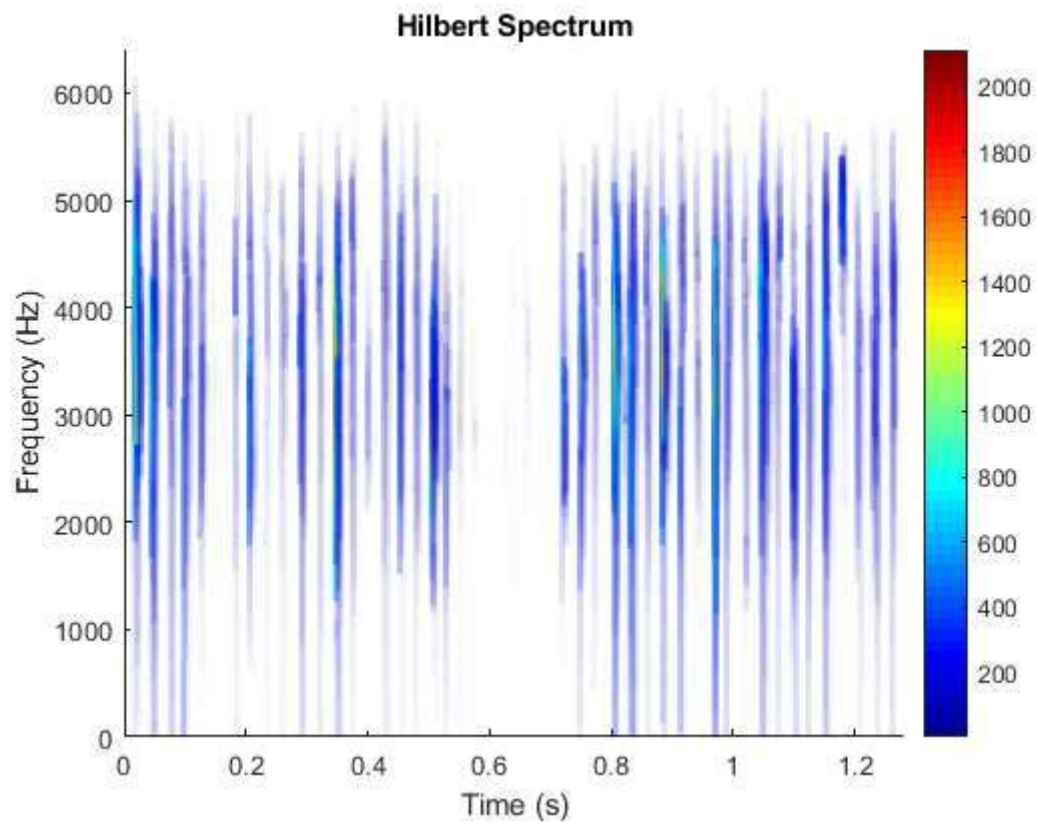


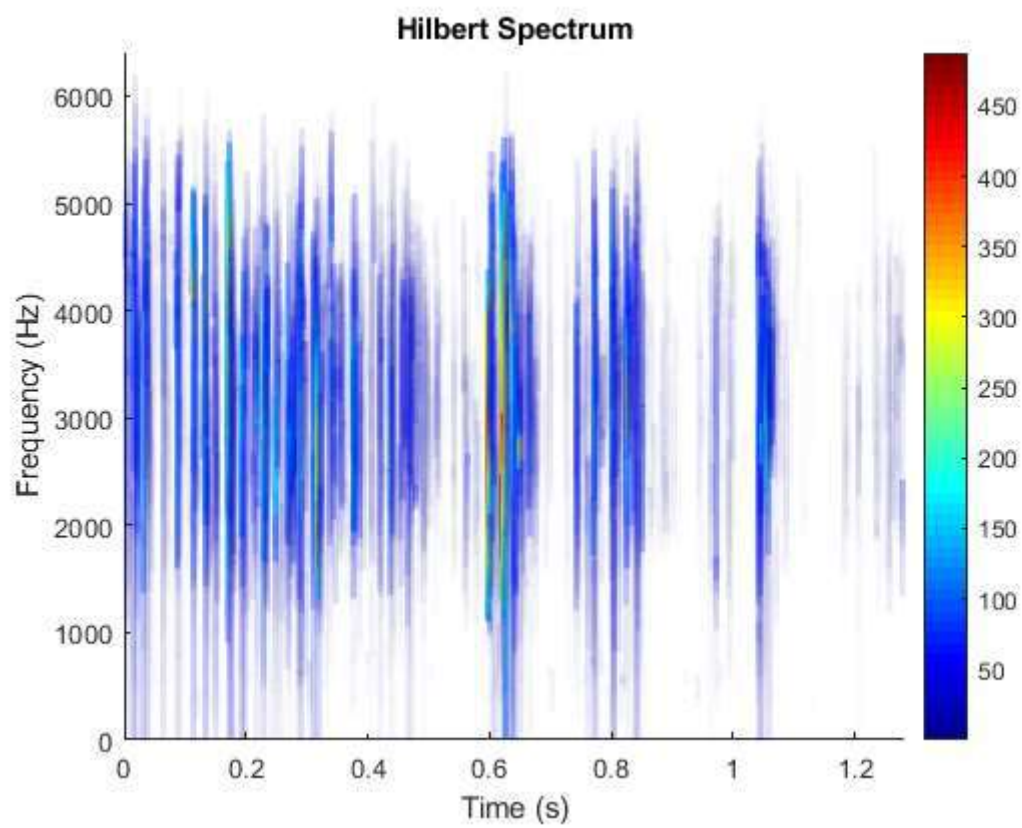
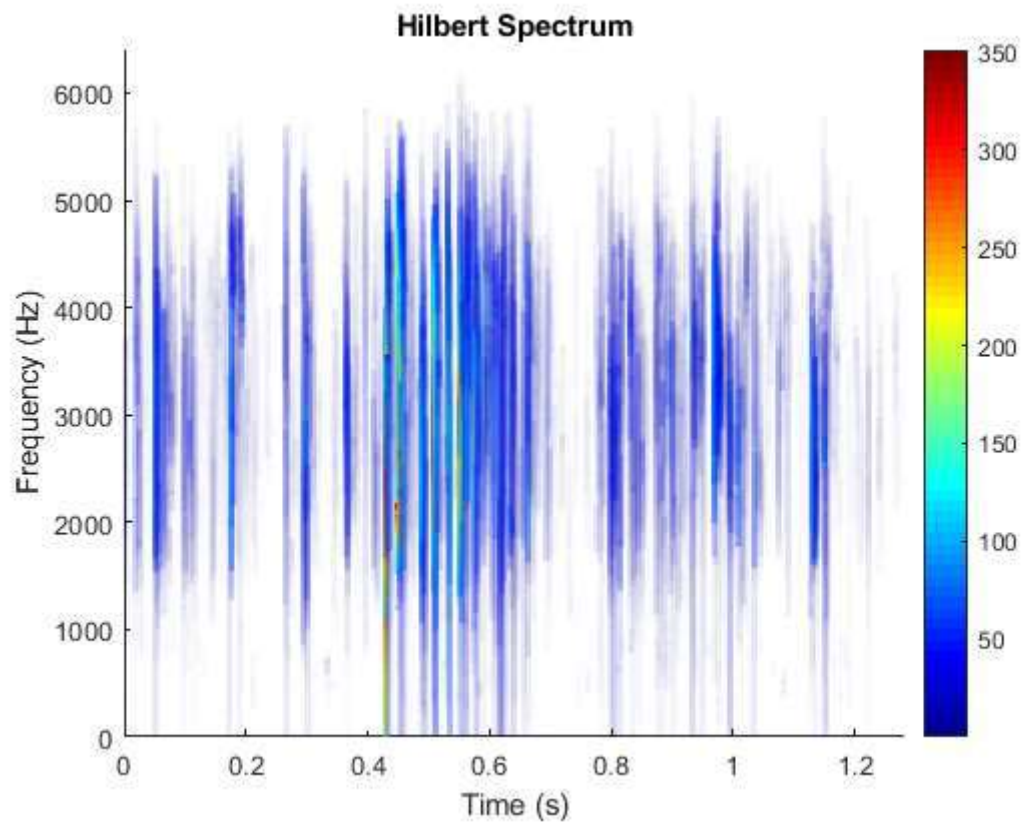


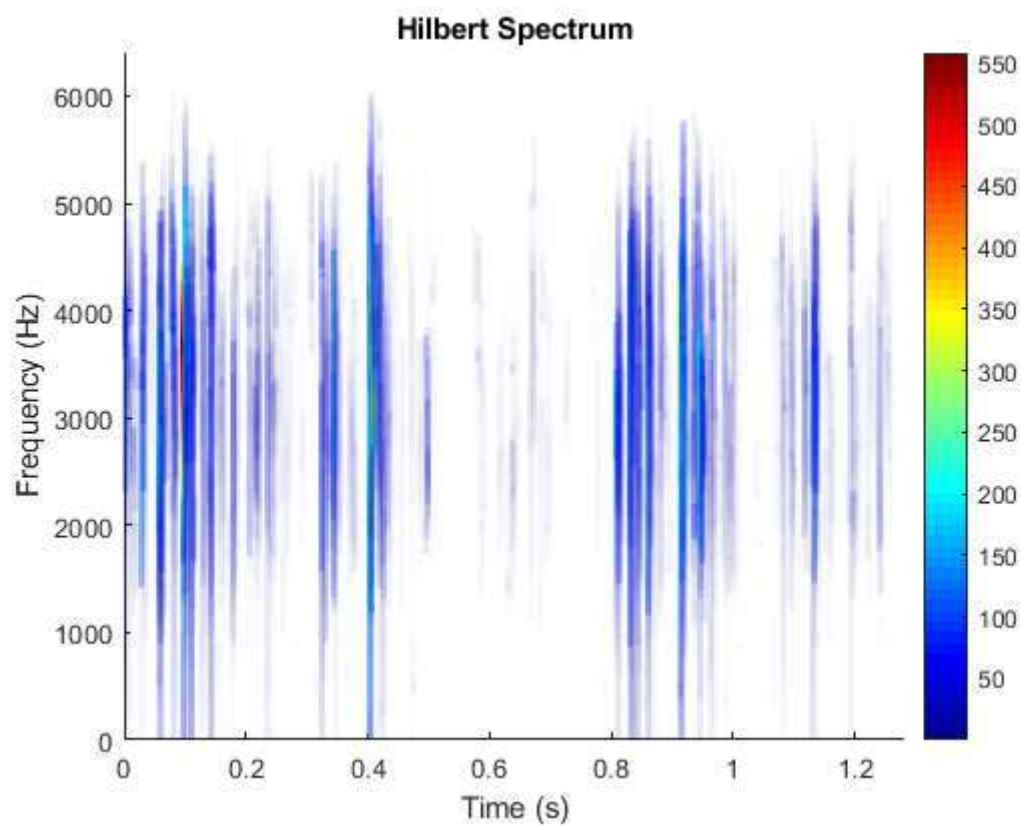
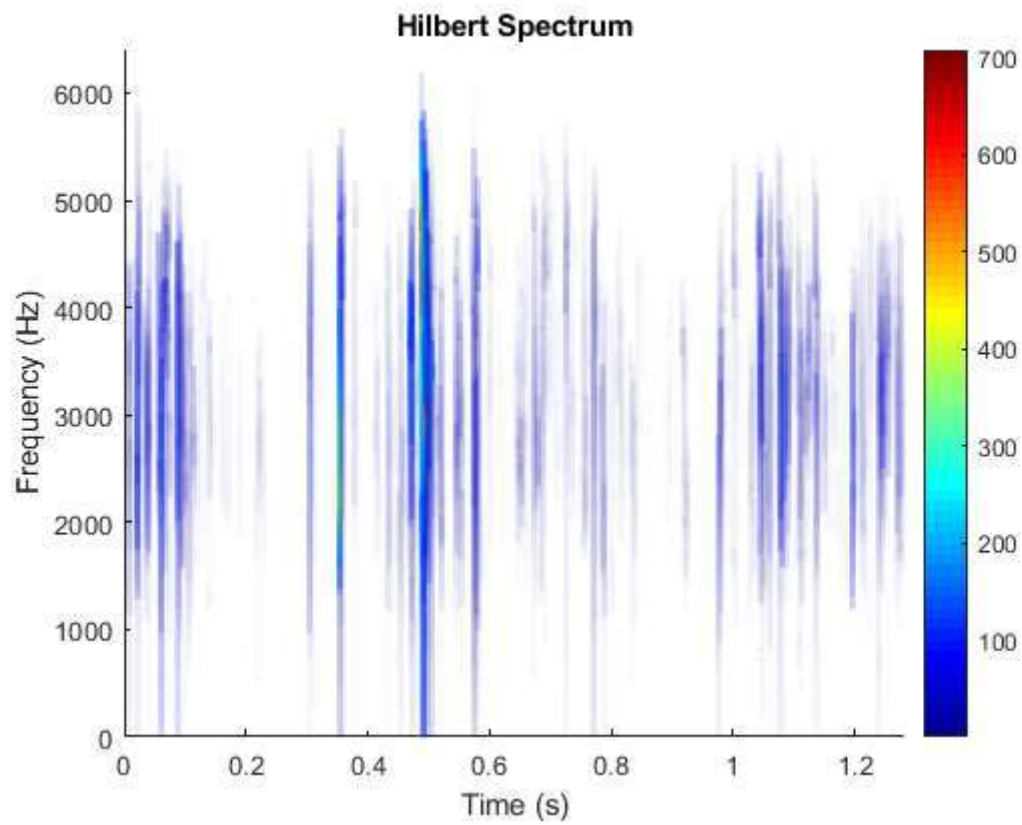


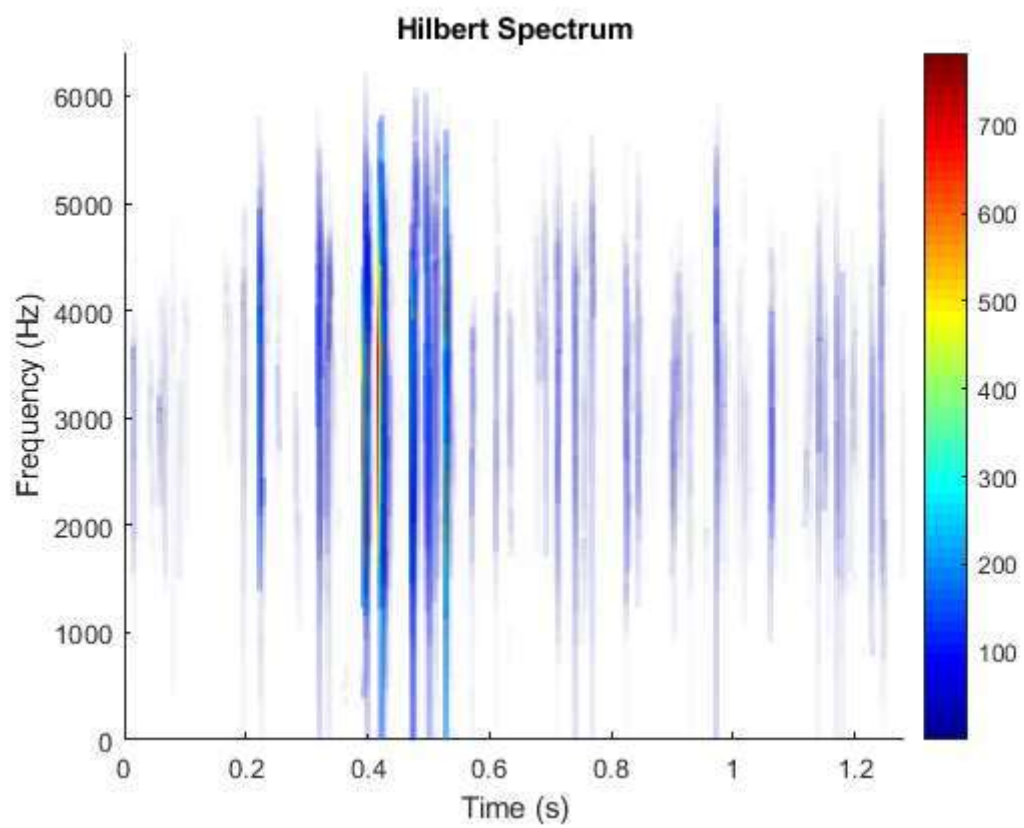
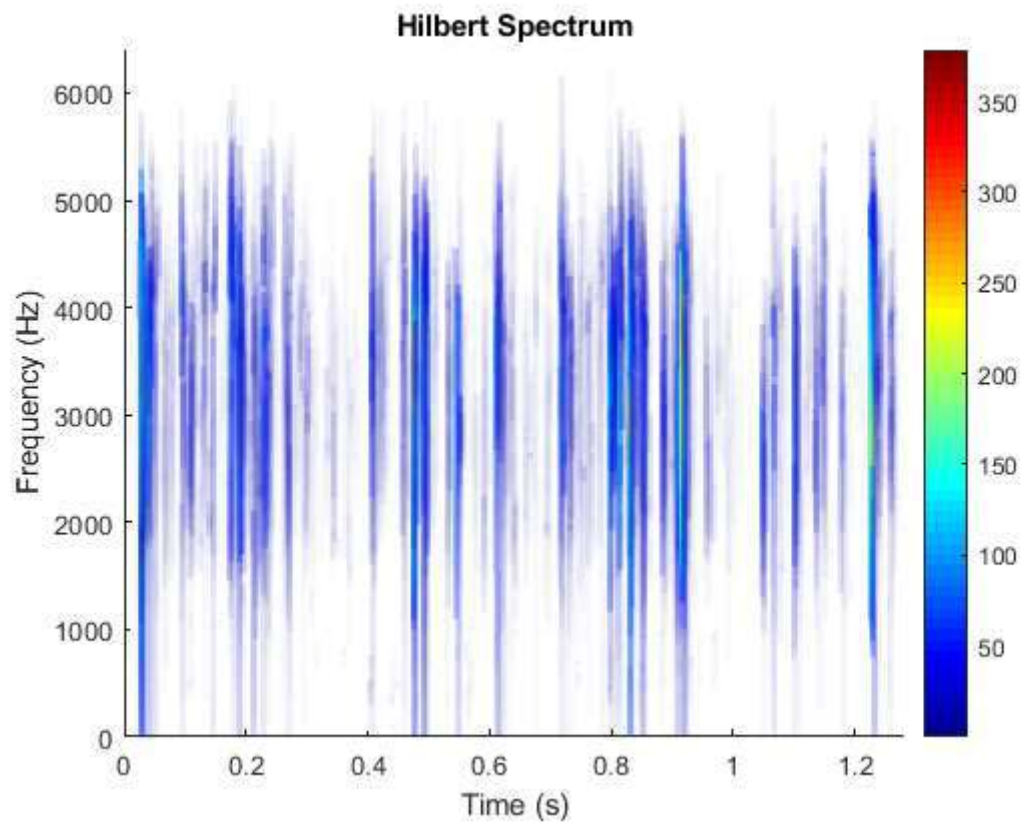


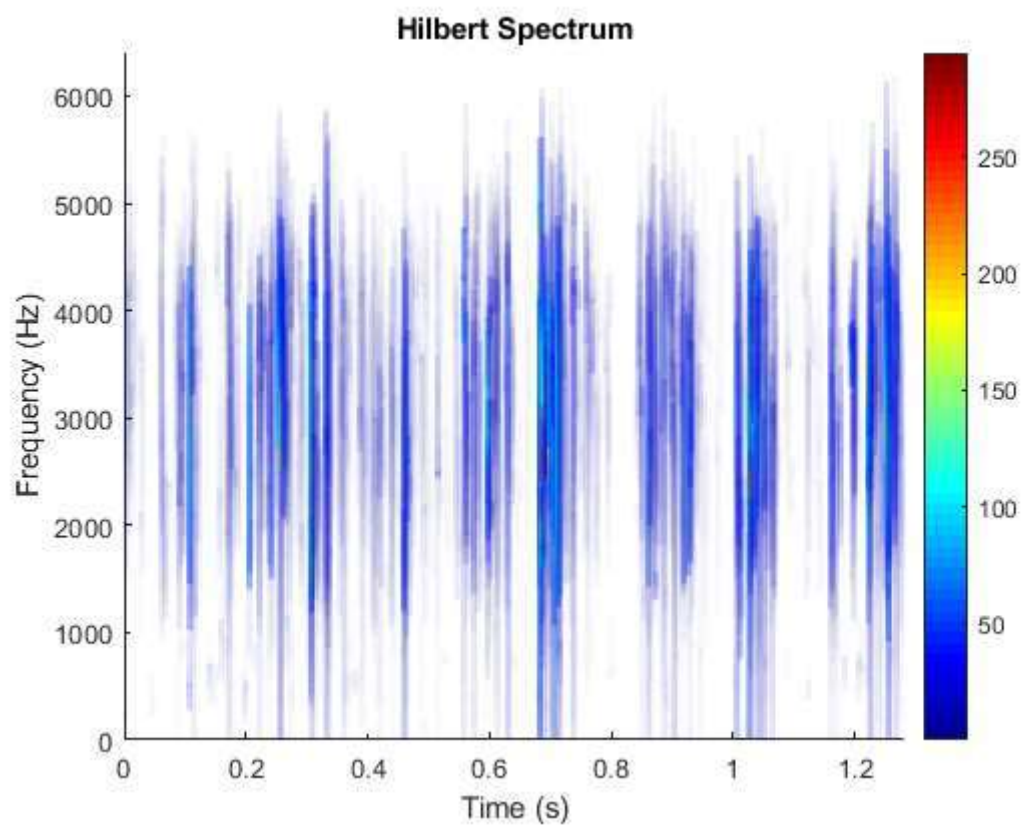
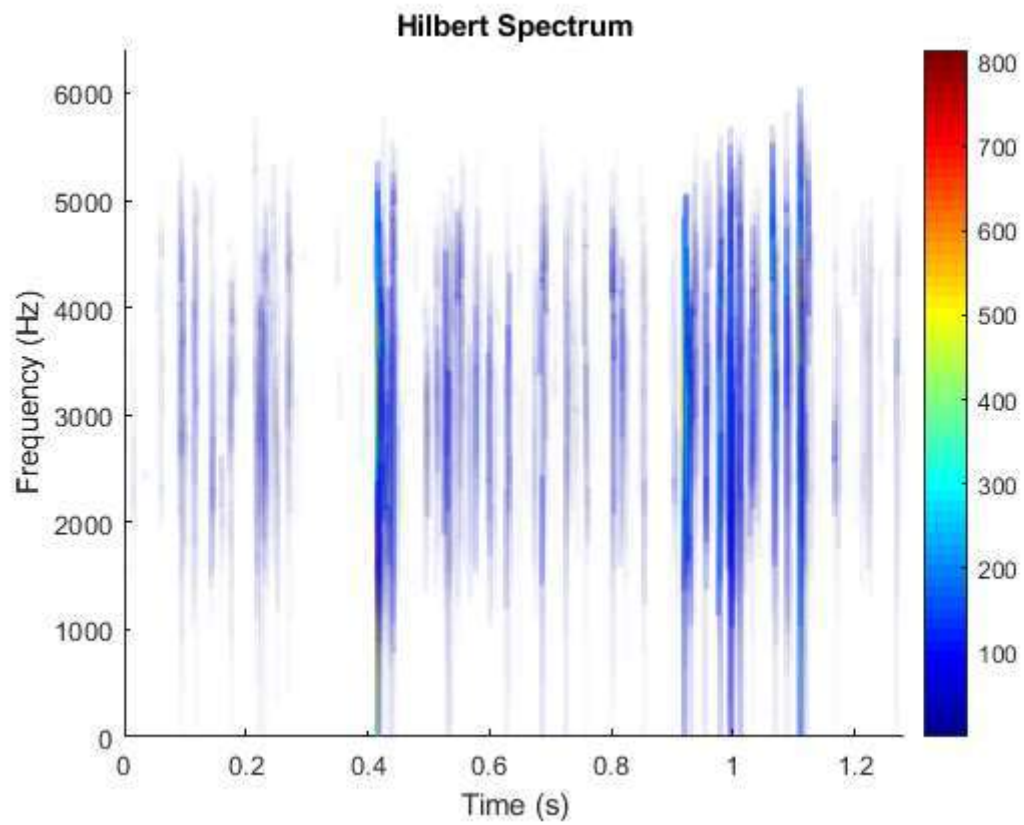


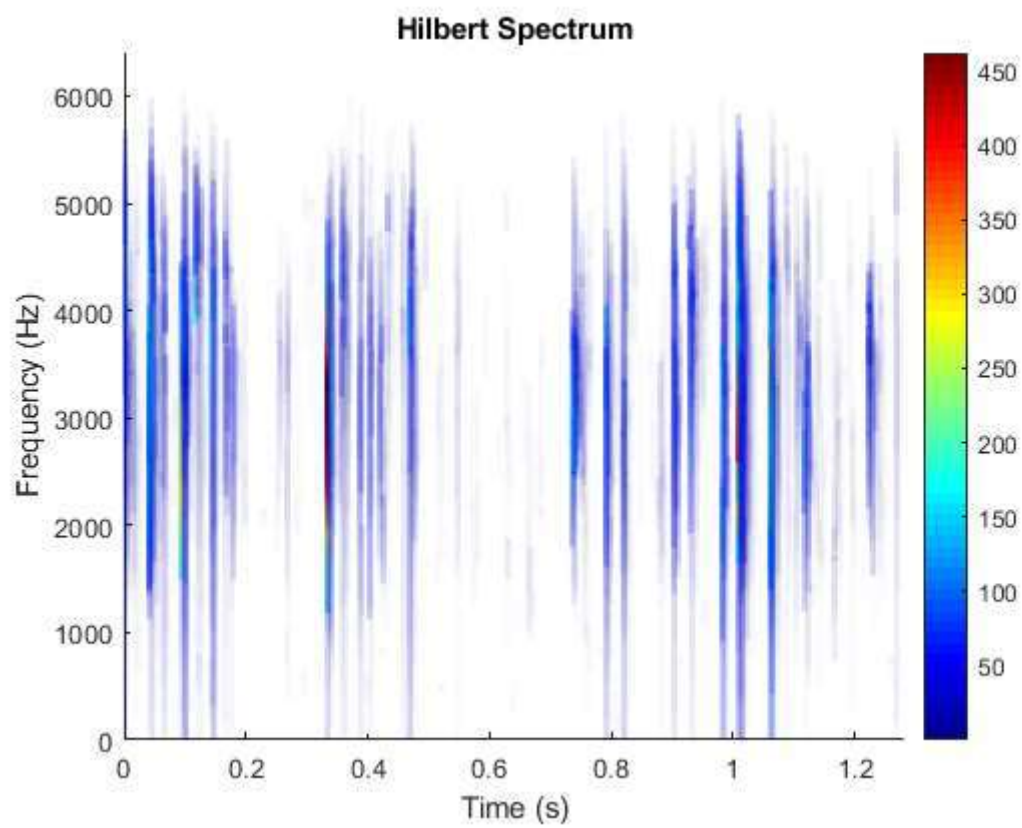
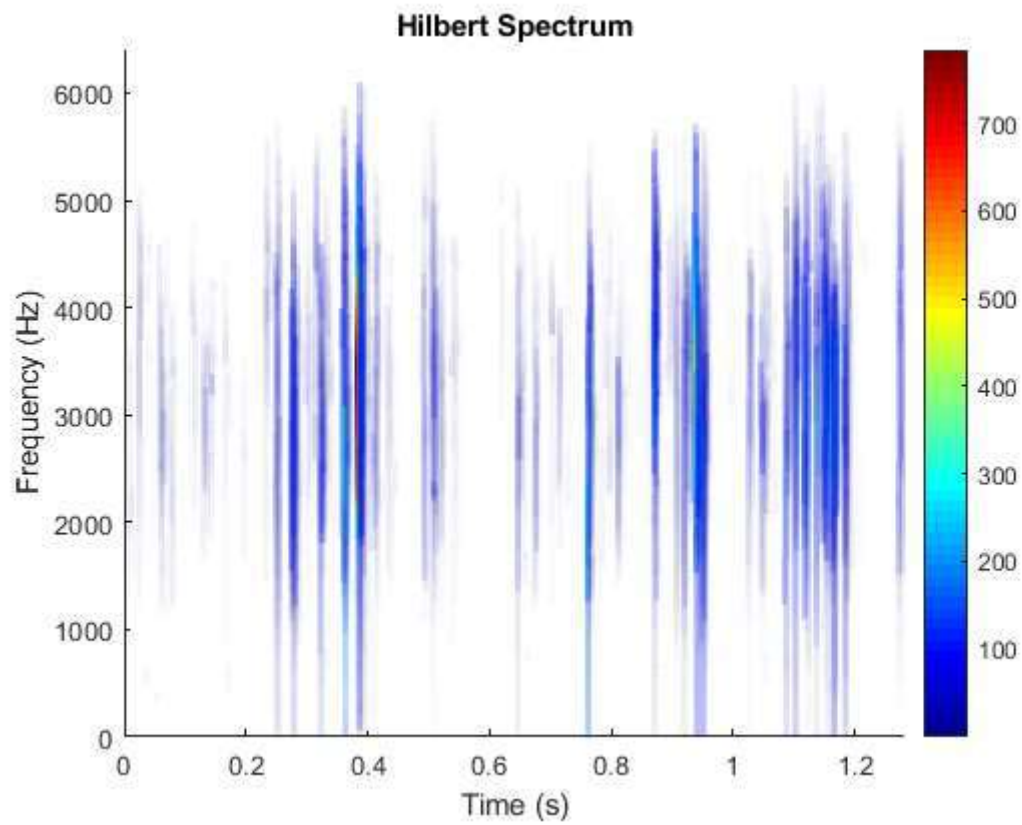


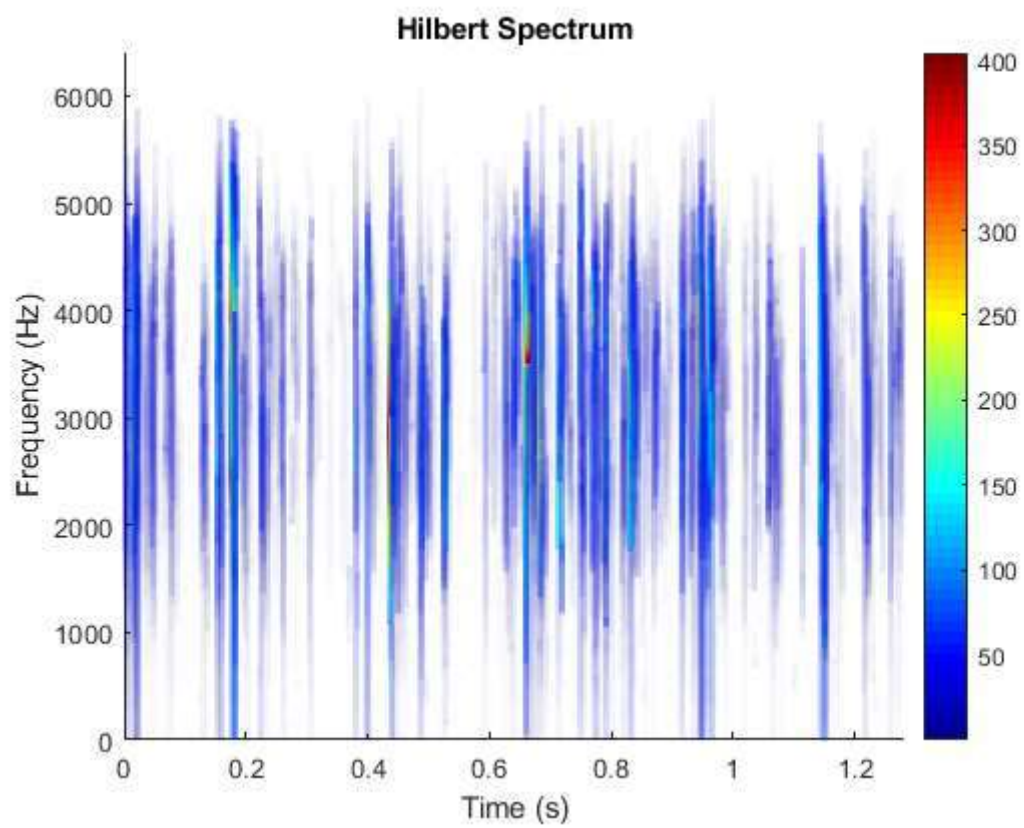
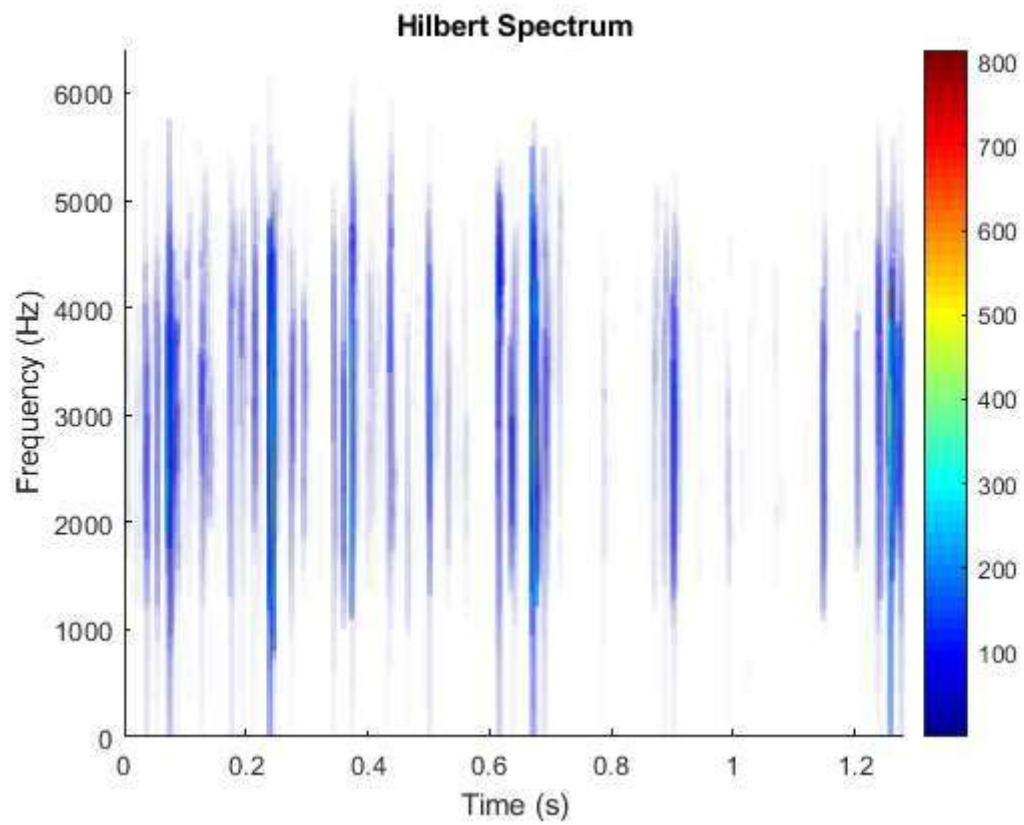


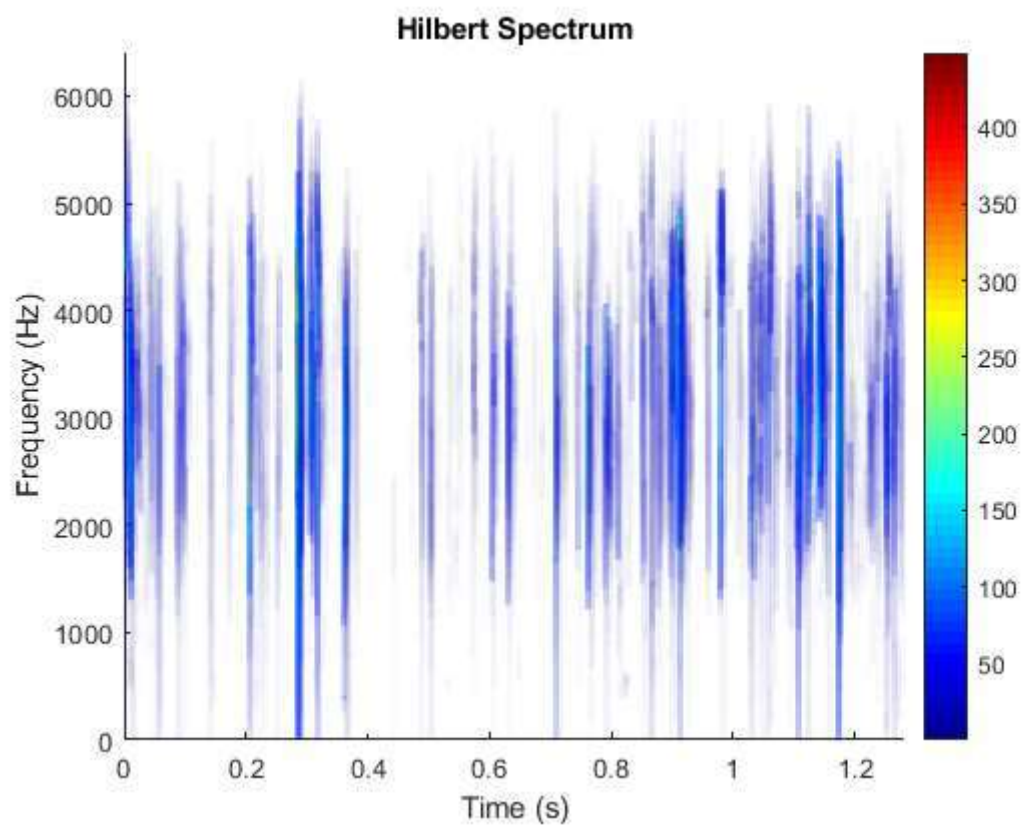
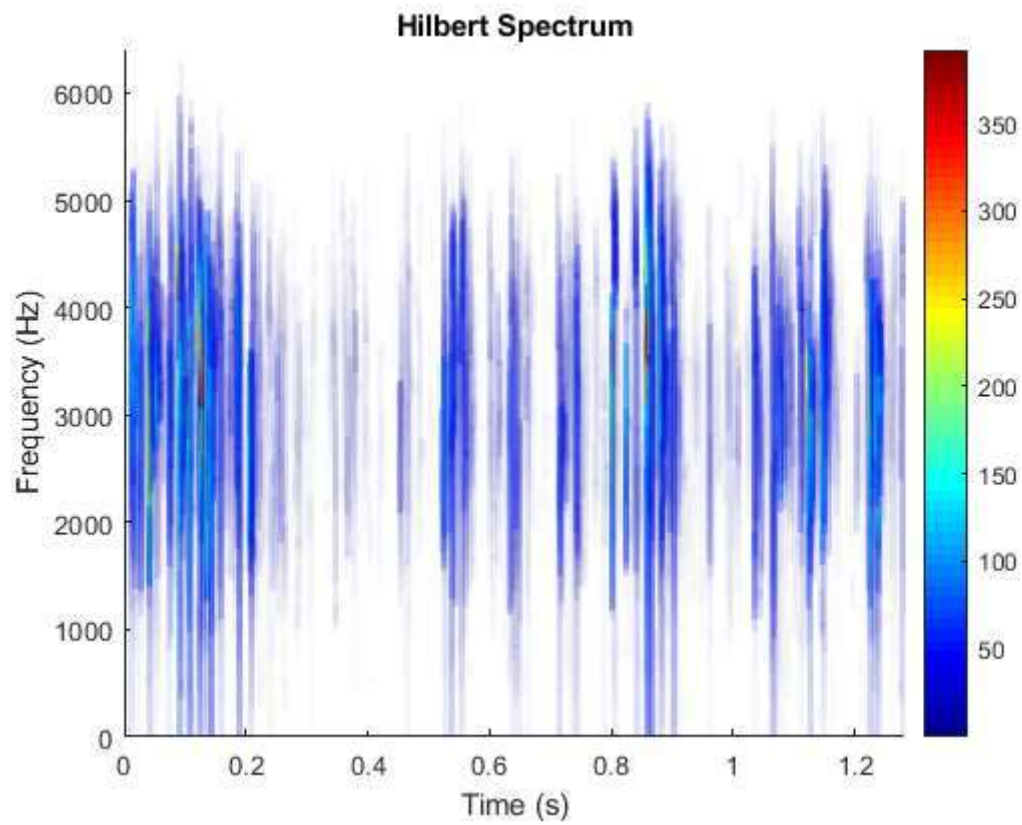


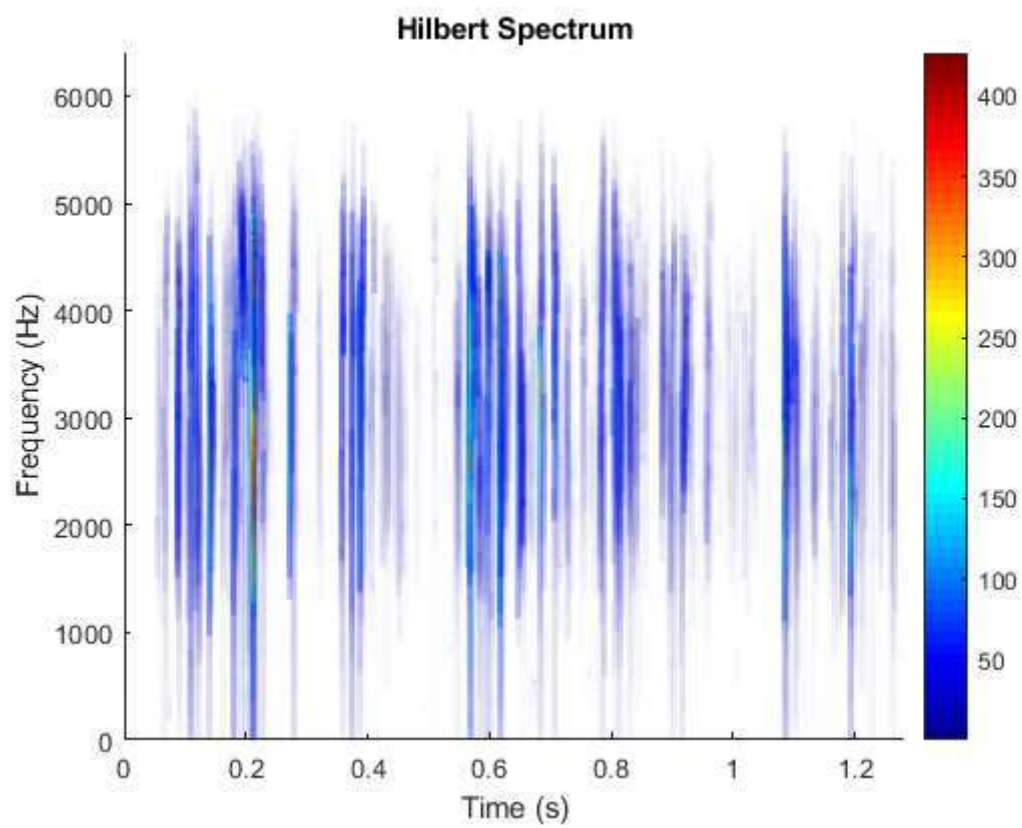
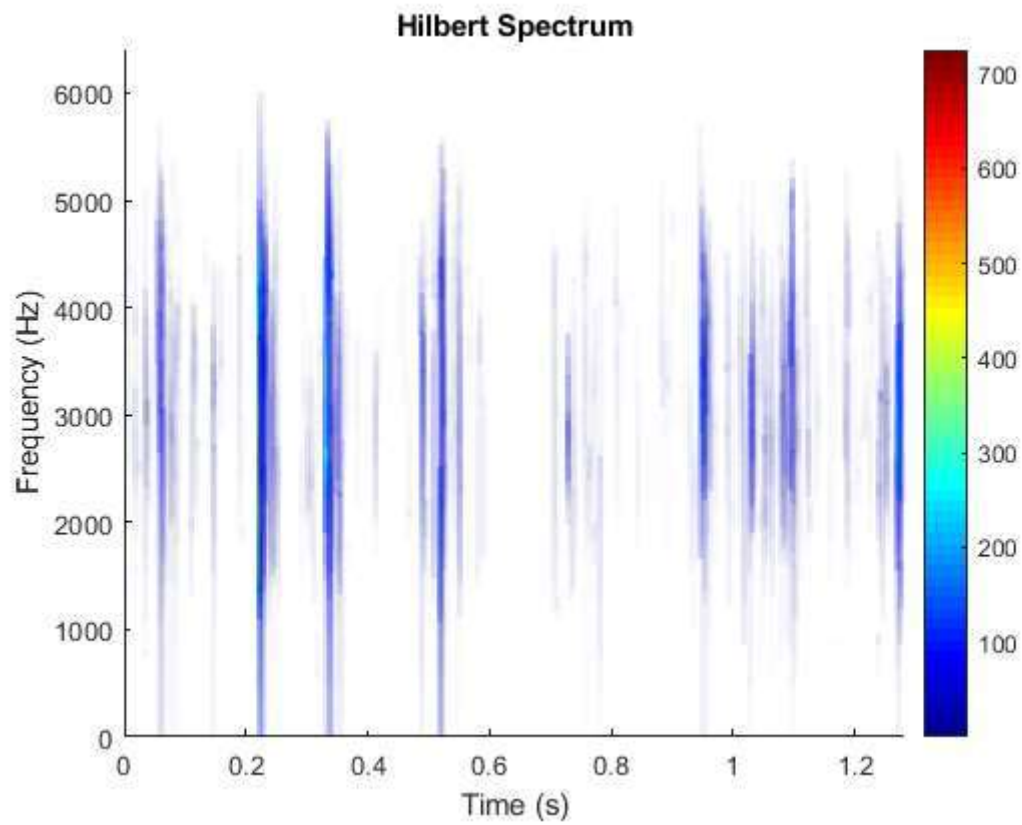


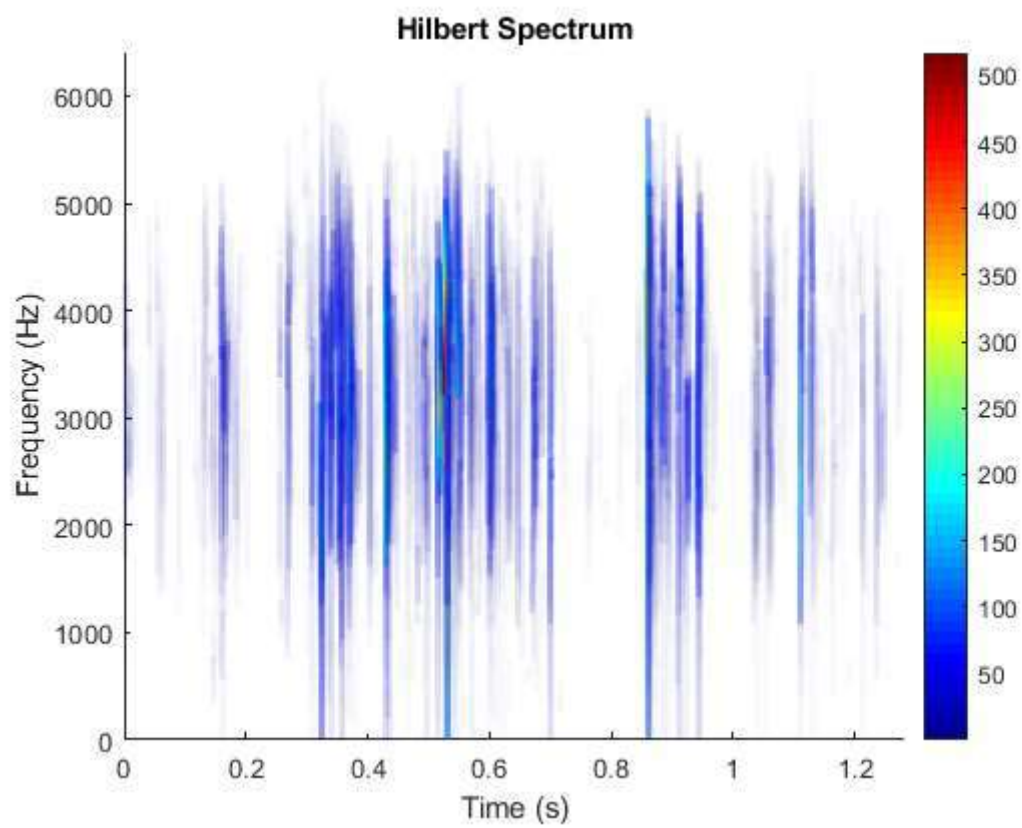
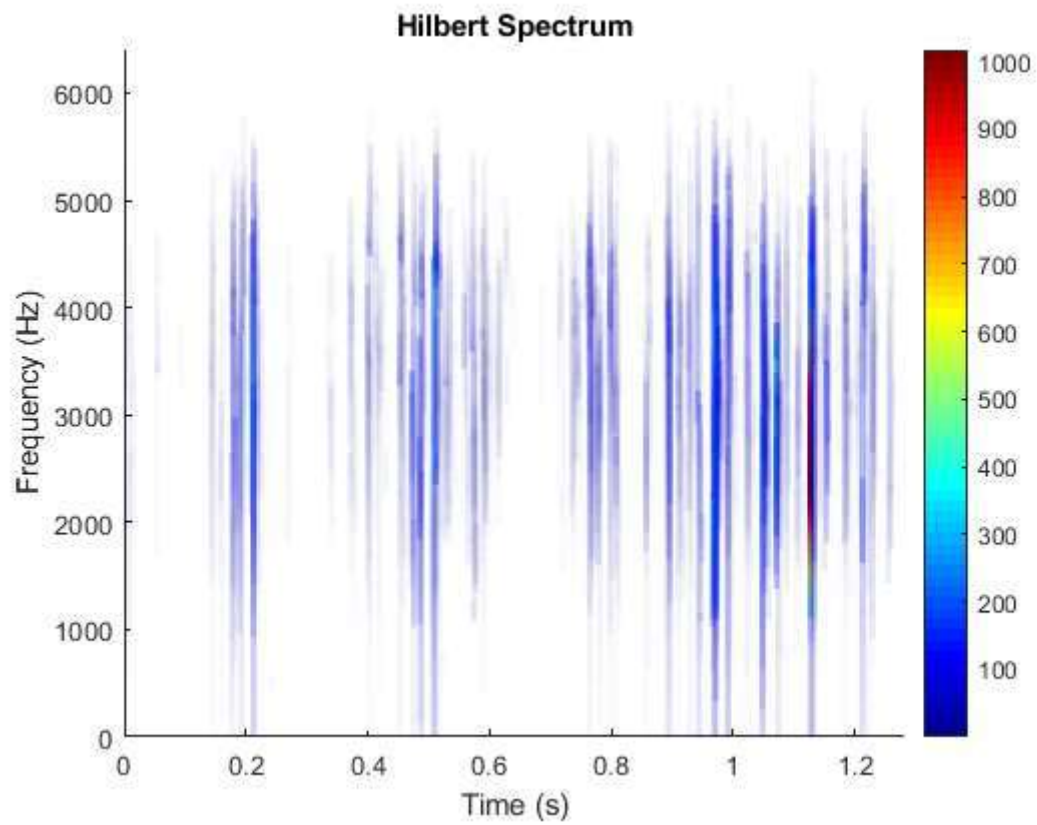


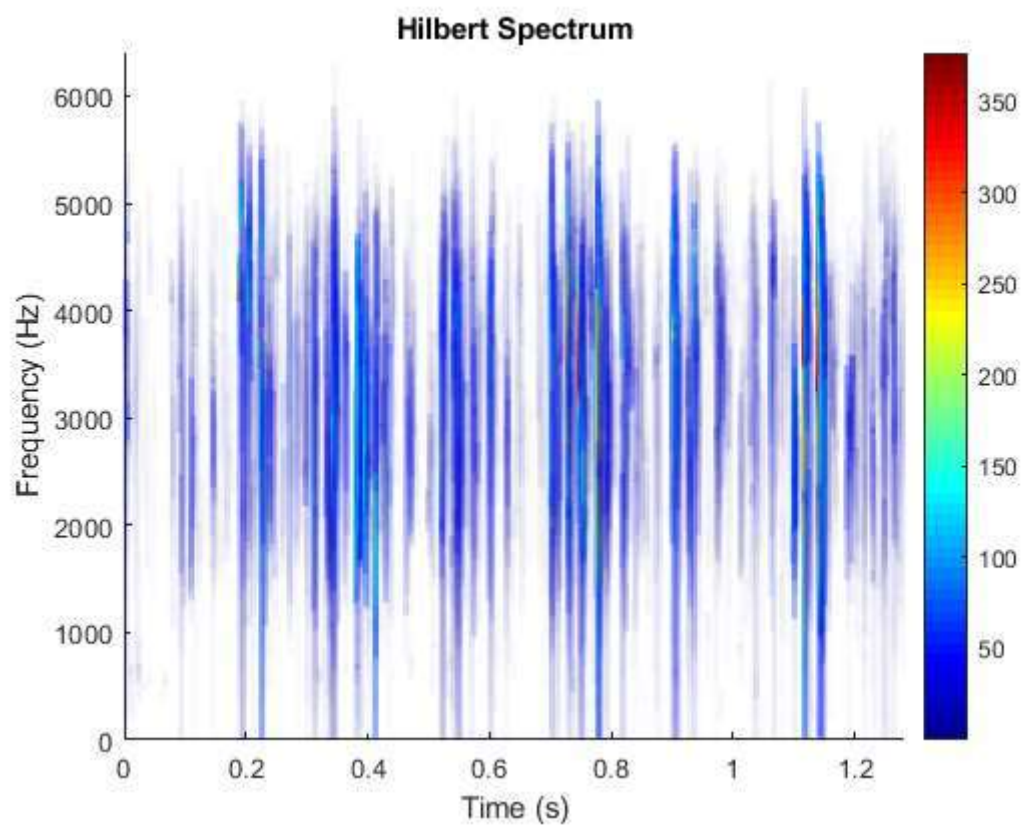
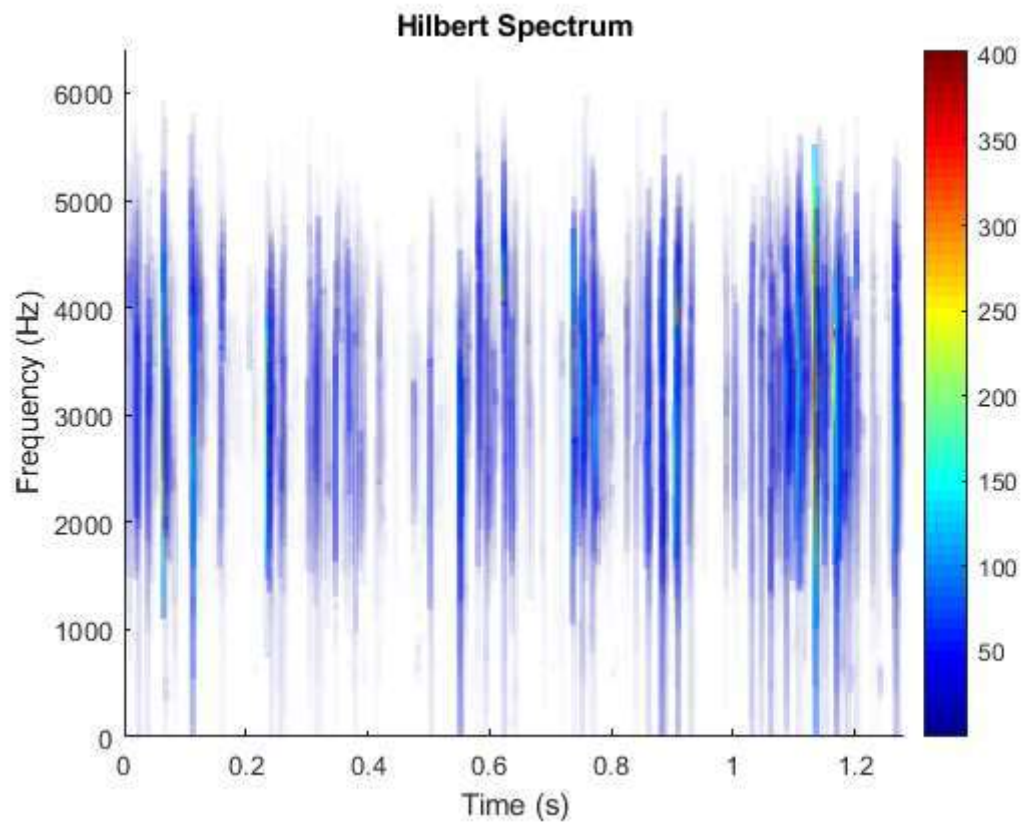


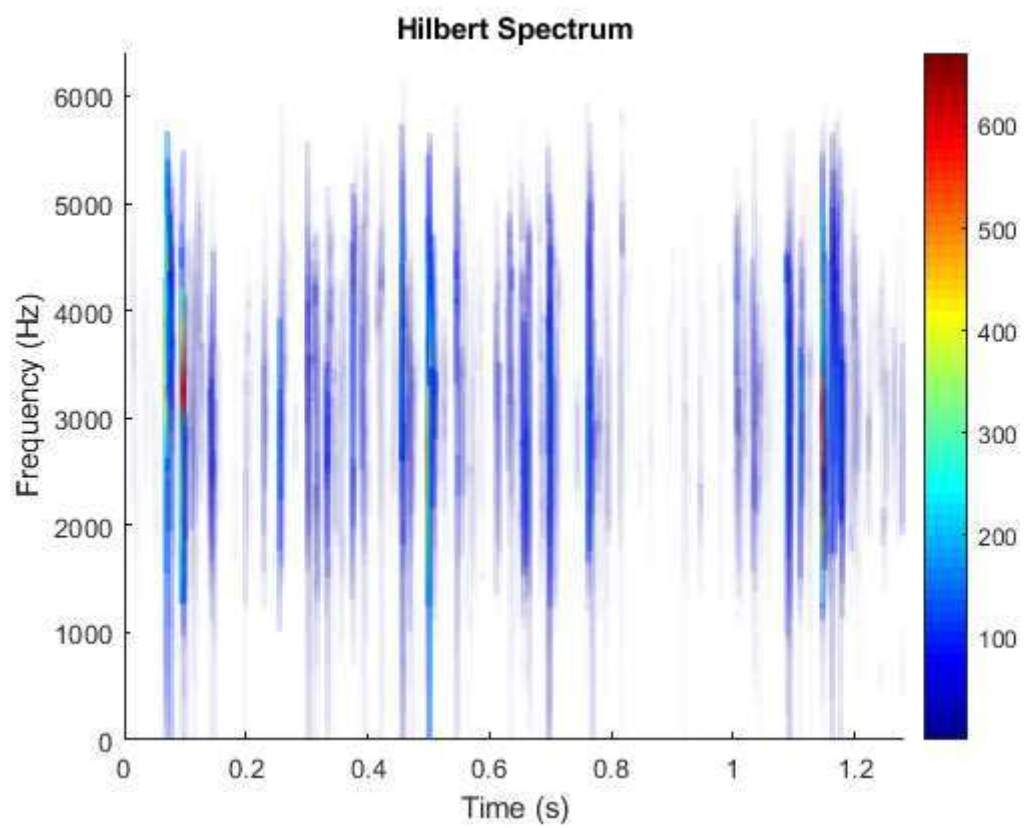
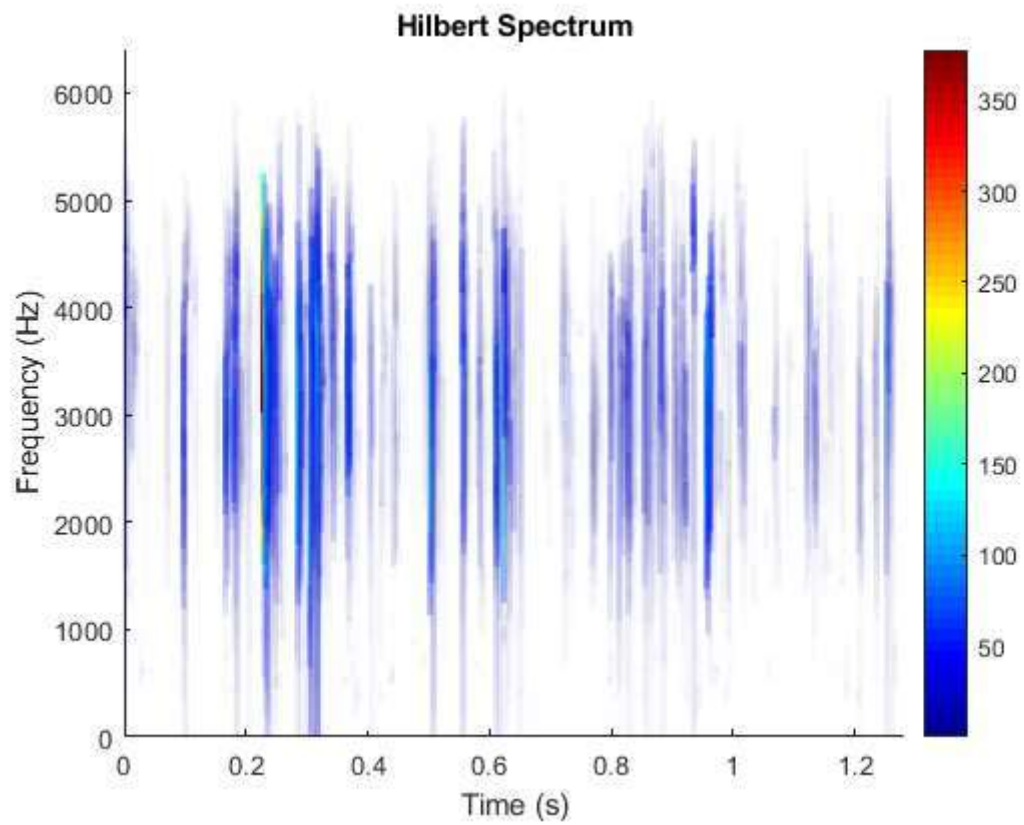


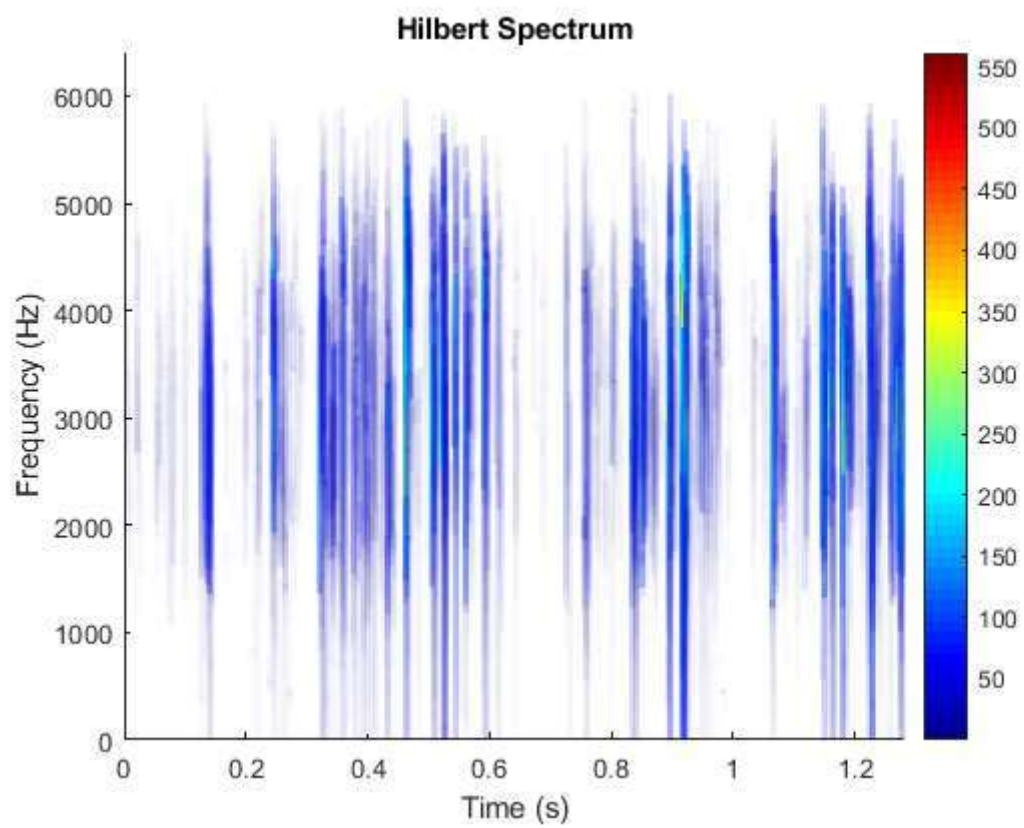
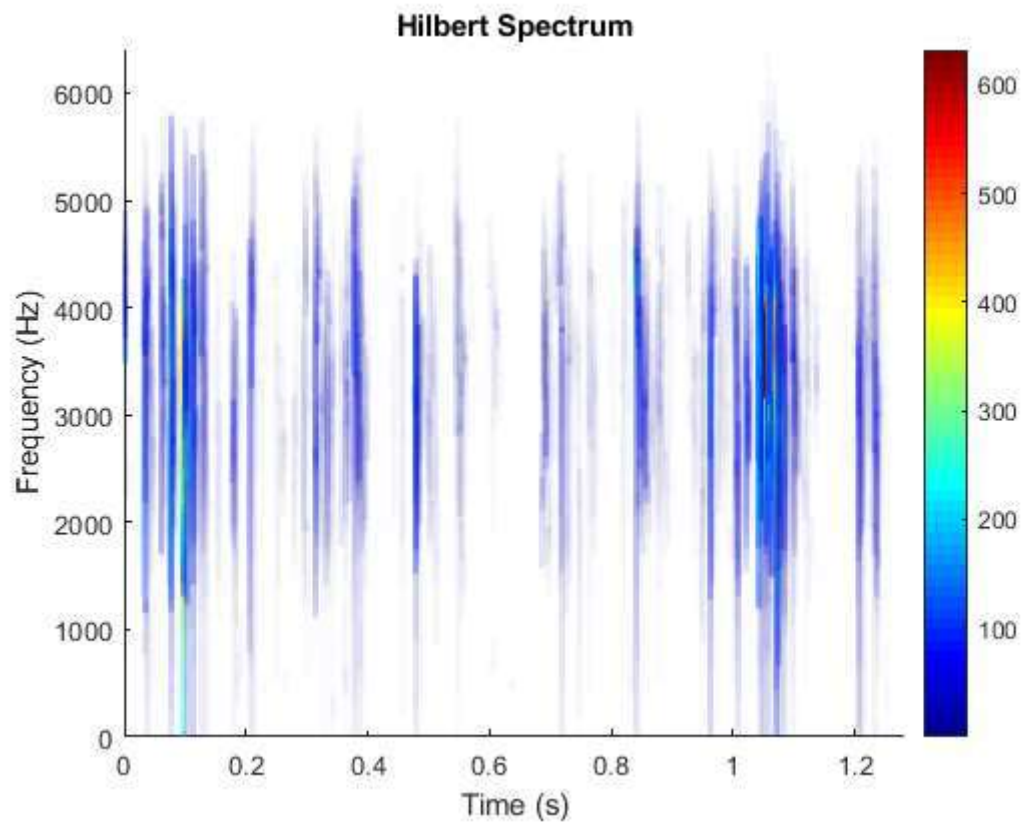


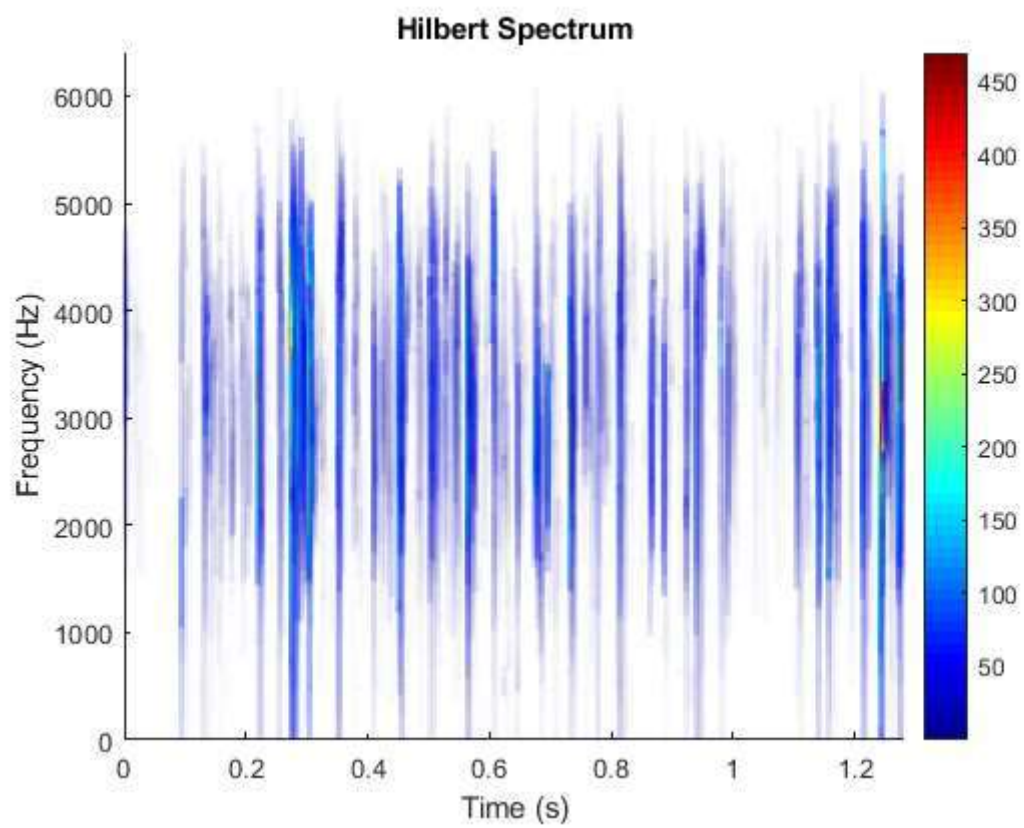
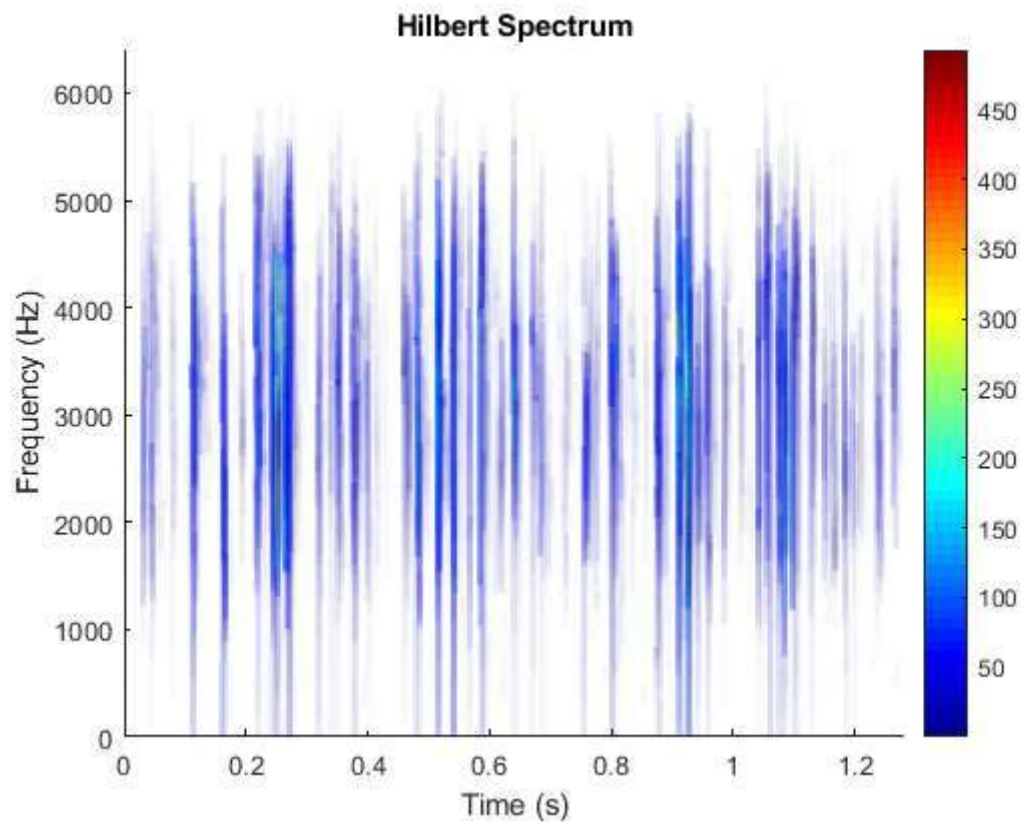


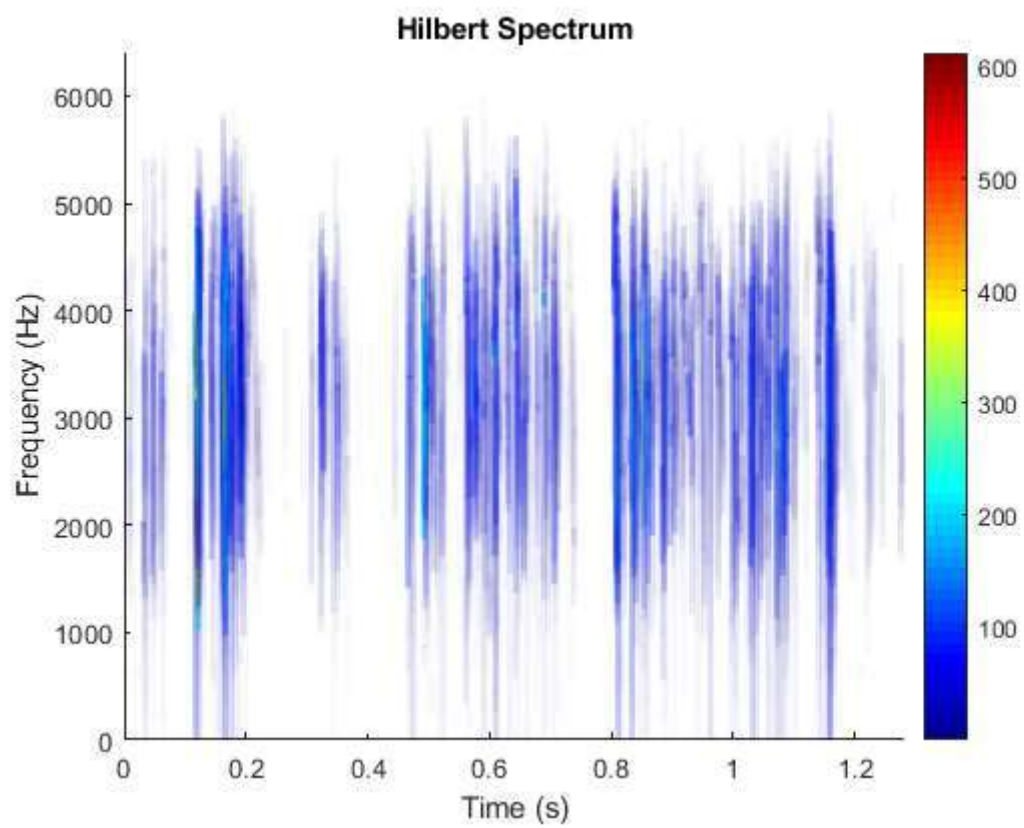
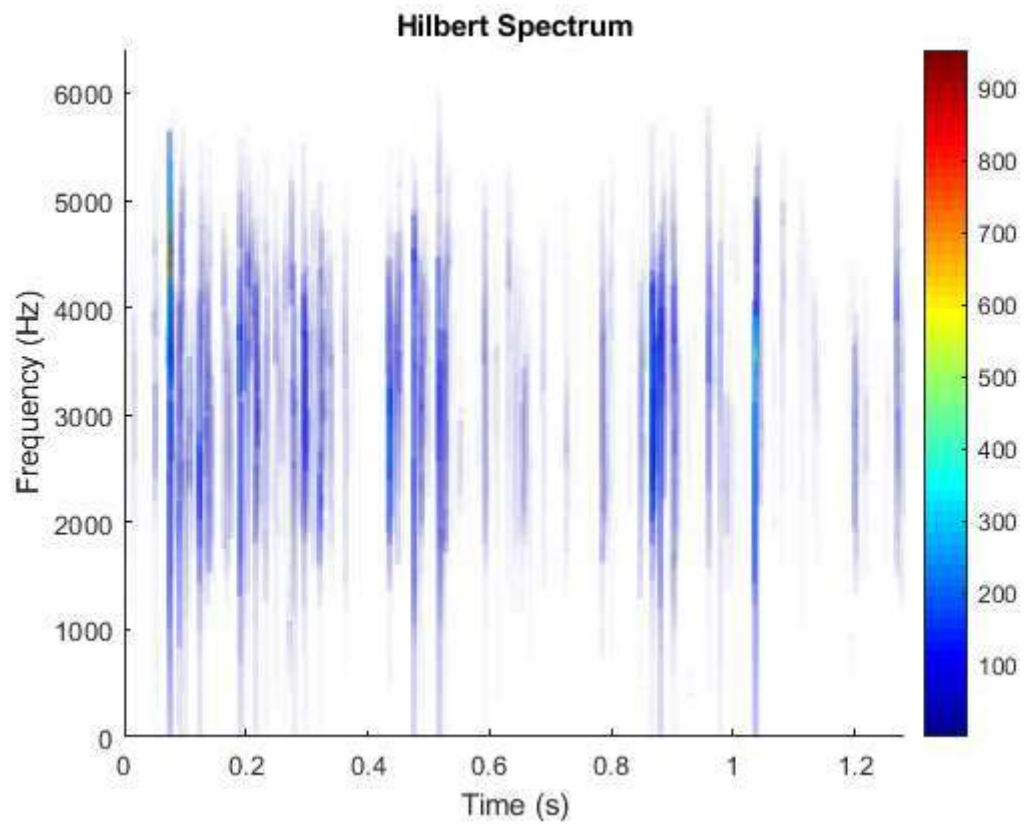


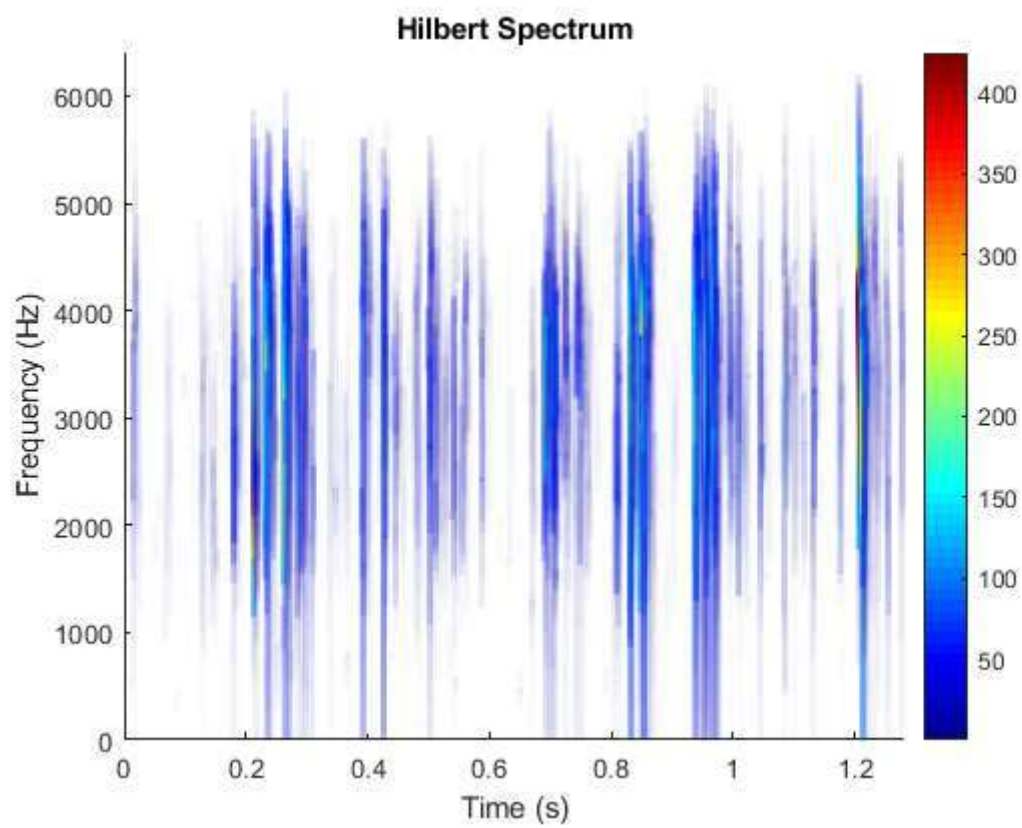
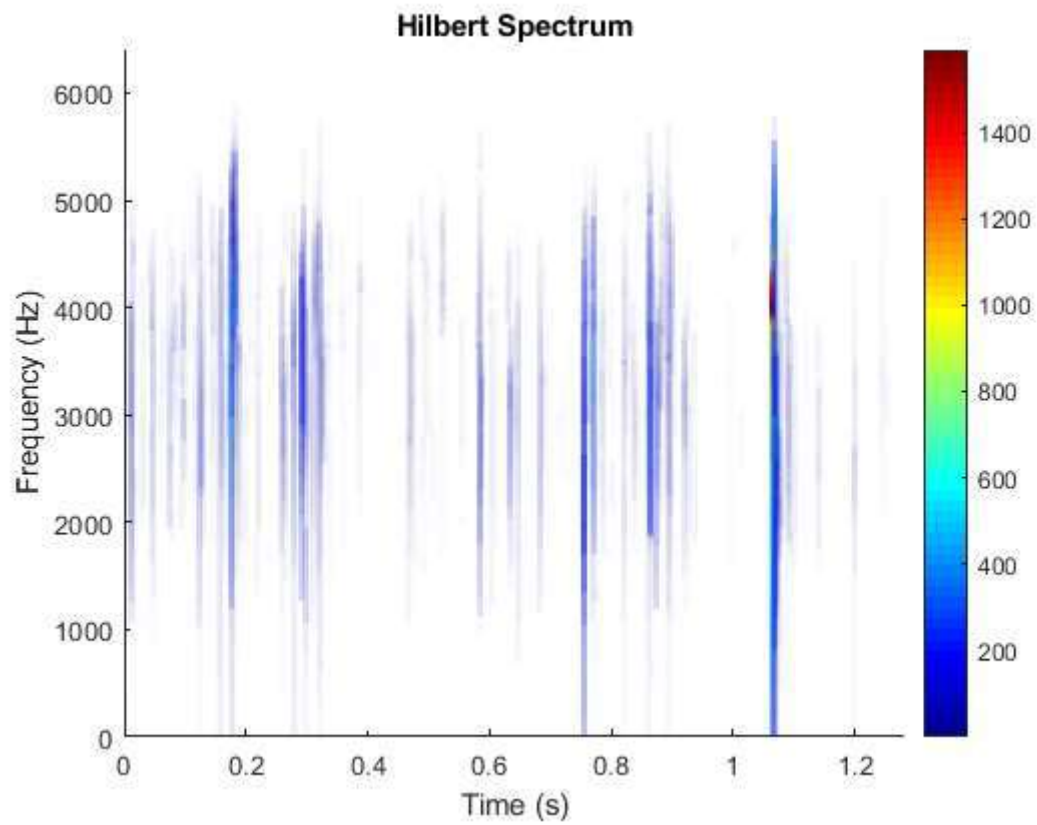


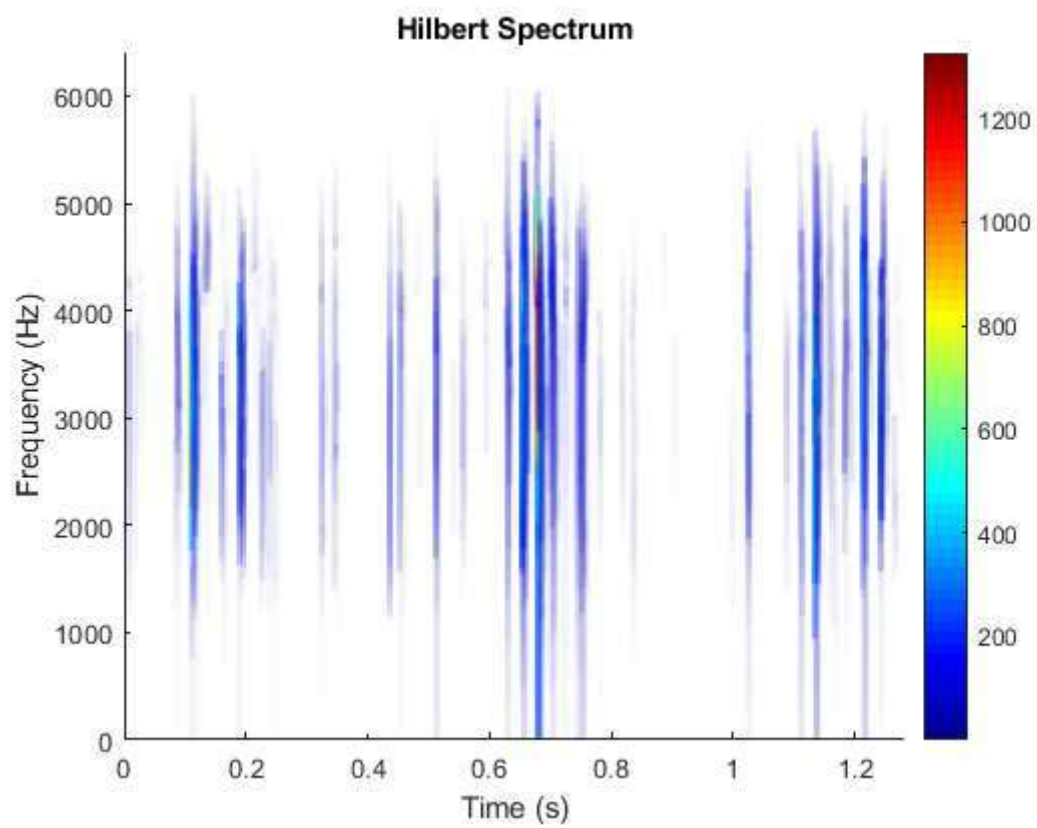
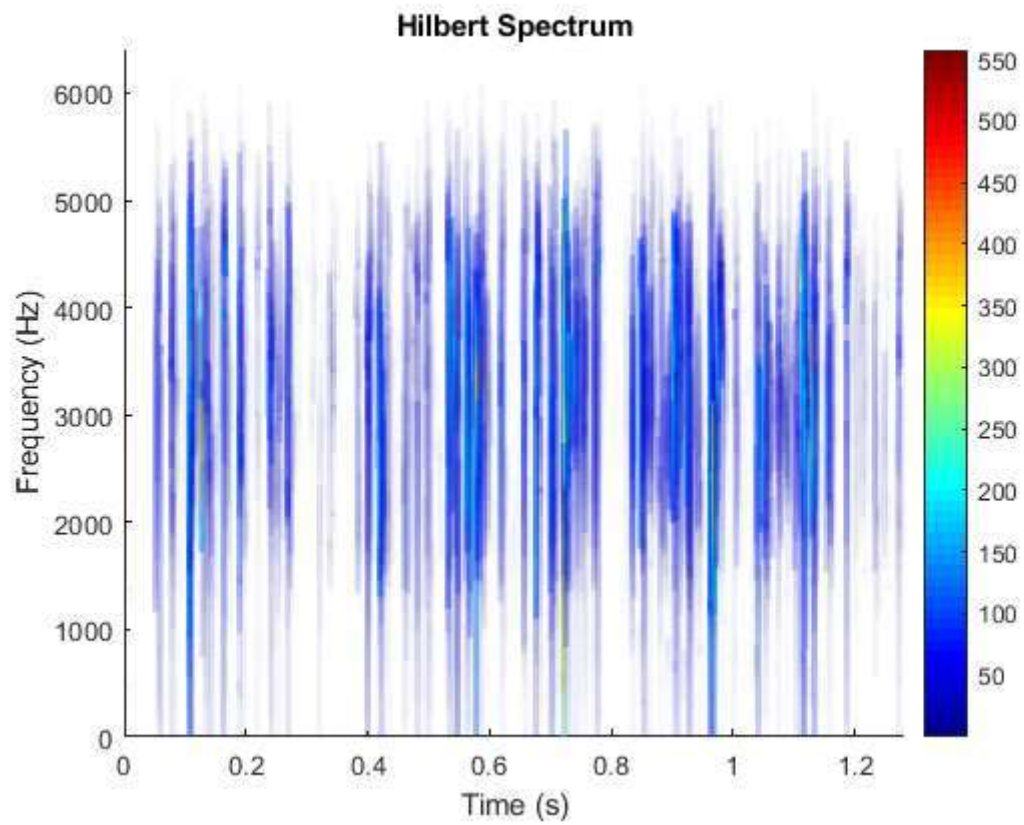


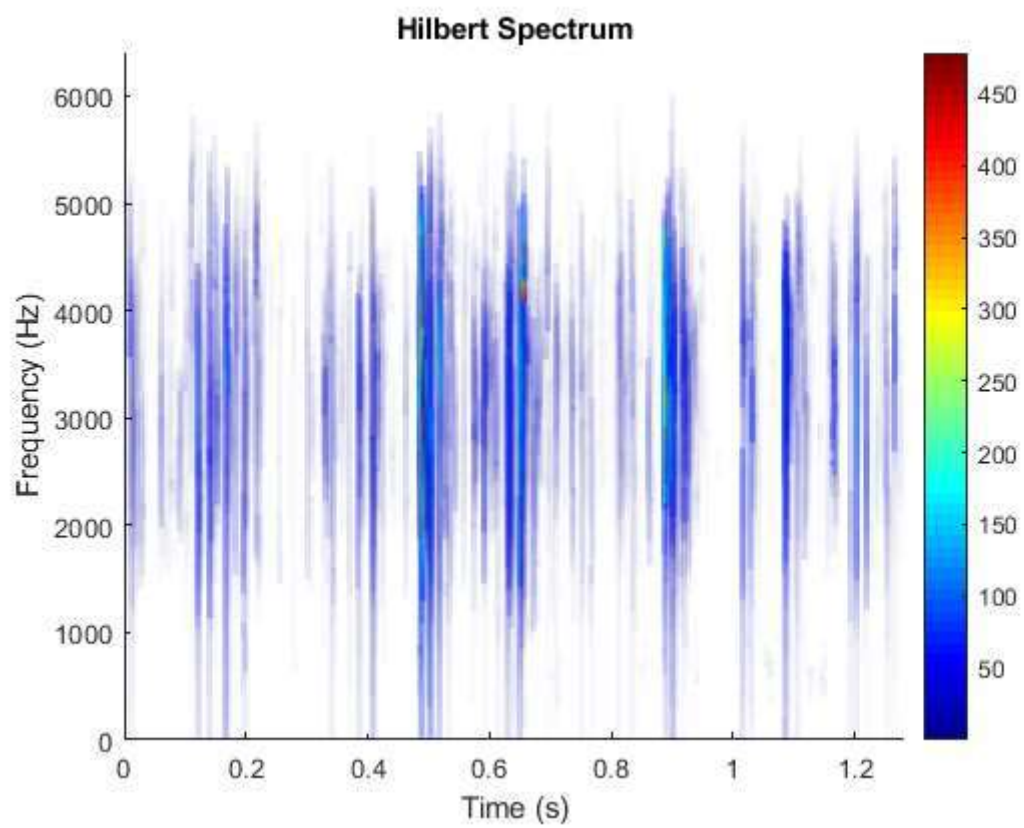
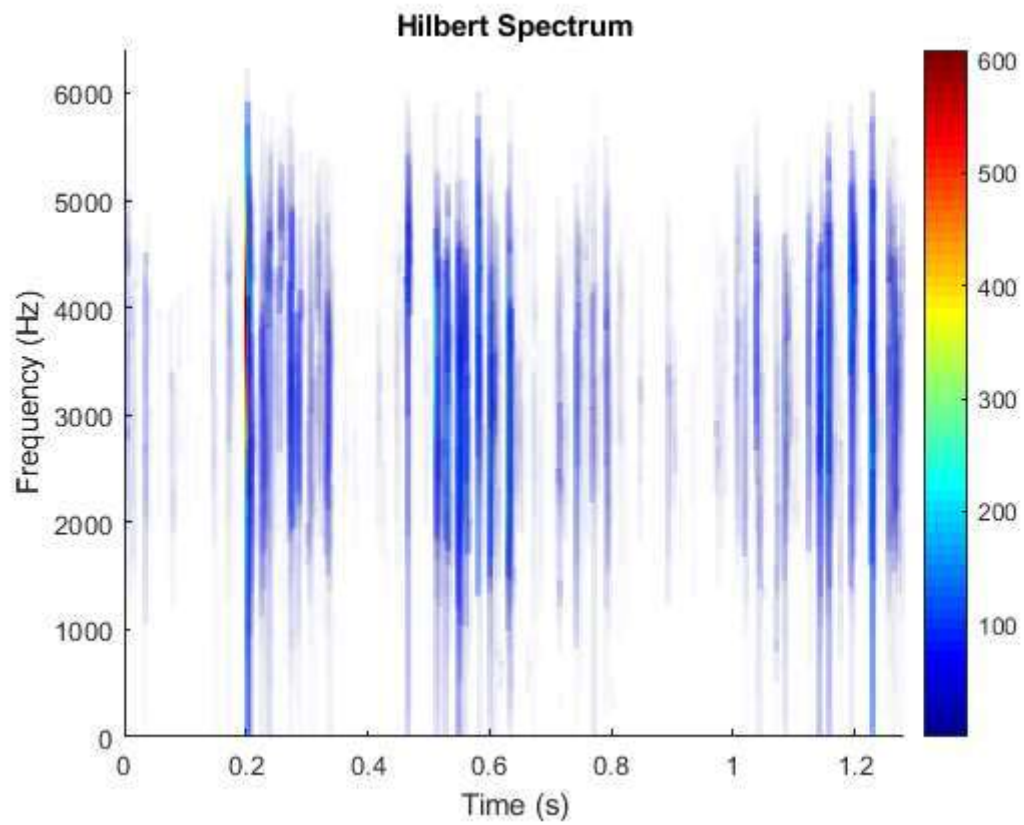


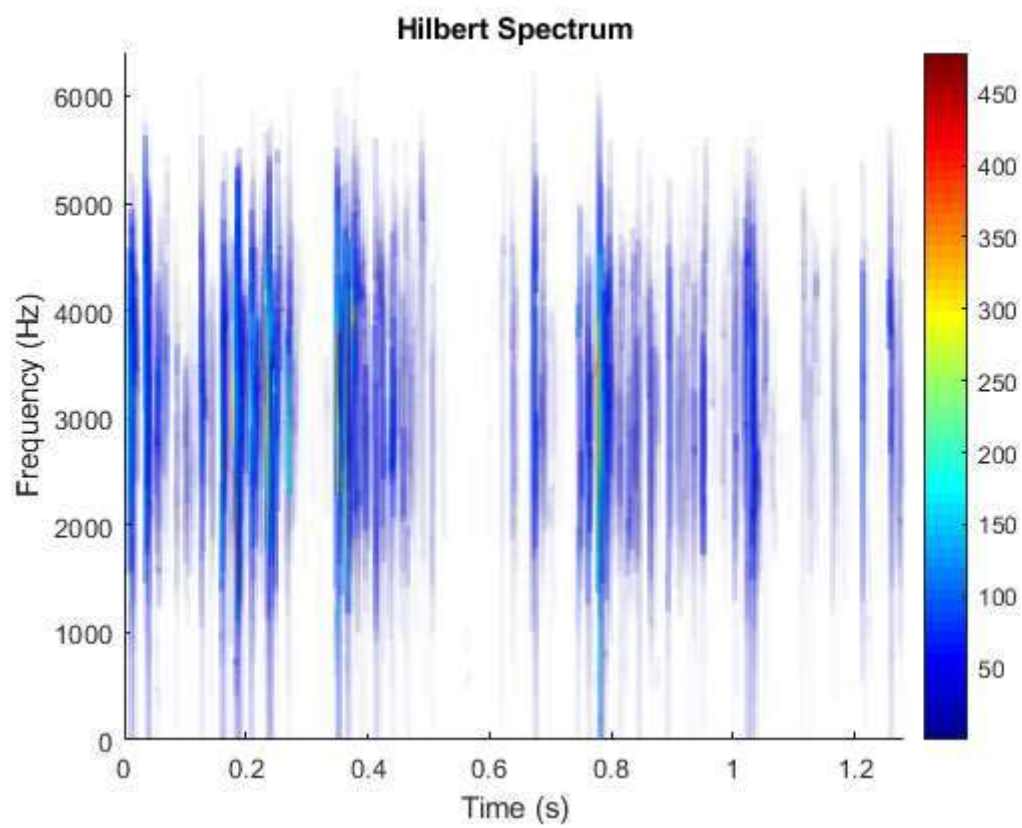
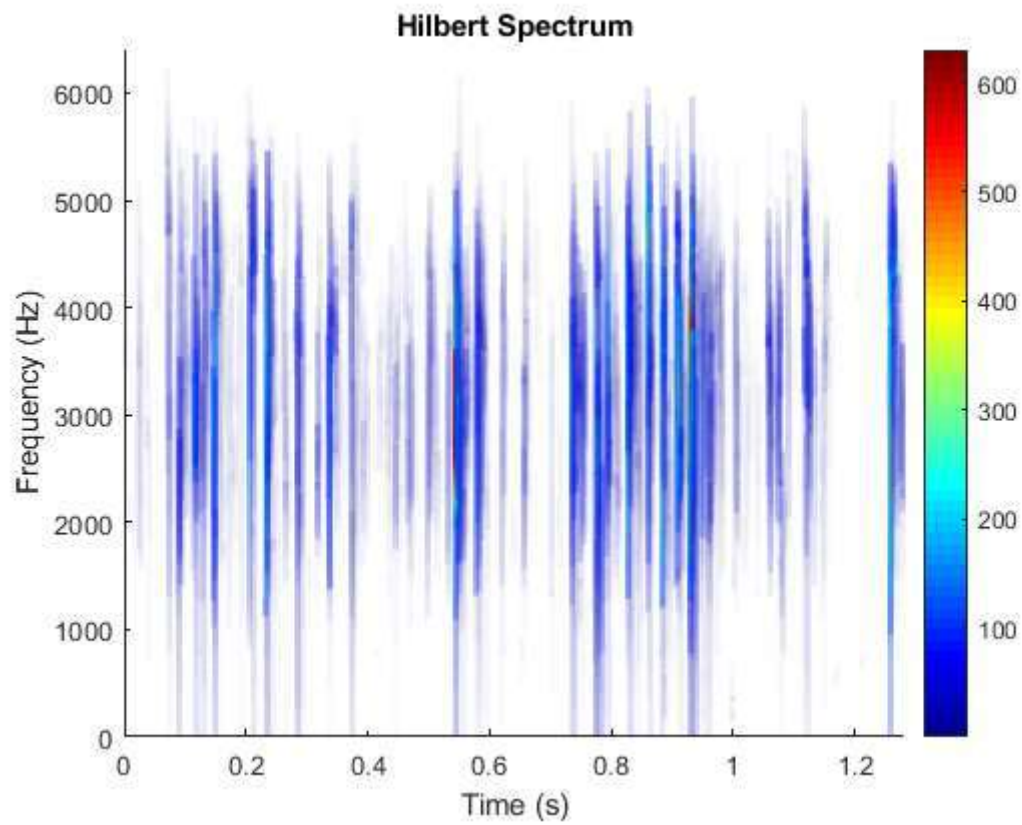


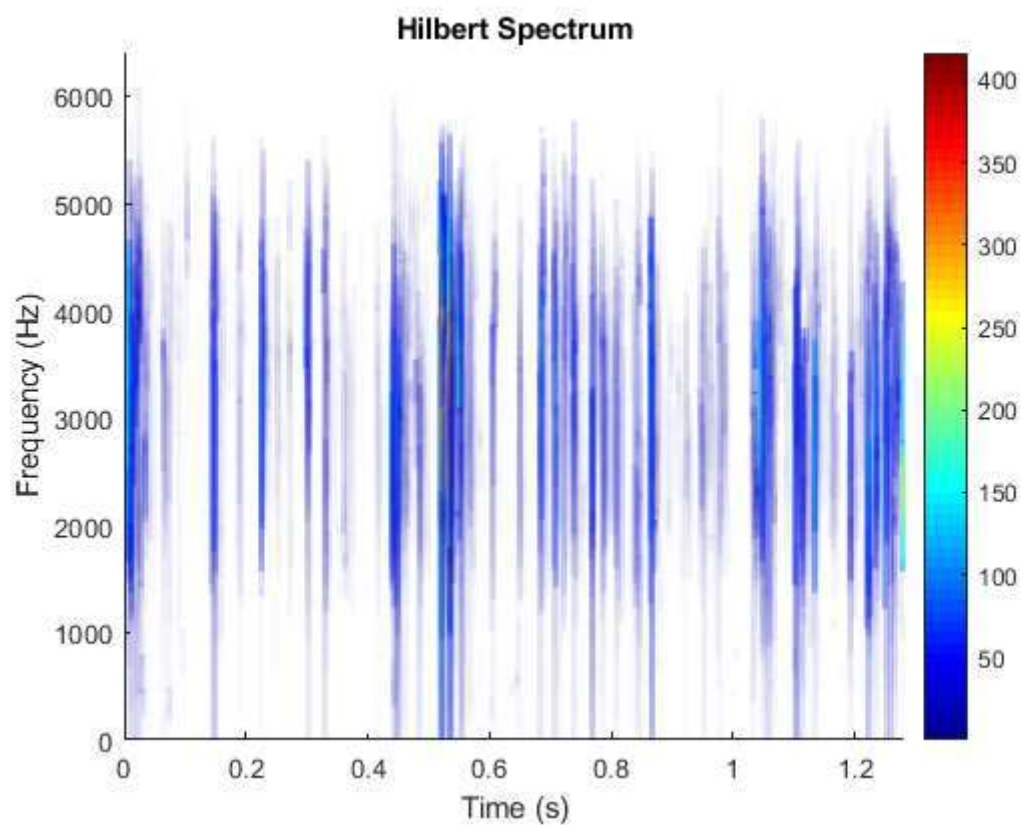
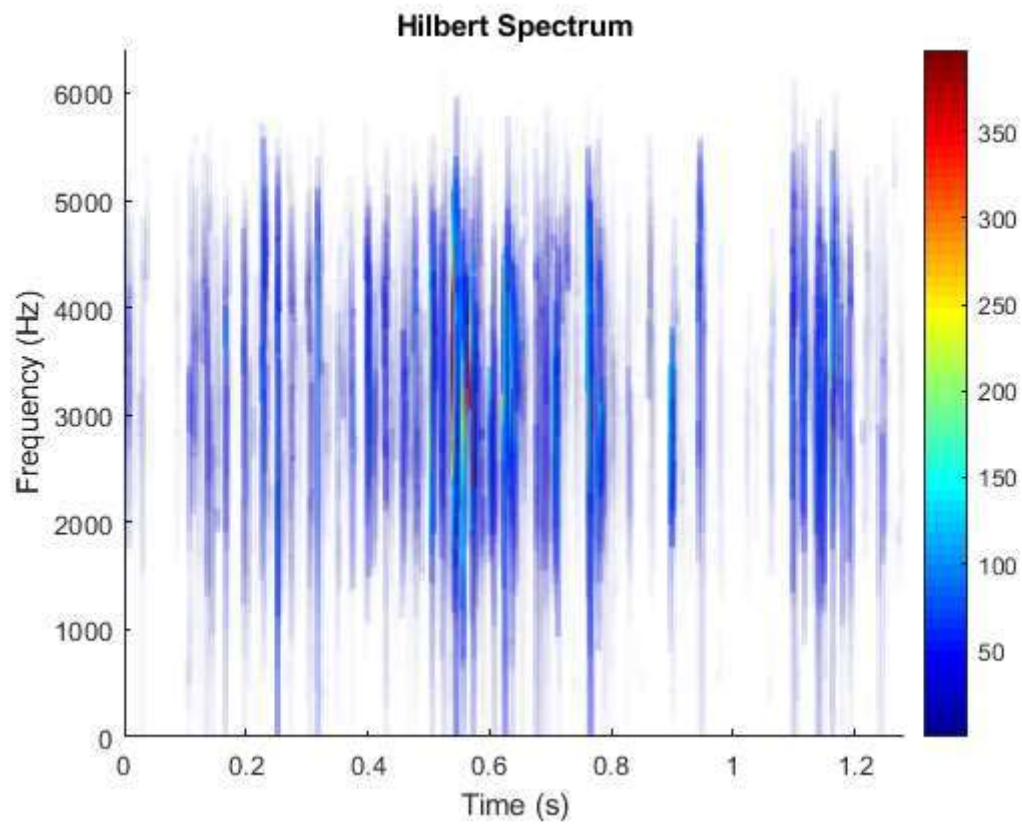


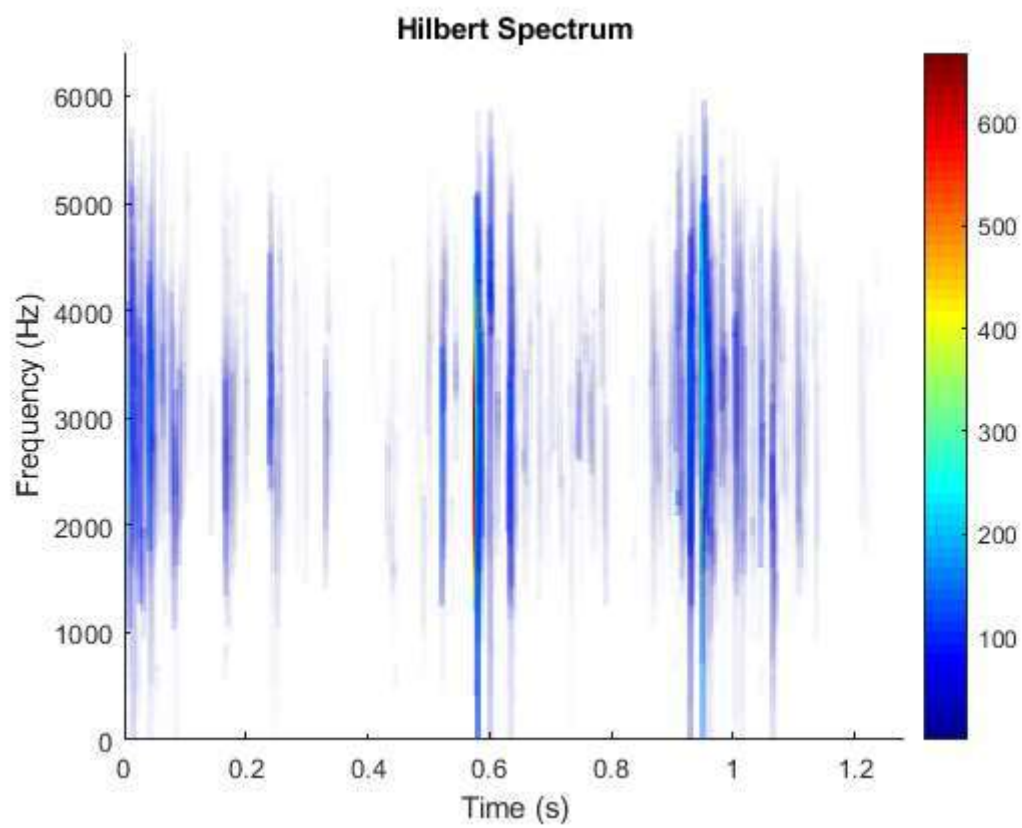
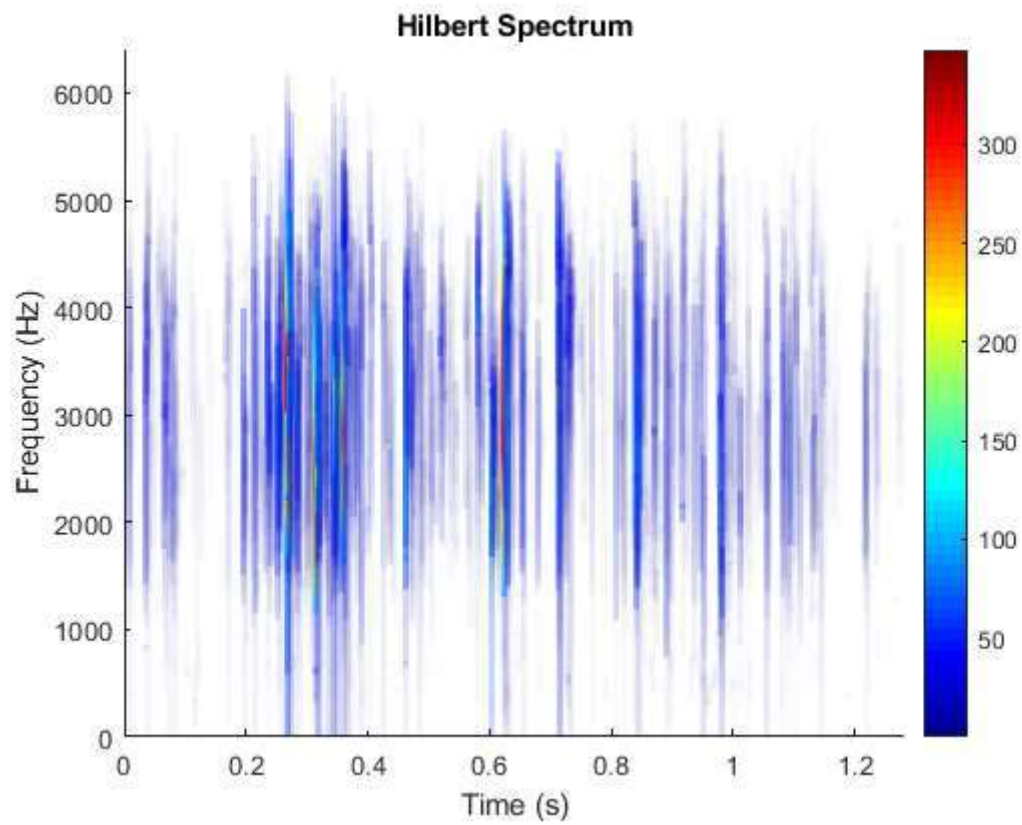


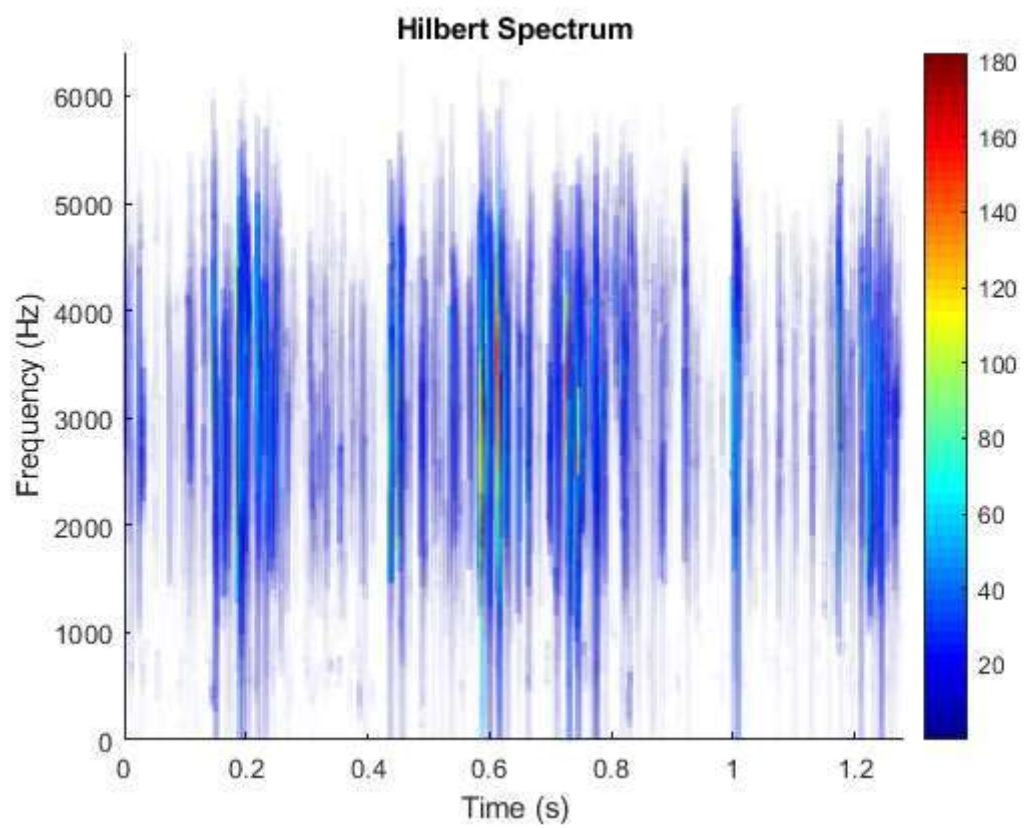
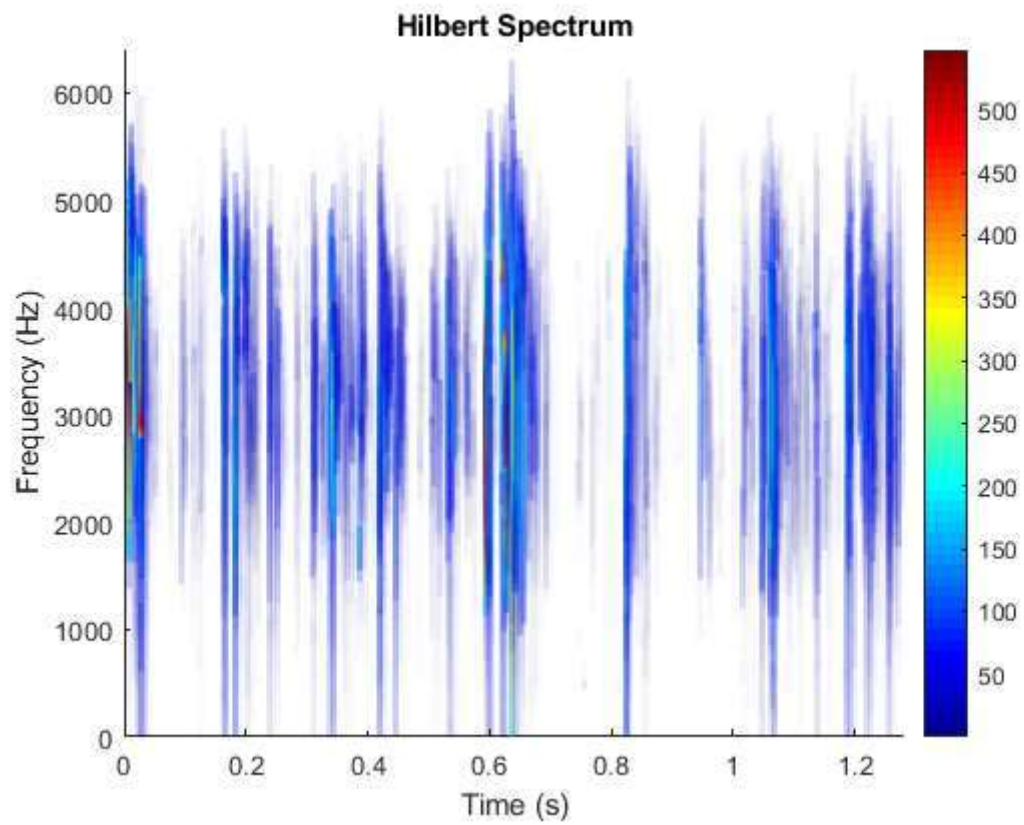


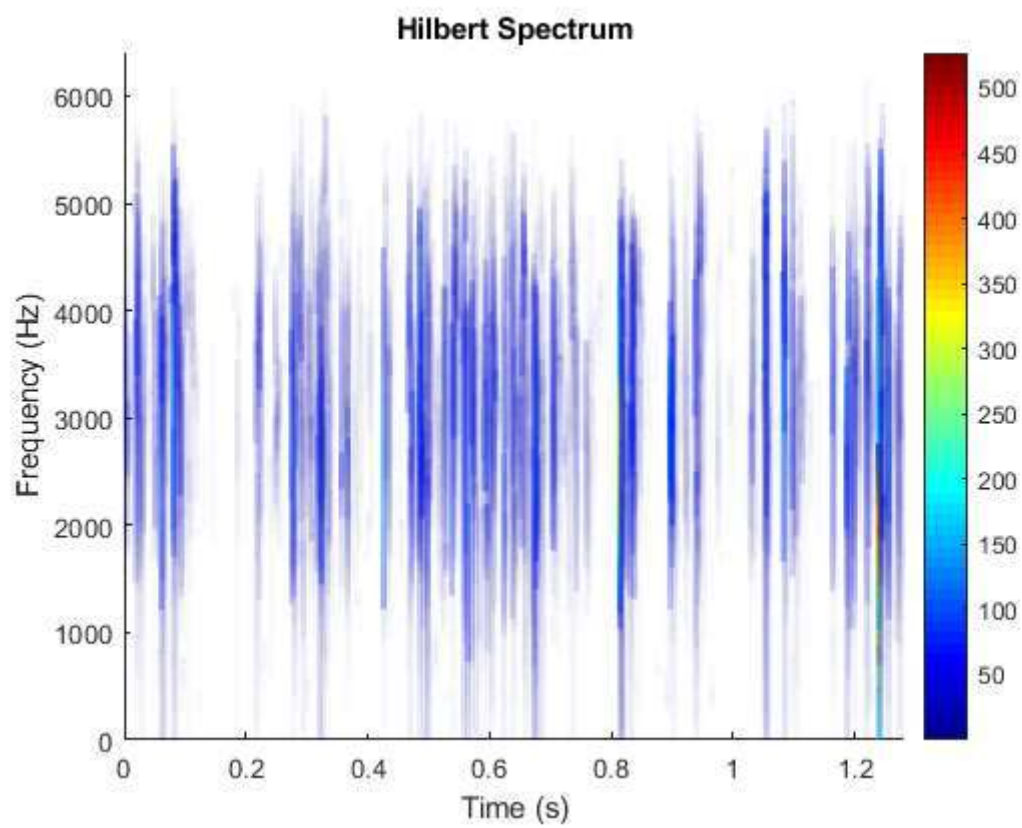
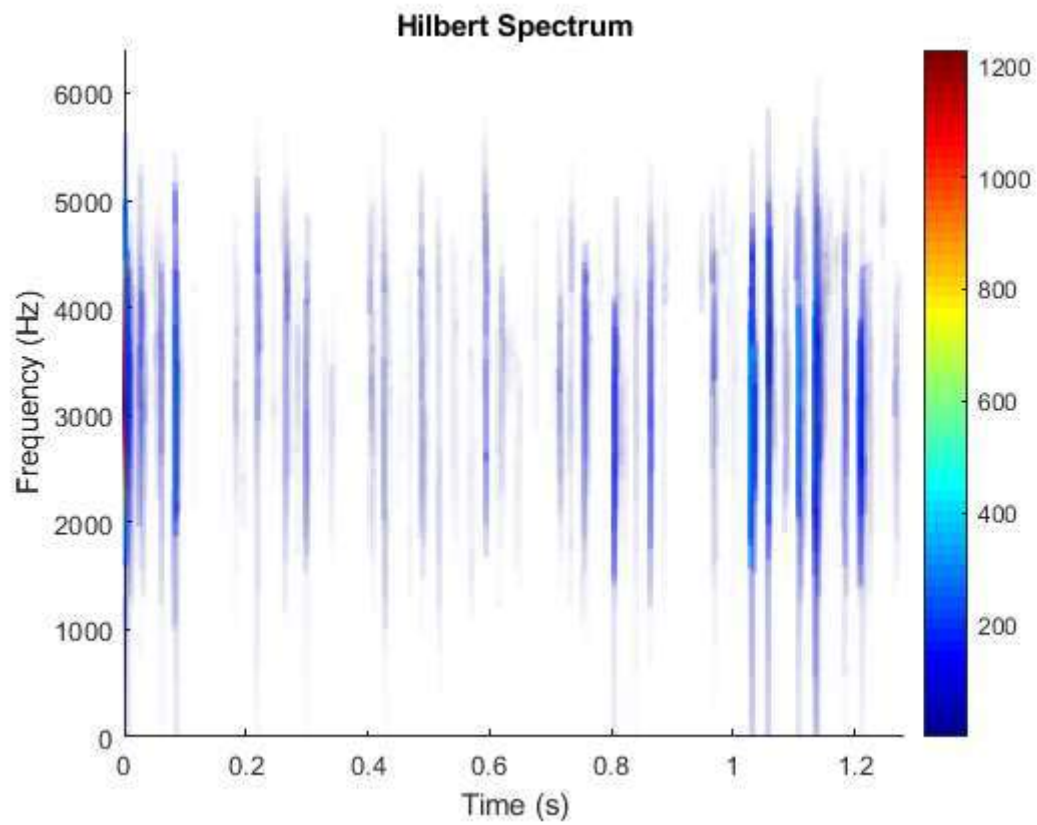


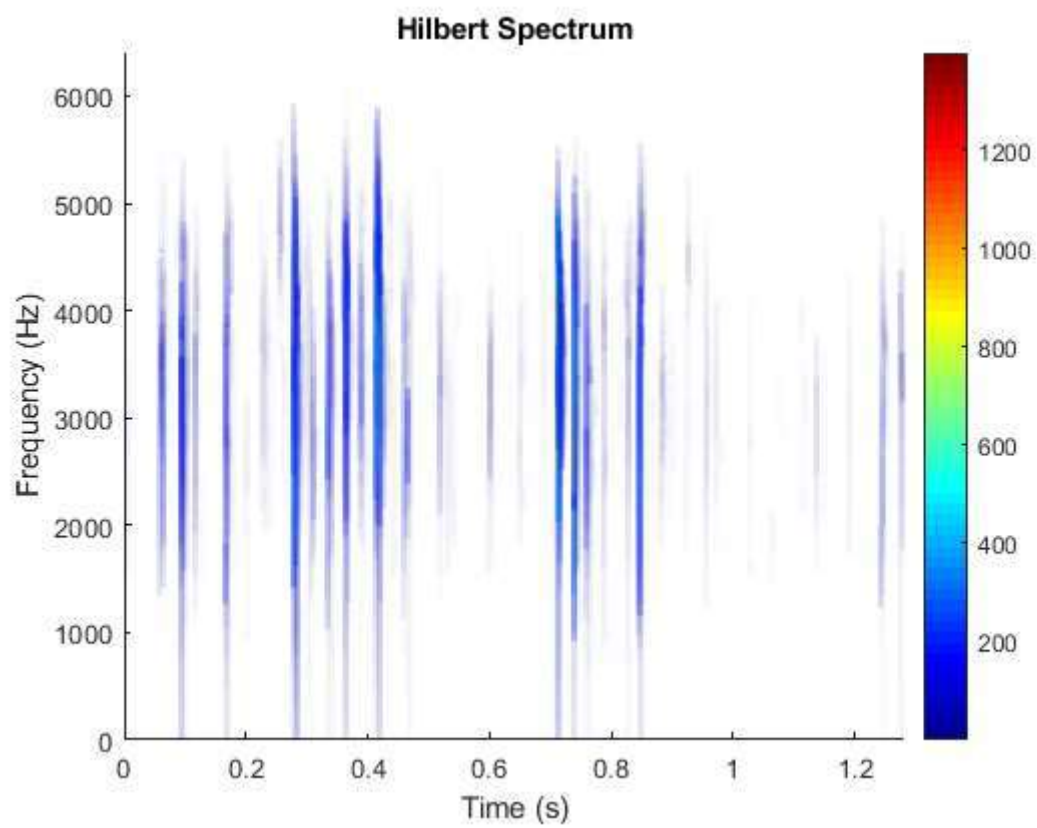
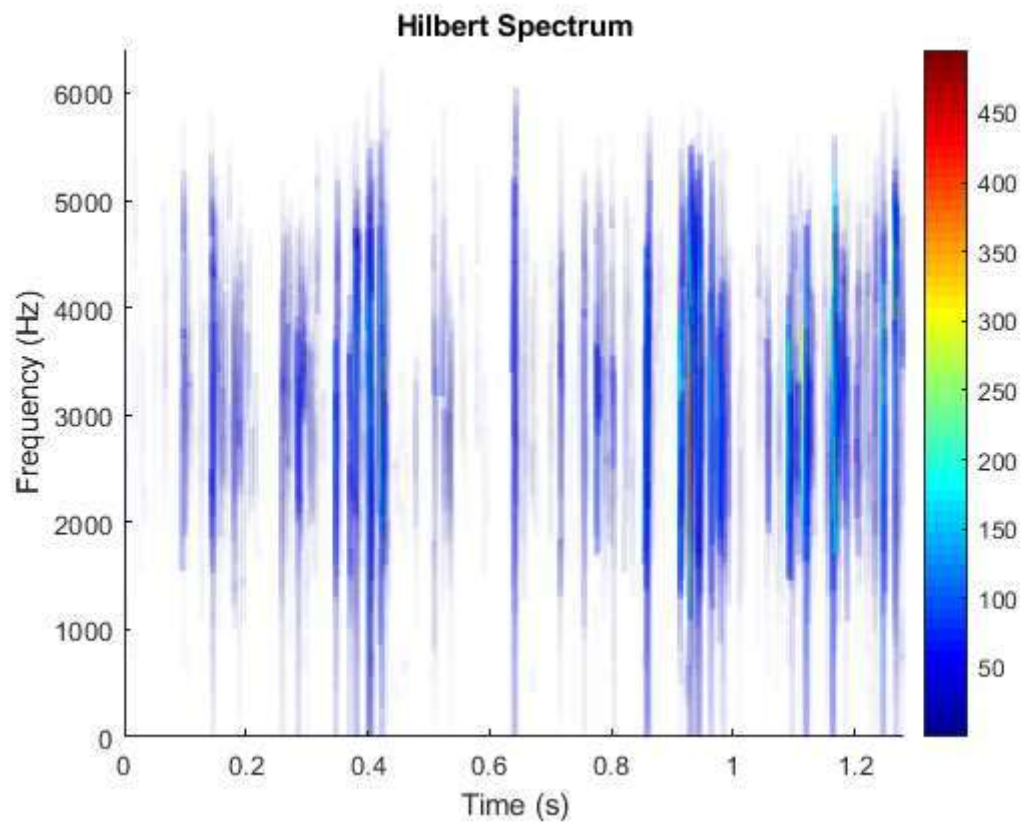


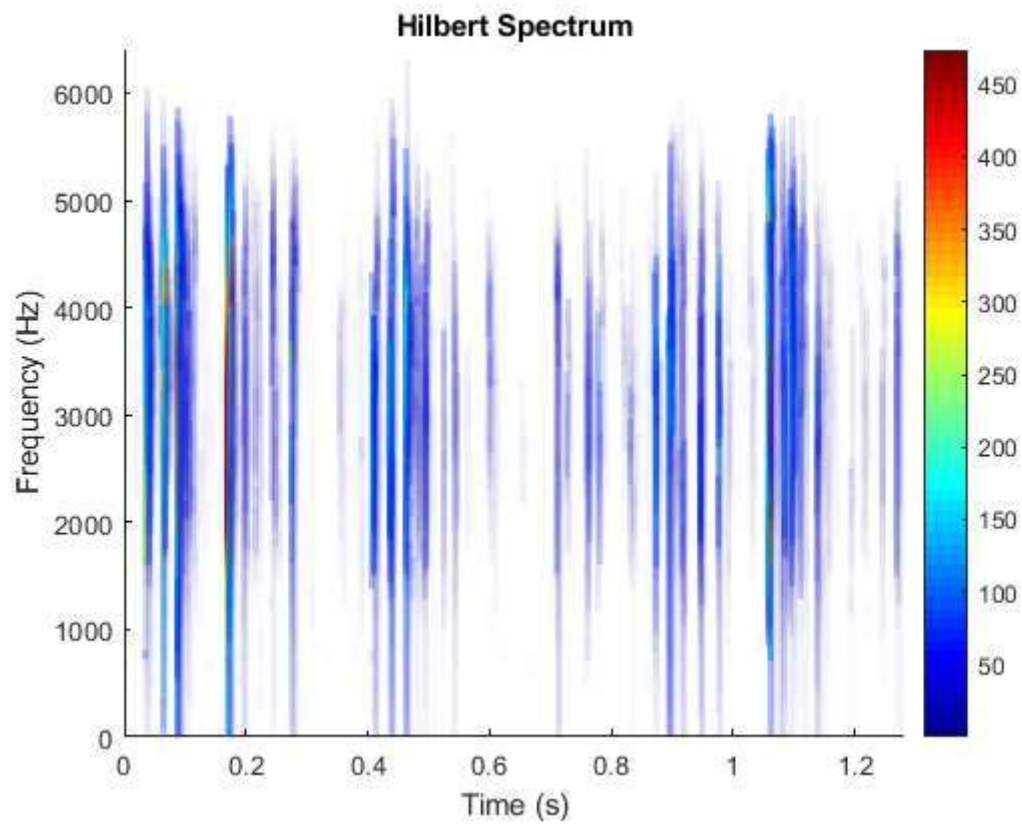






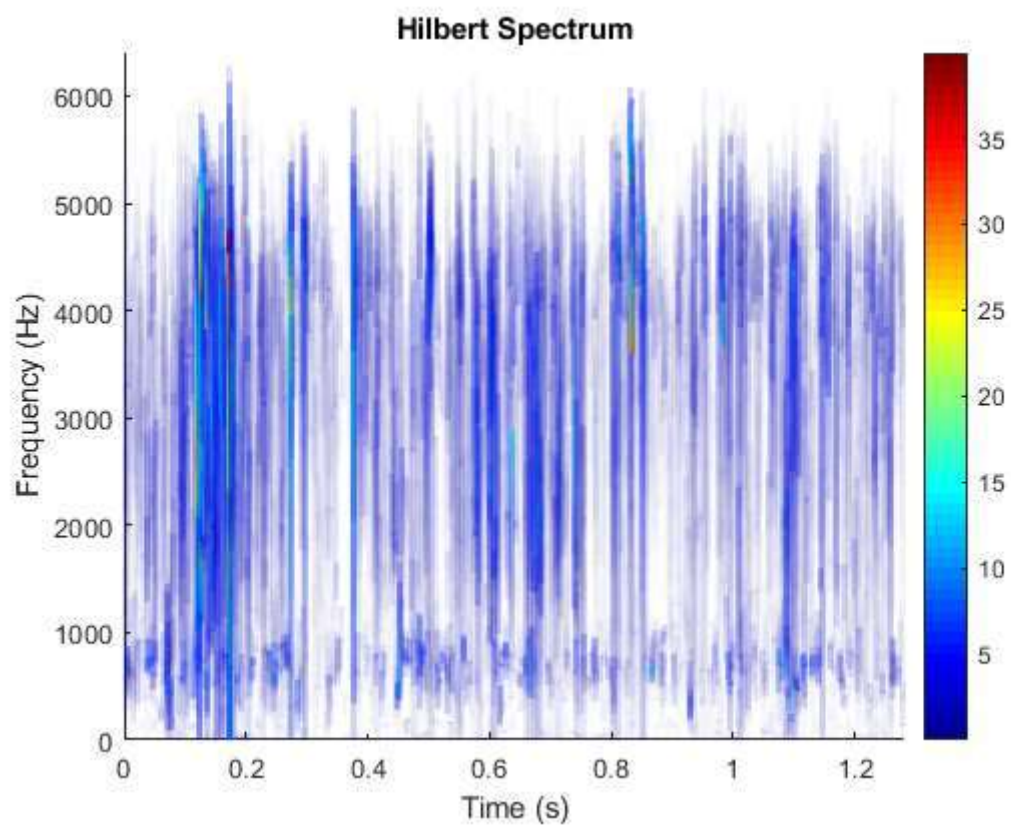
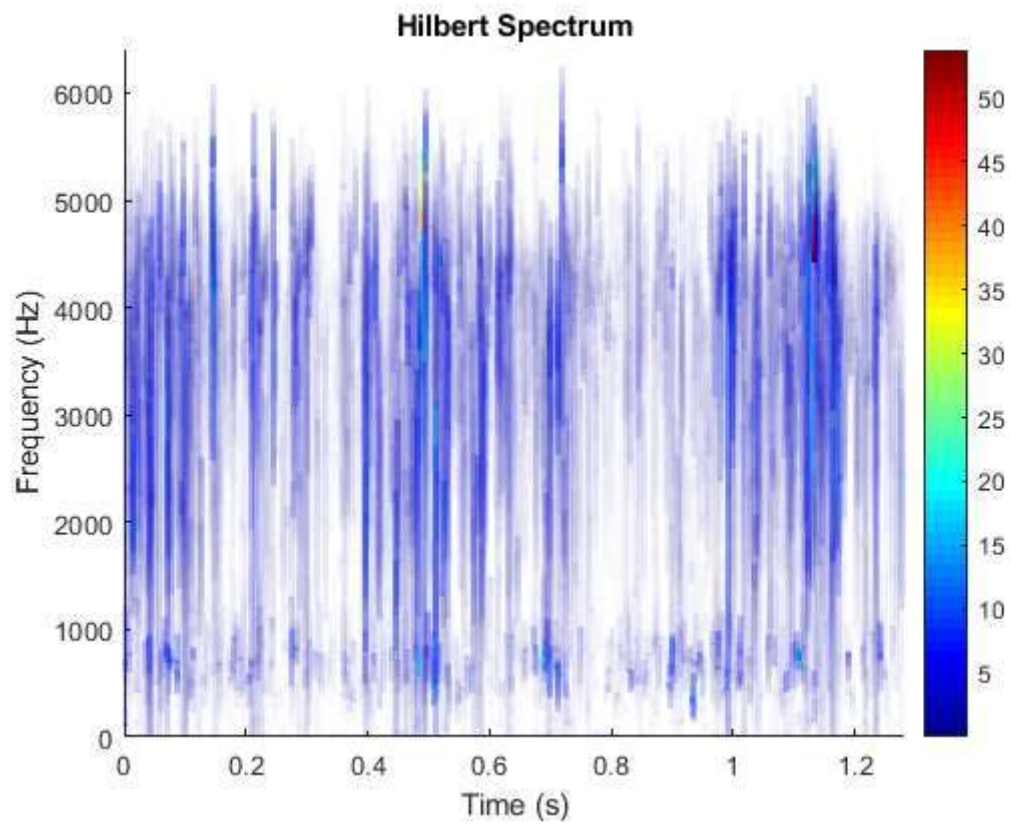


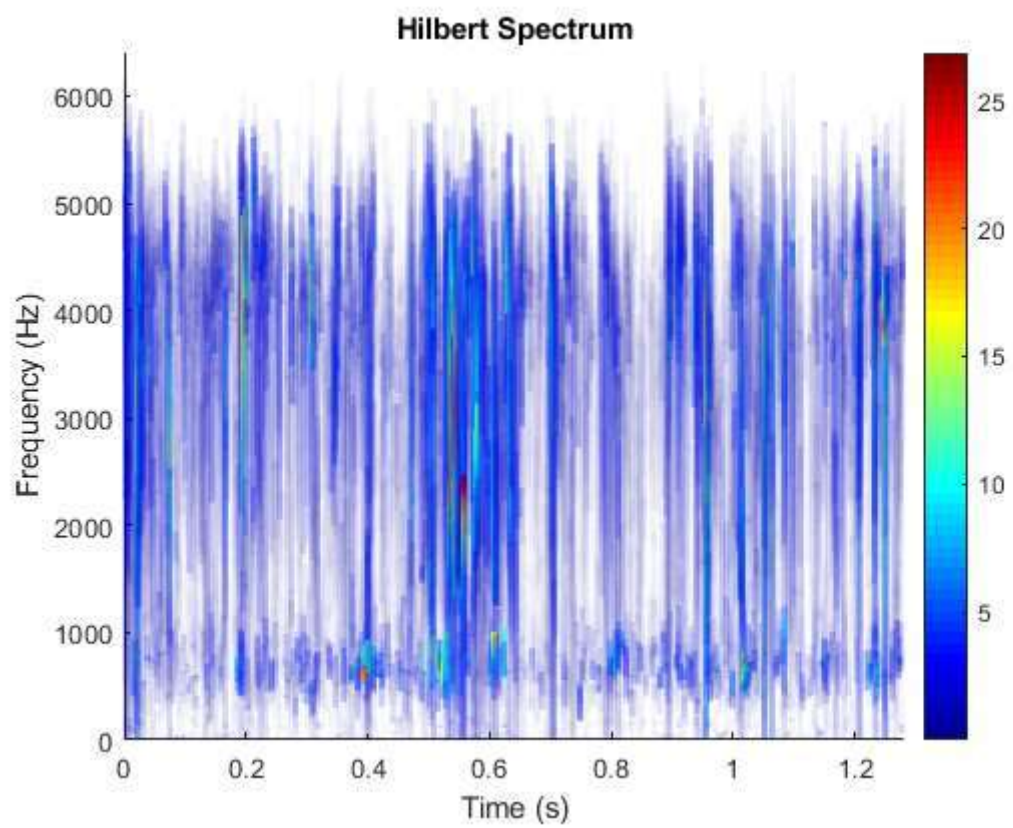
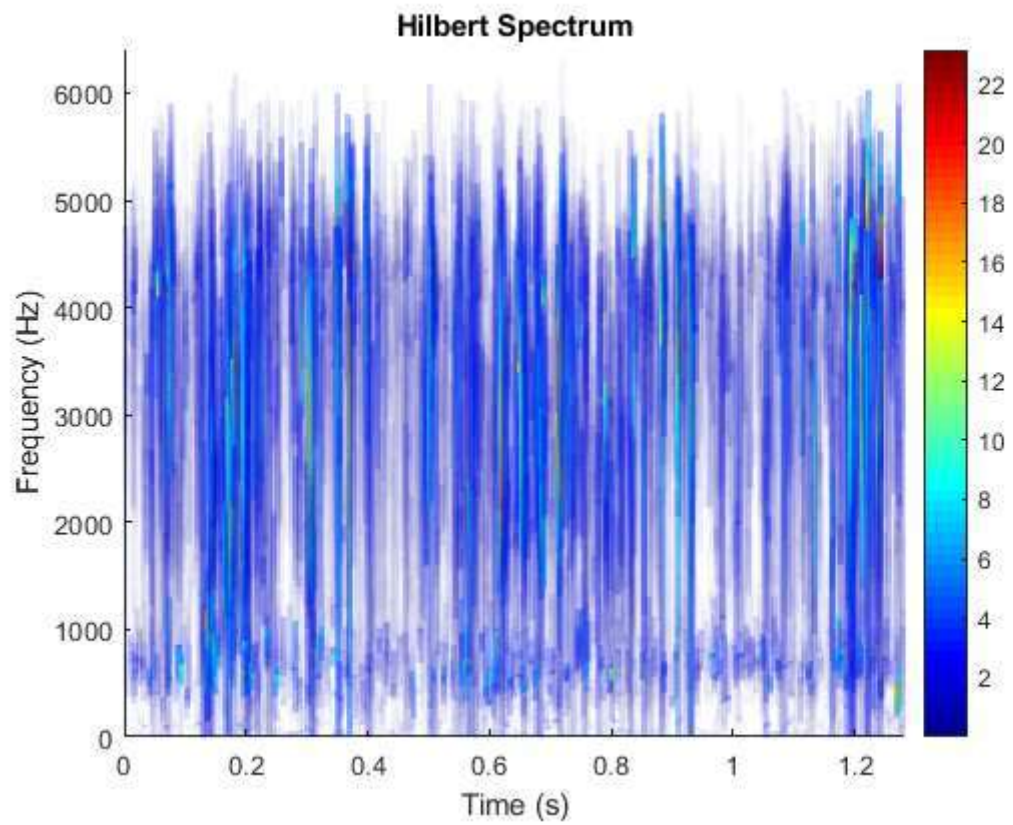


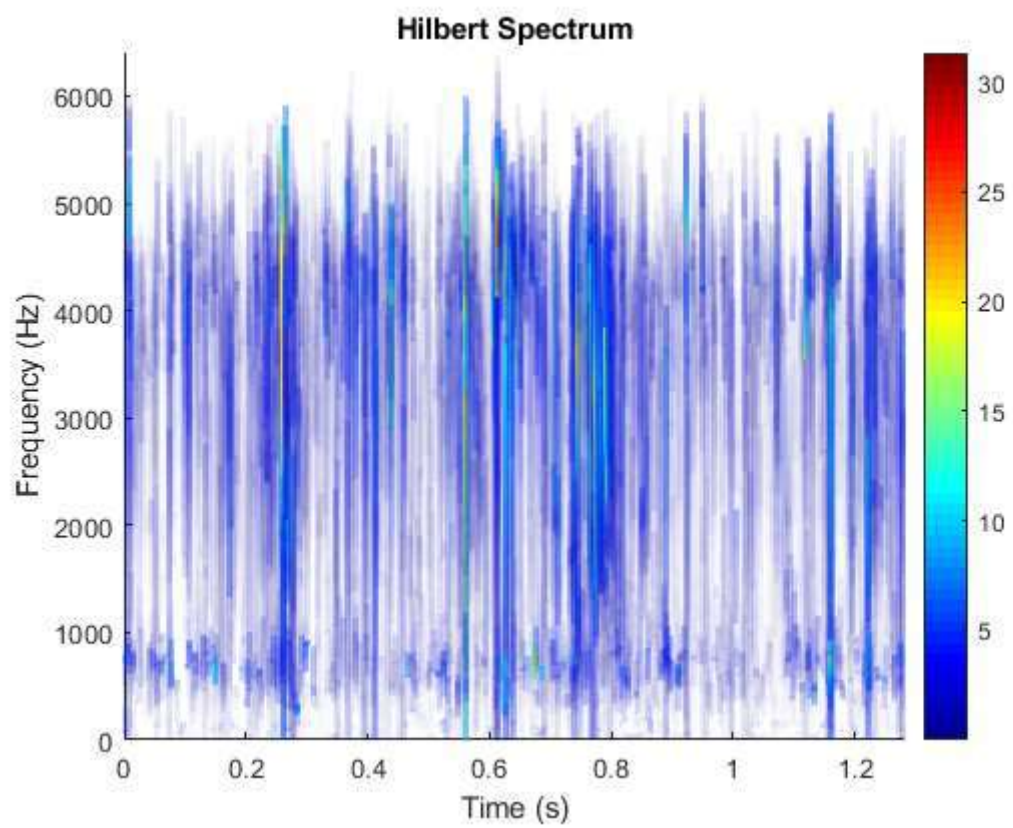
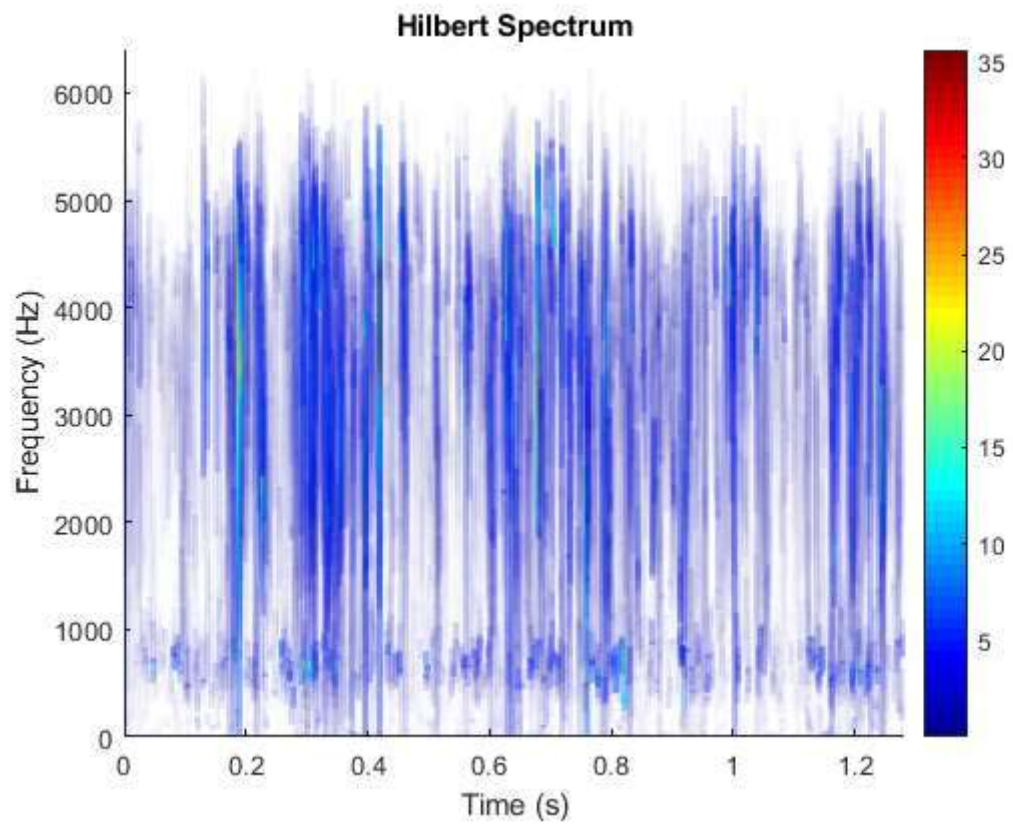


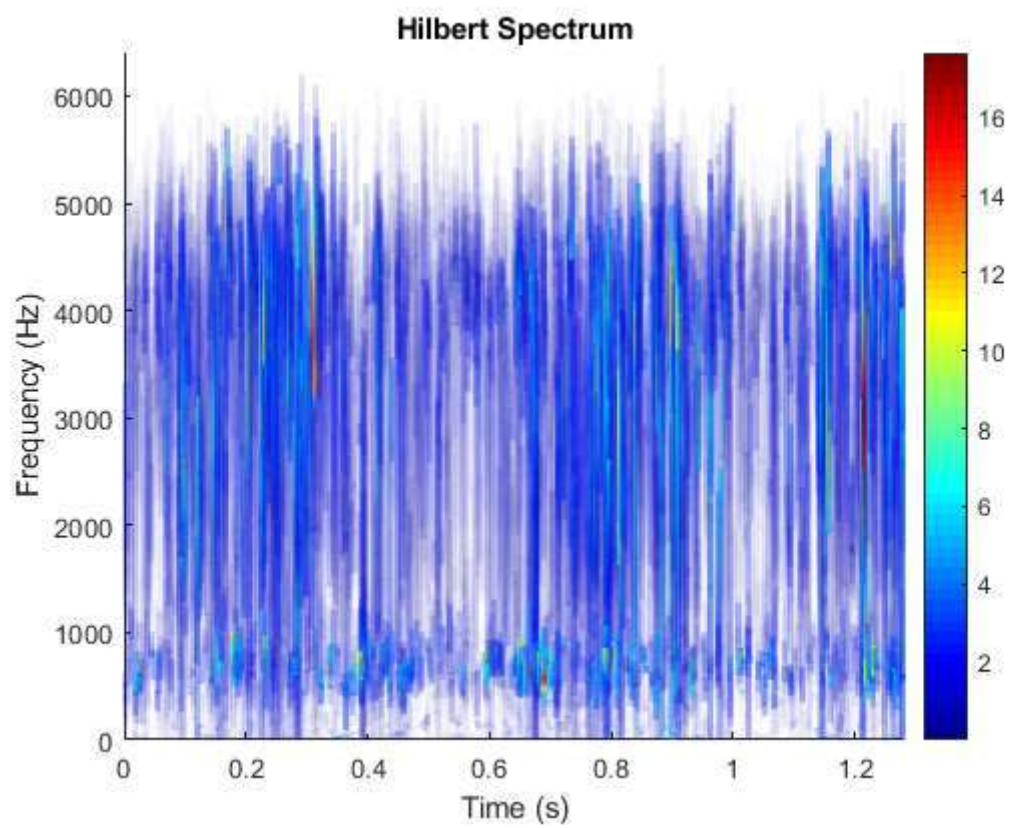
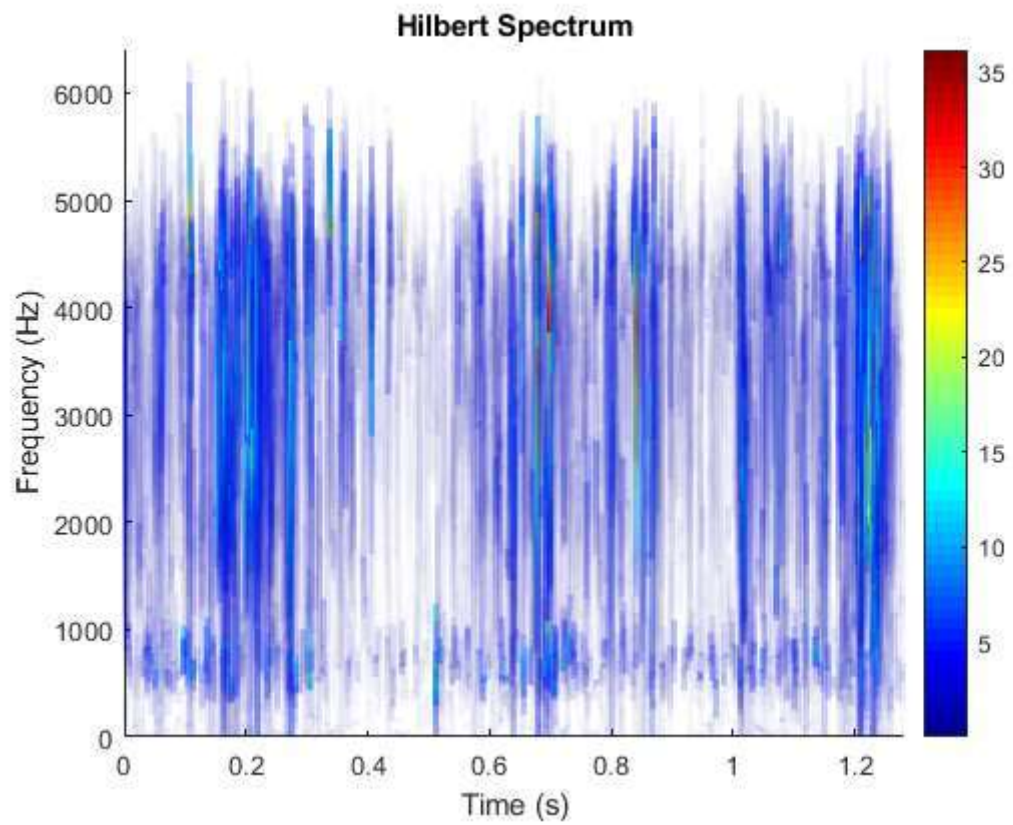
[*Published with MATLAB® R2018b*](#)

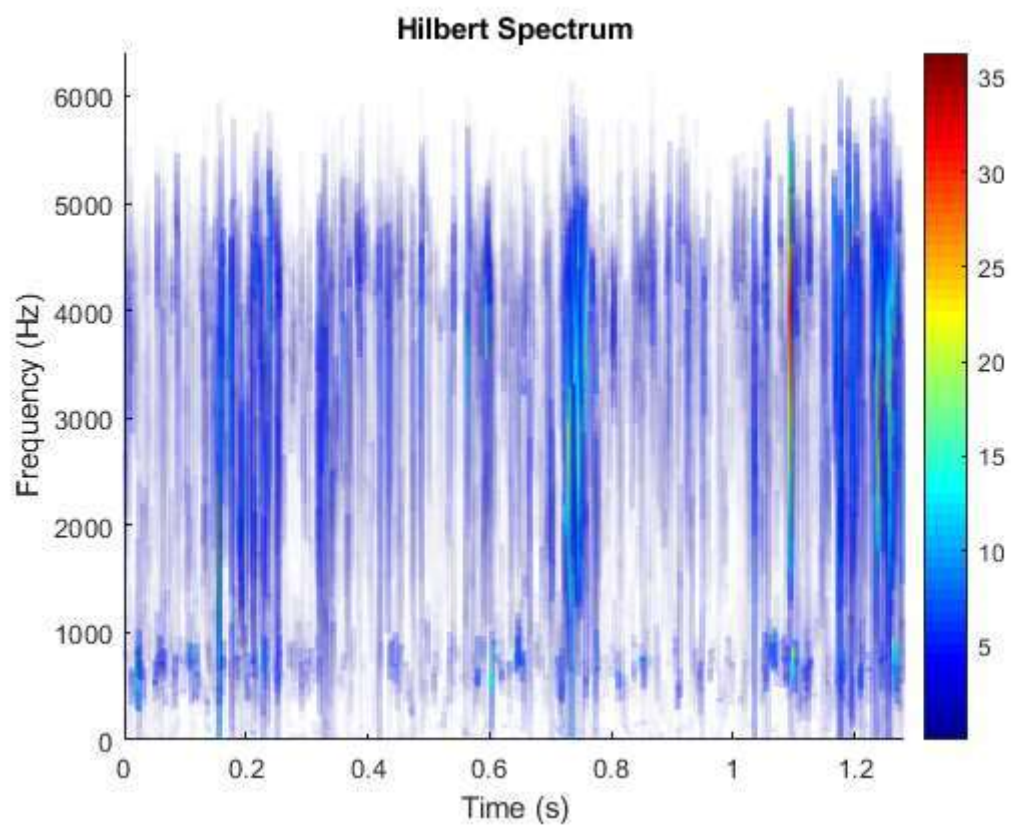
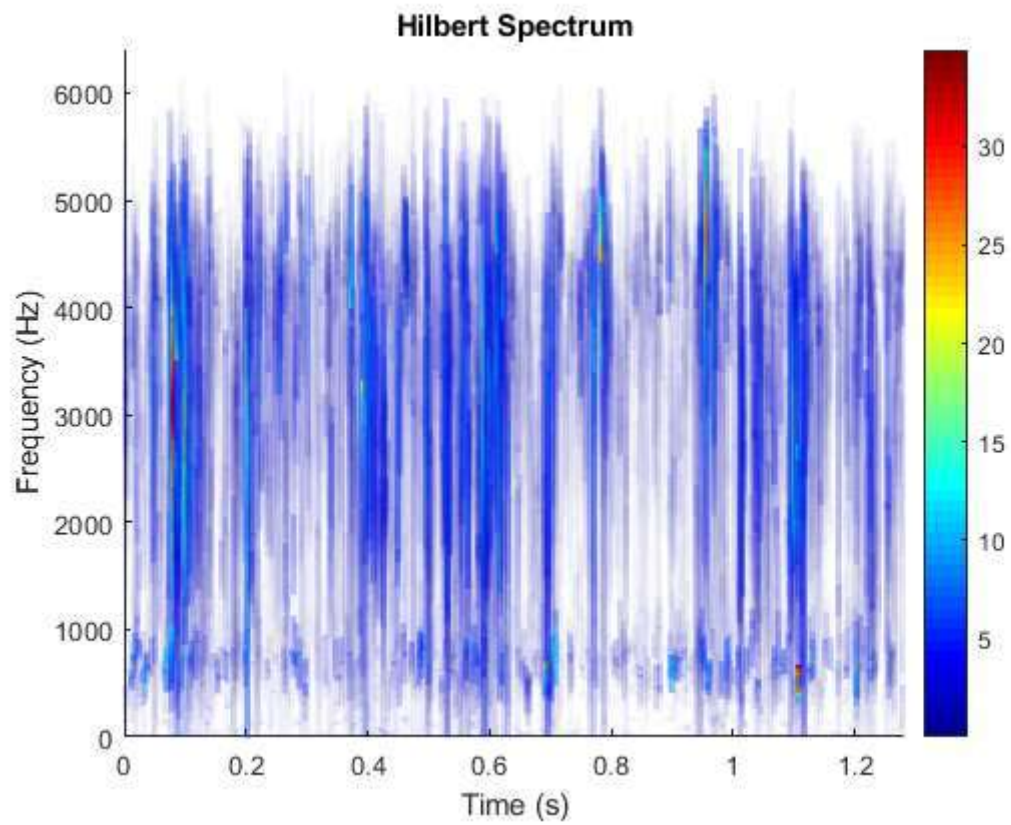
Eje con fisura 3 dirección axial

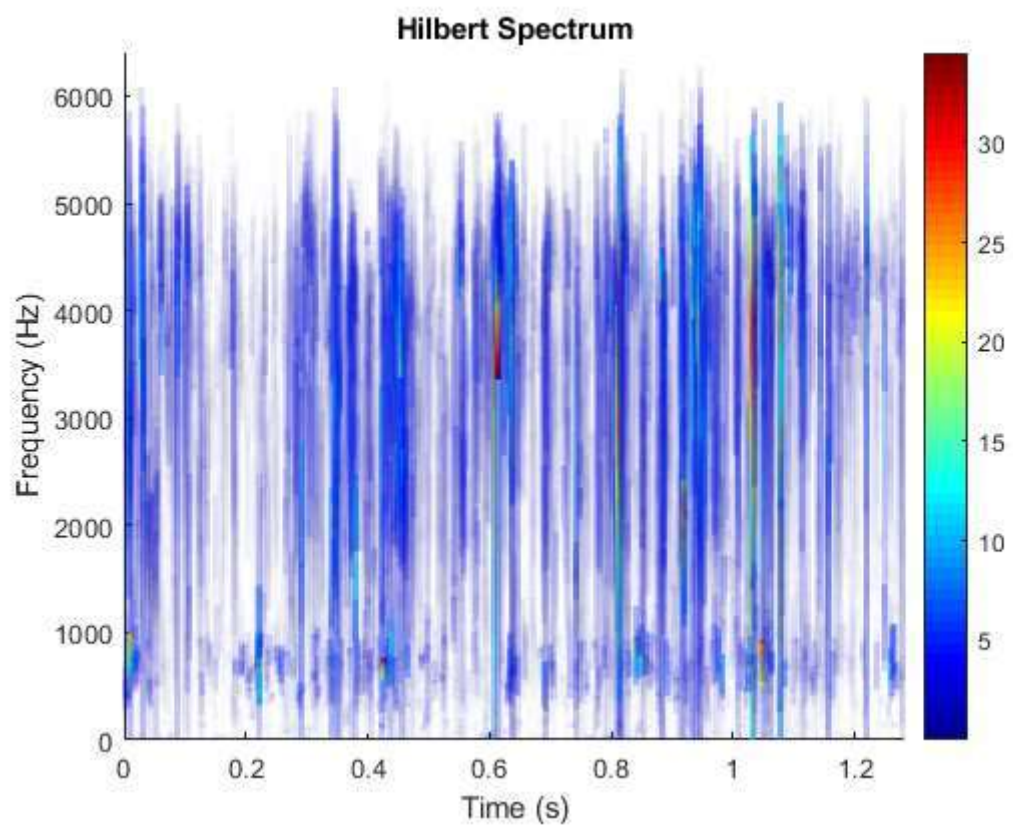
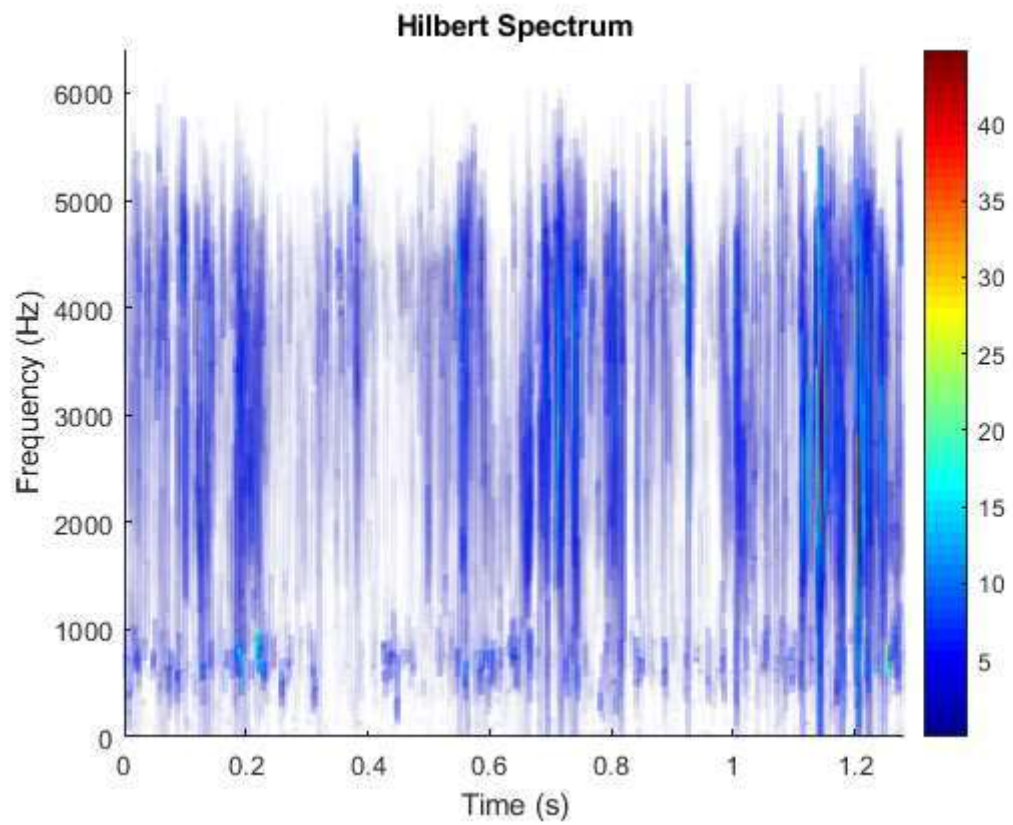


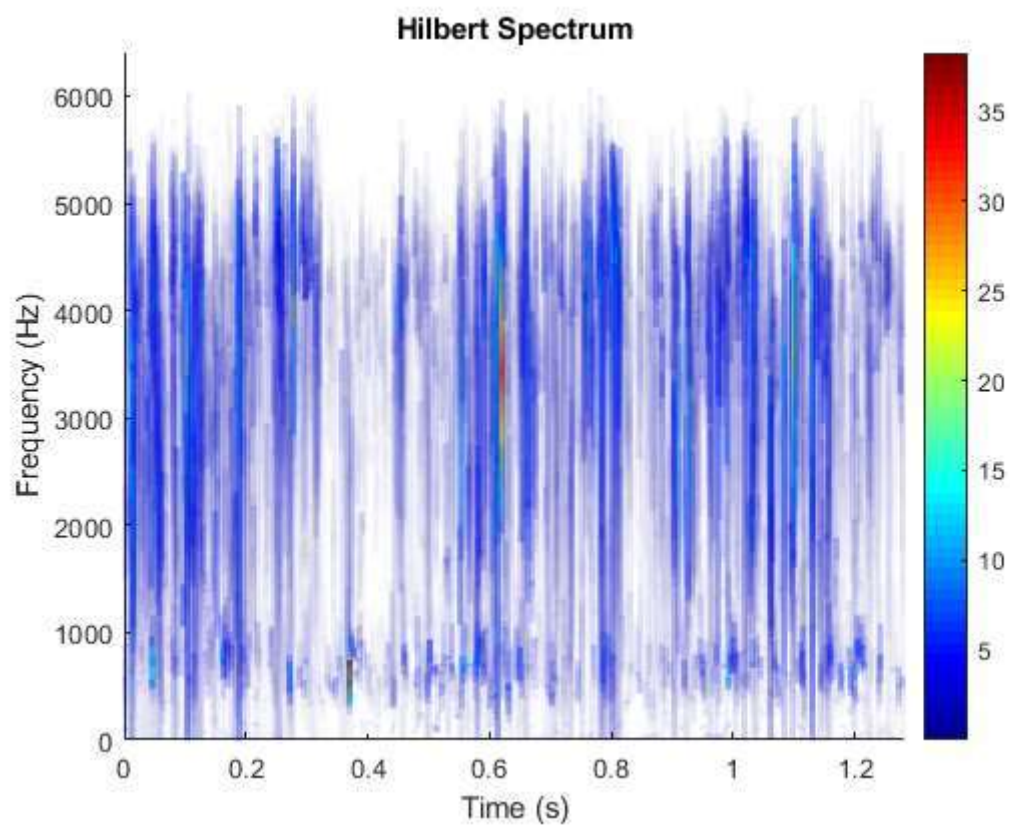
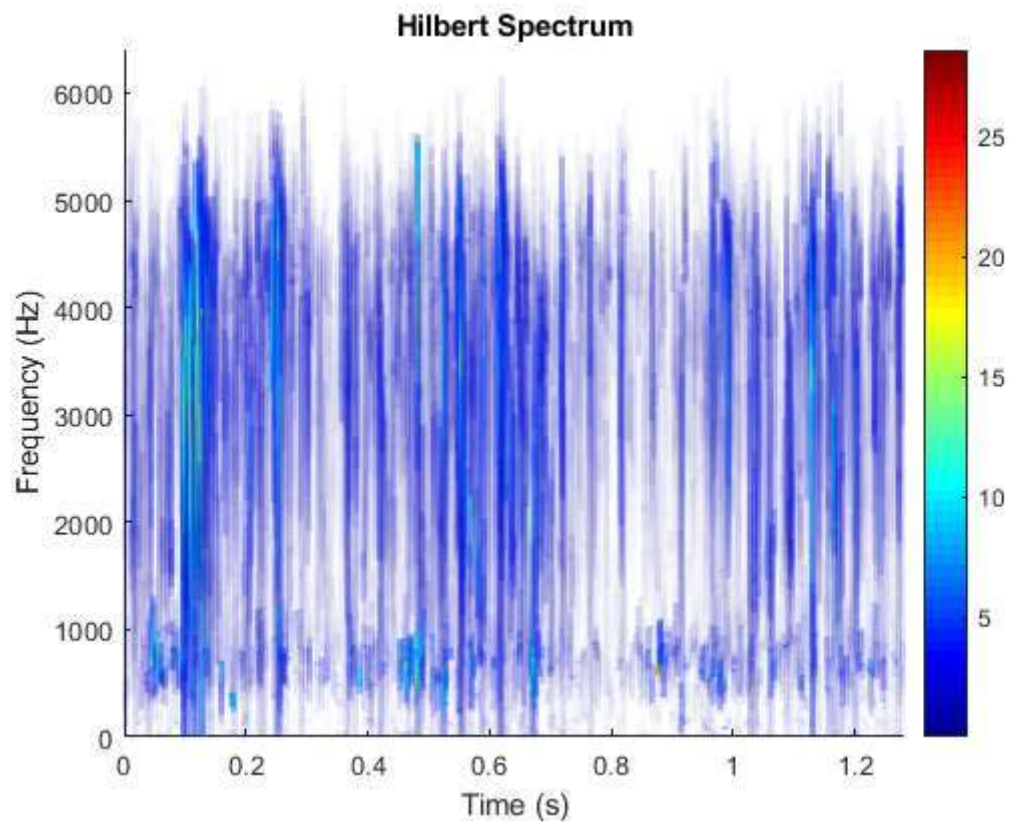


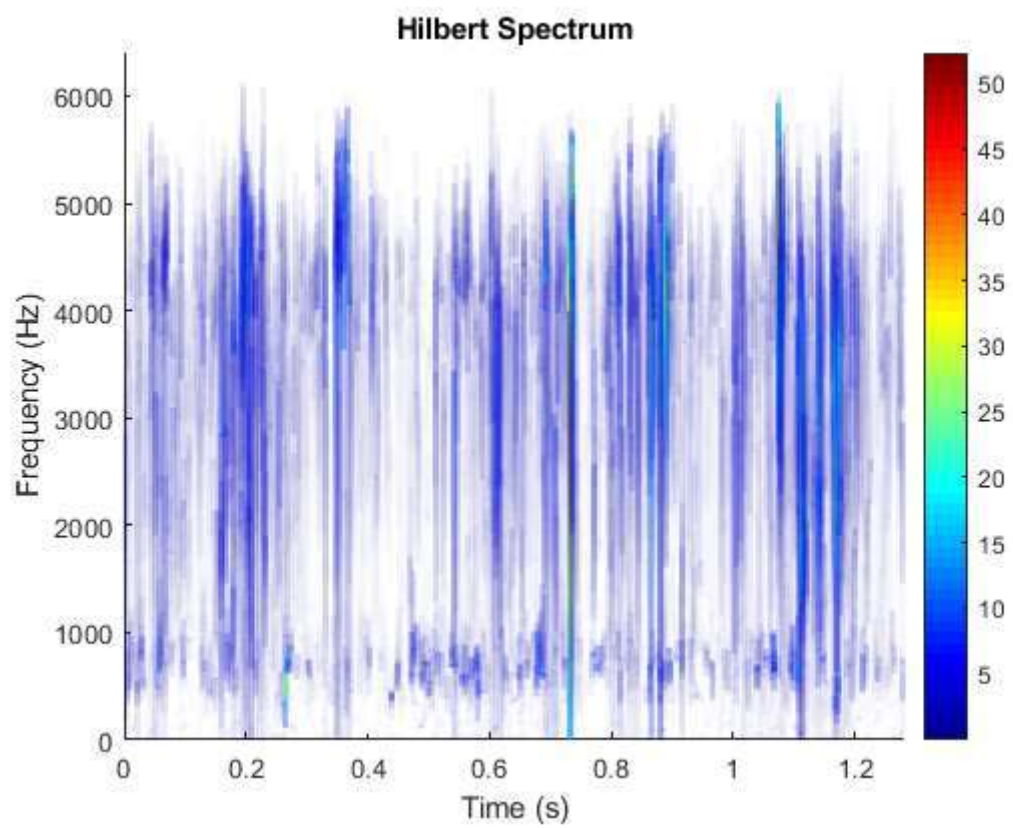
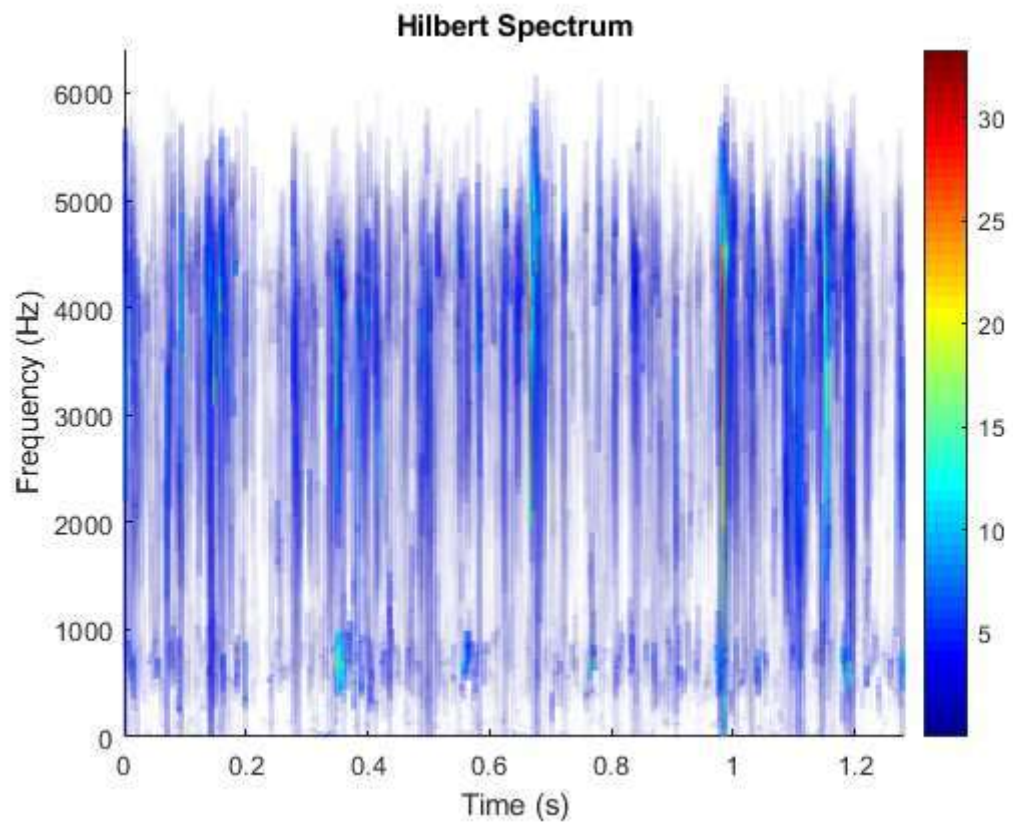


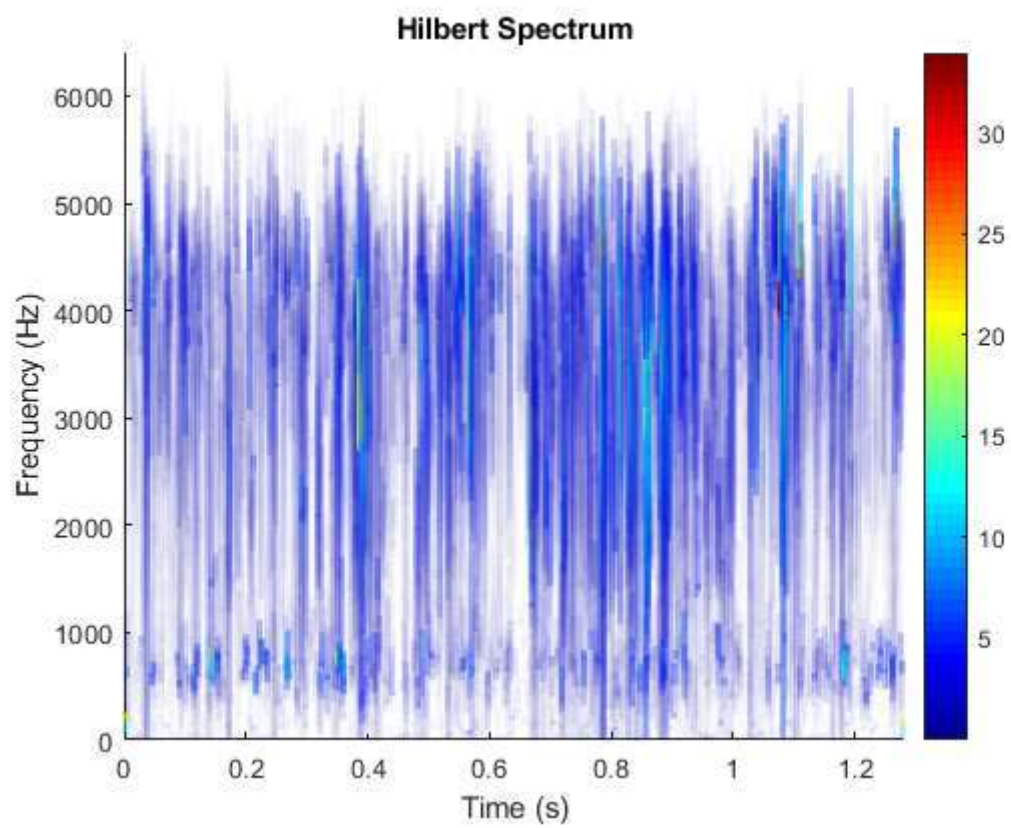
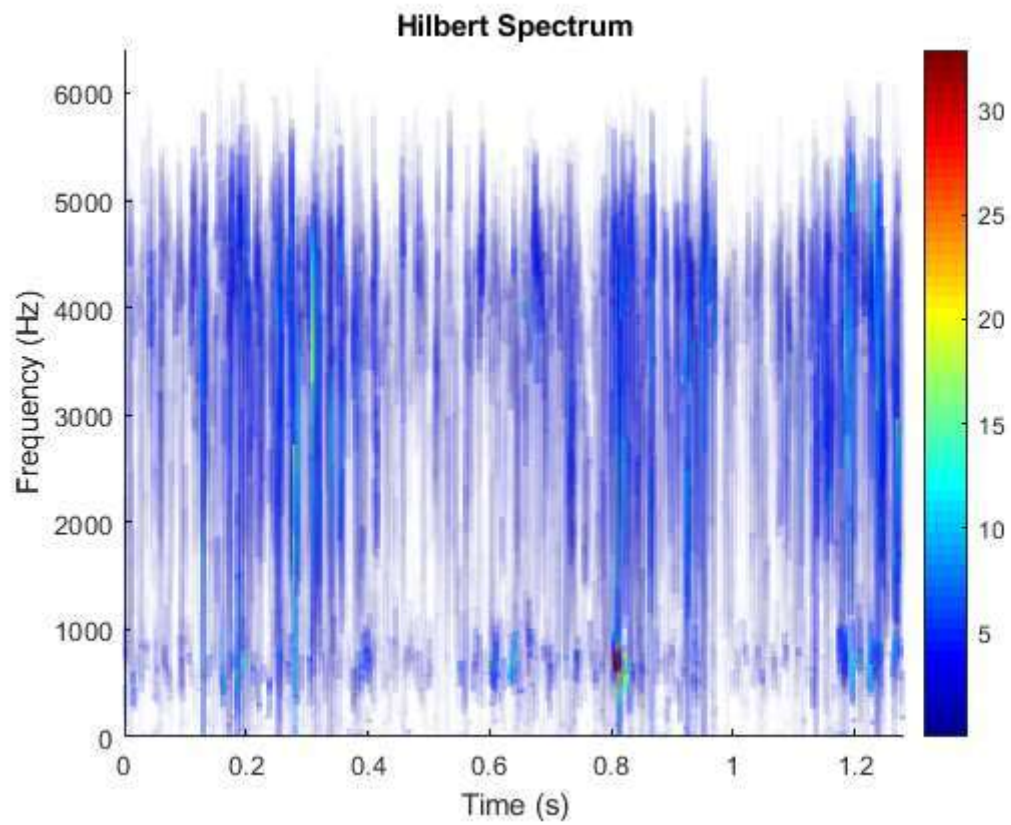


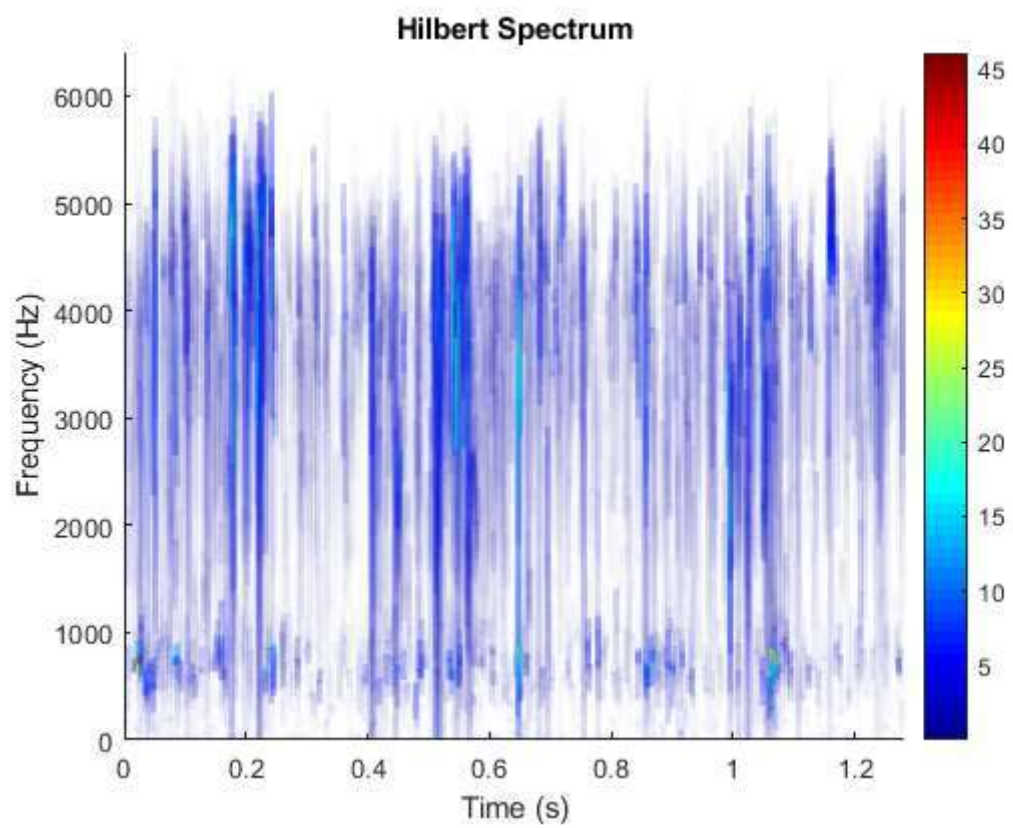
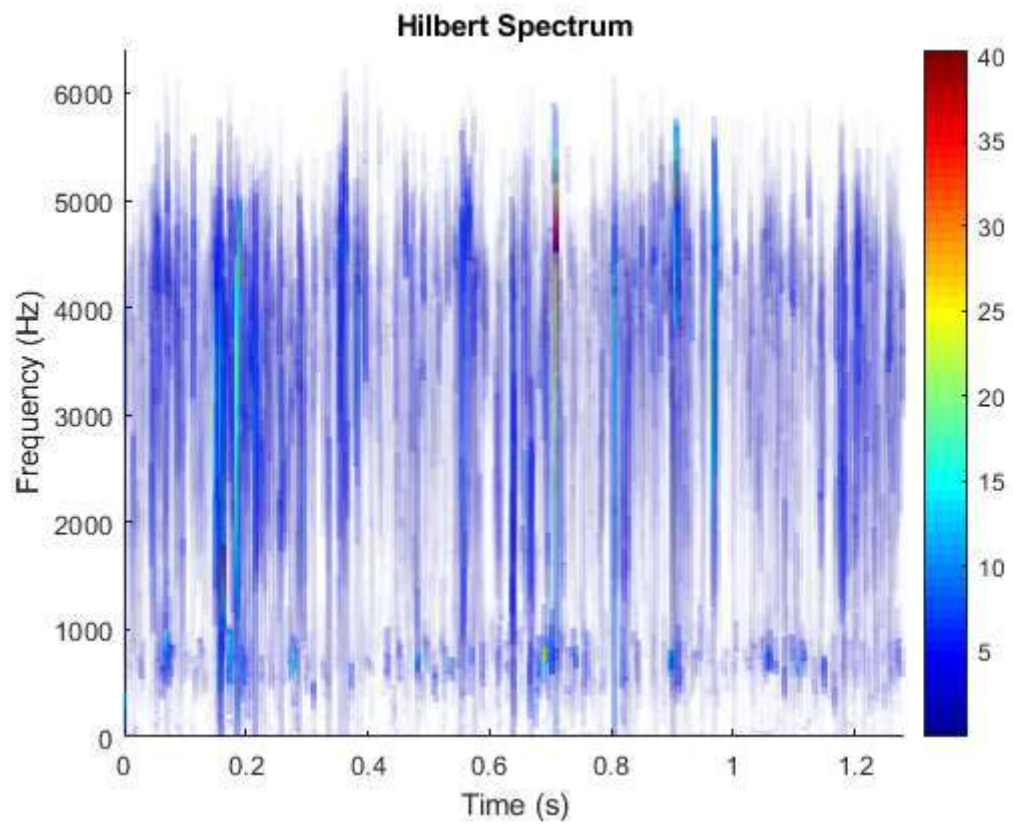


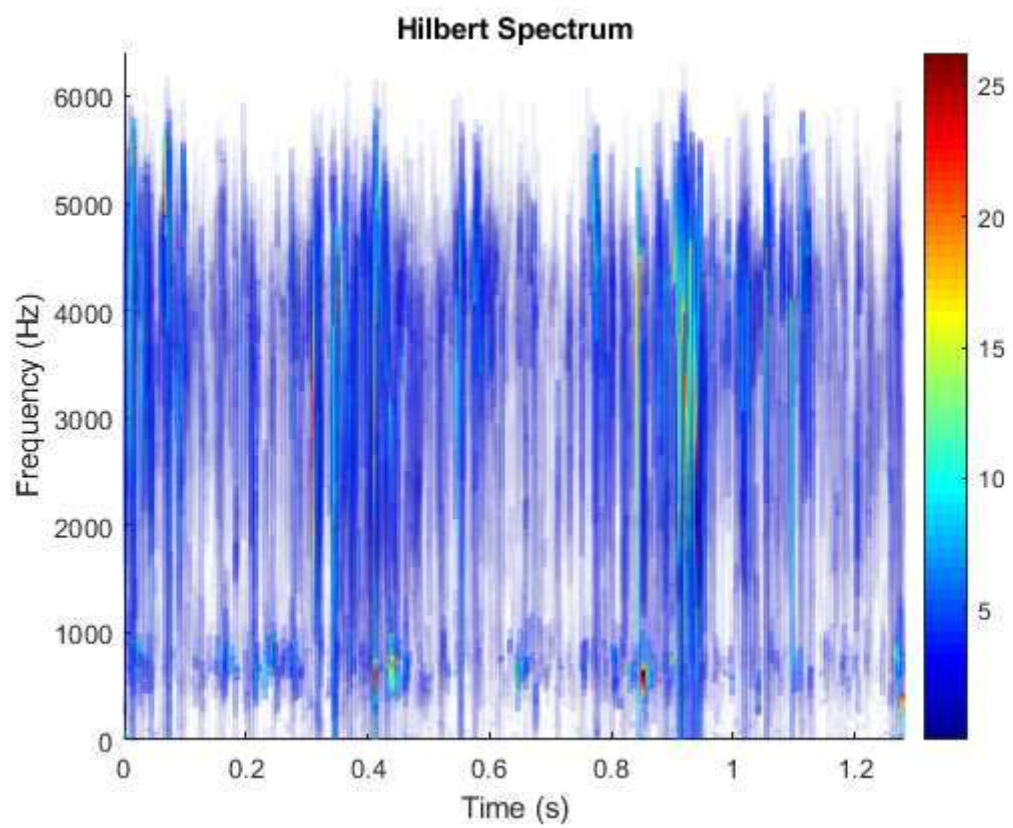
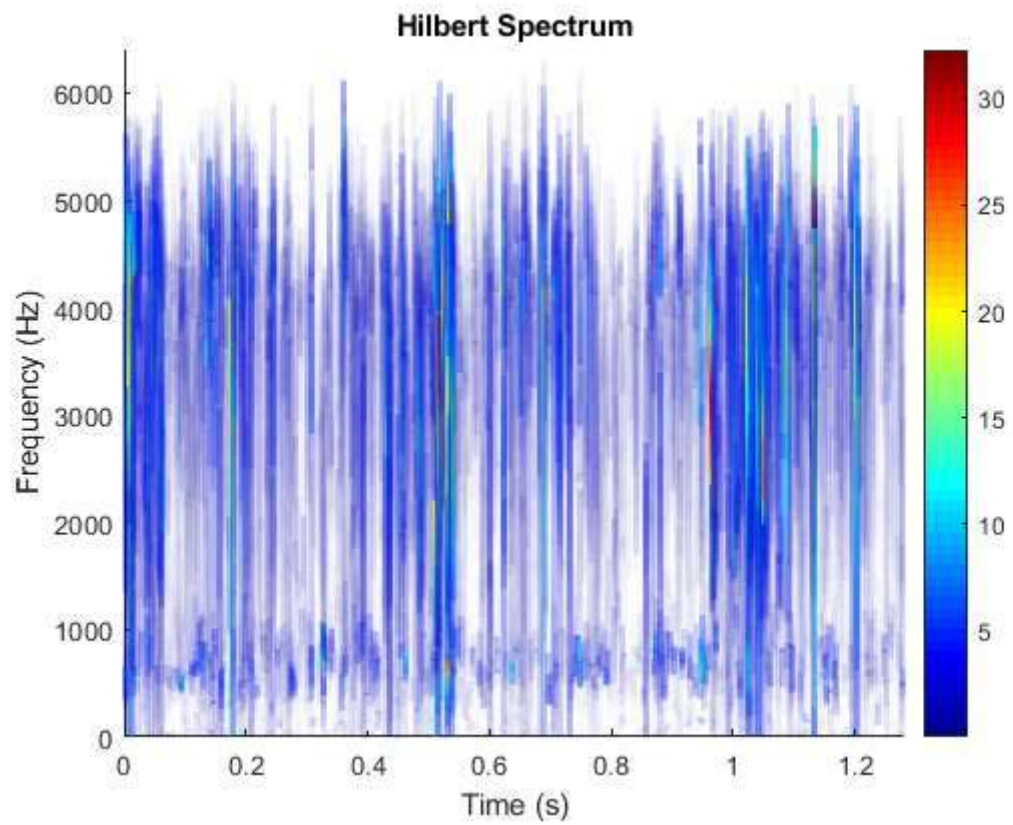


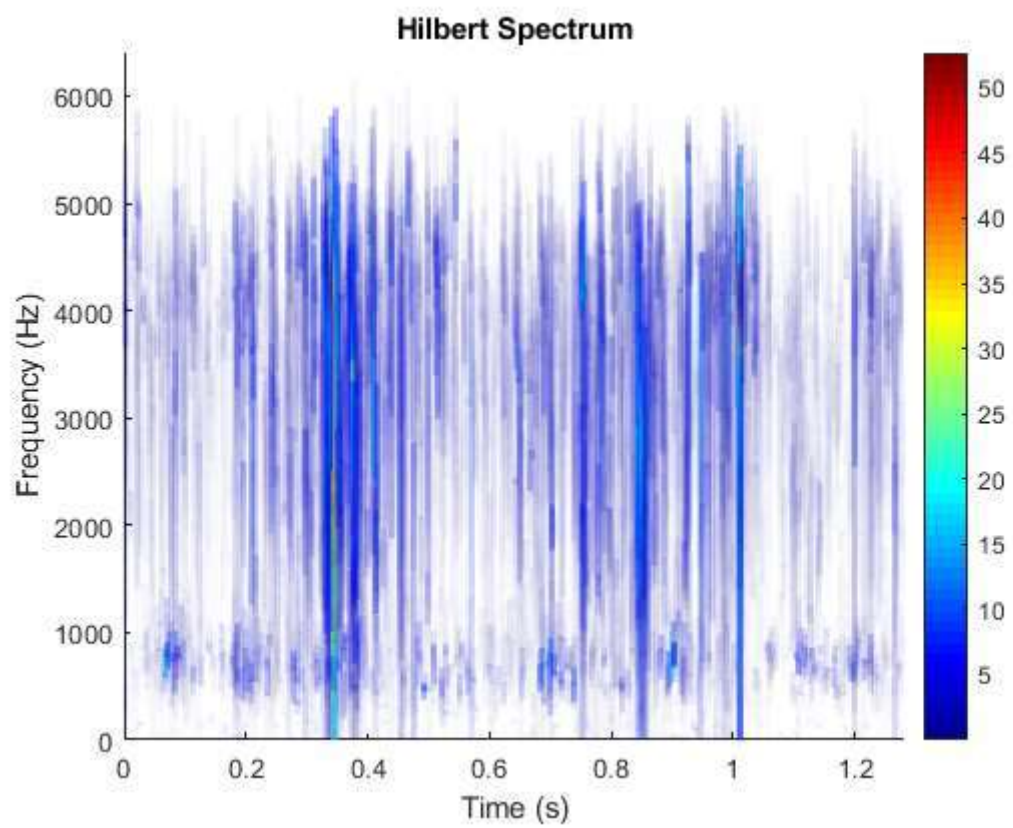
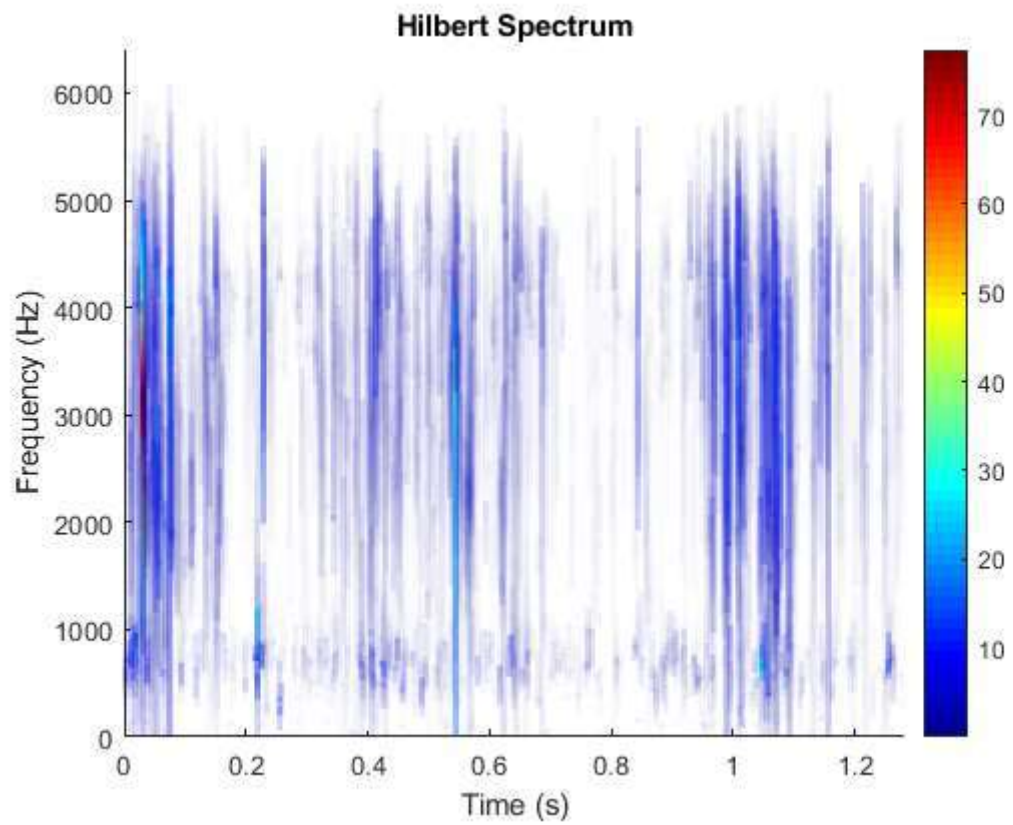


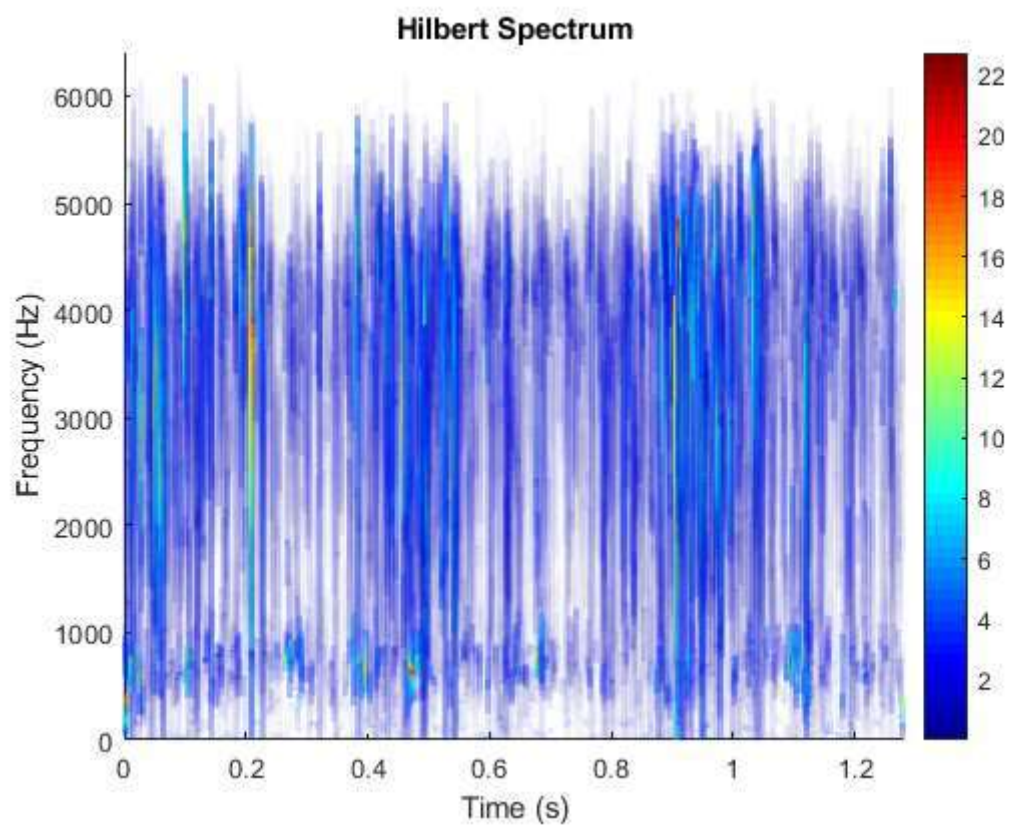
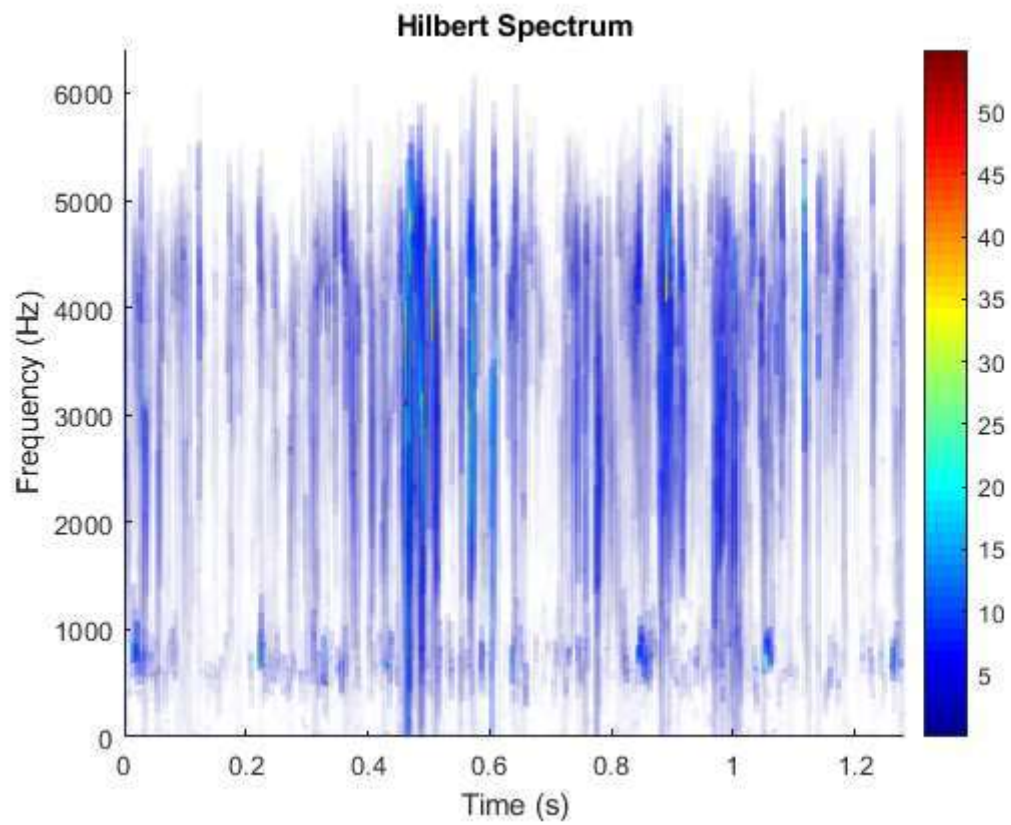


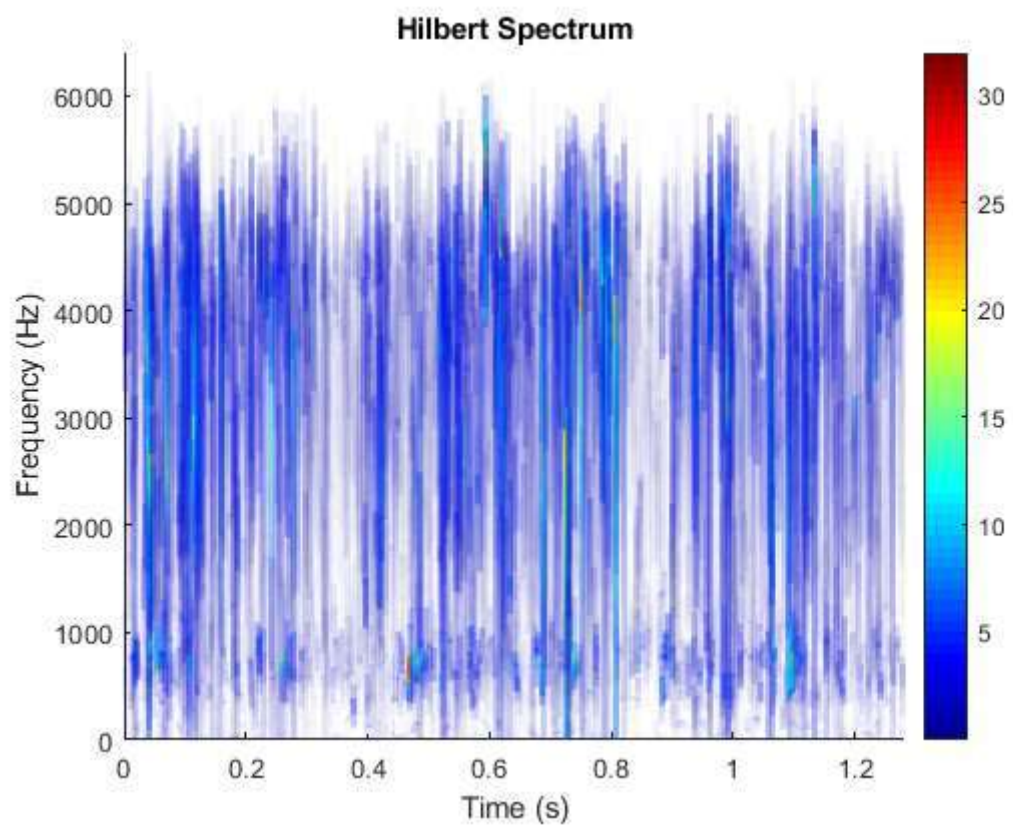
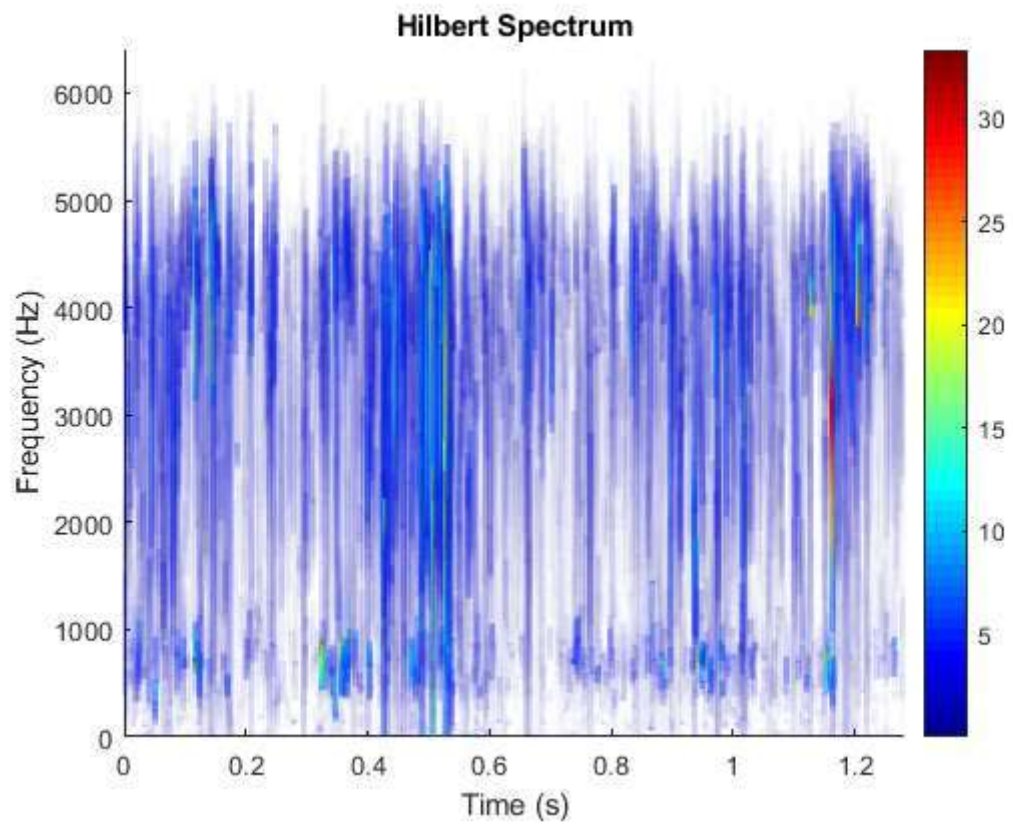


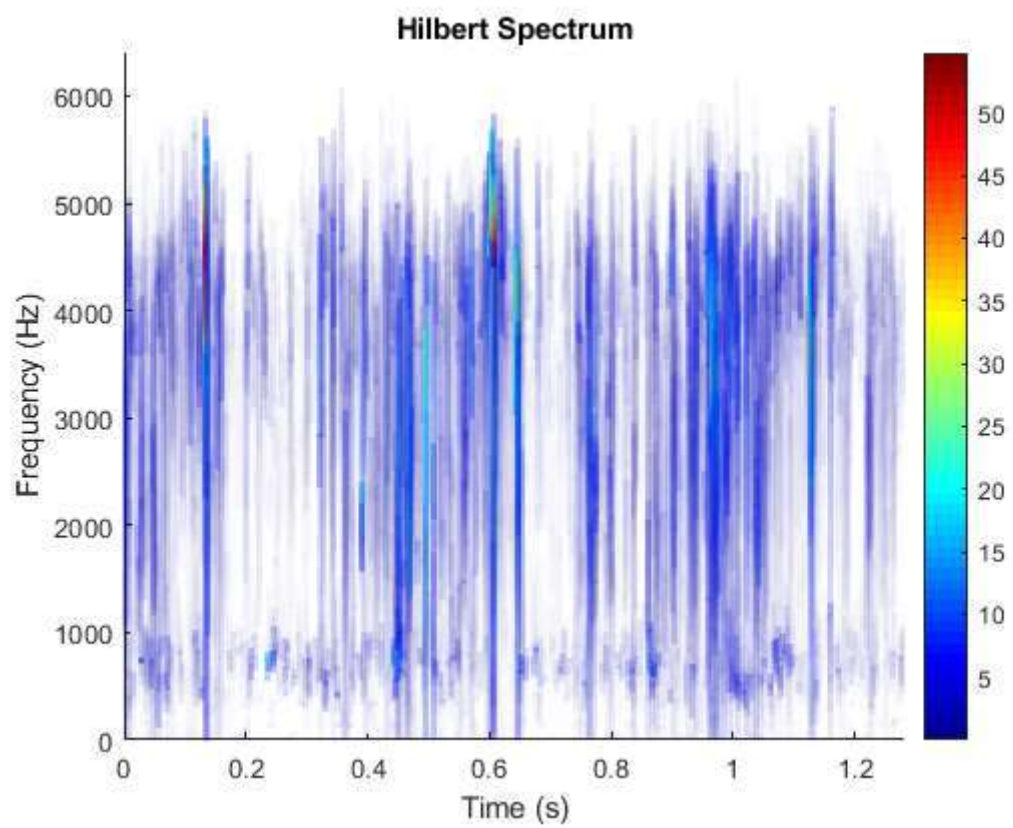
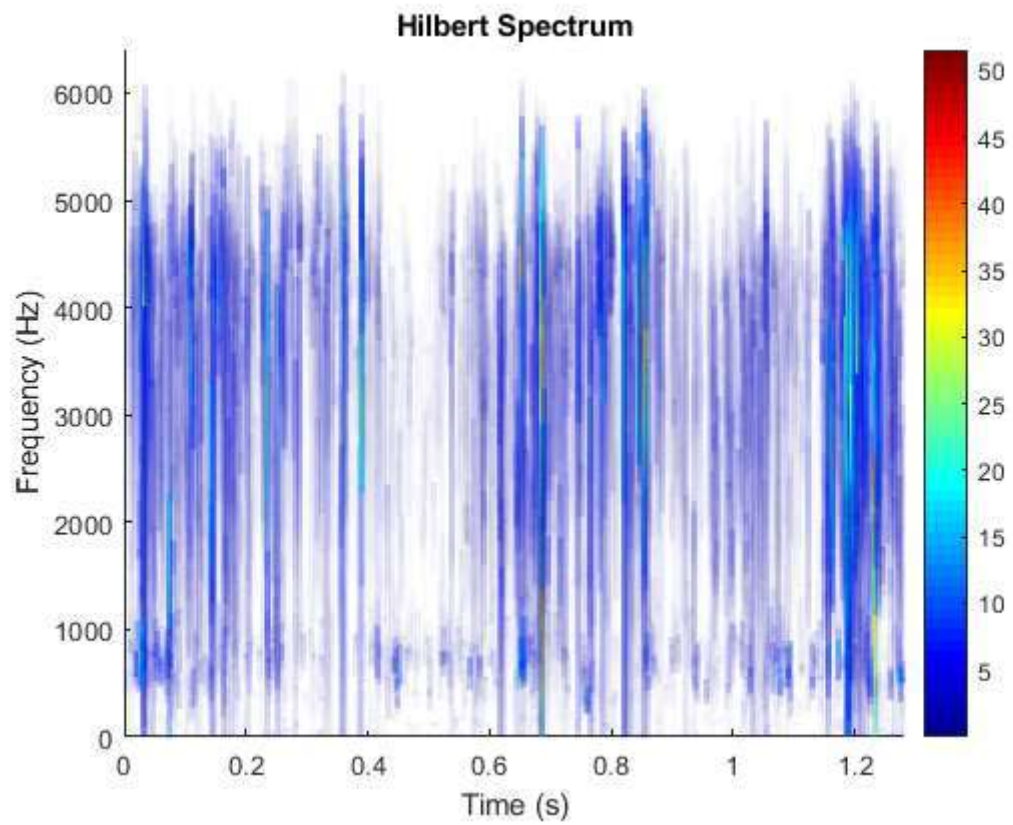


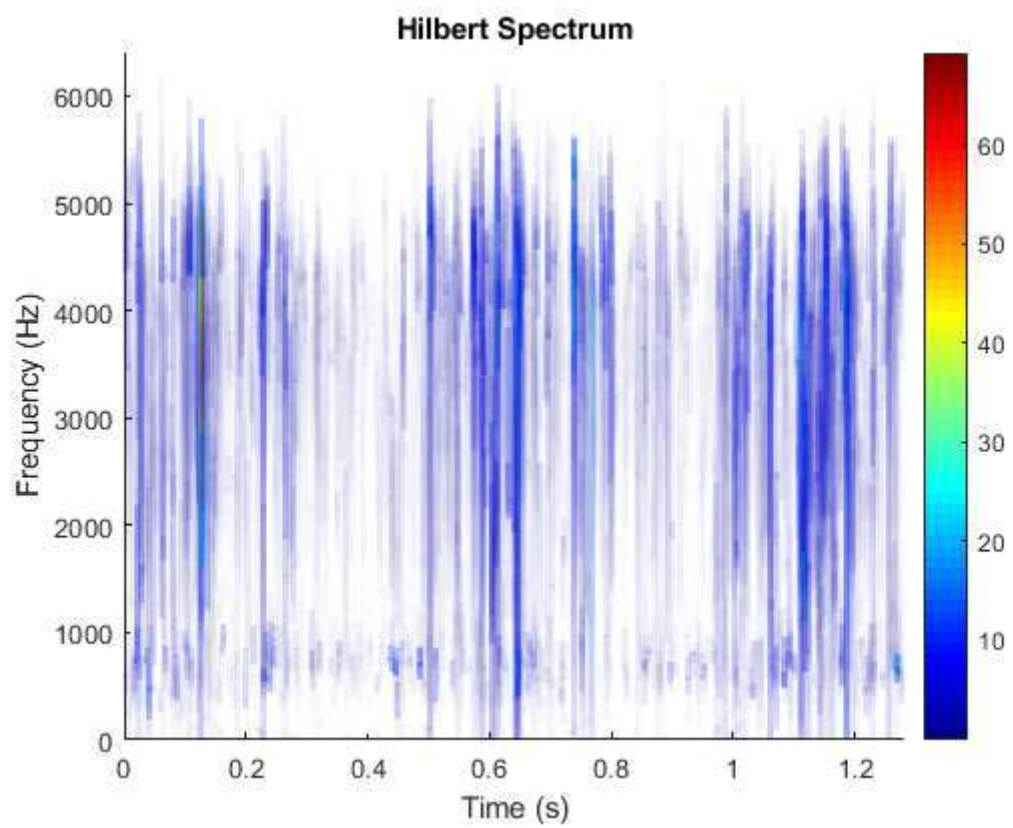
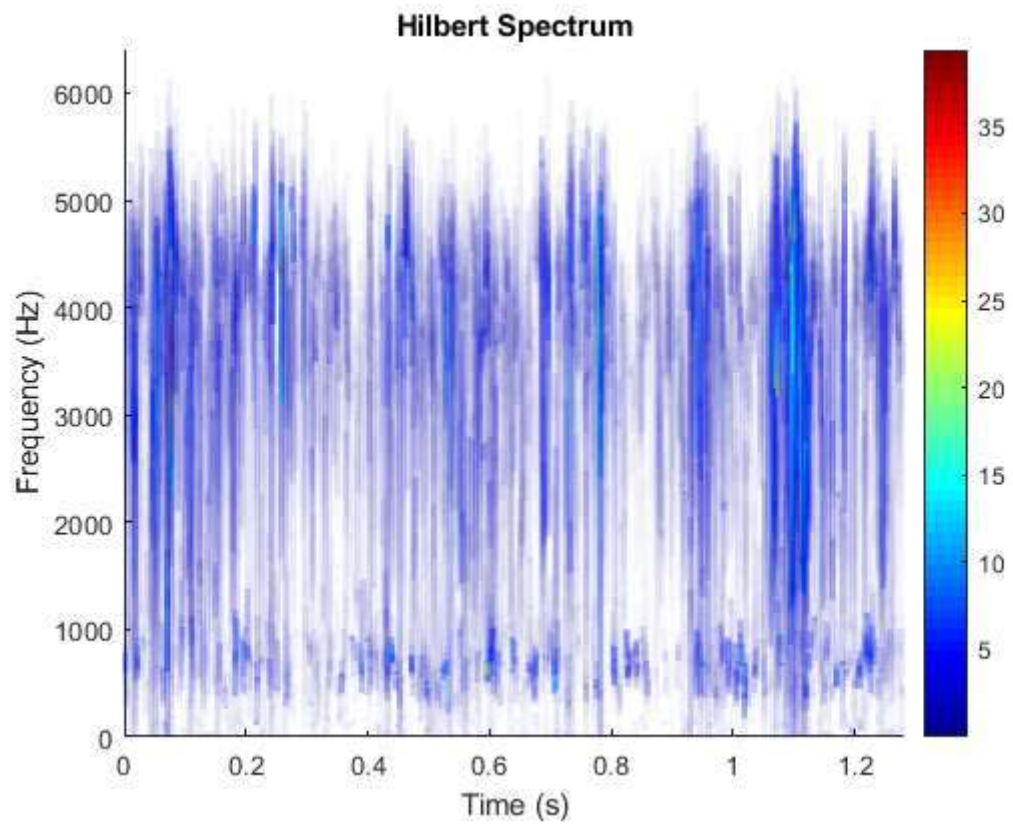


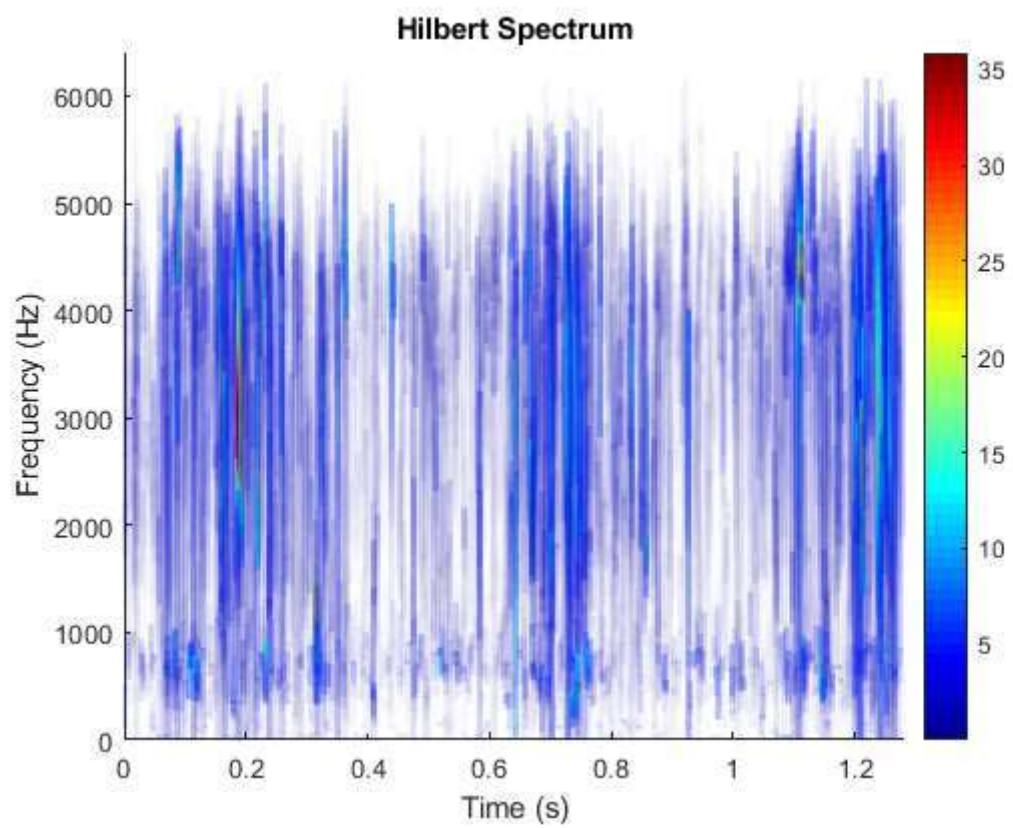
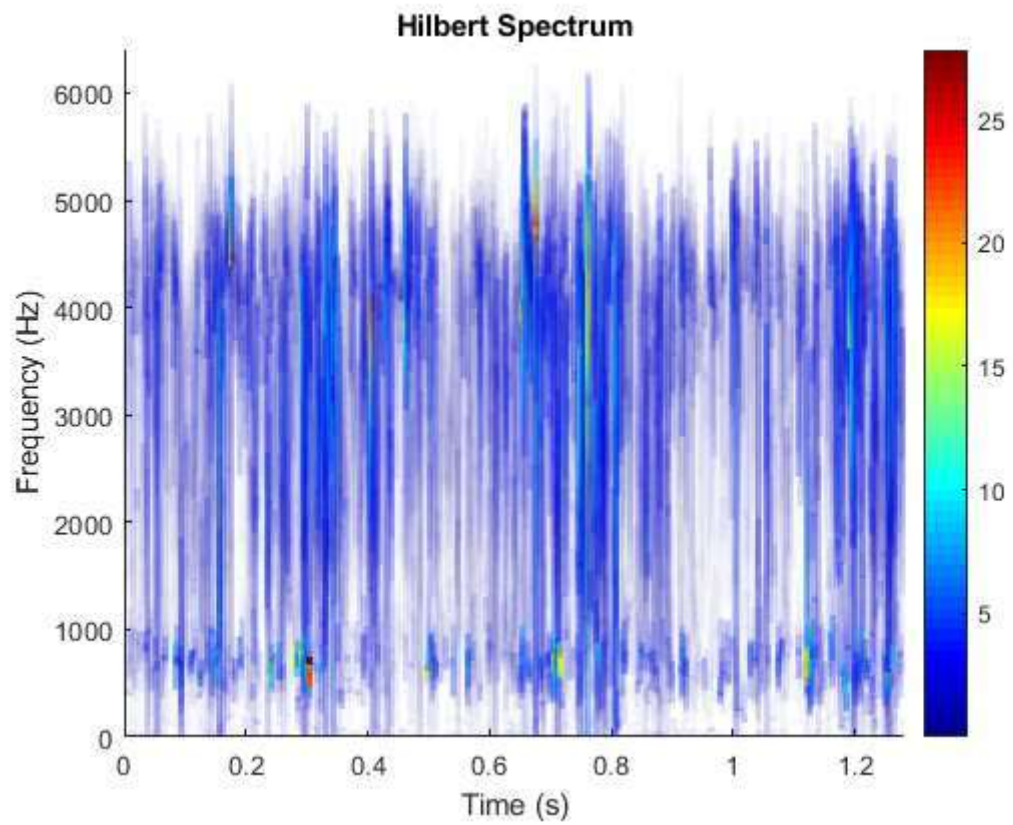


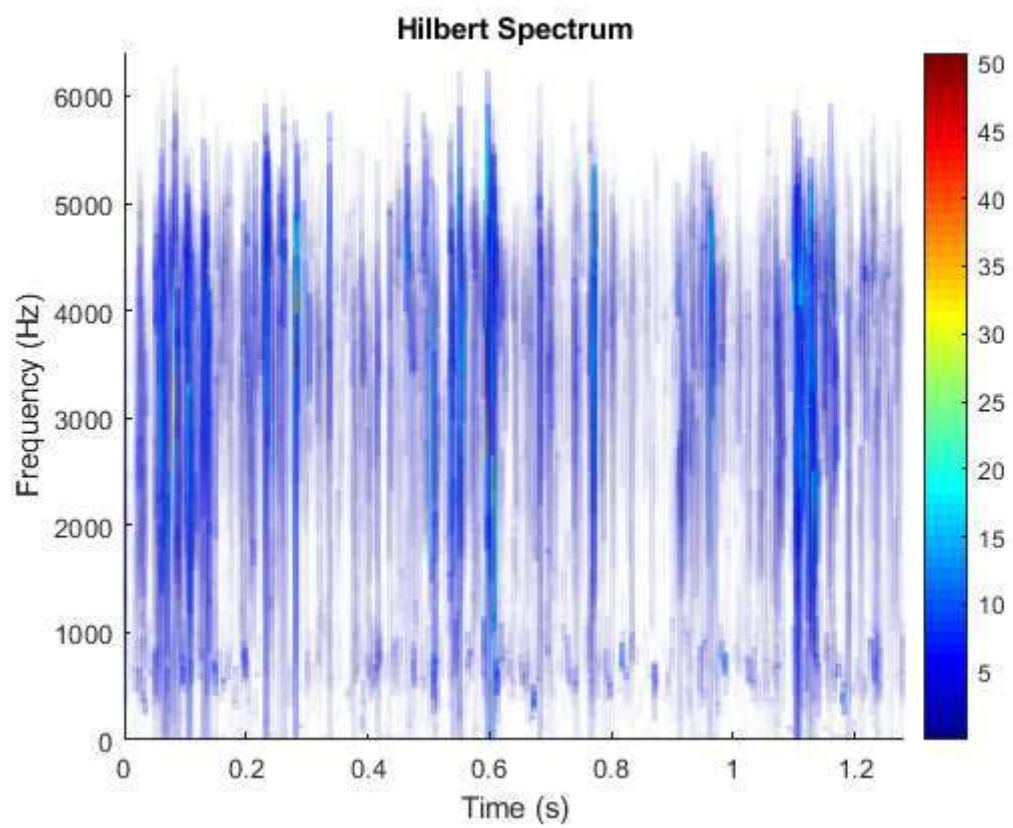
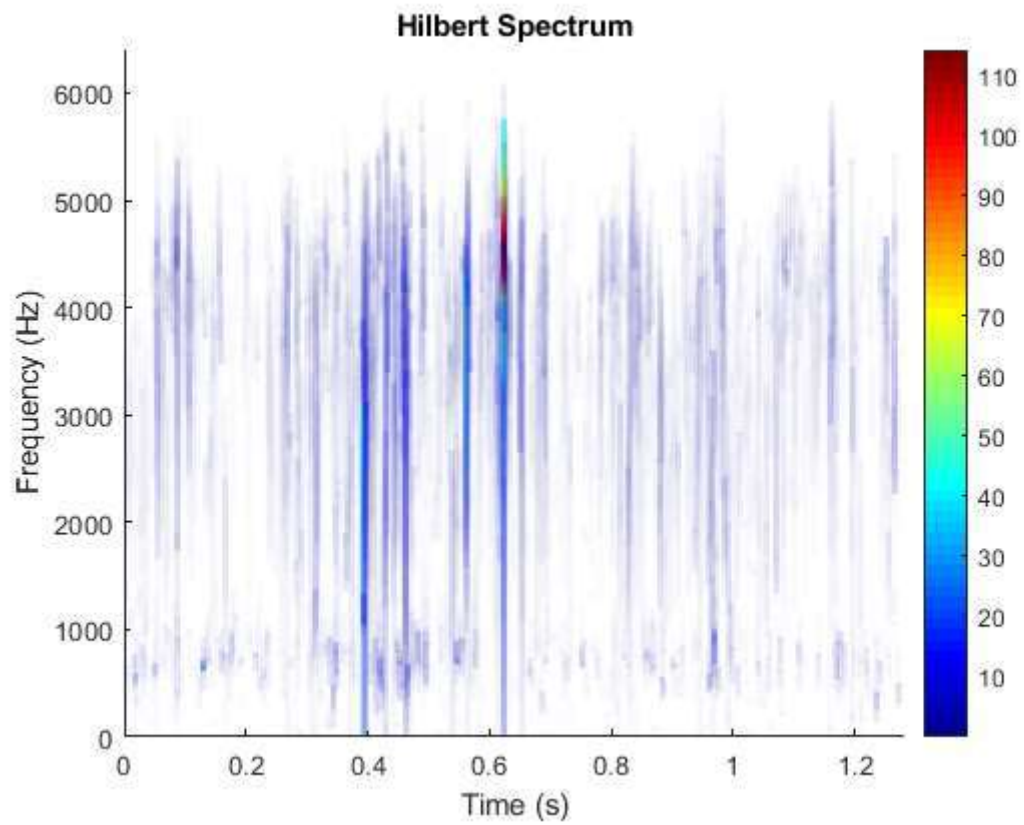


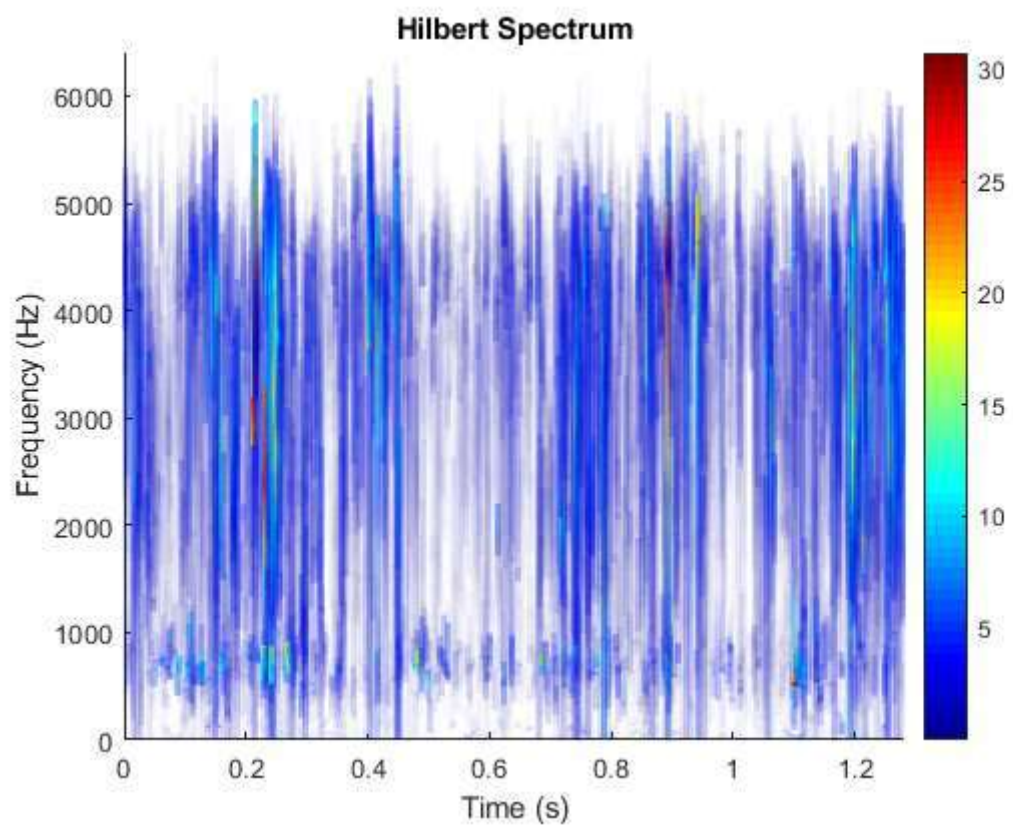
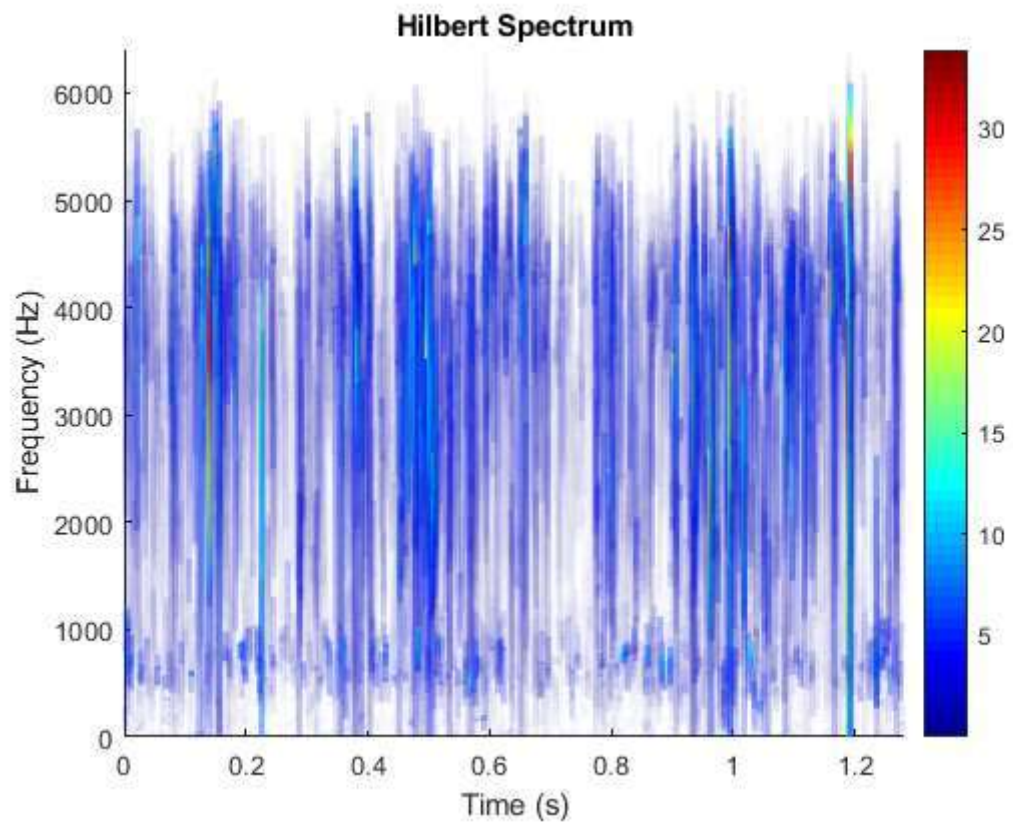


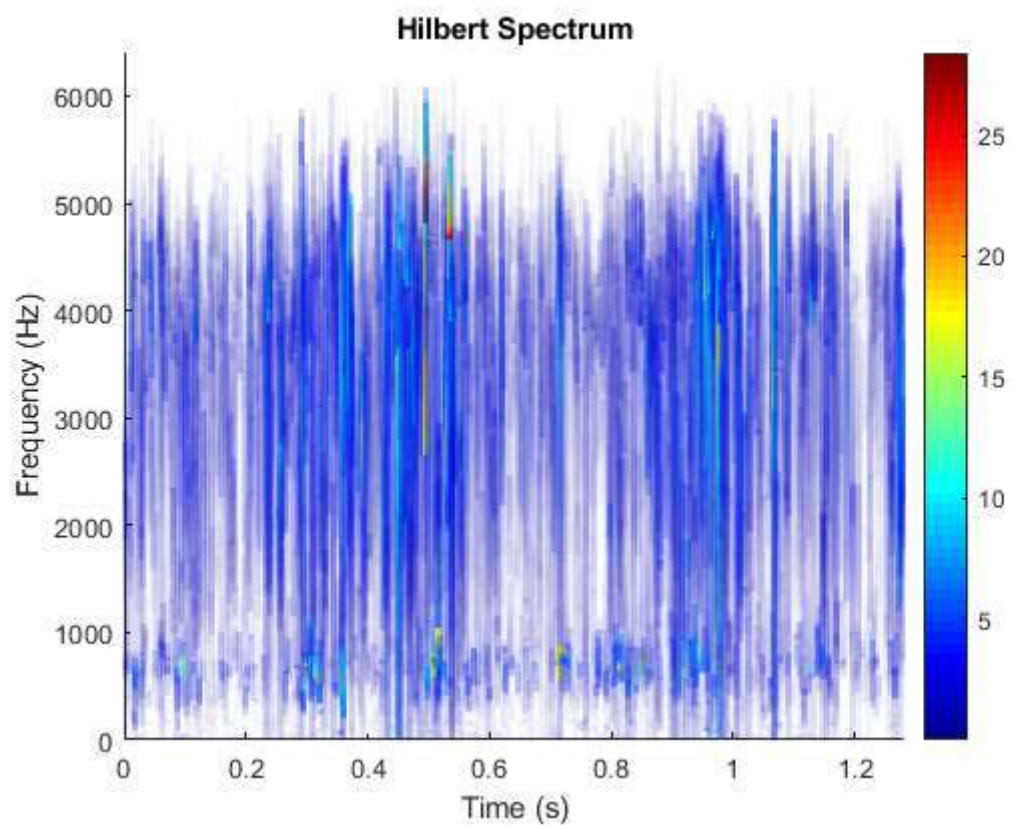
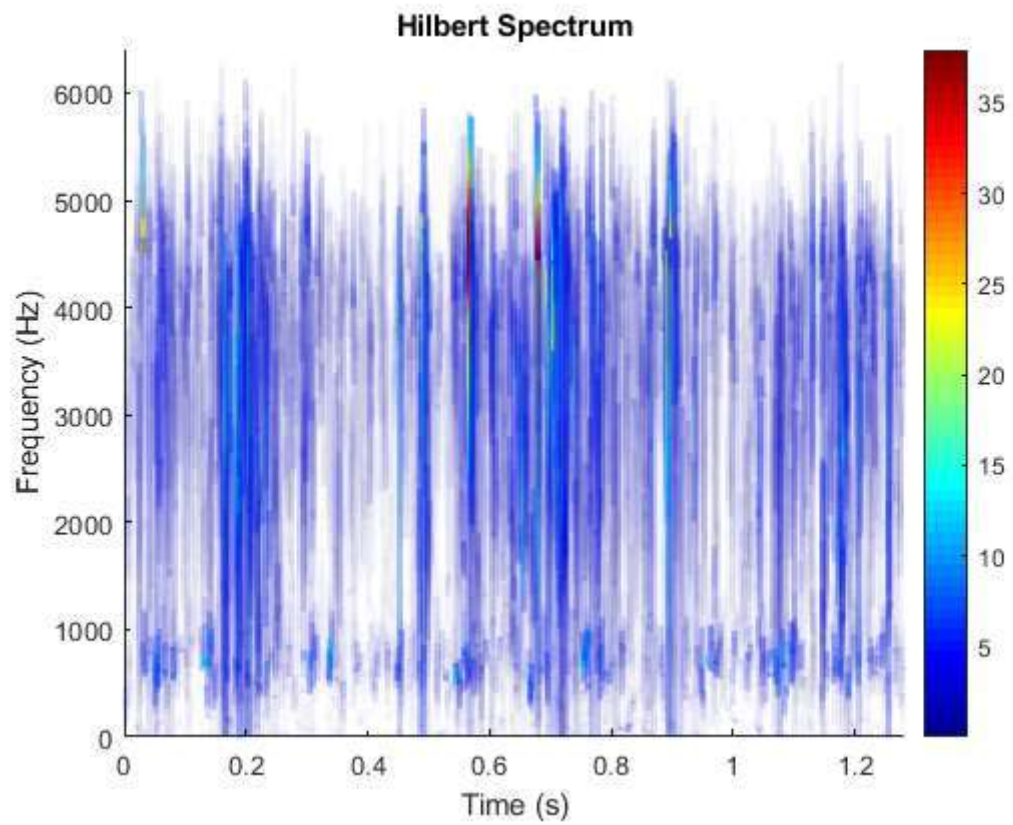


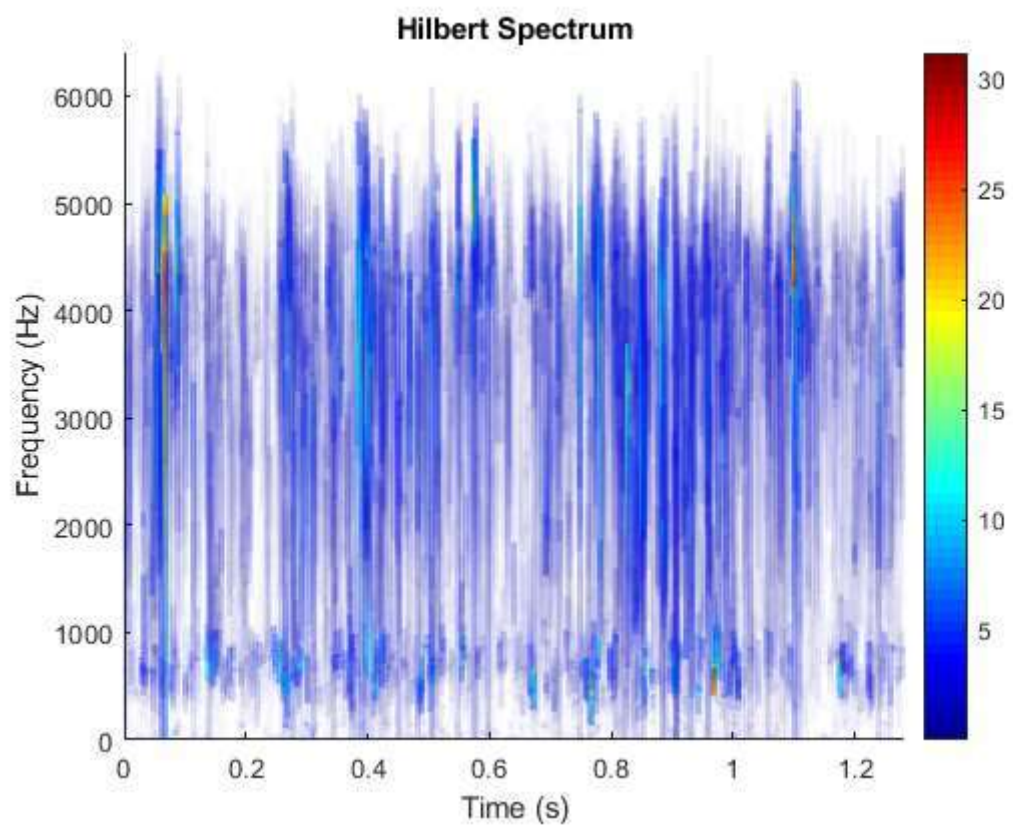
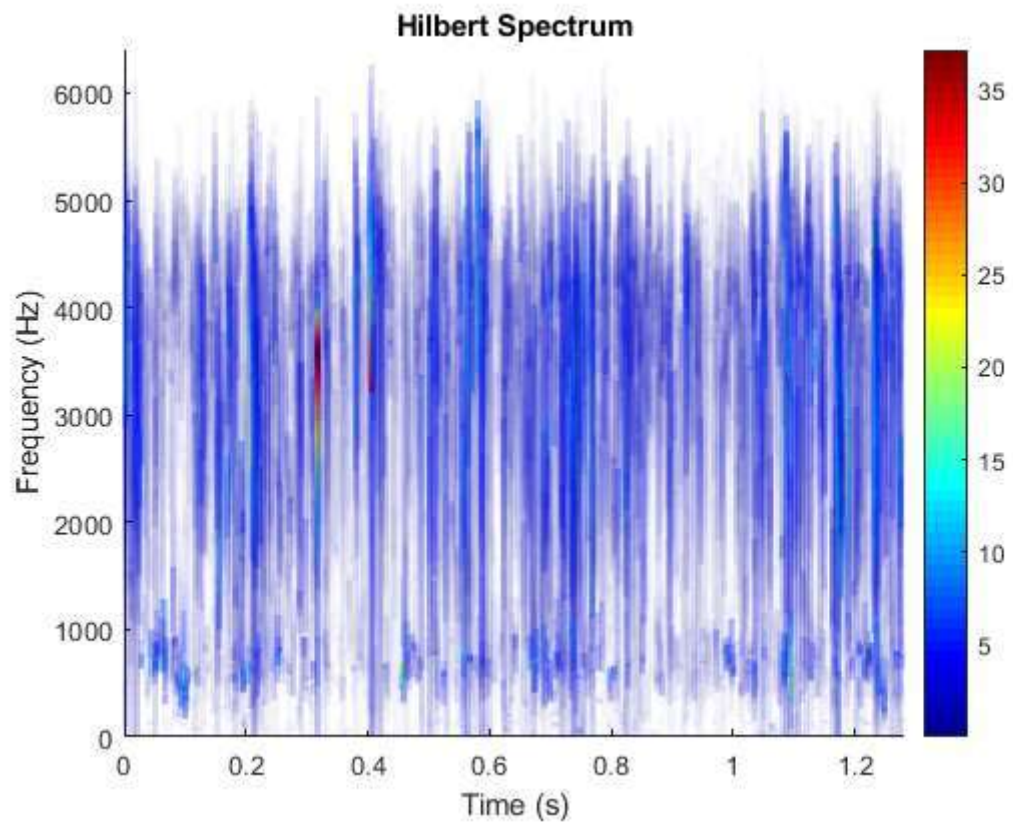


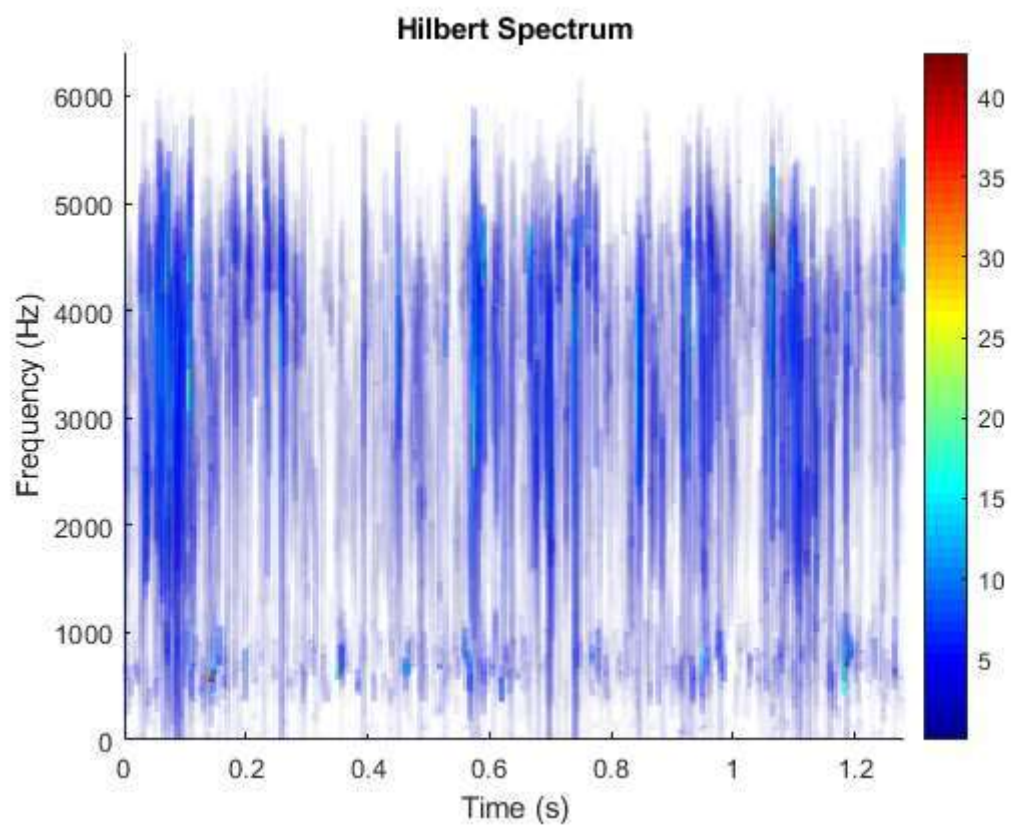
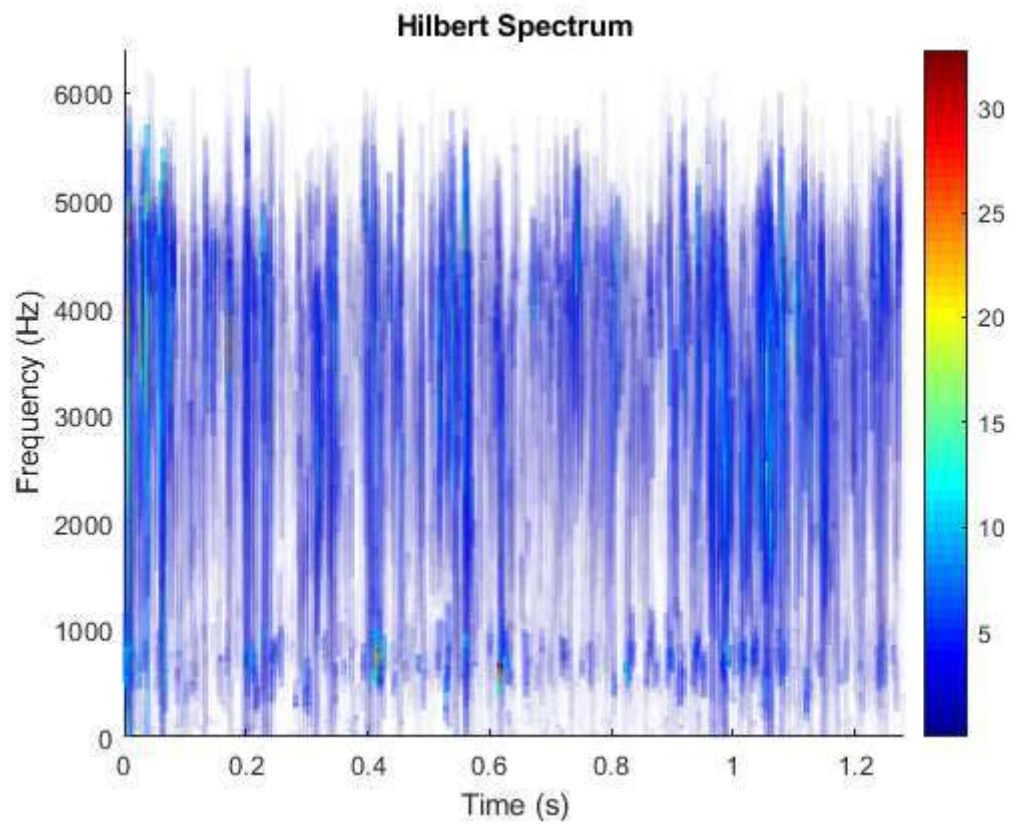


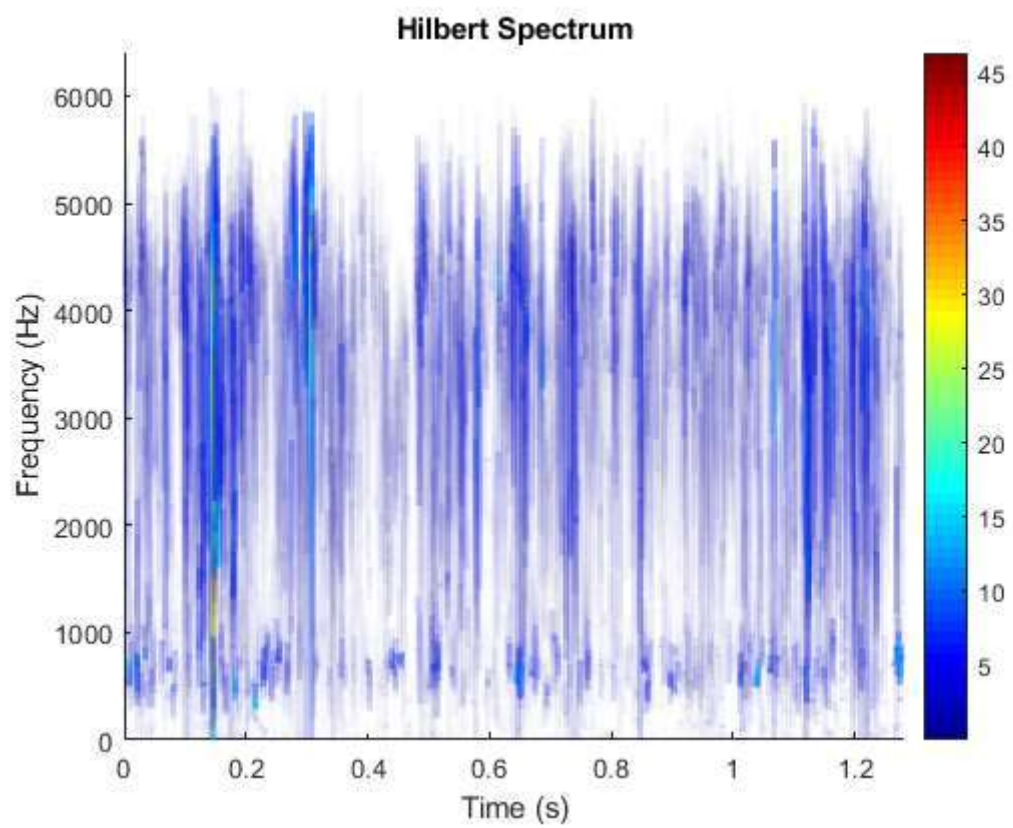
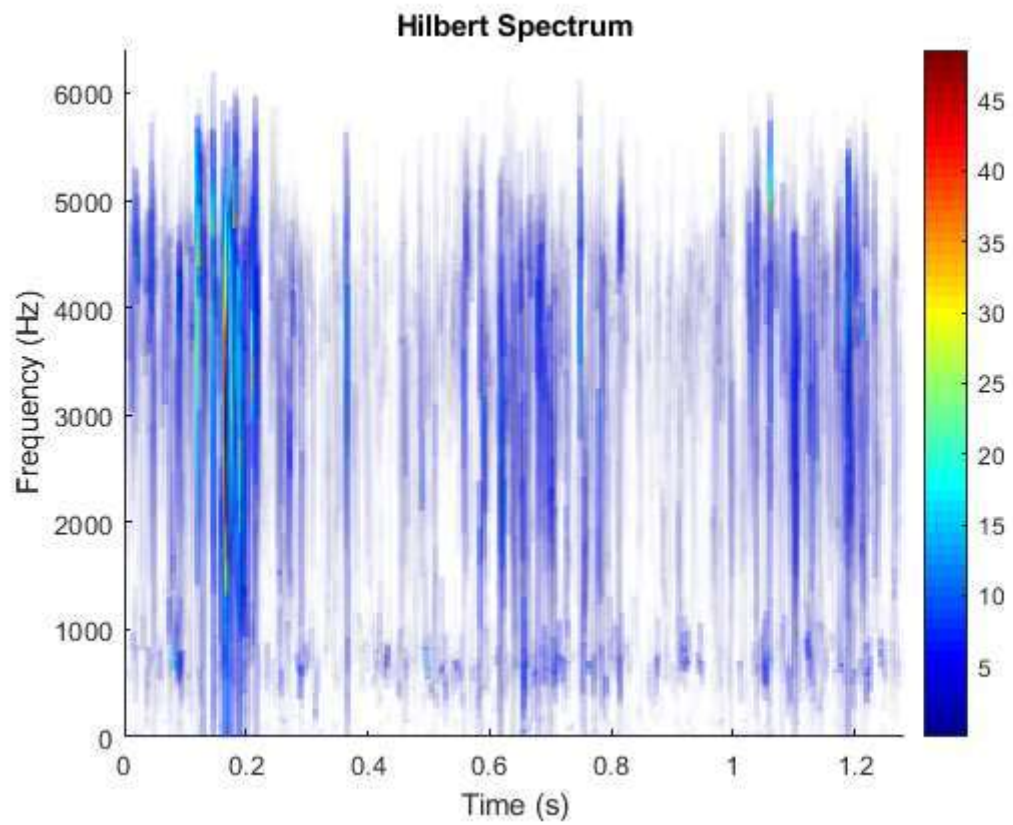


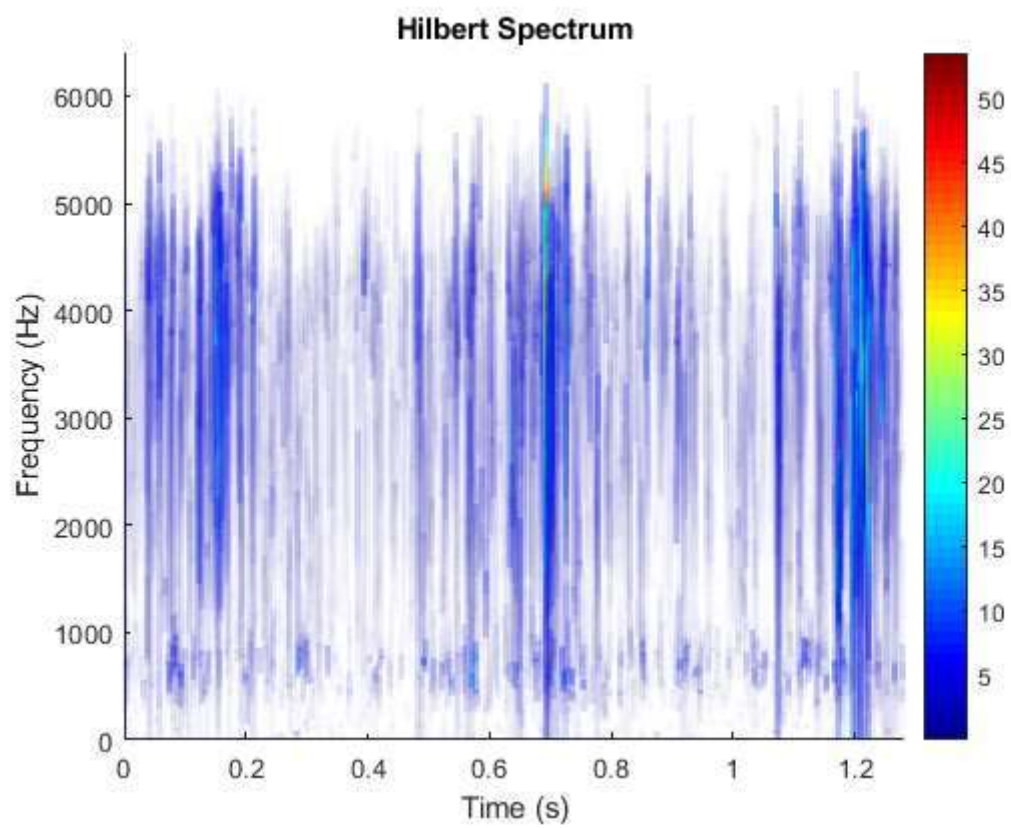
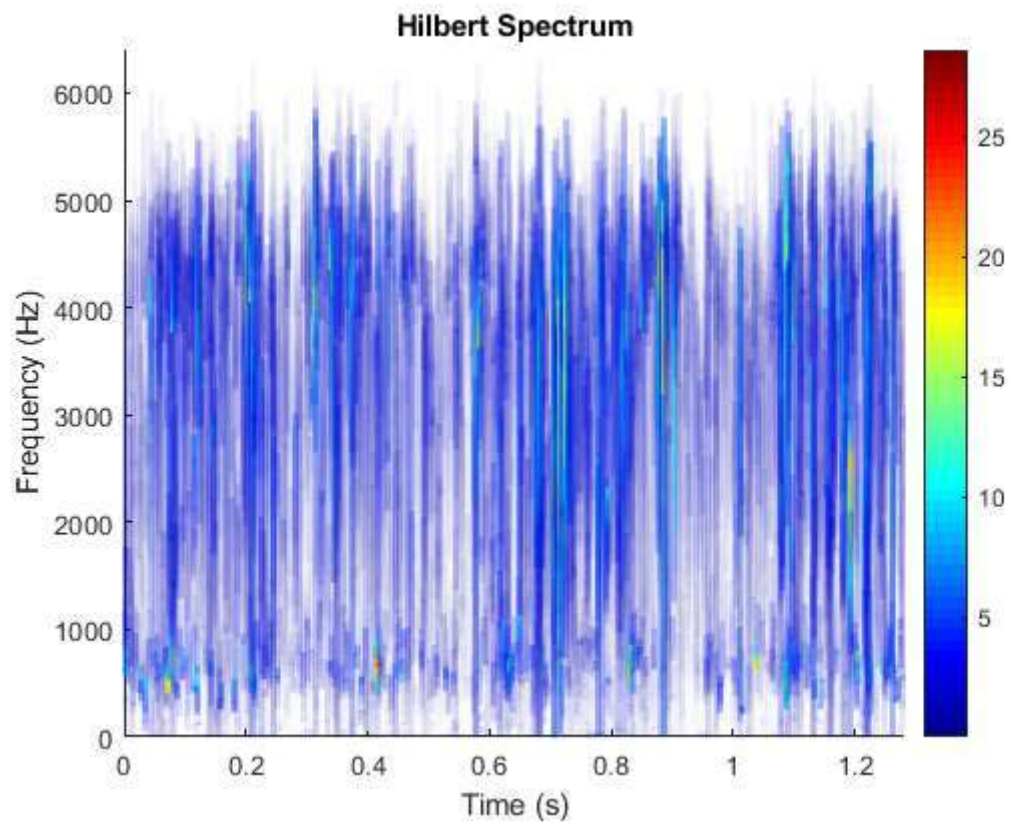


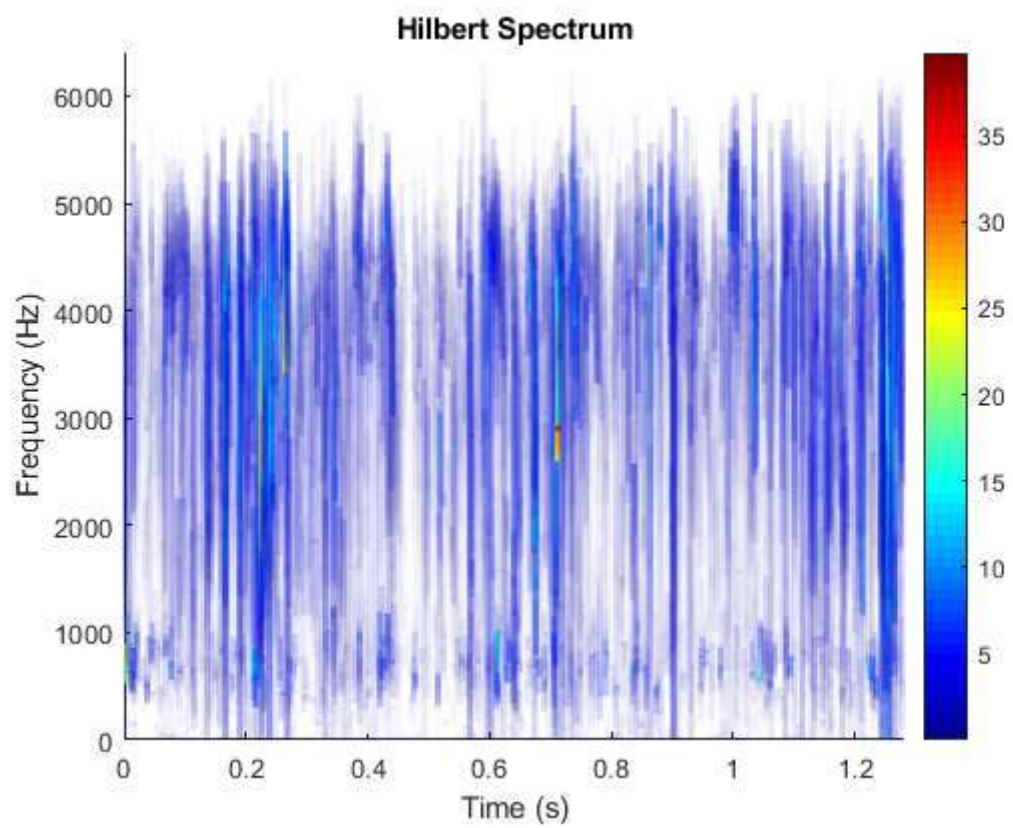
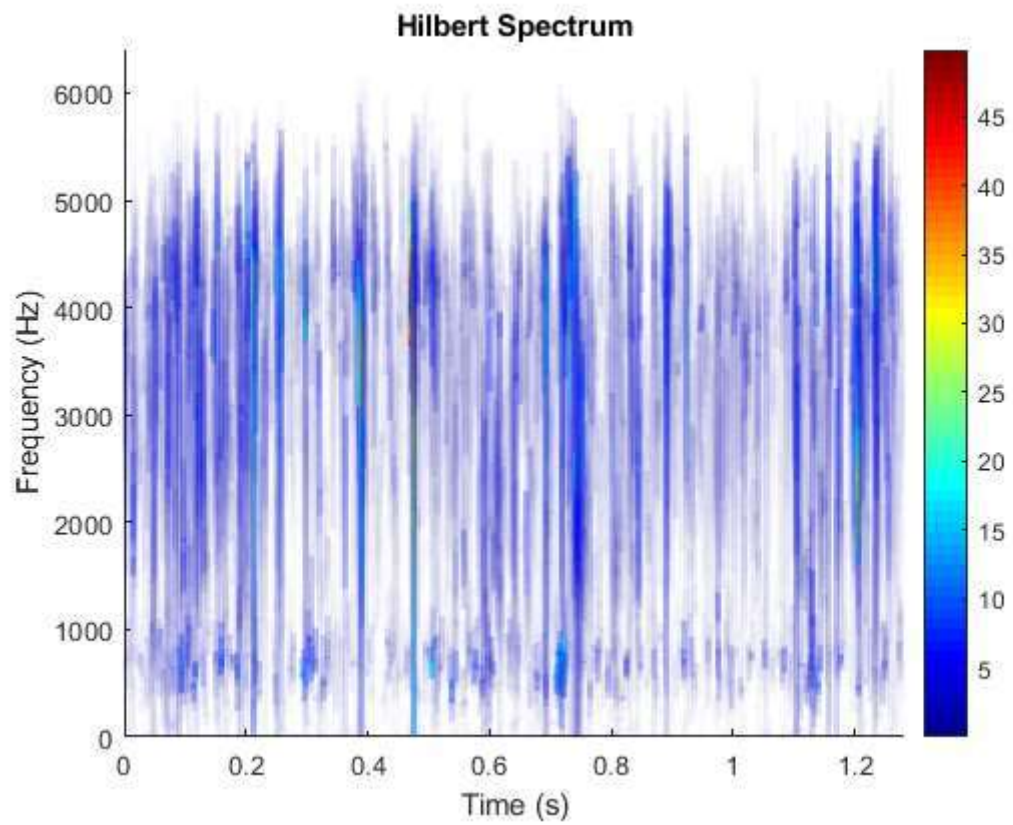


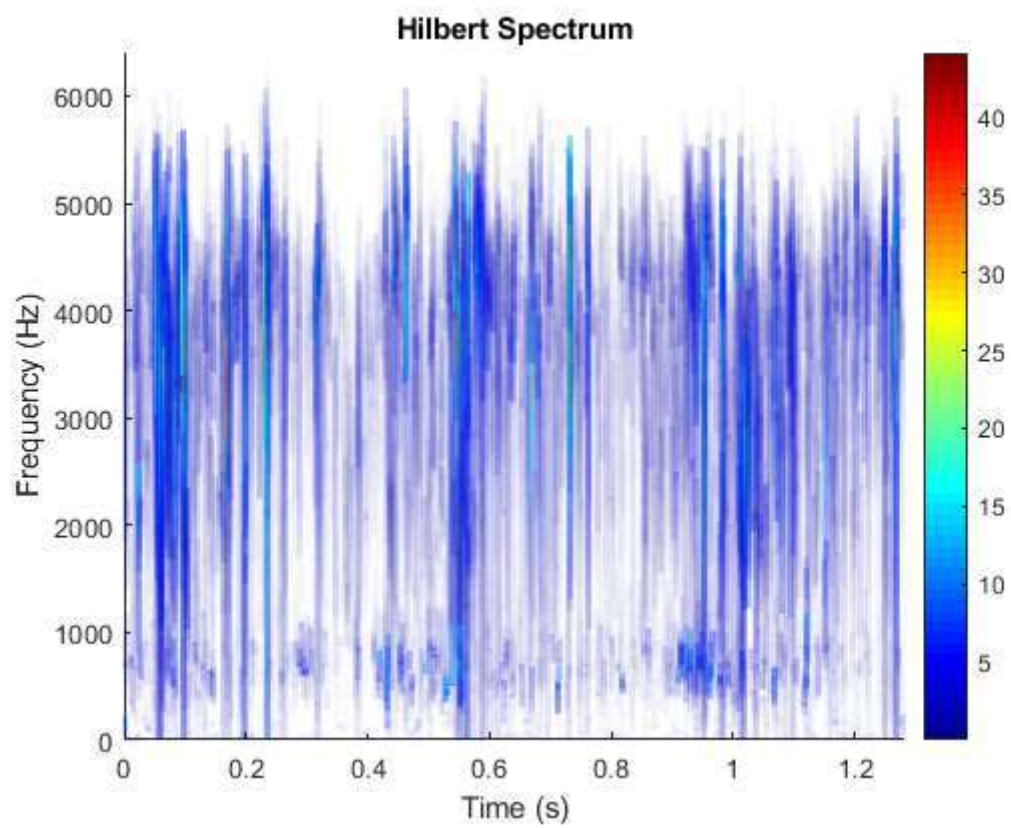
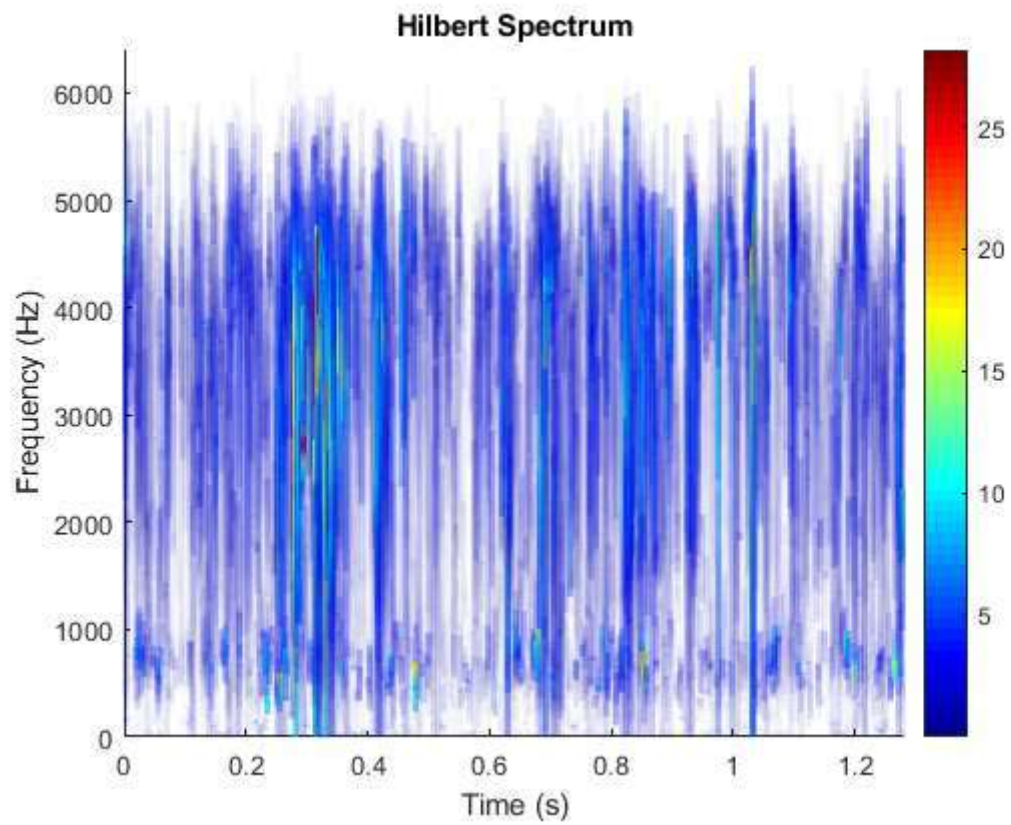


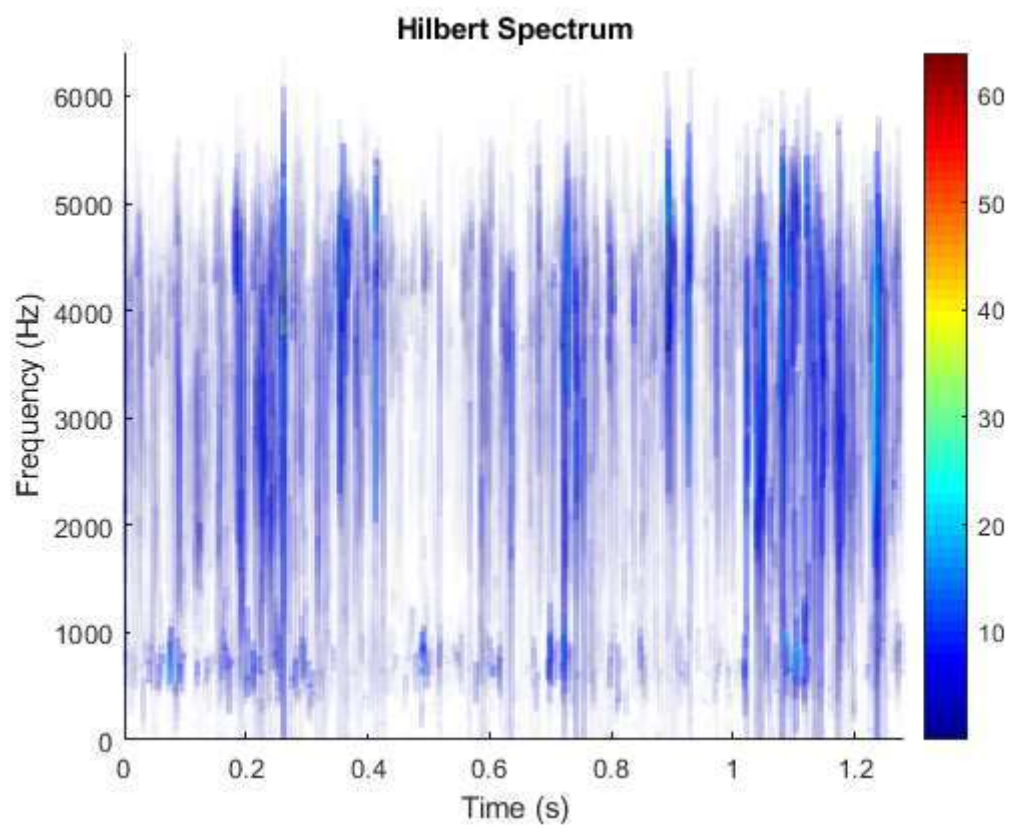
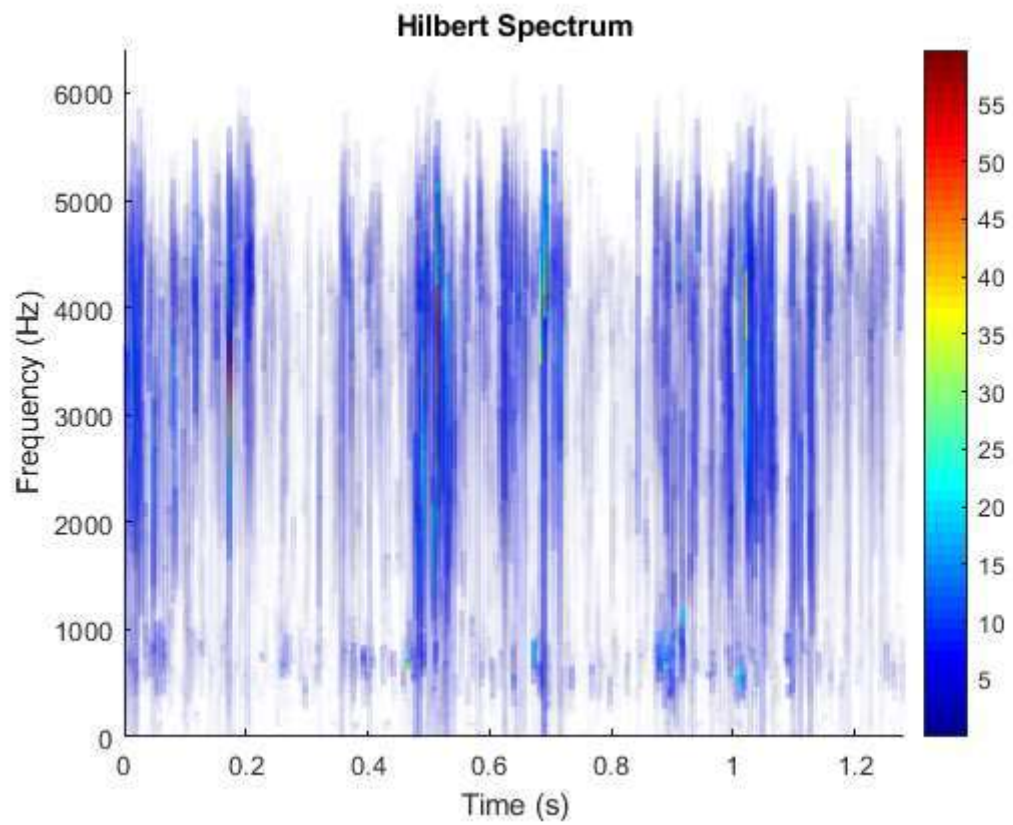


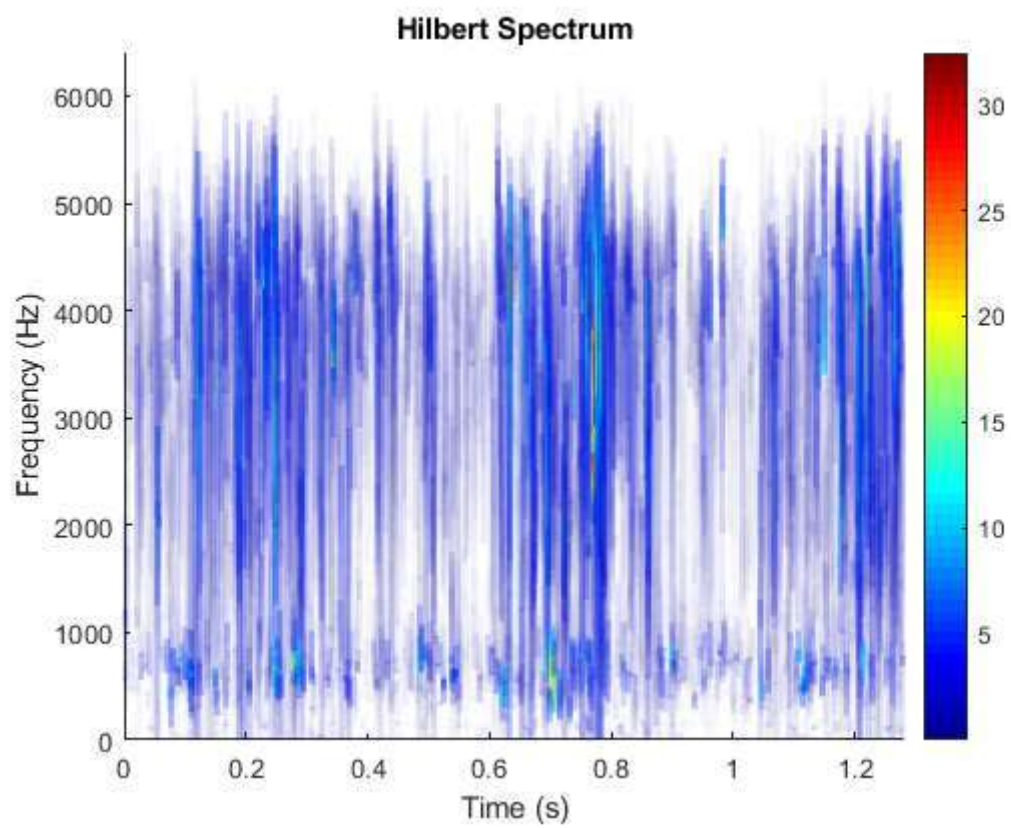
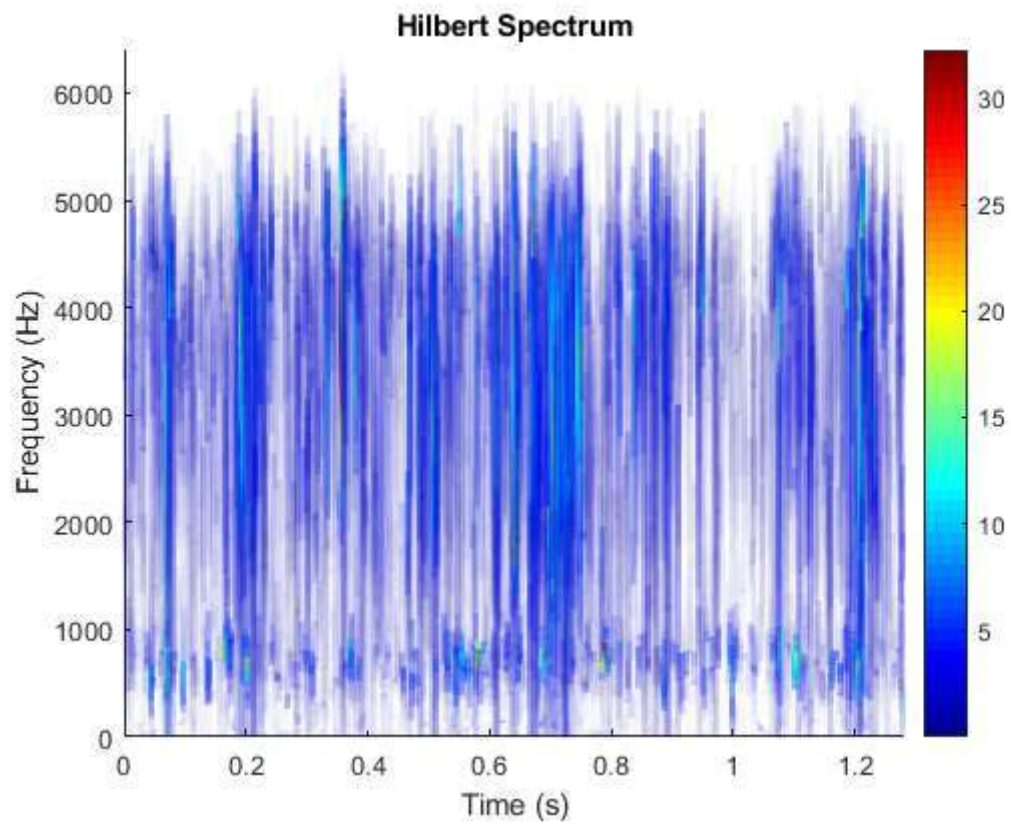


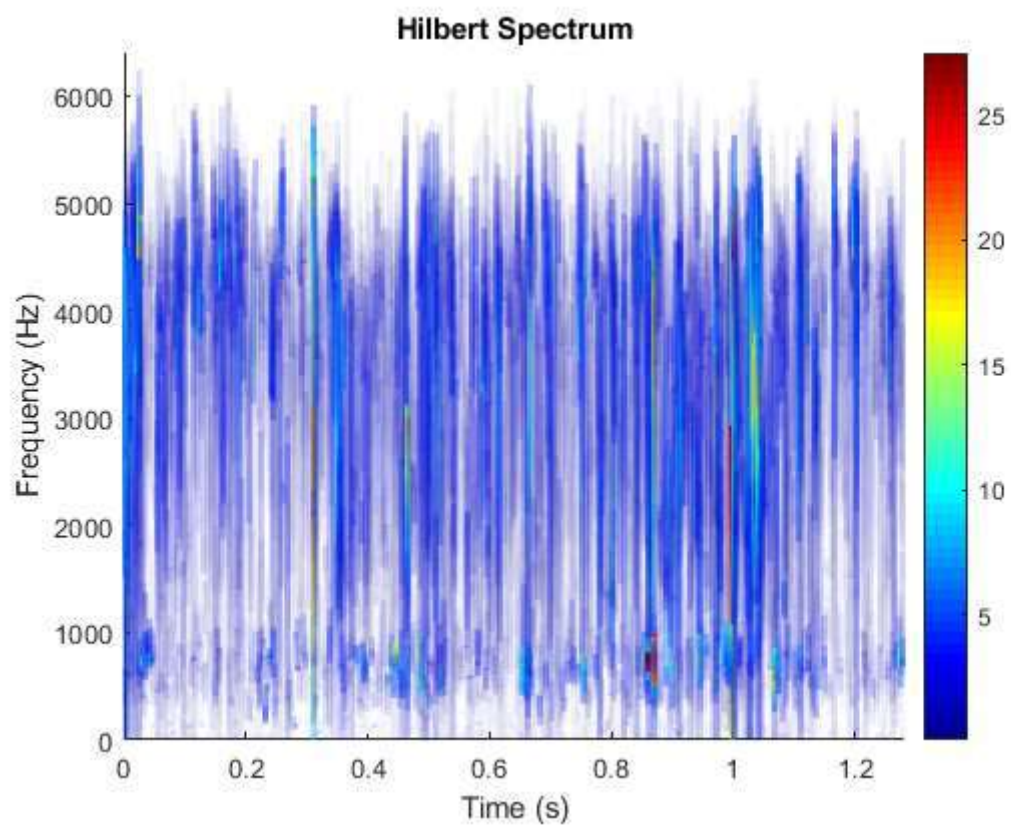
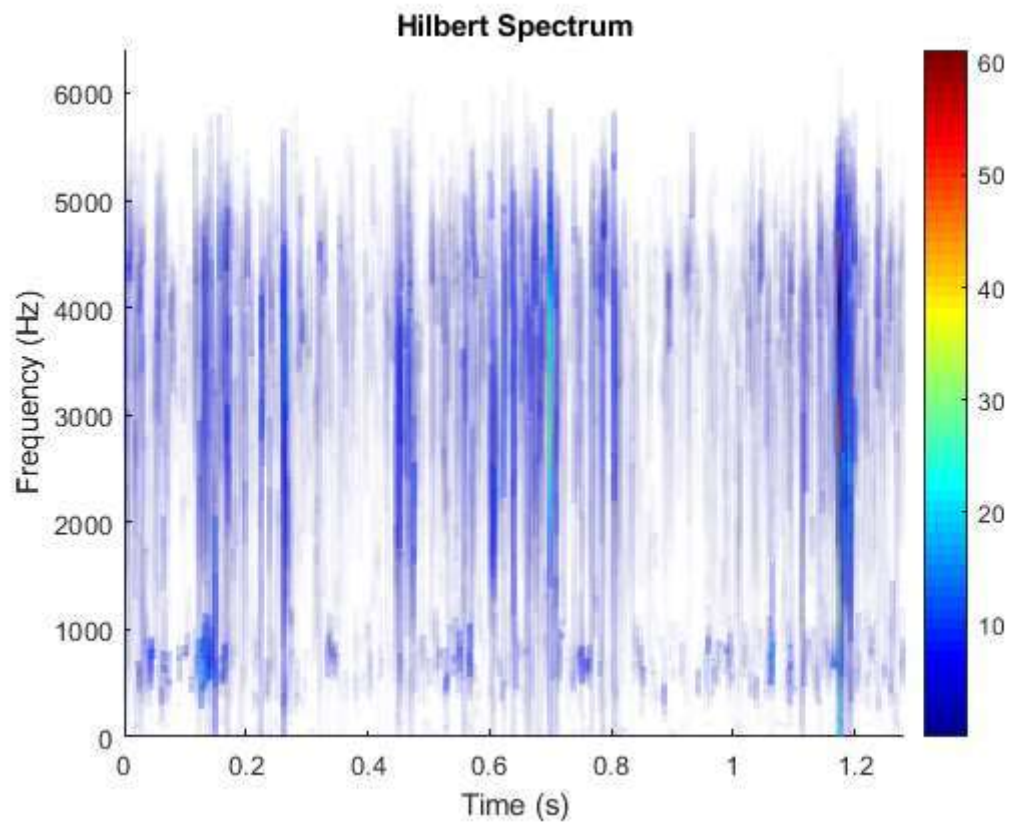


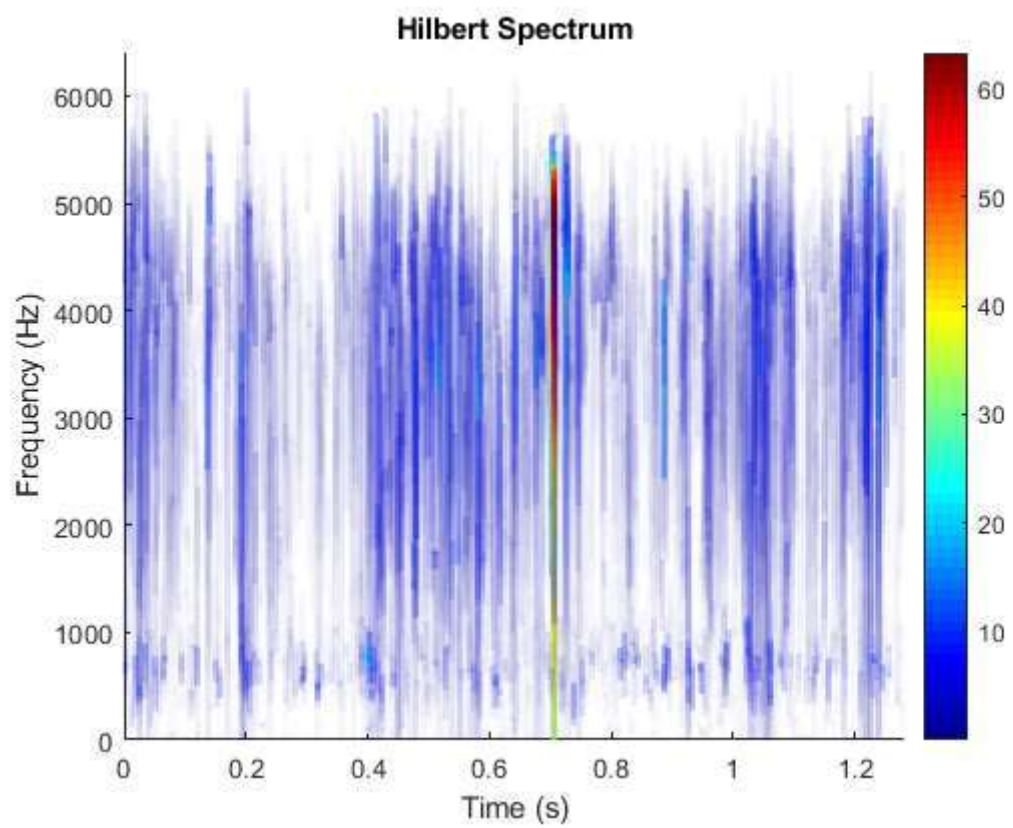
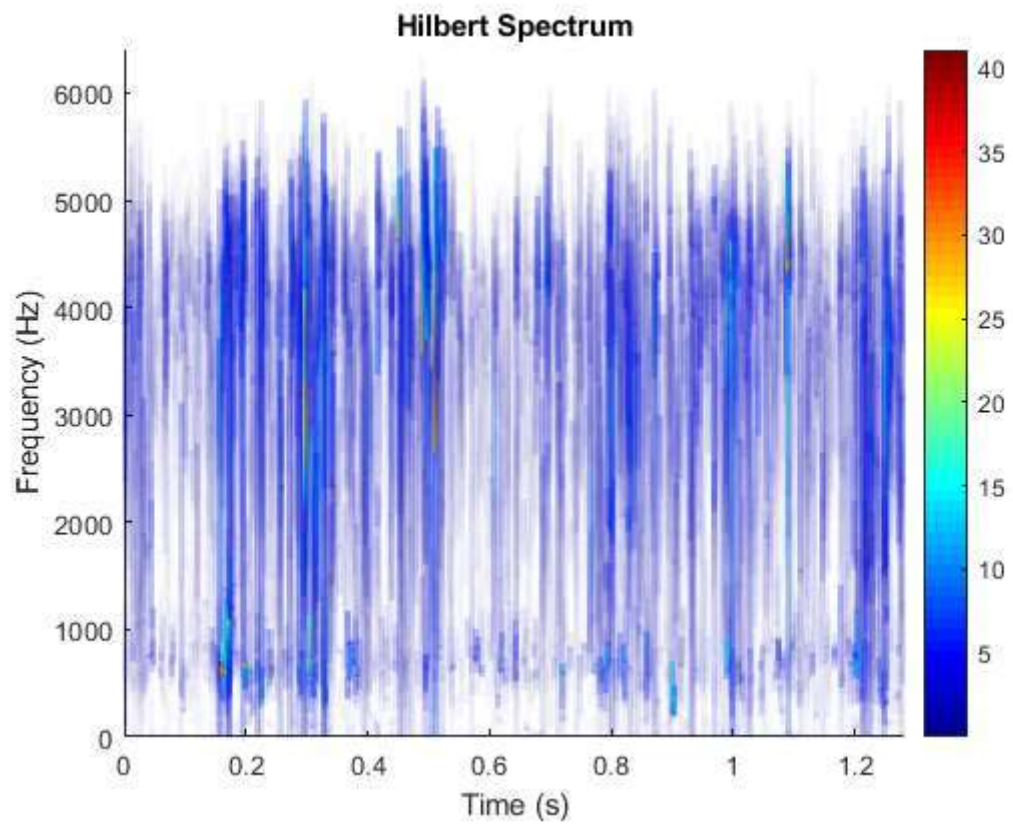


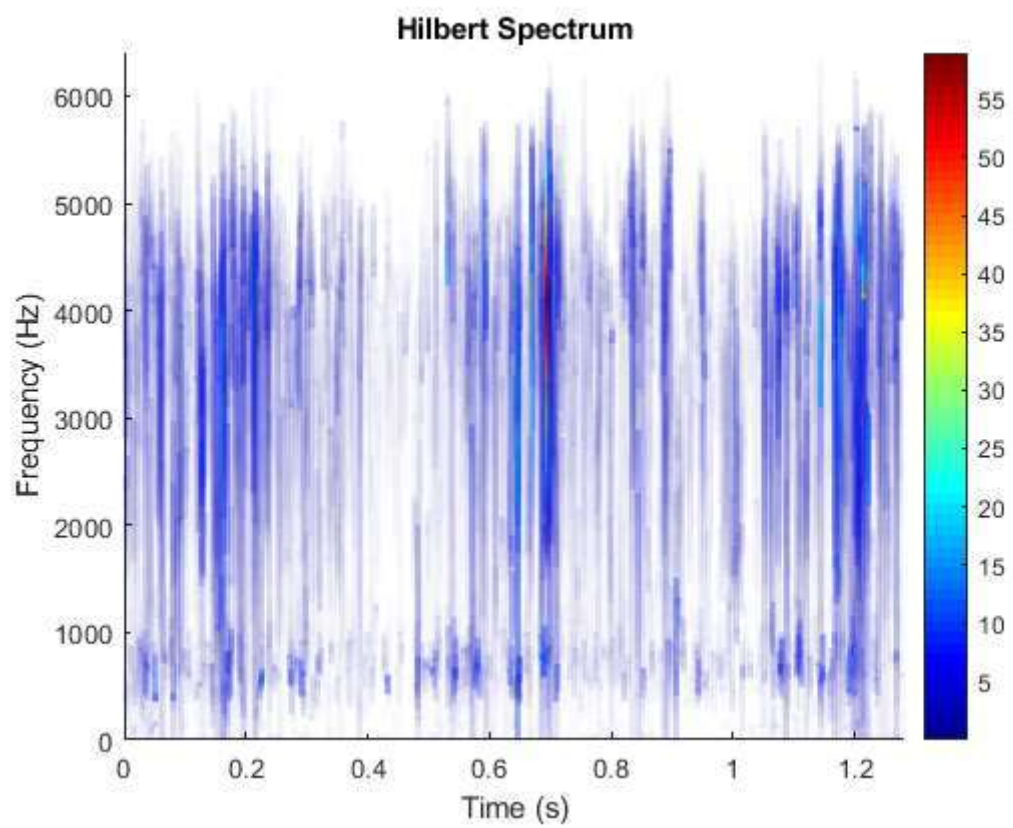
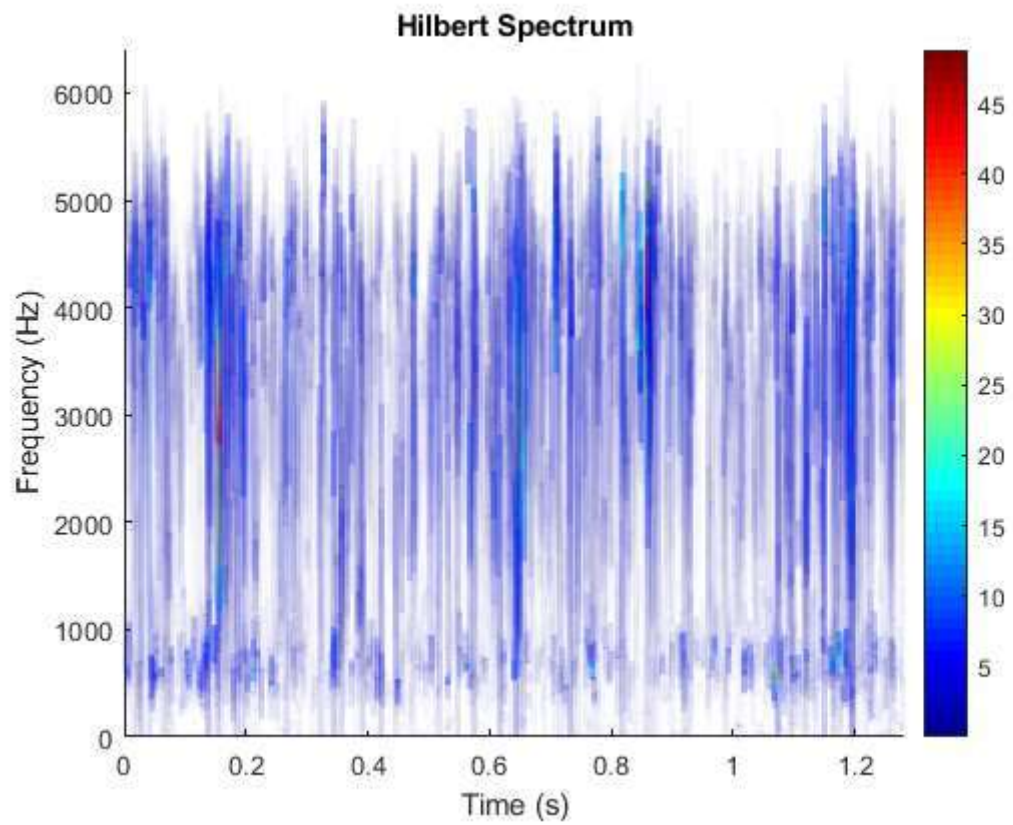


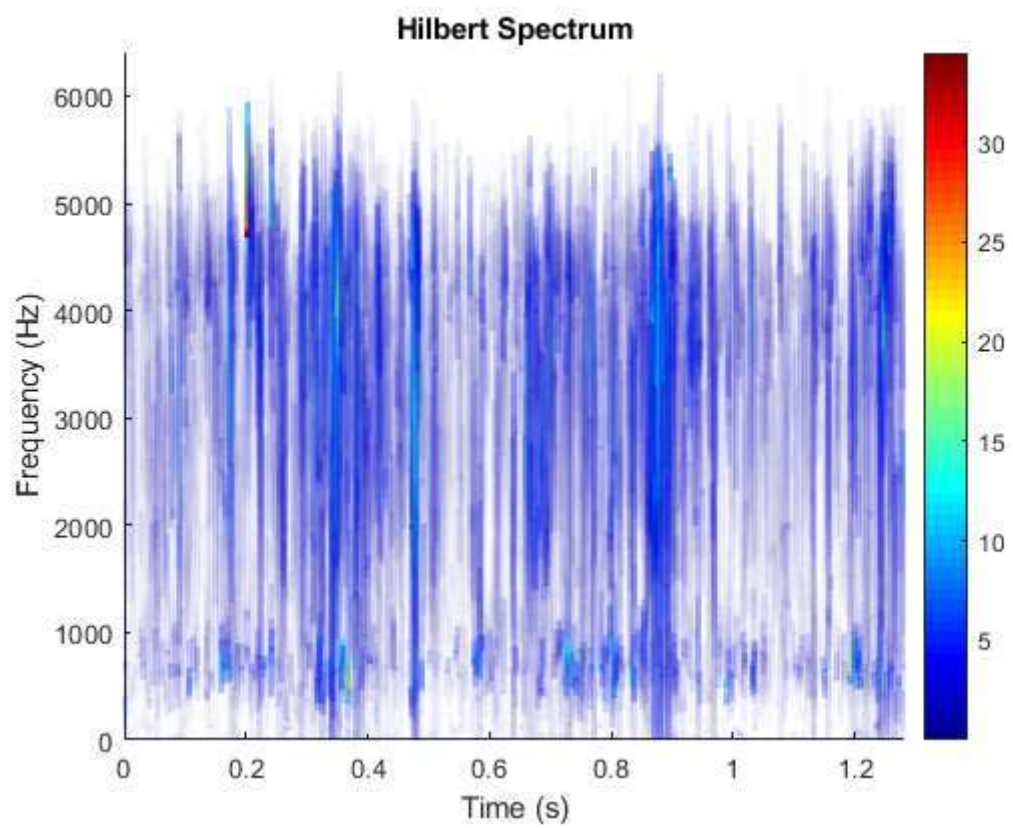
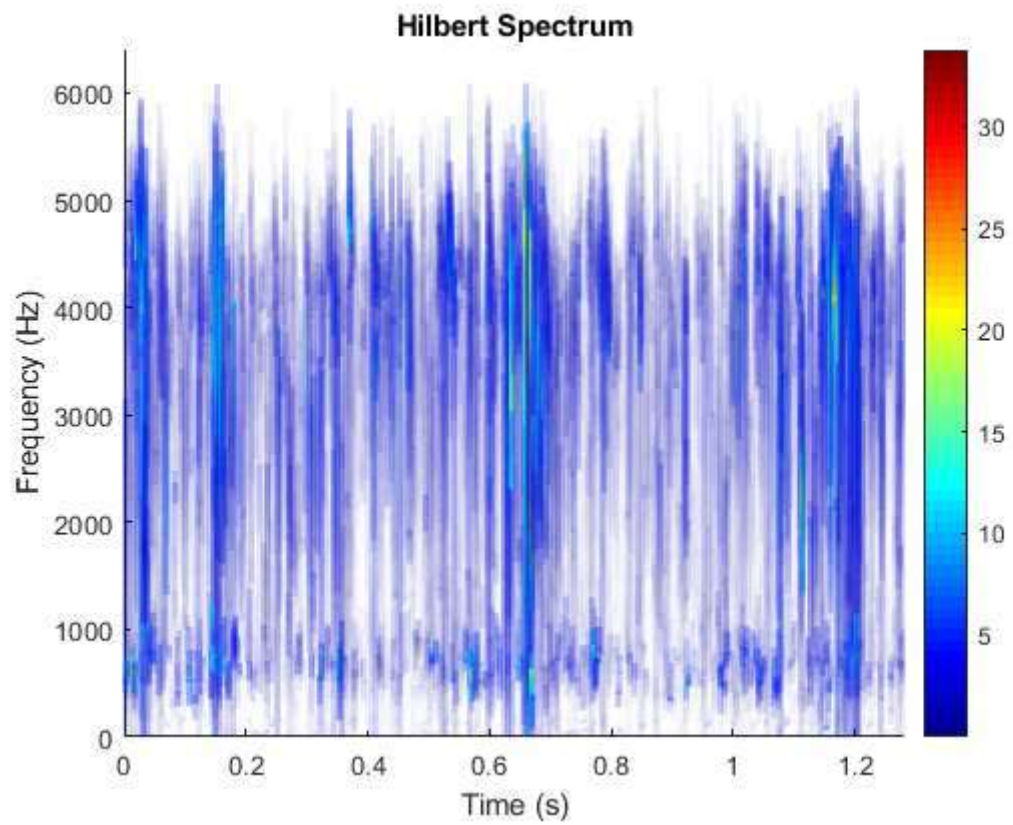


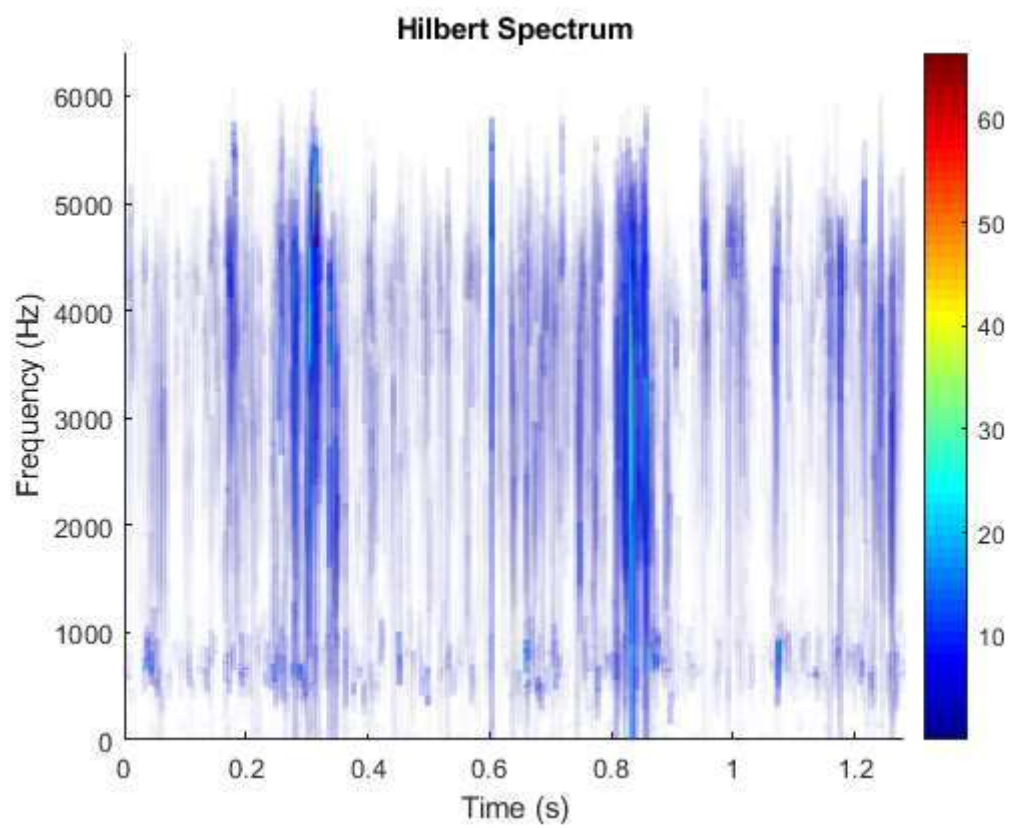
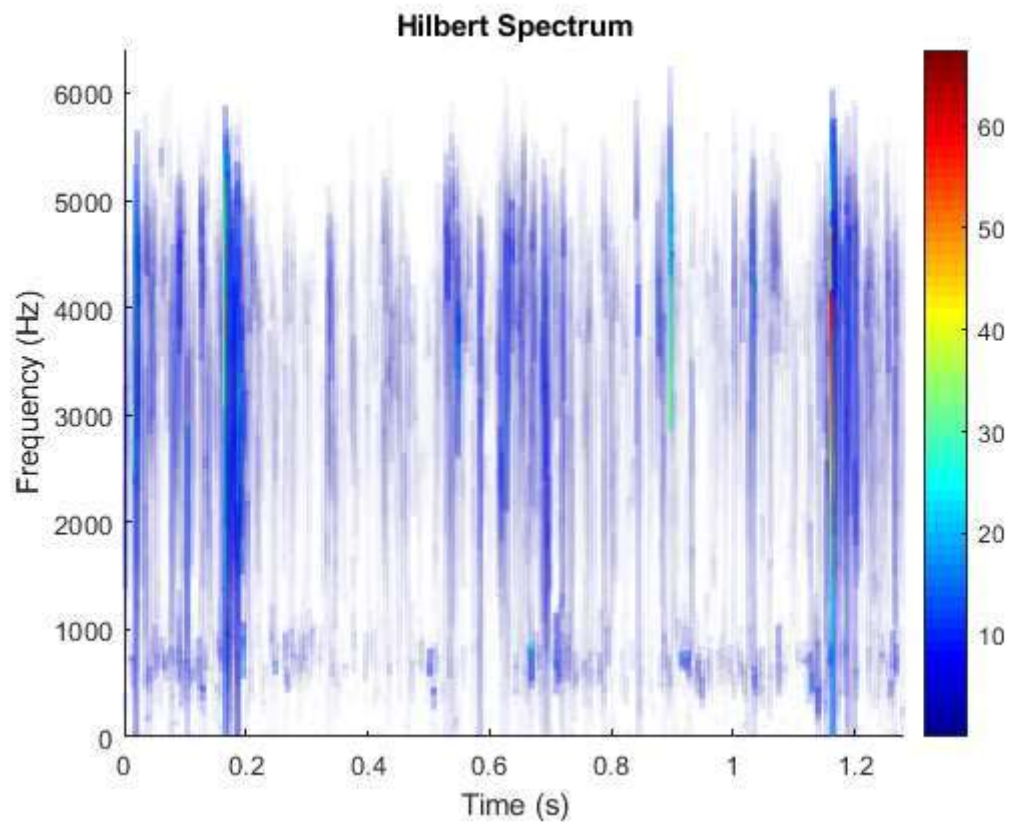


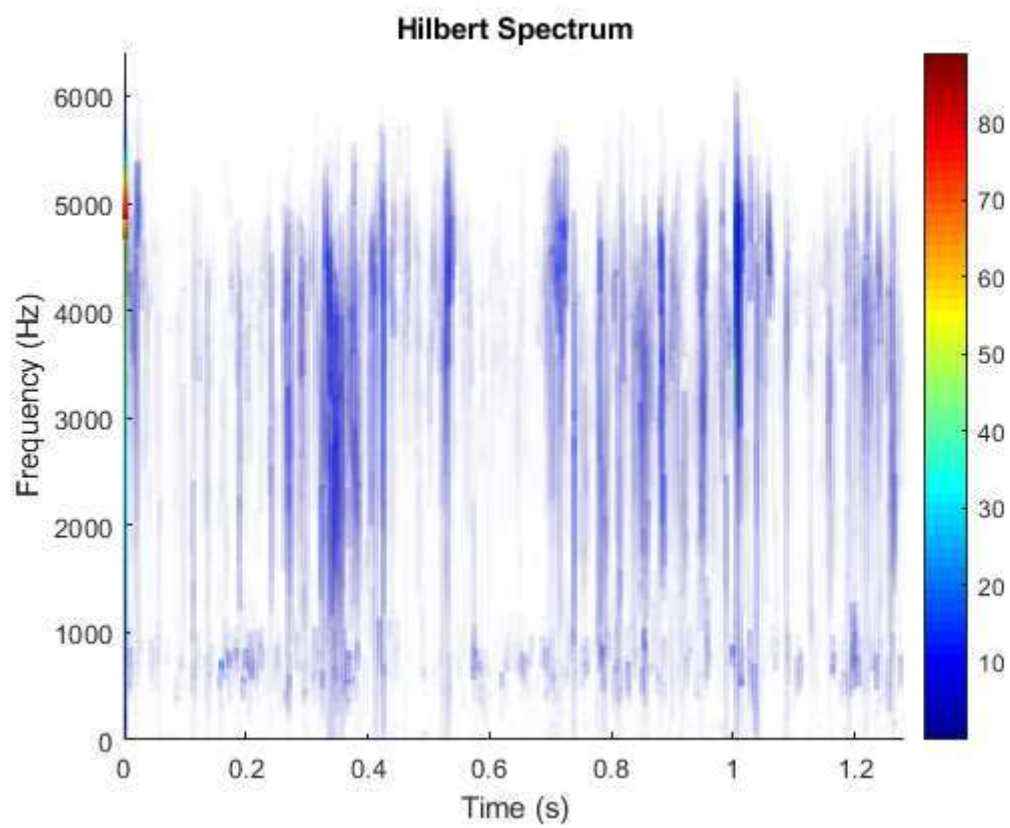
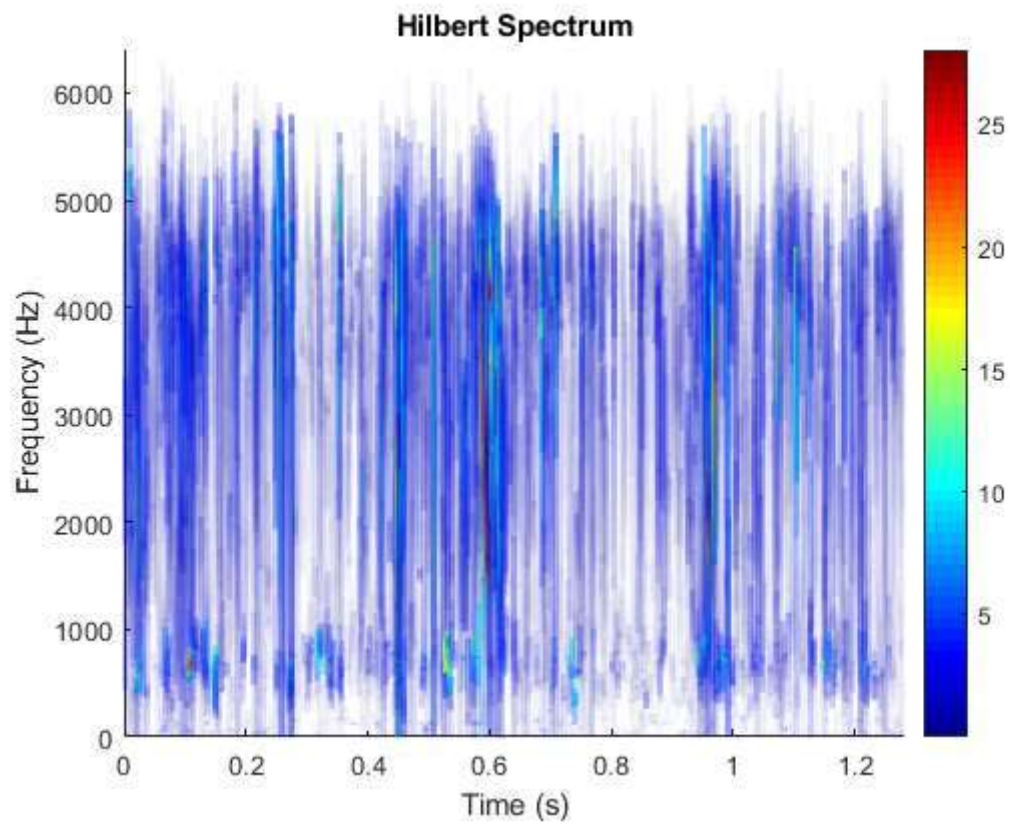


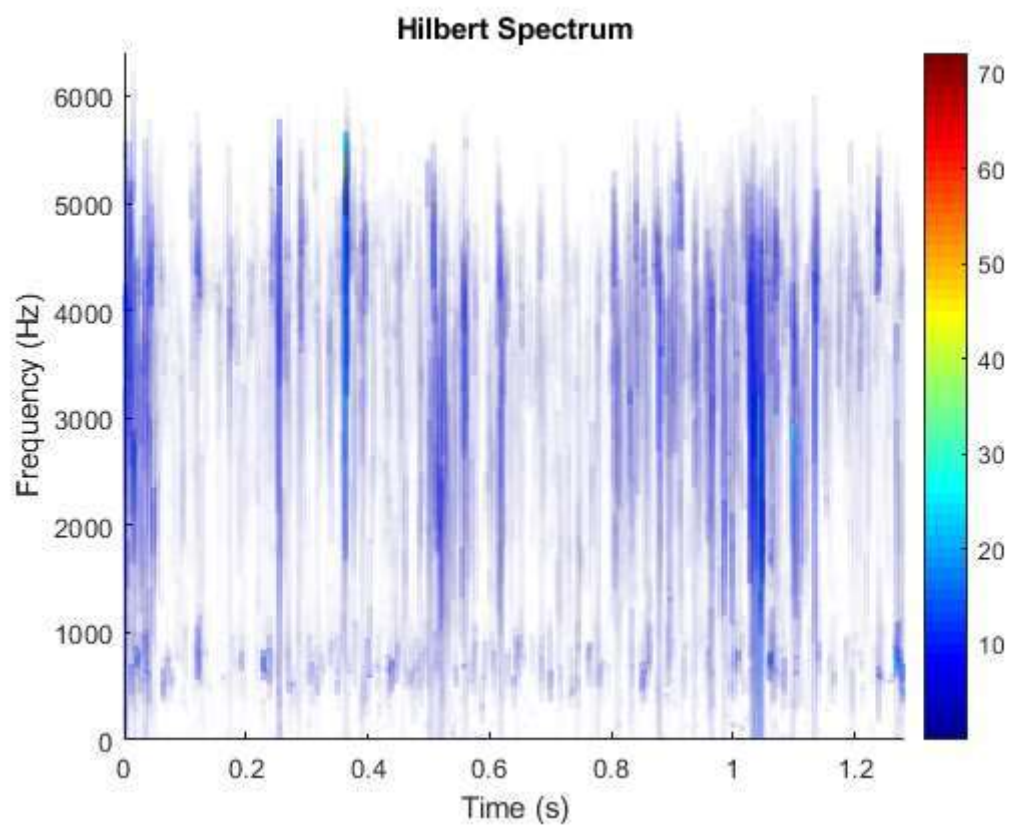
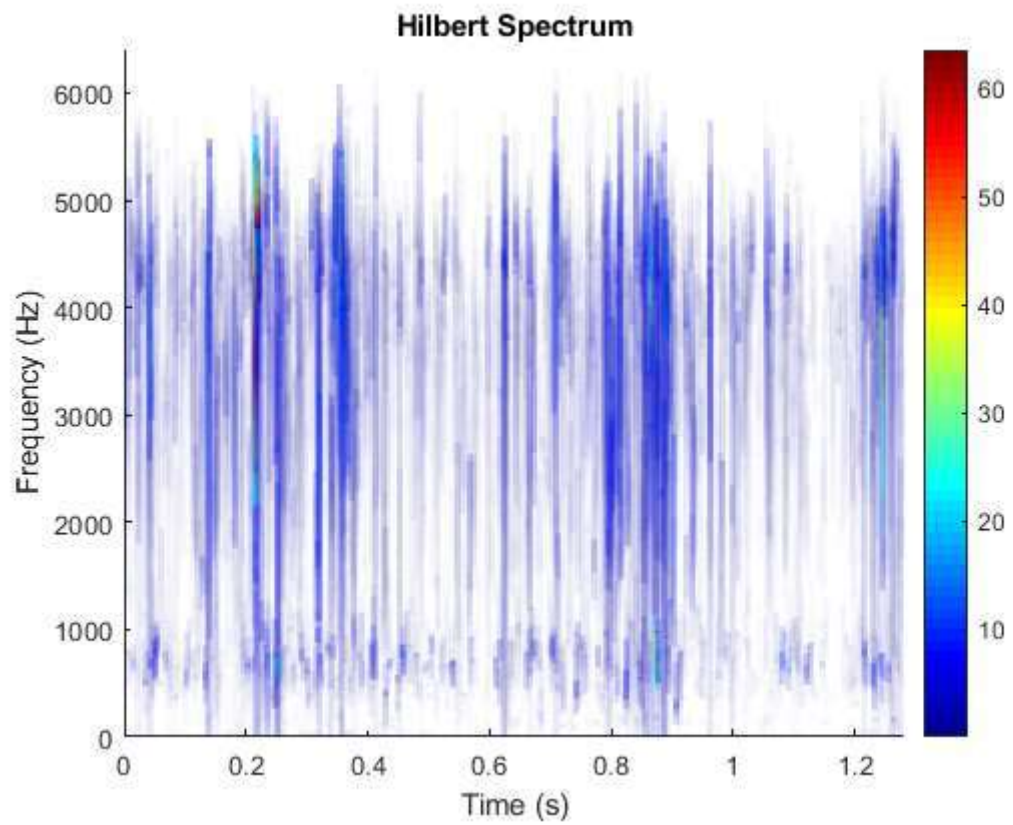


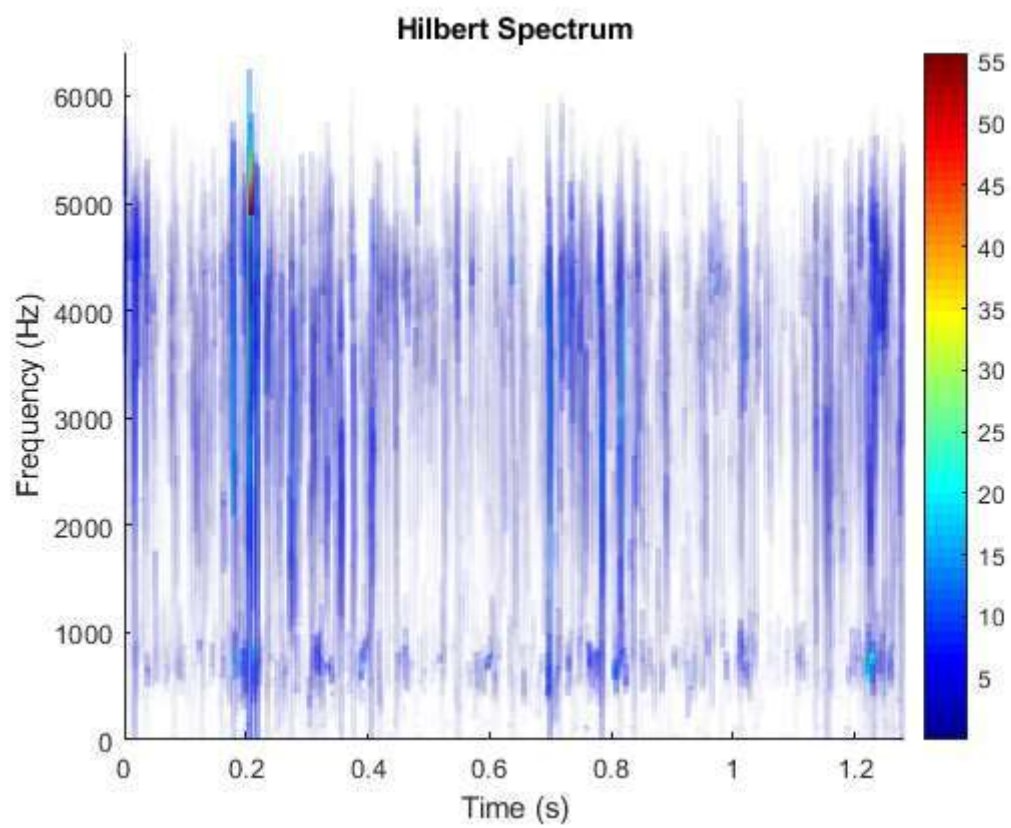
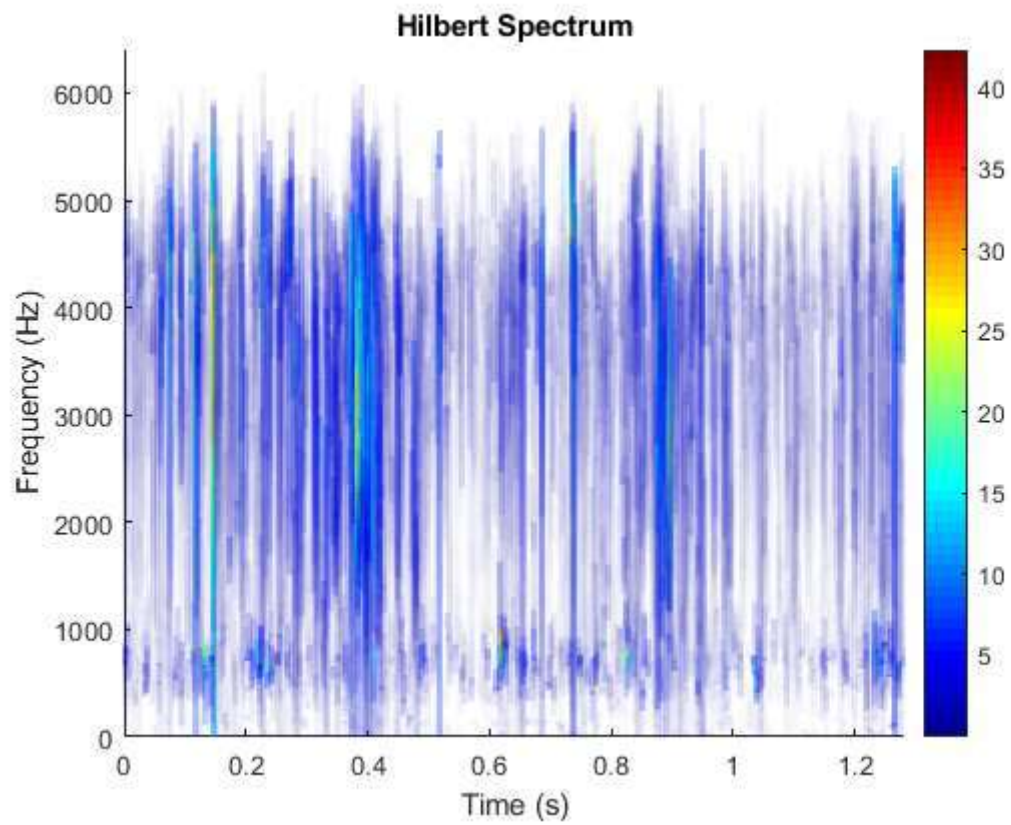


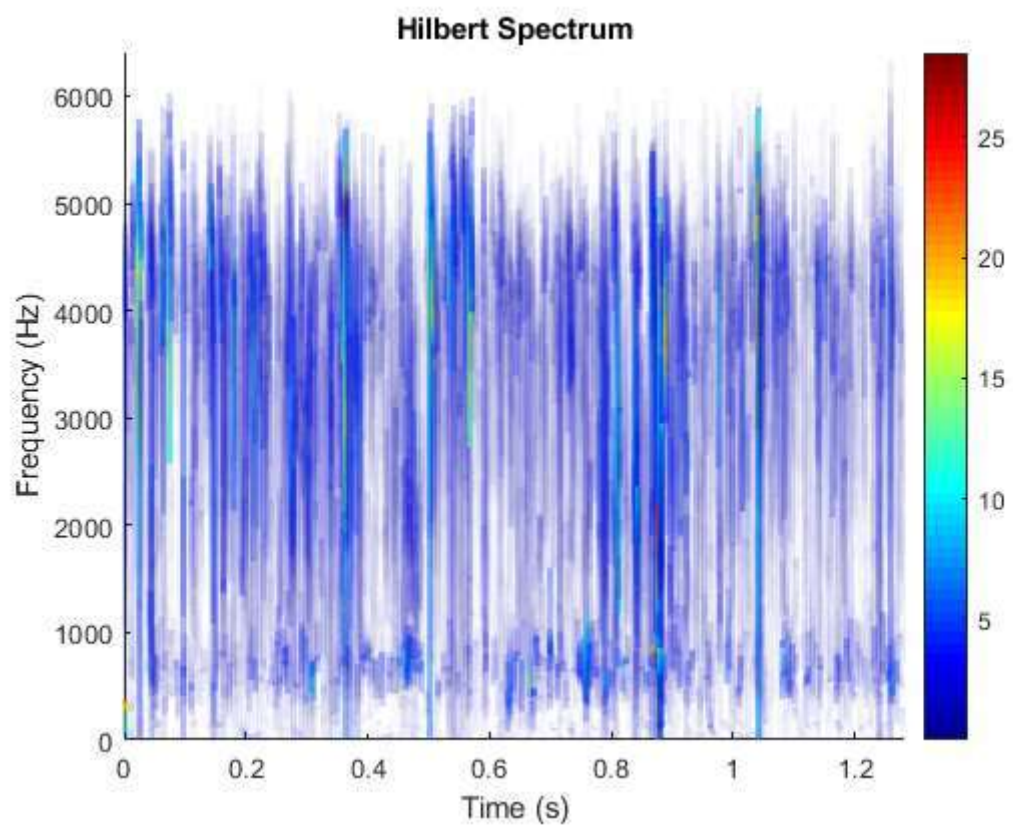
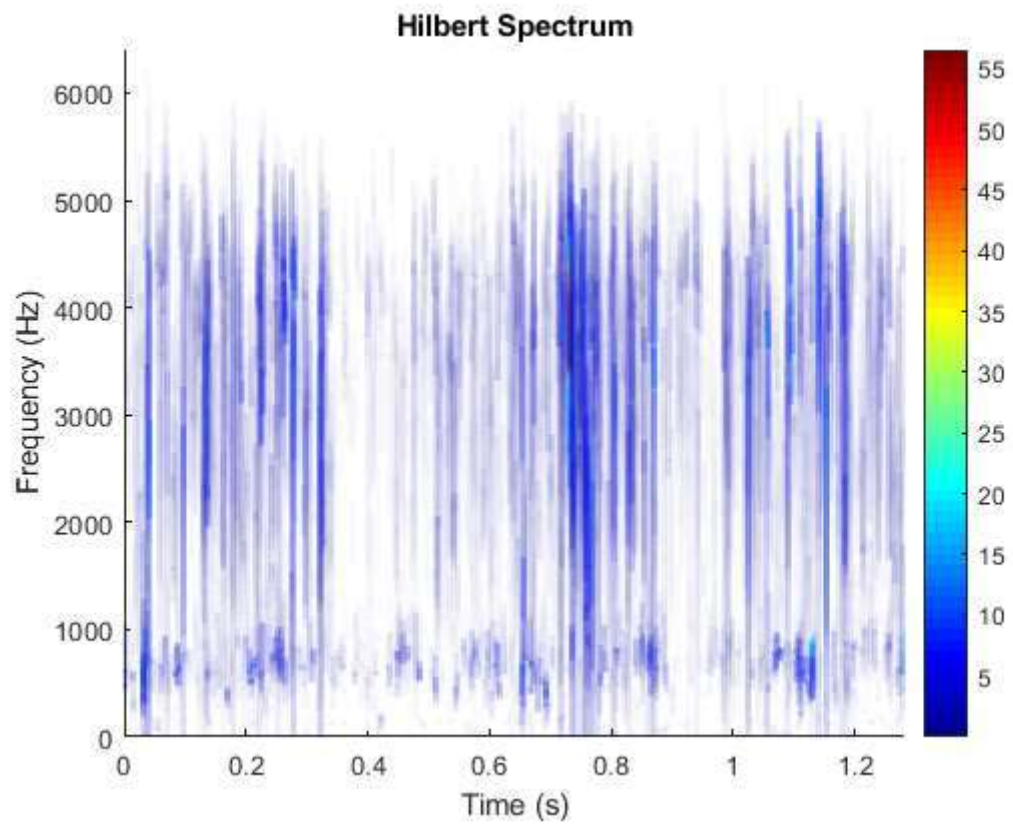




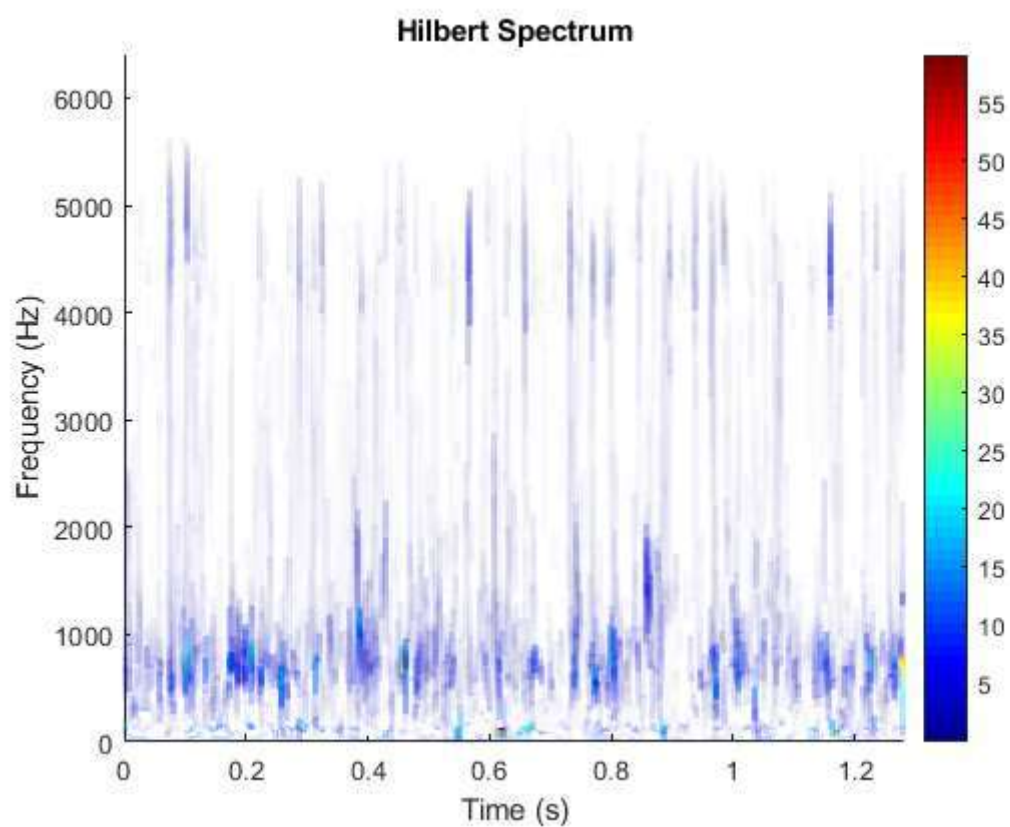
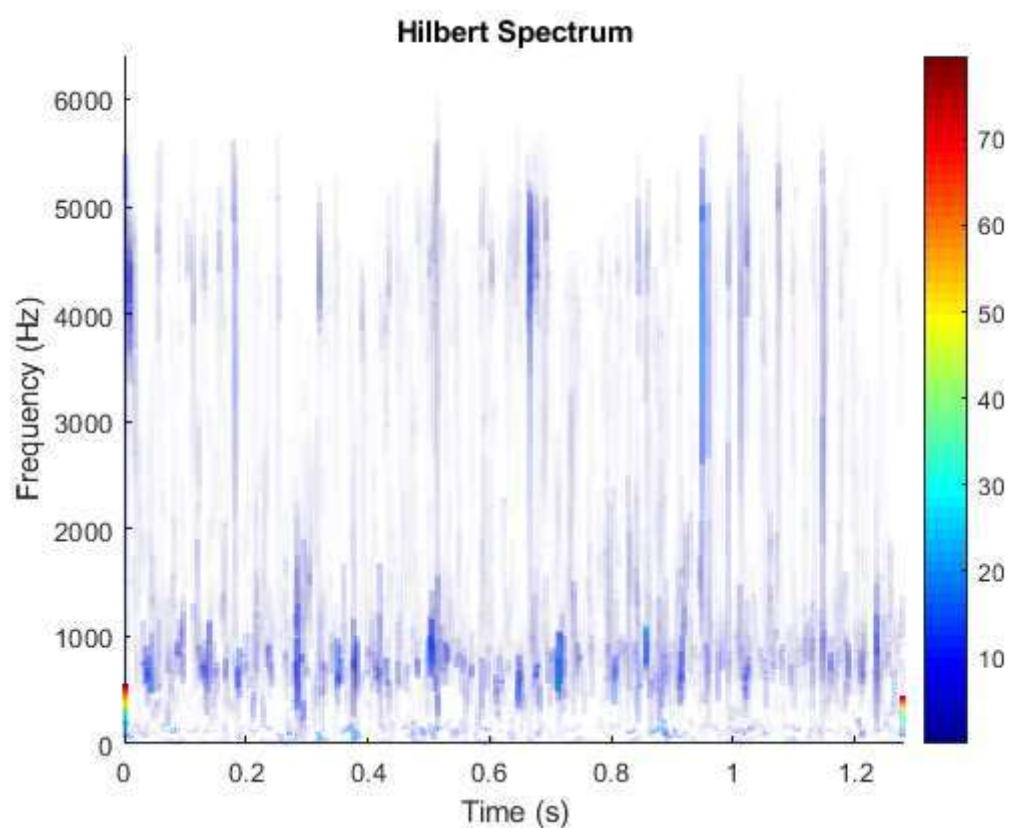


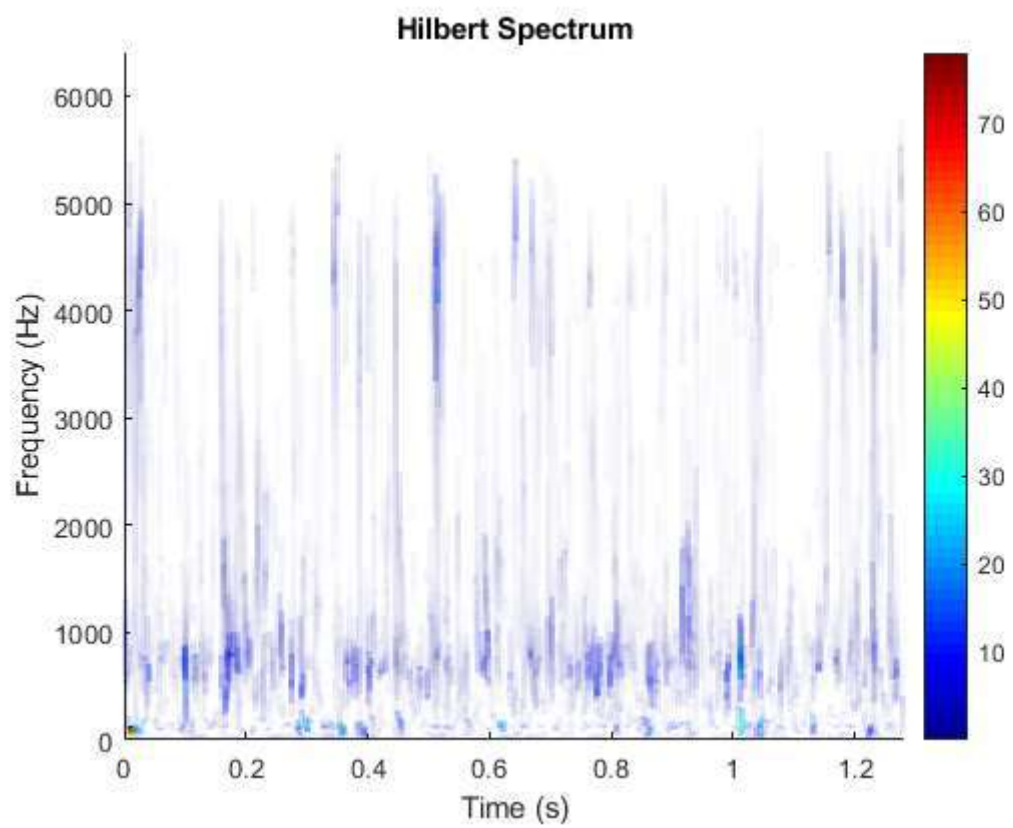
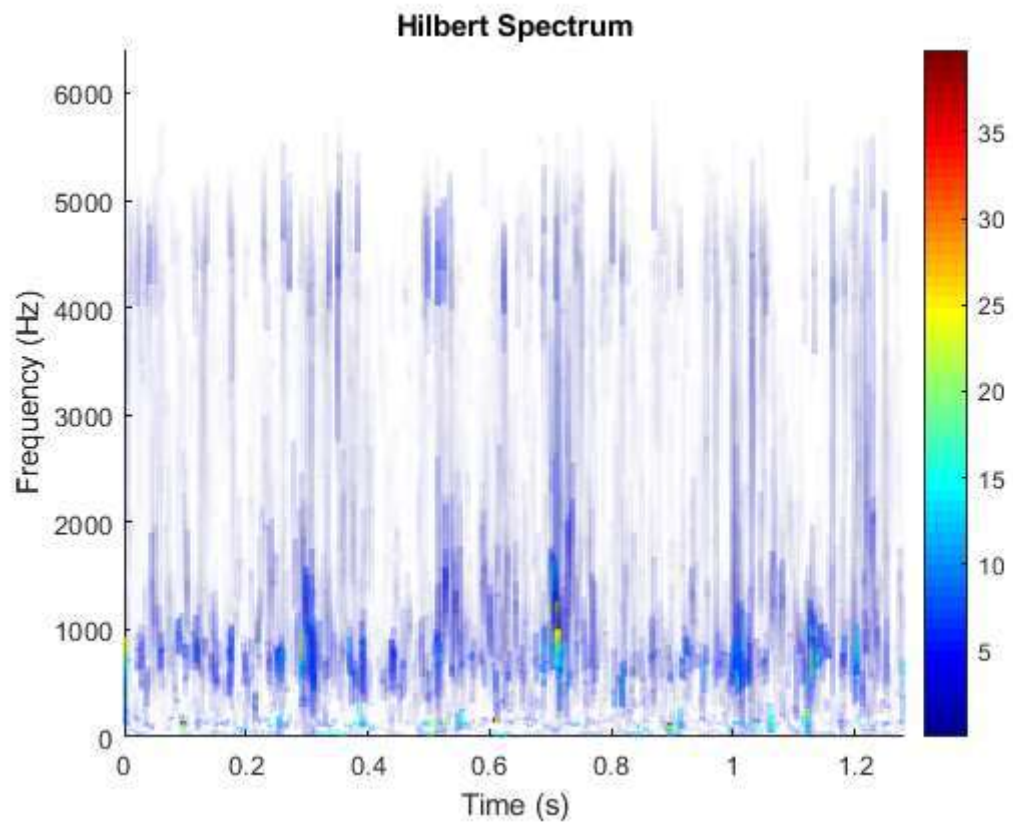


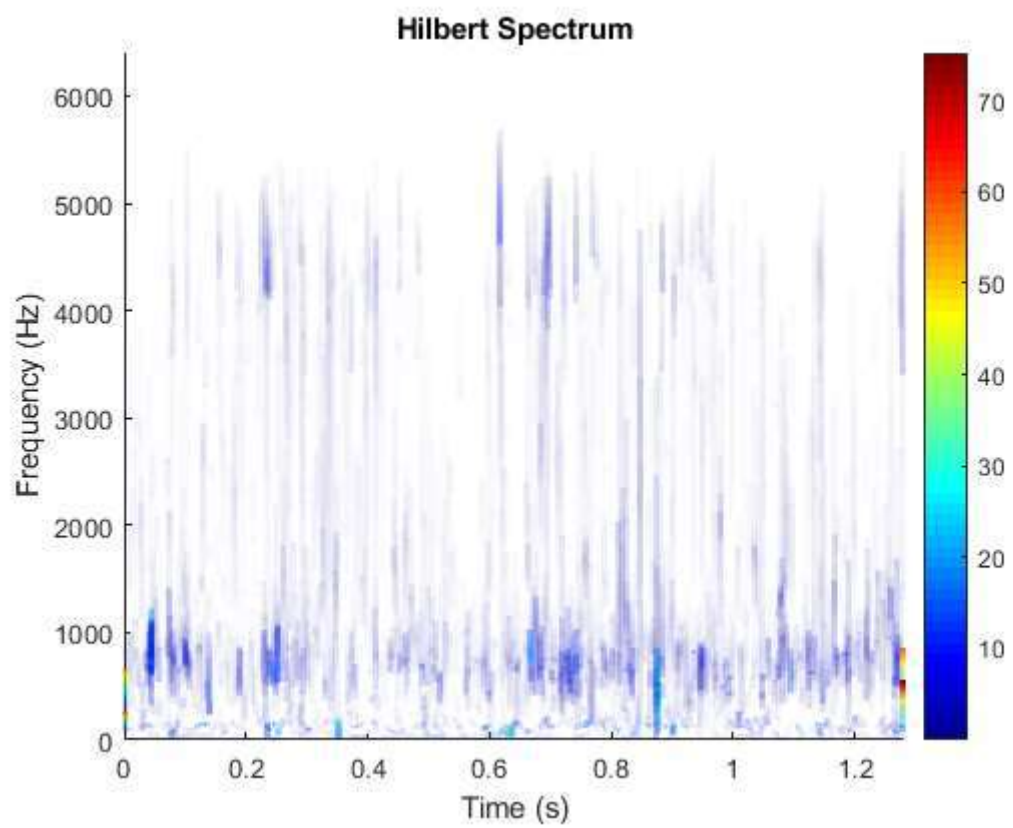
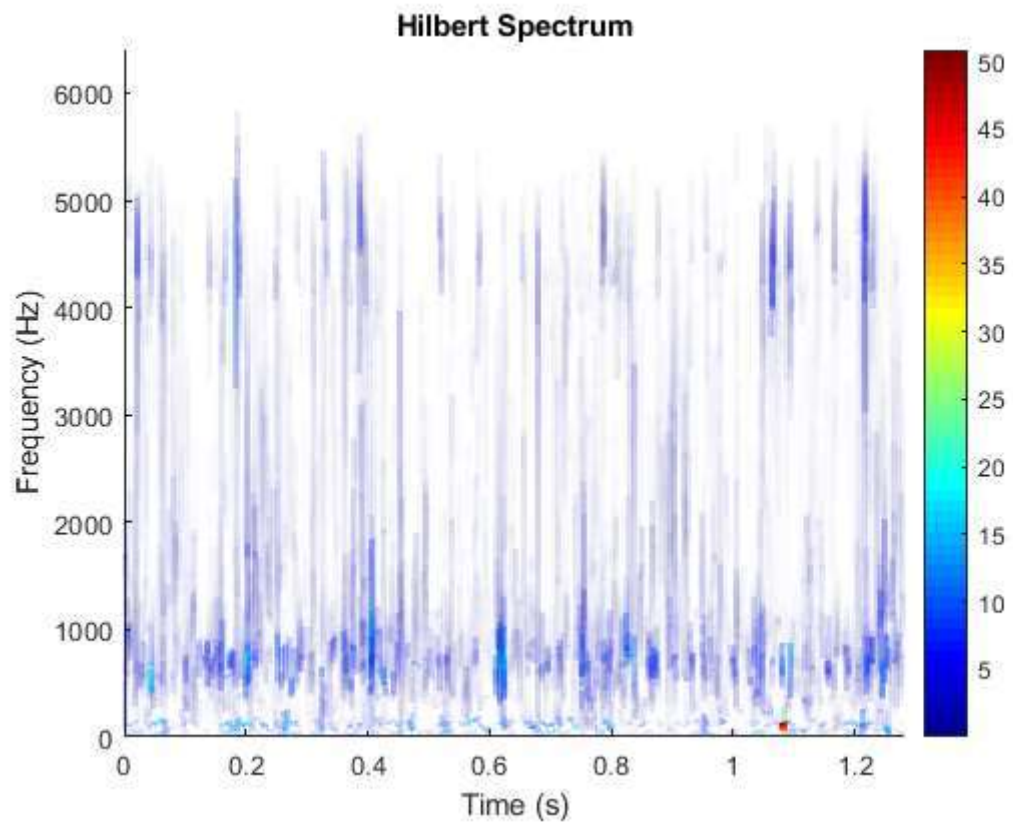


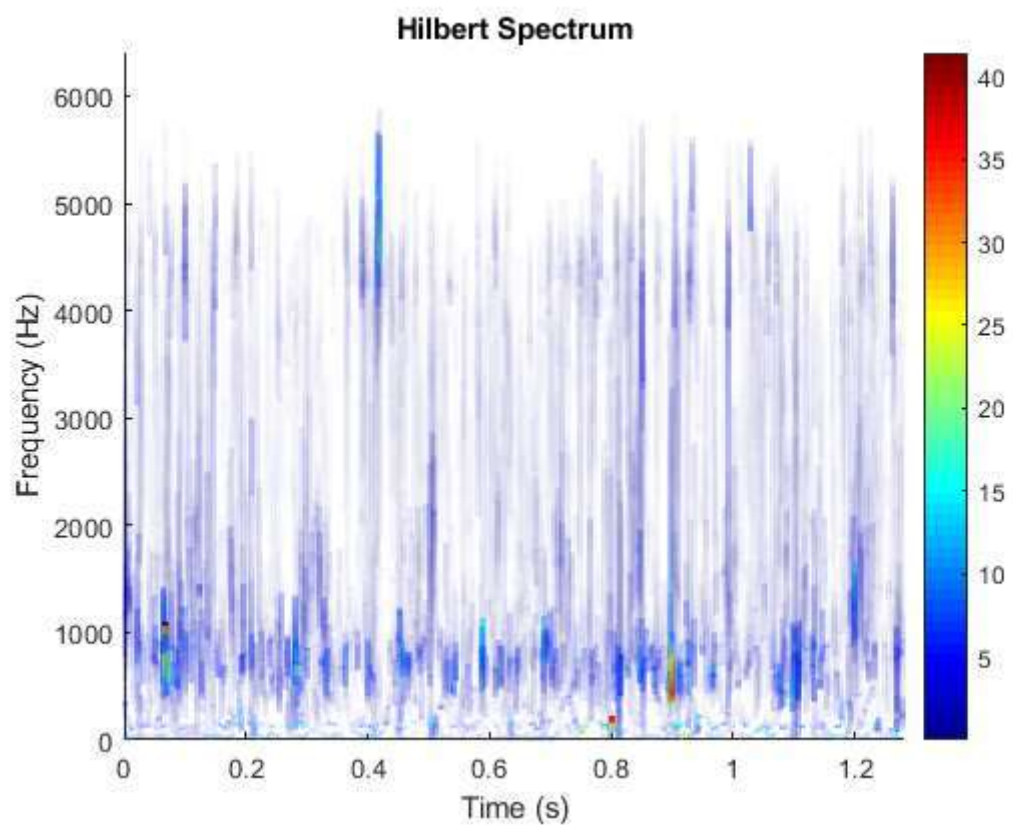
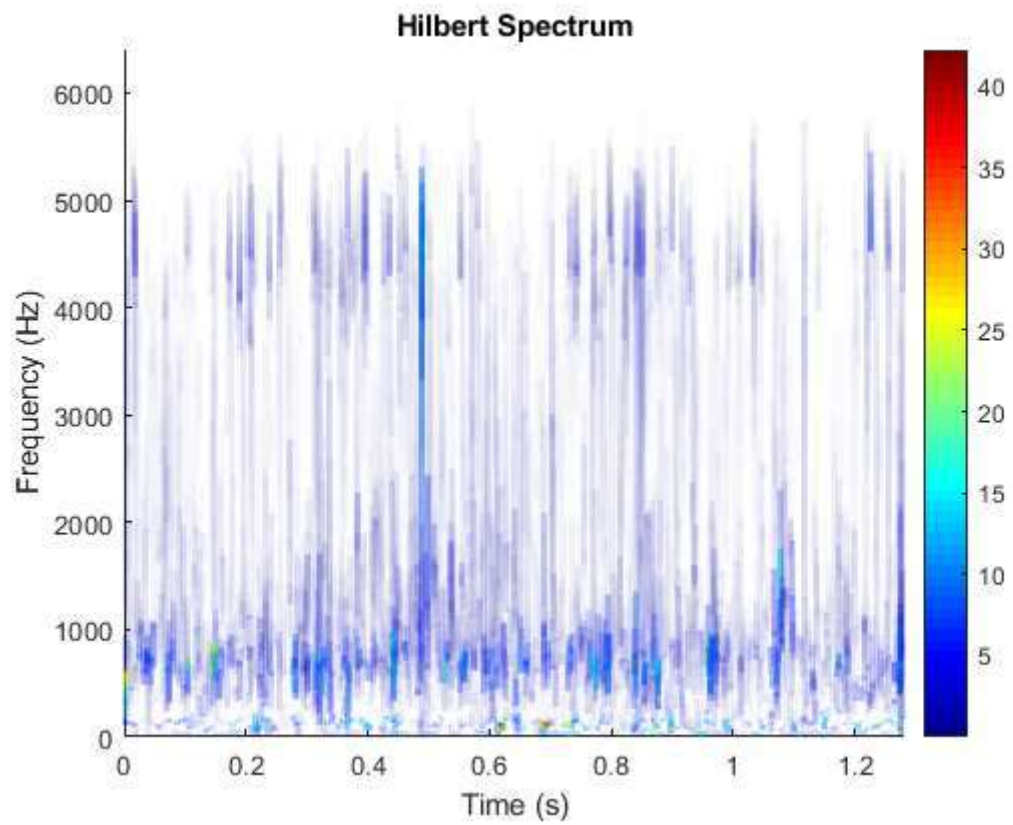


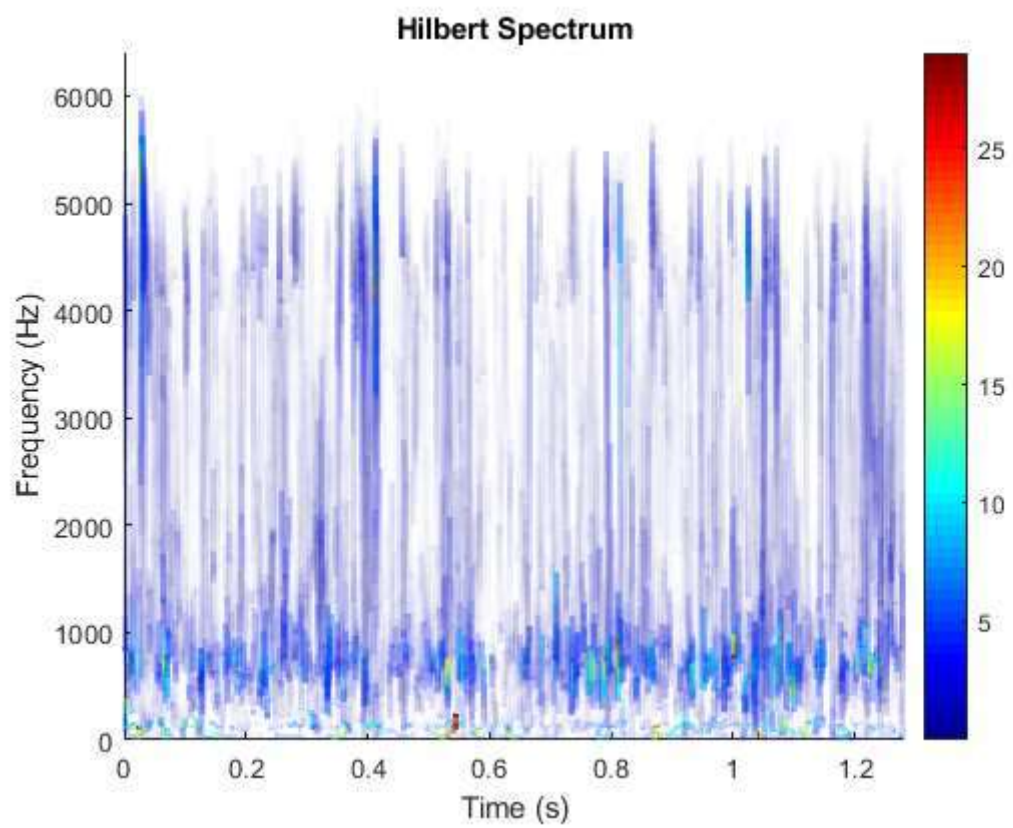
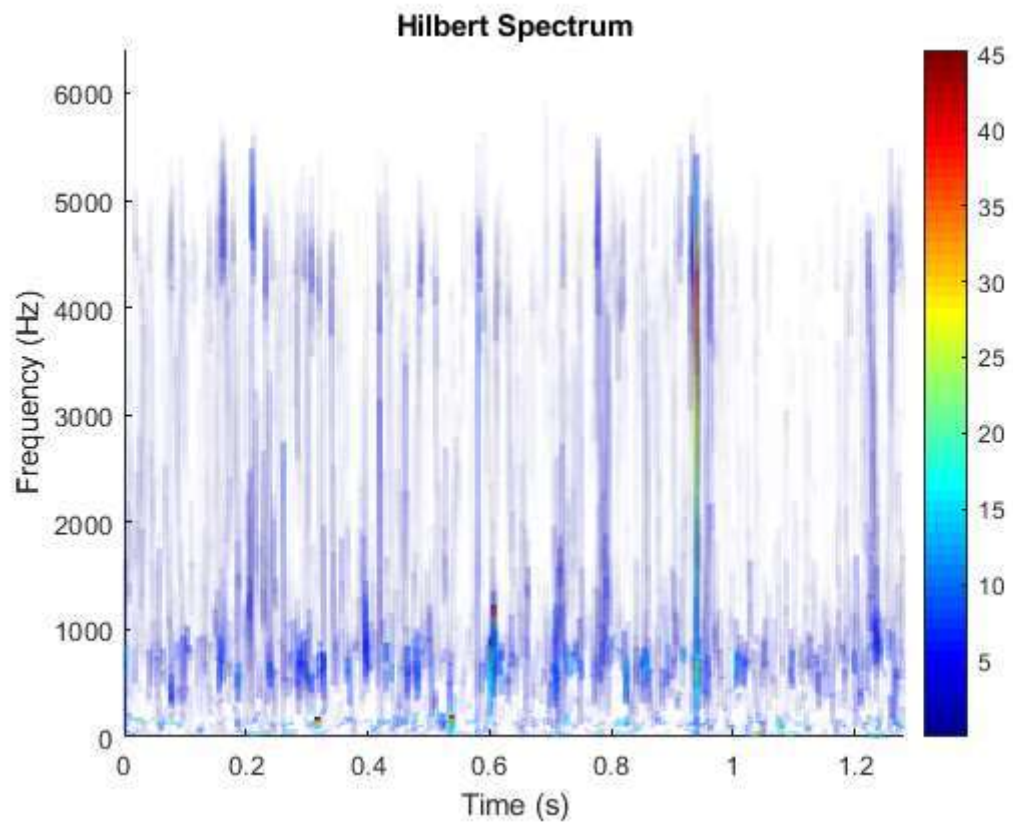
Eje sano dirección longitudinal

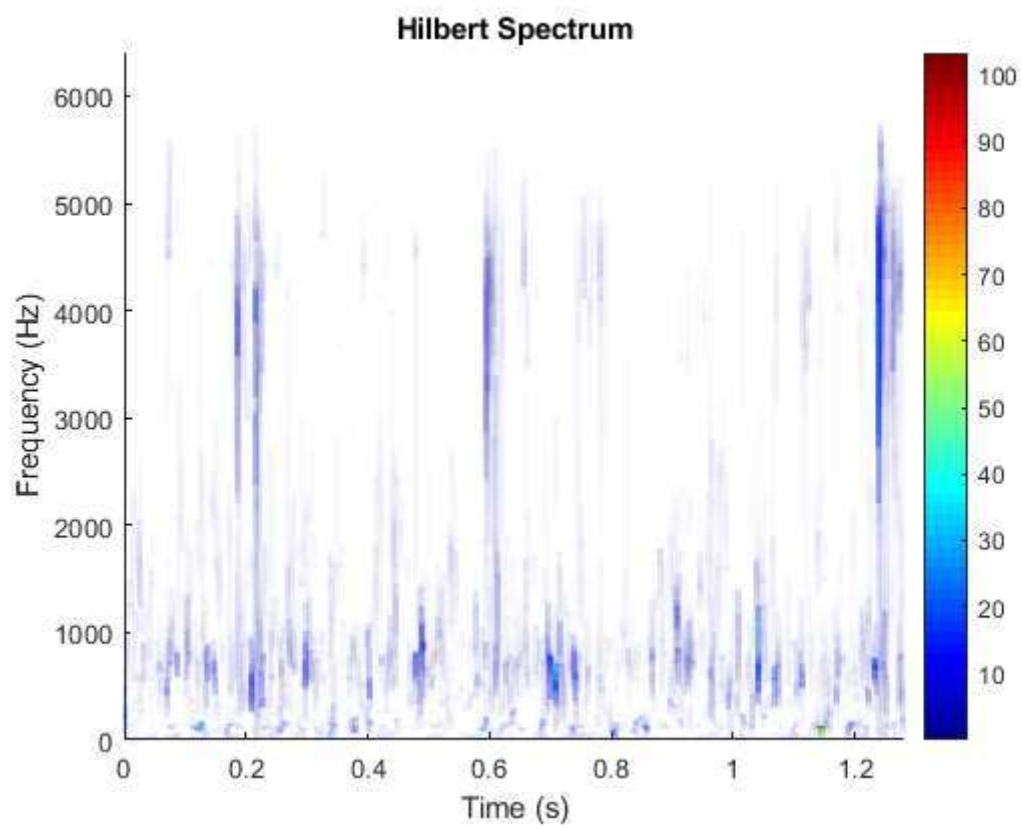
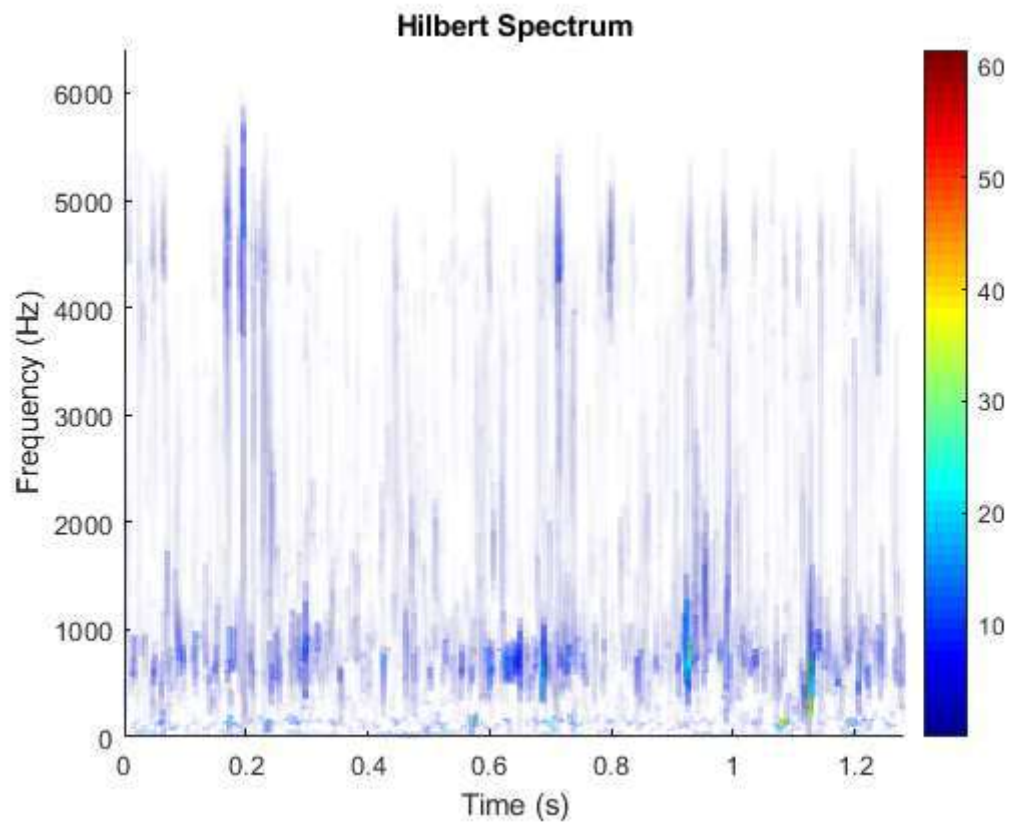


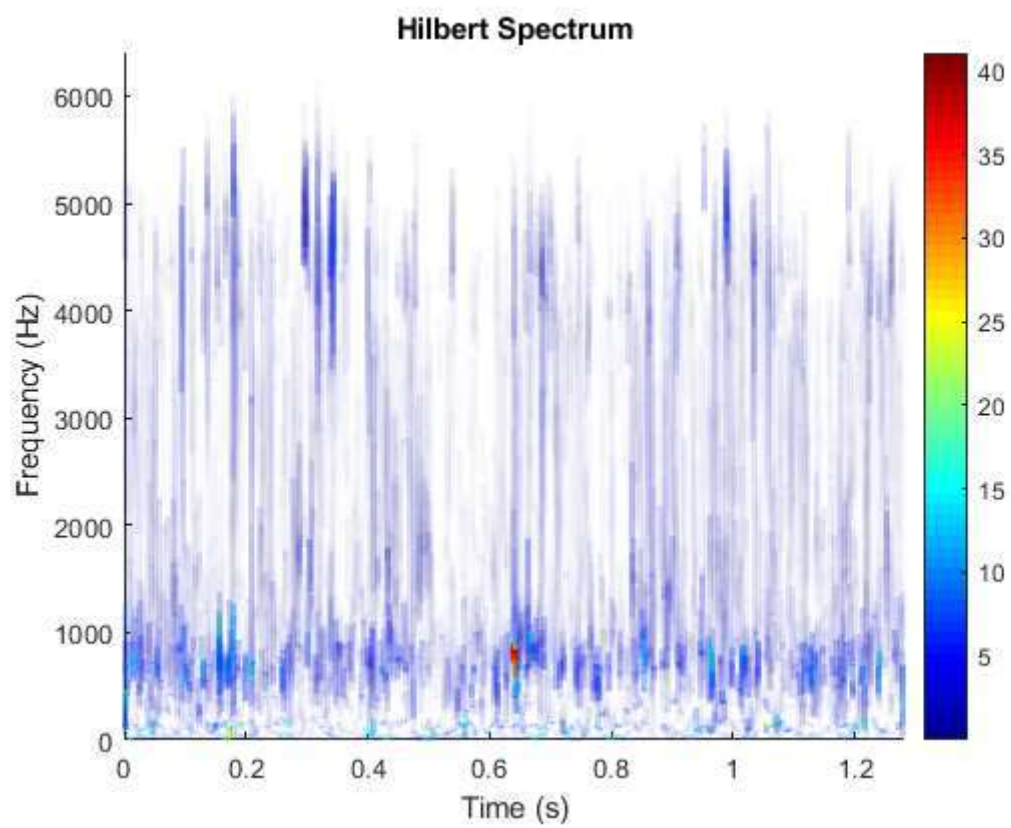
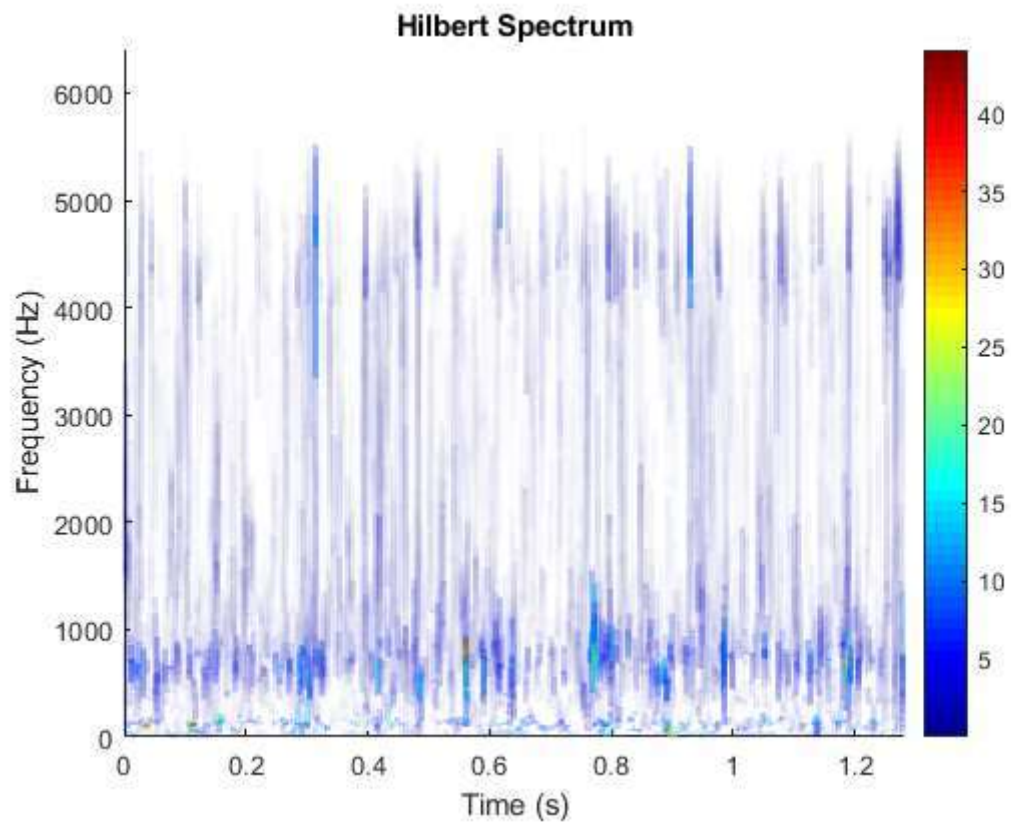


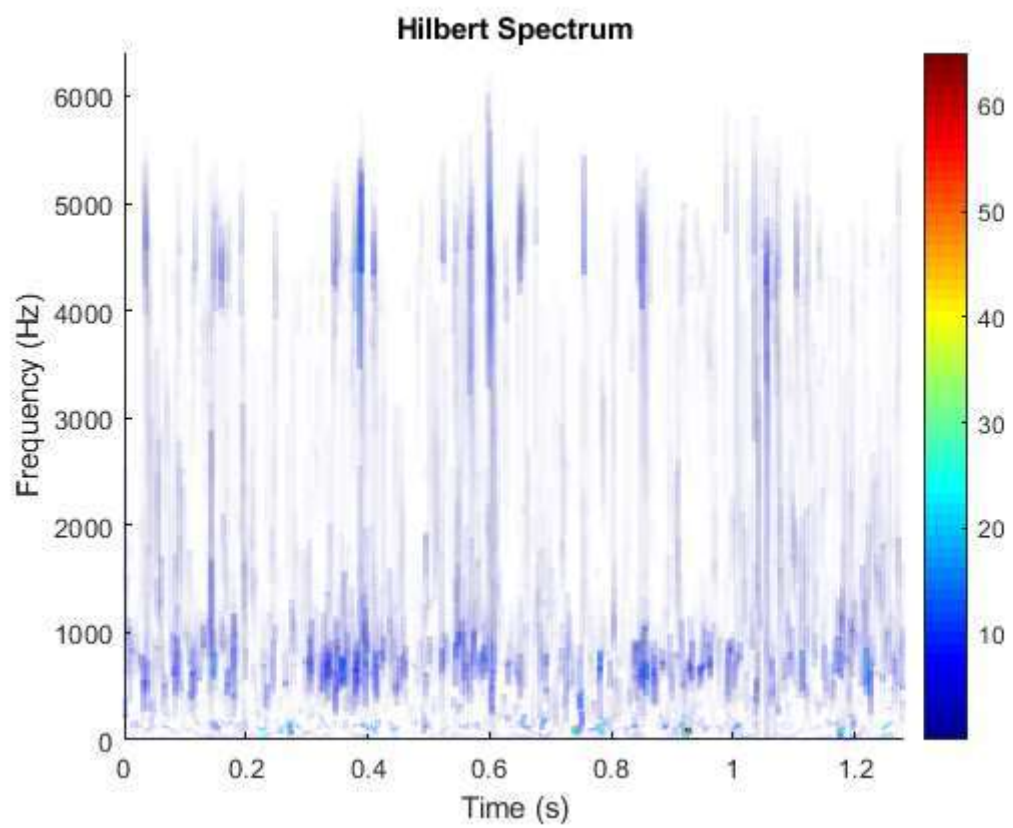
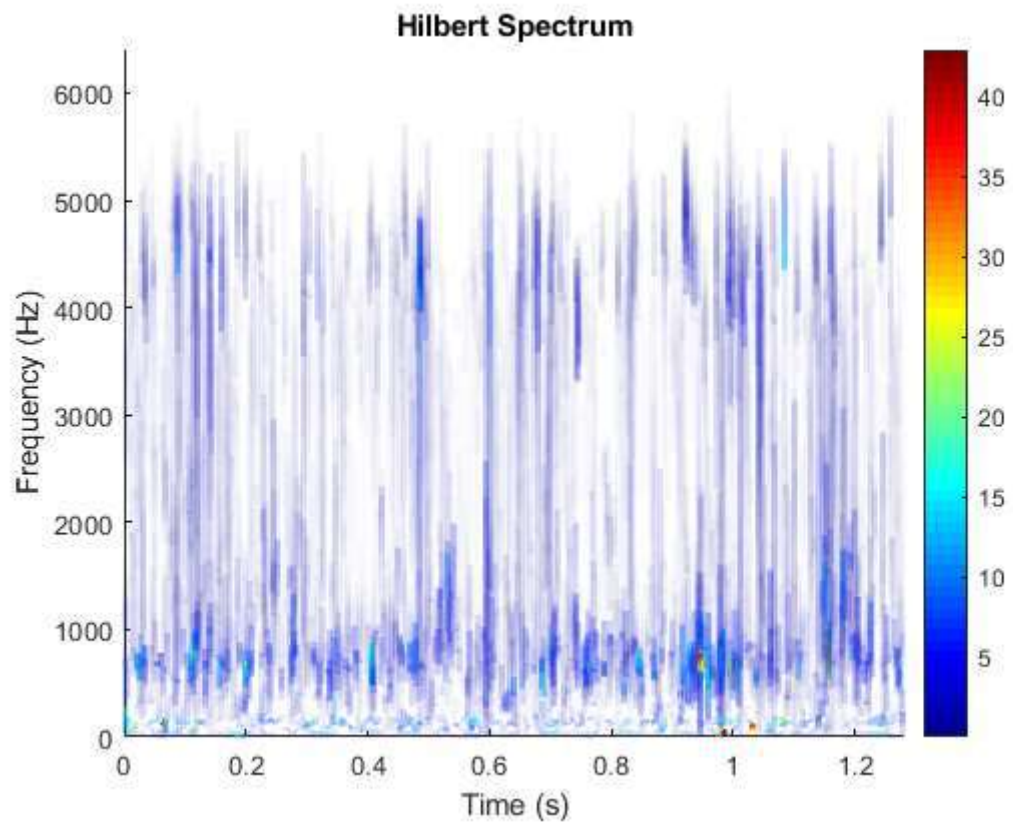


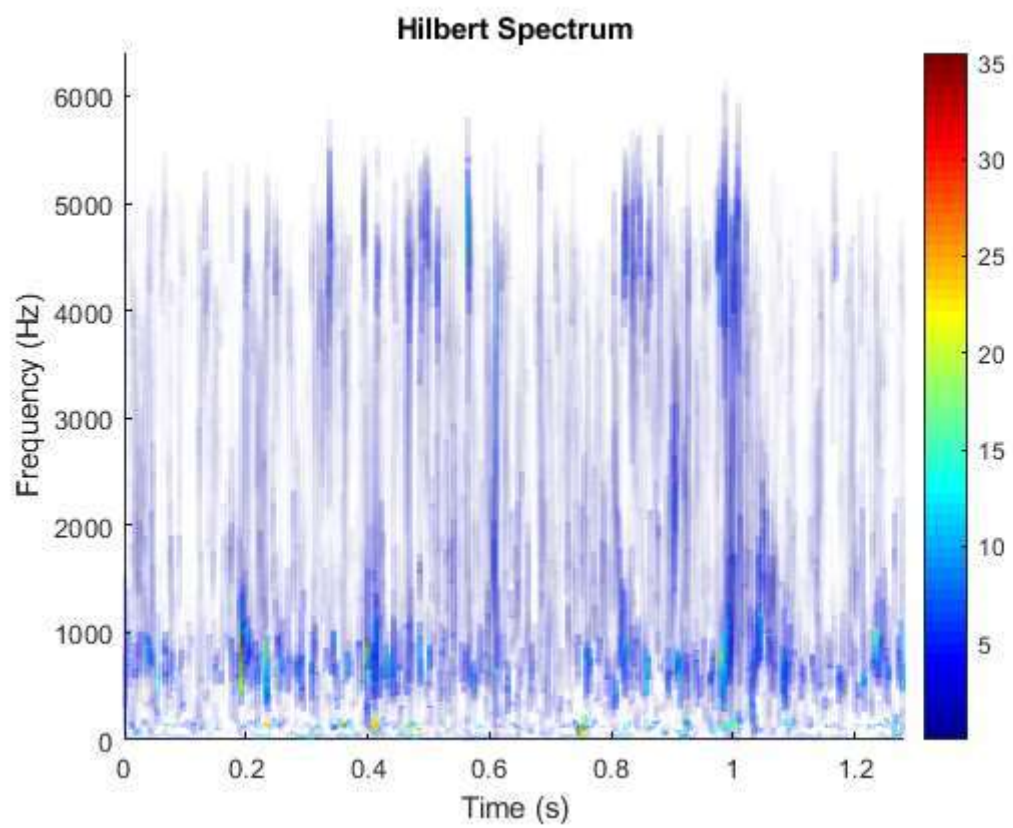
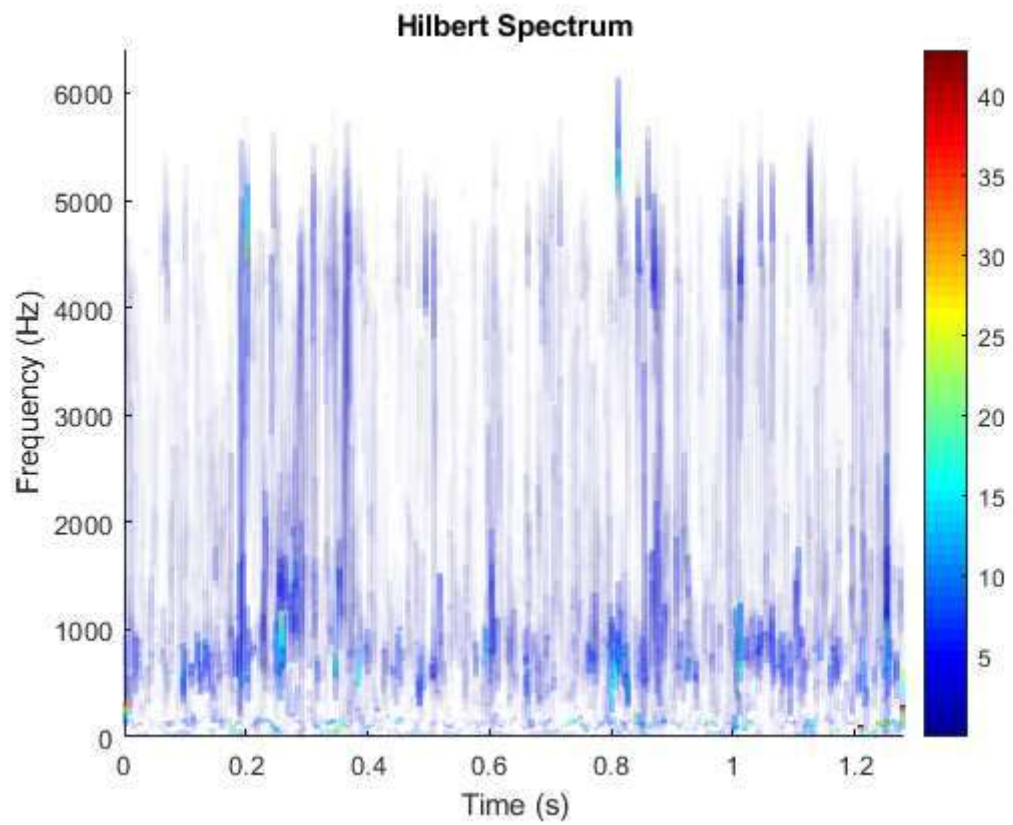


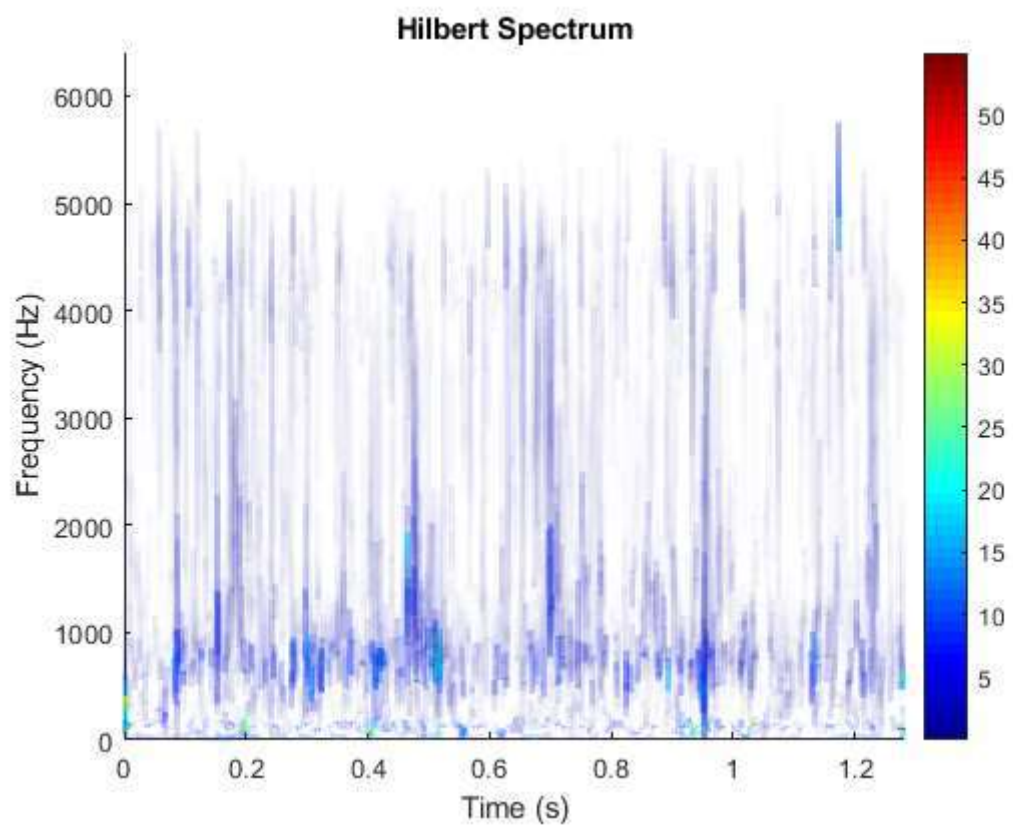
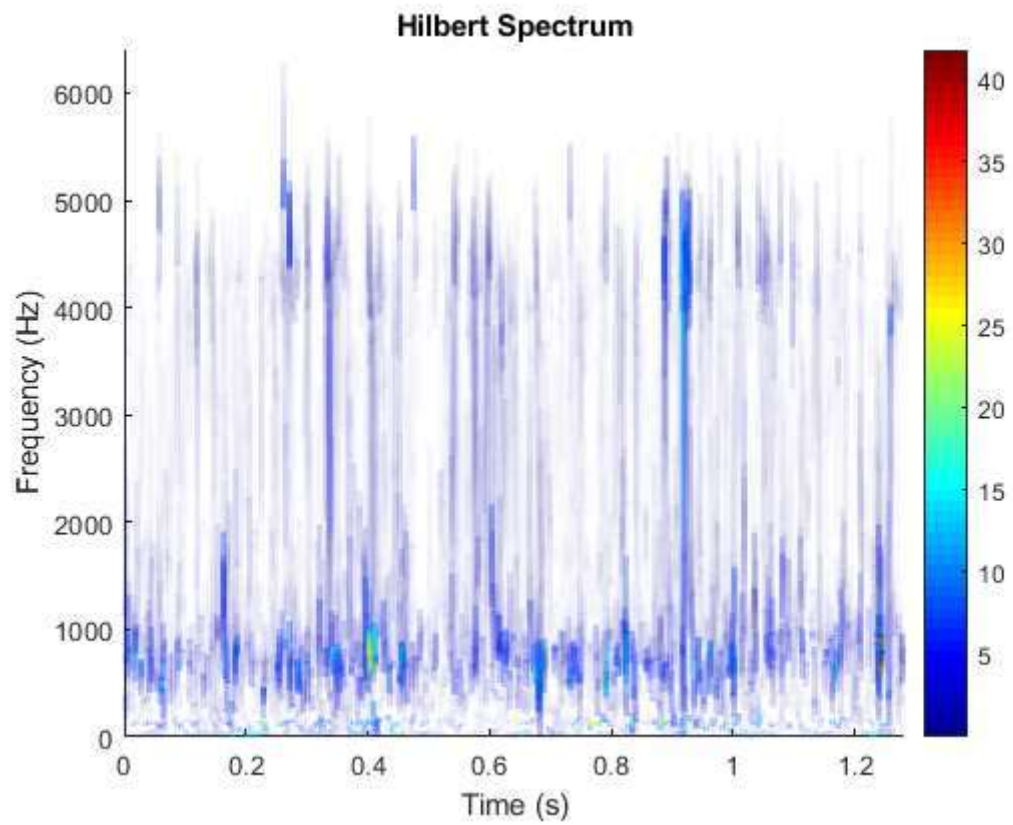


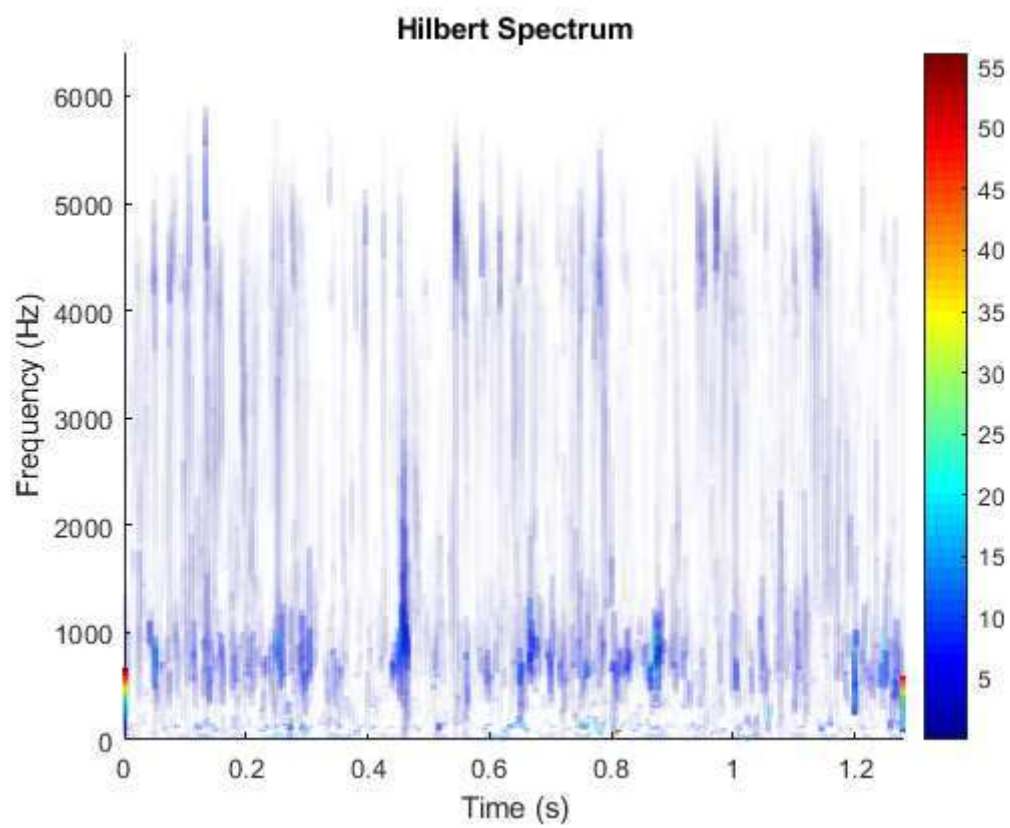
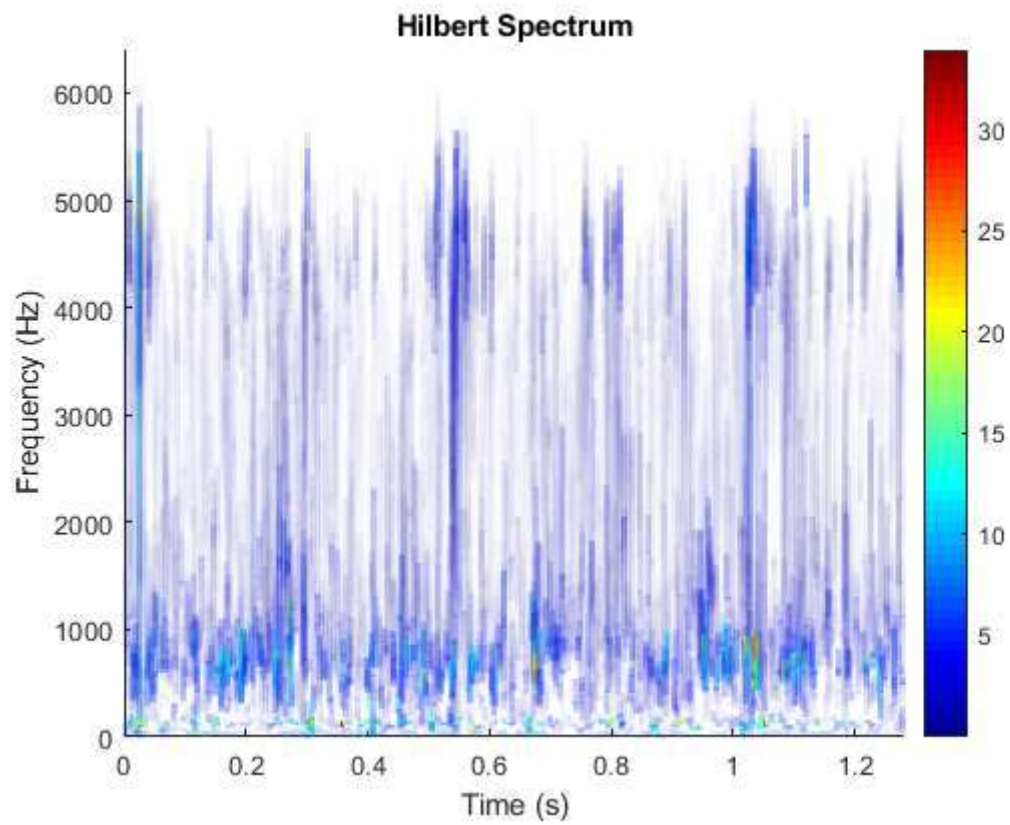


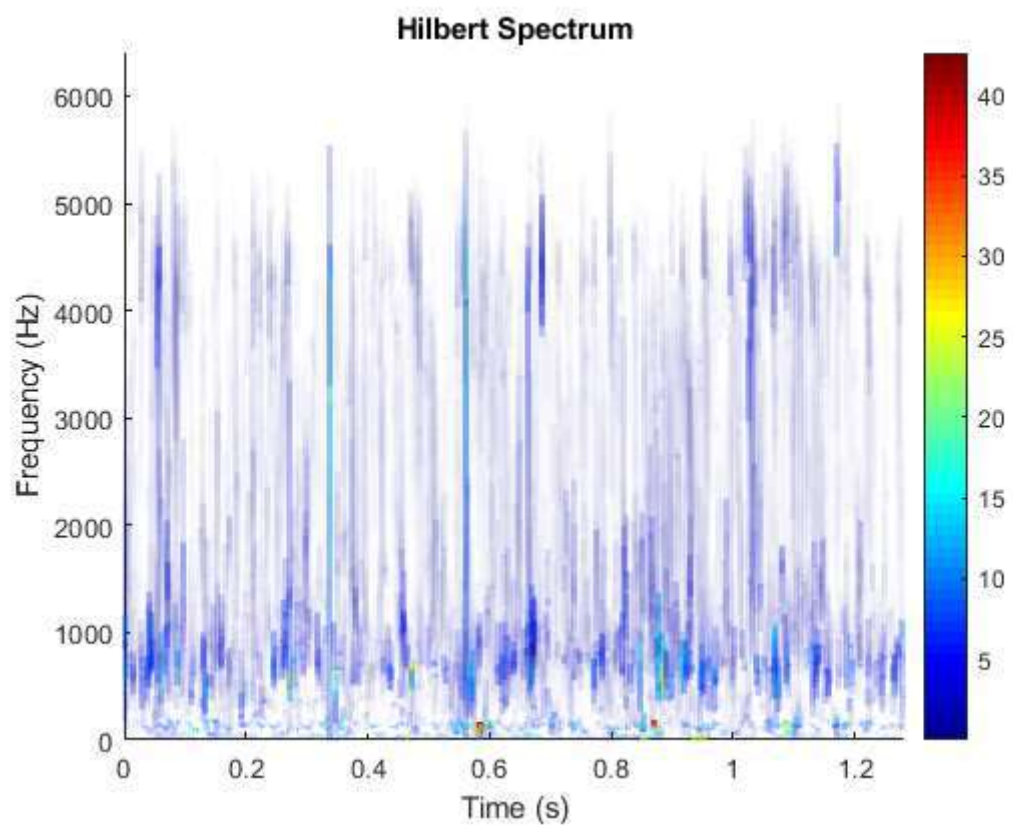
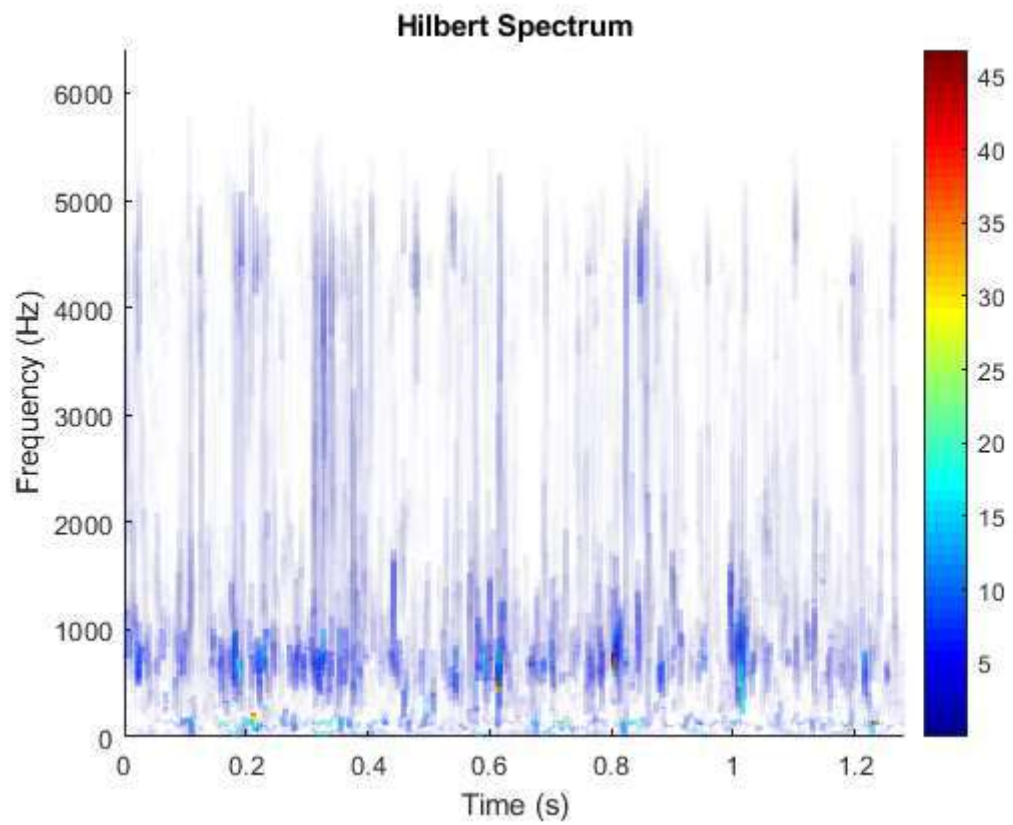


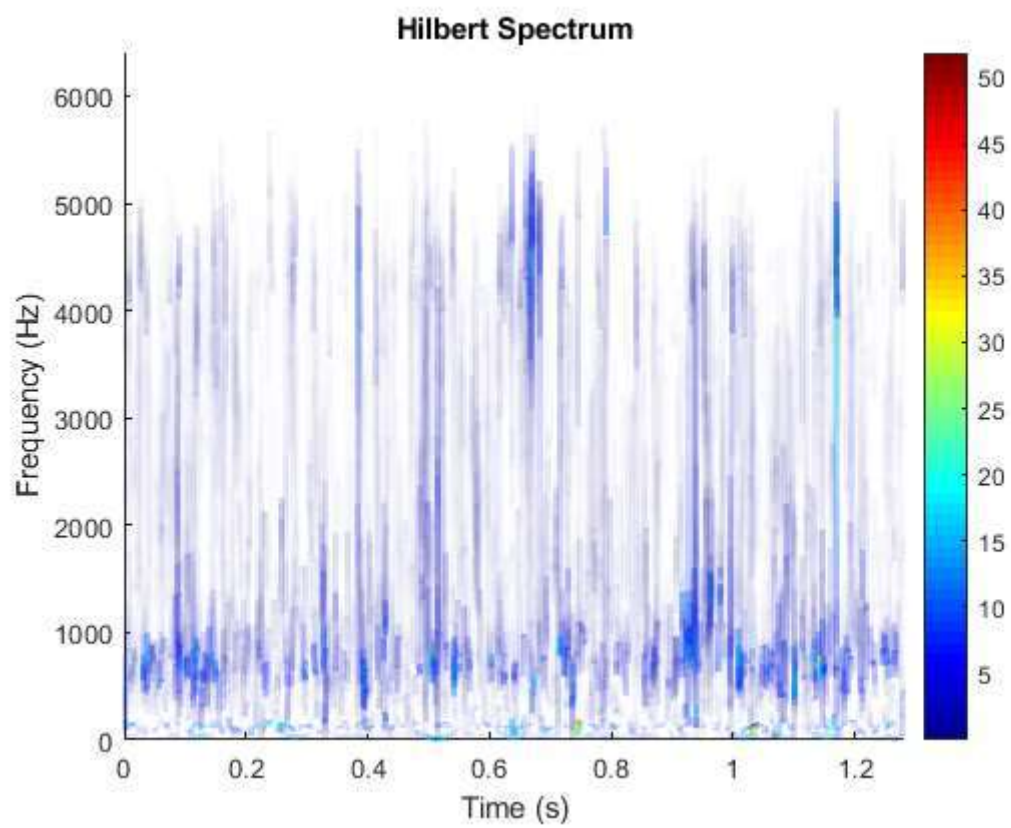
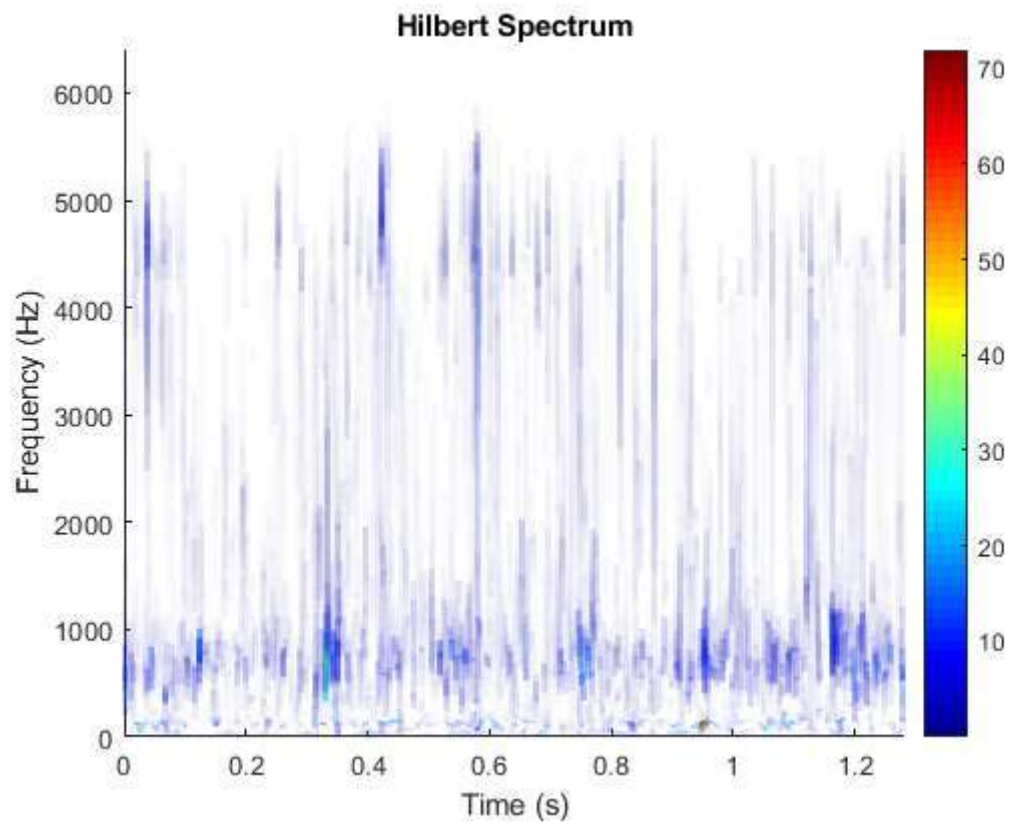


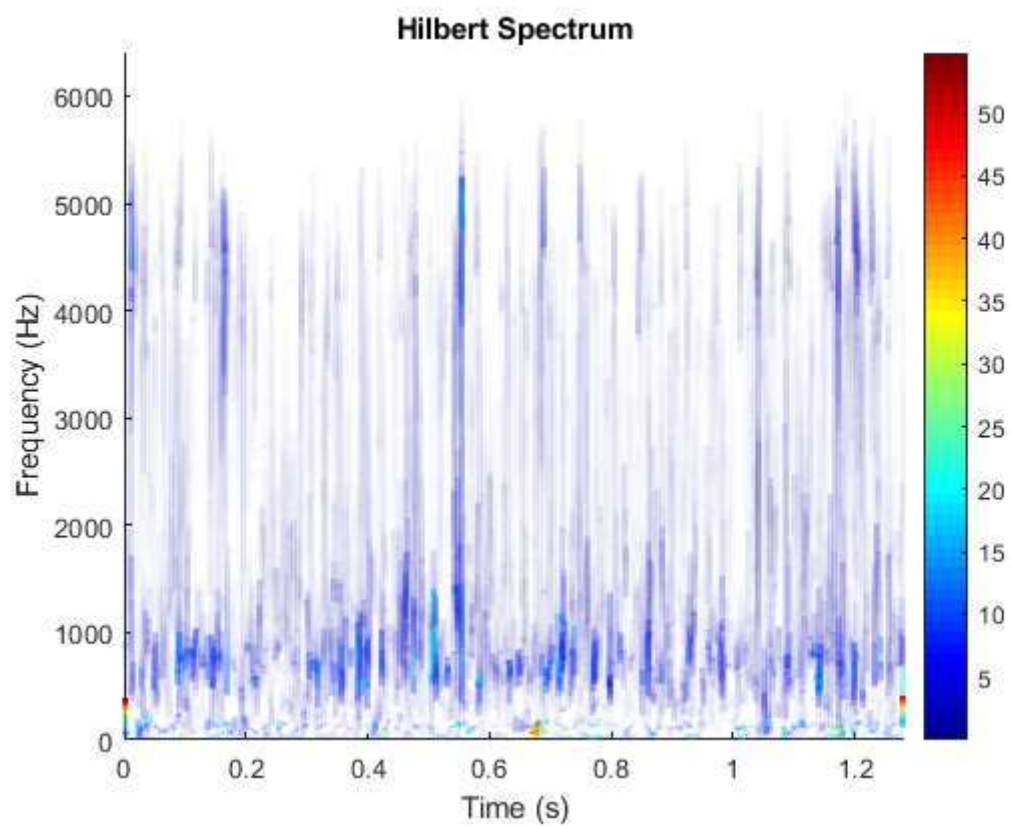
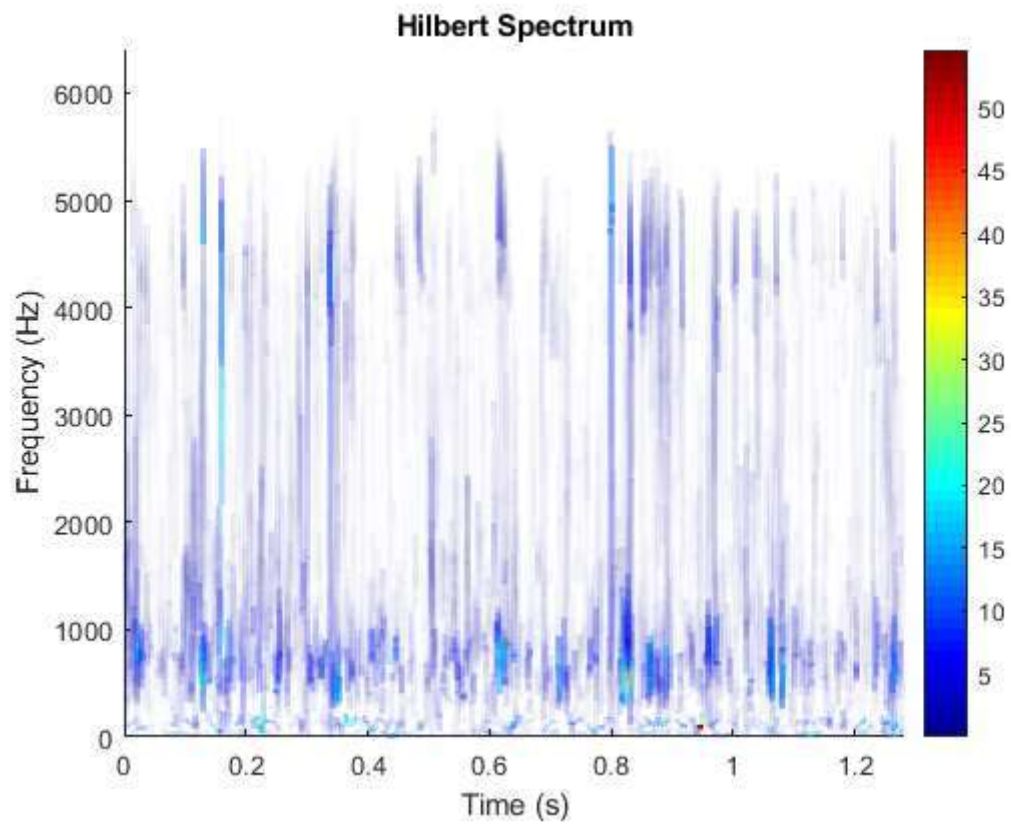


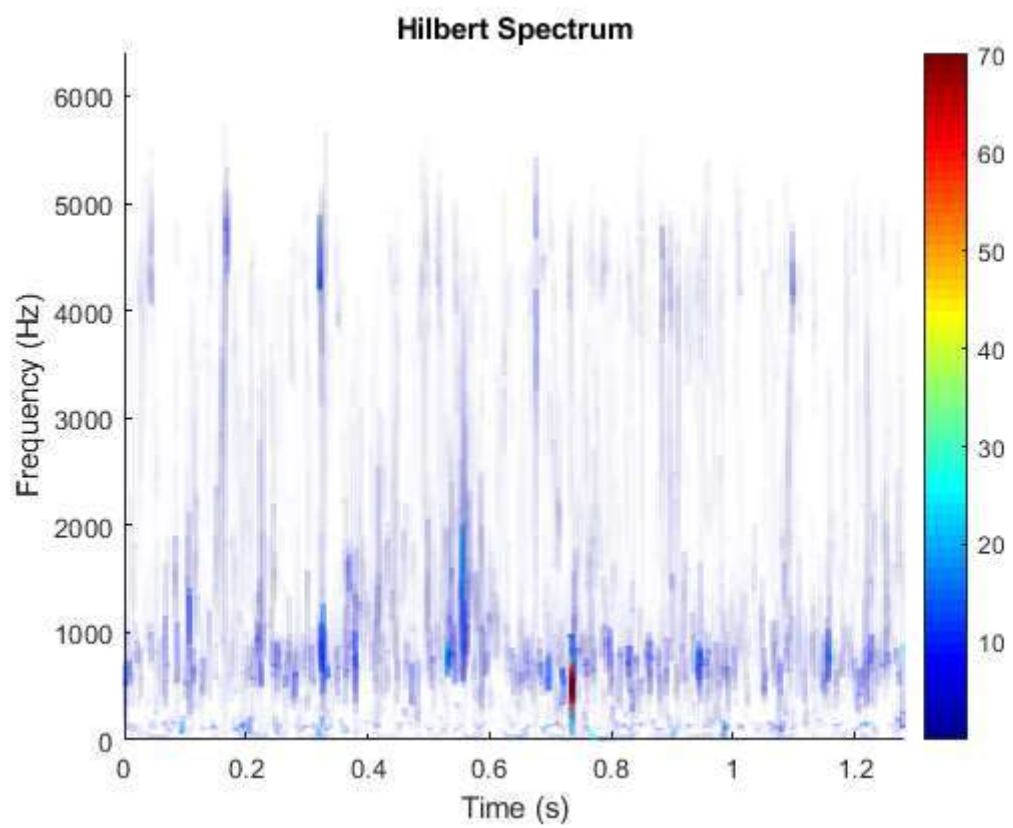
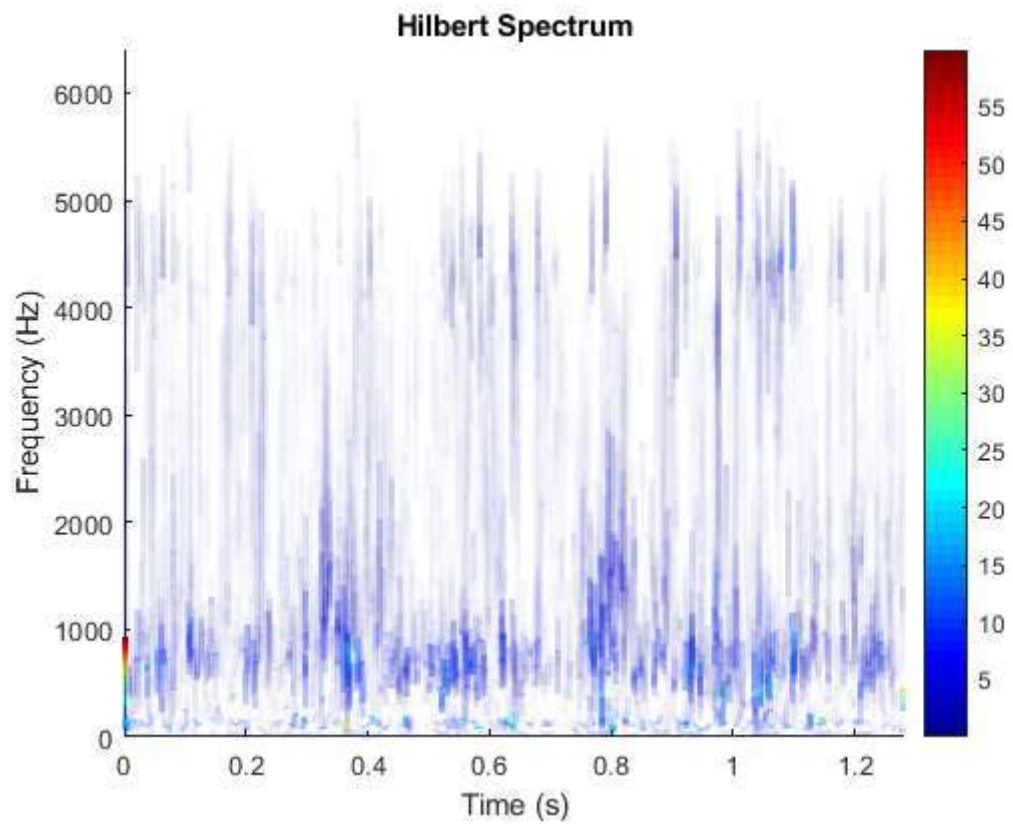


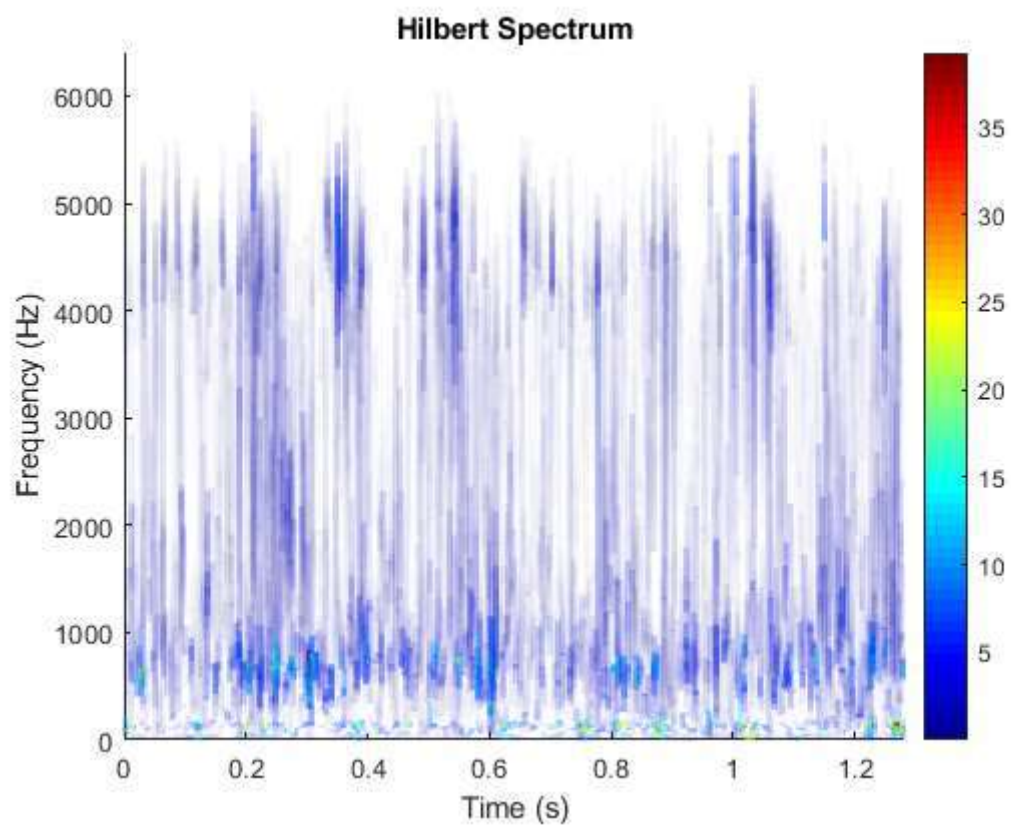
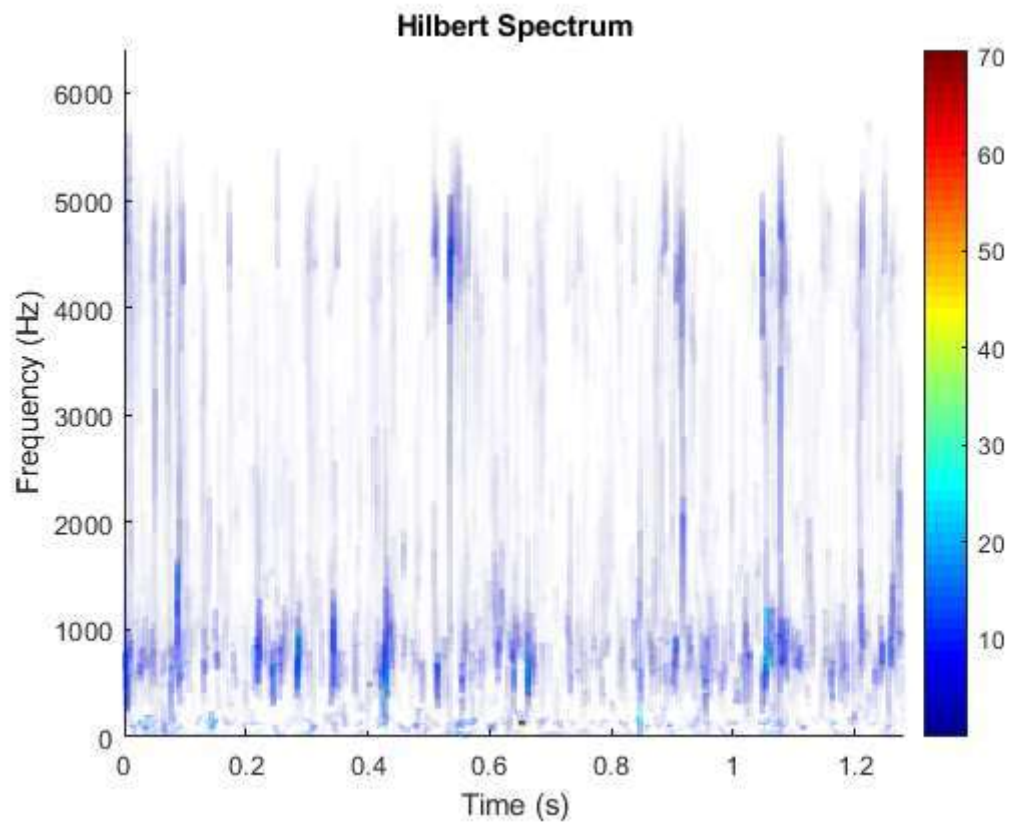


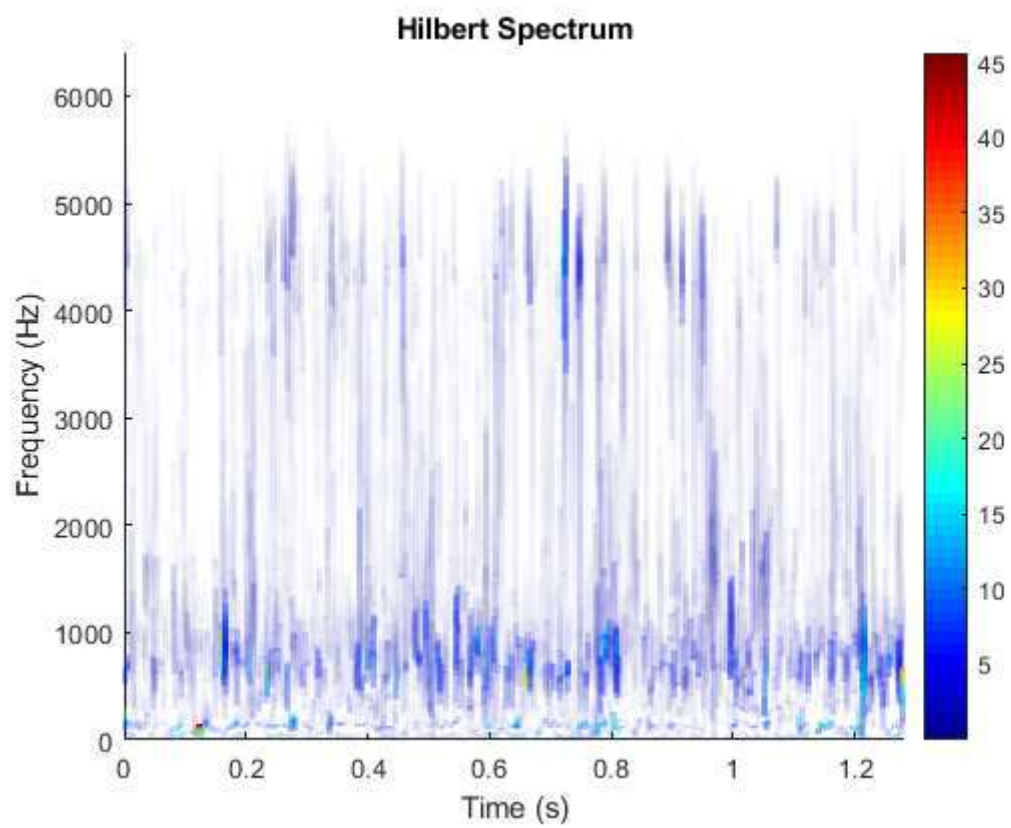
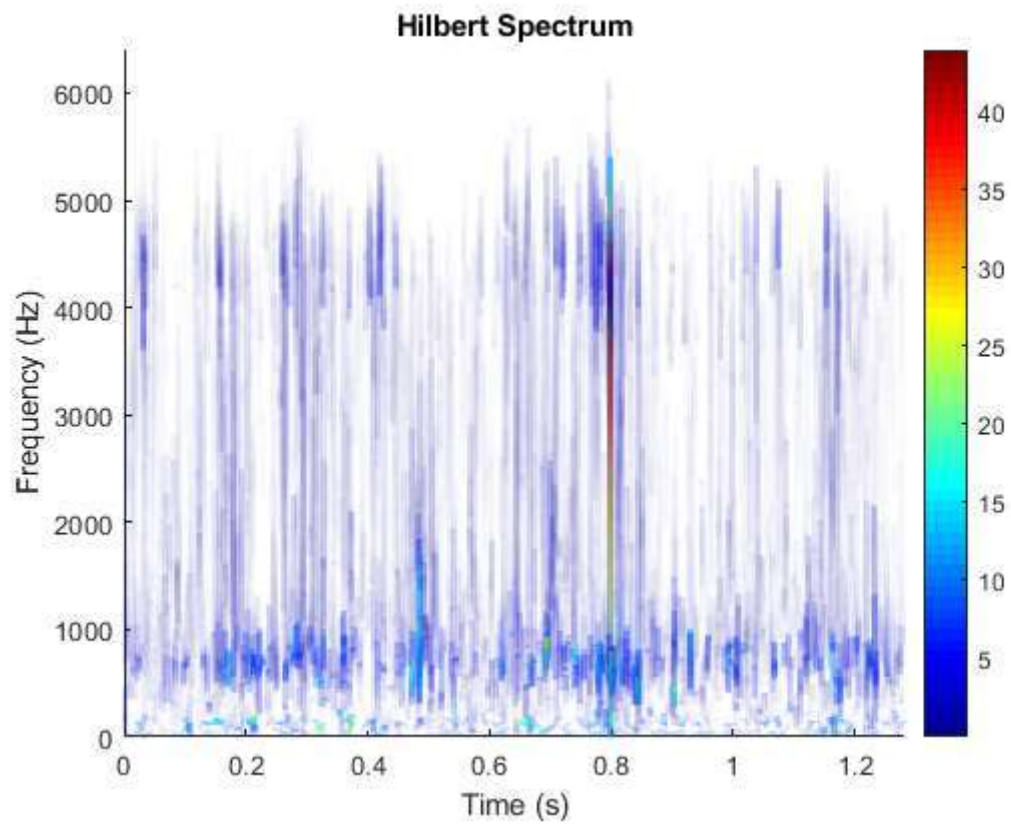


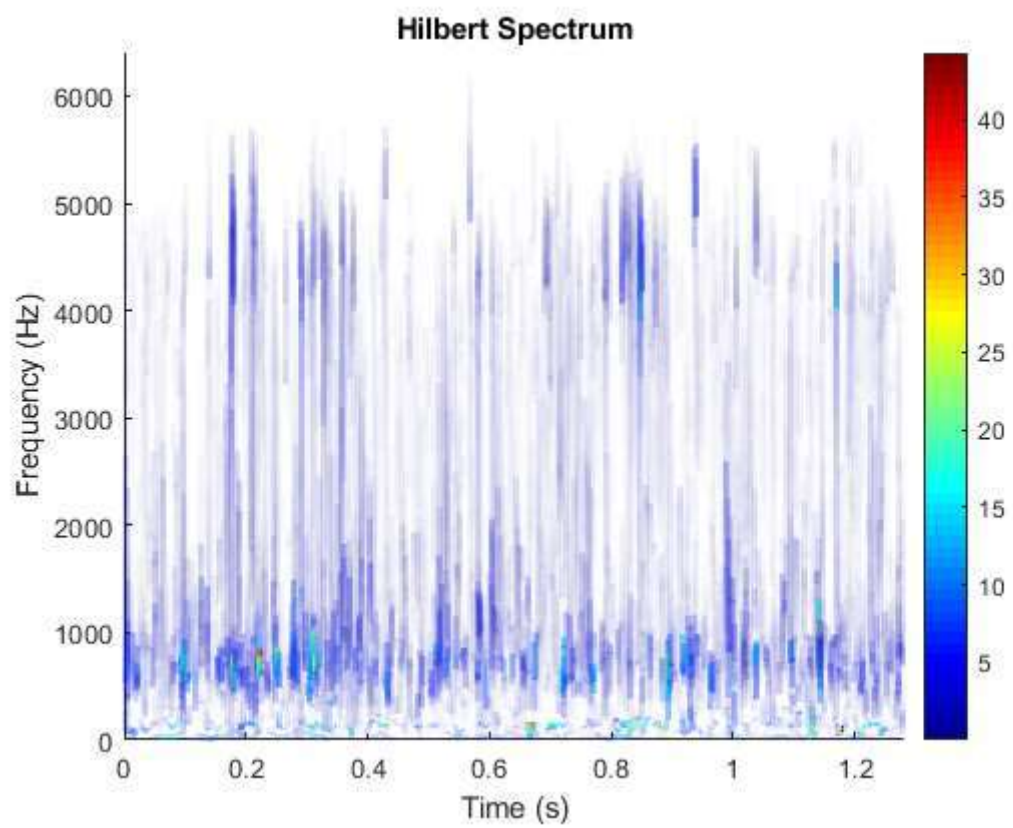
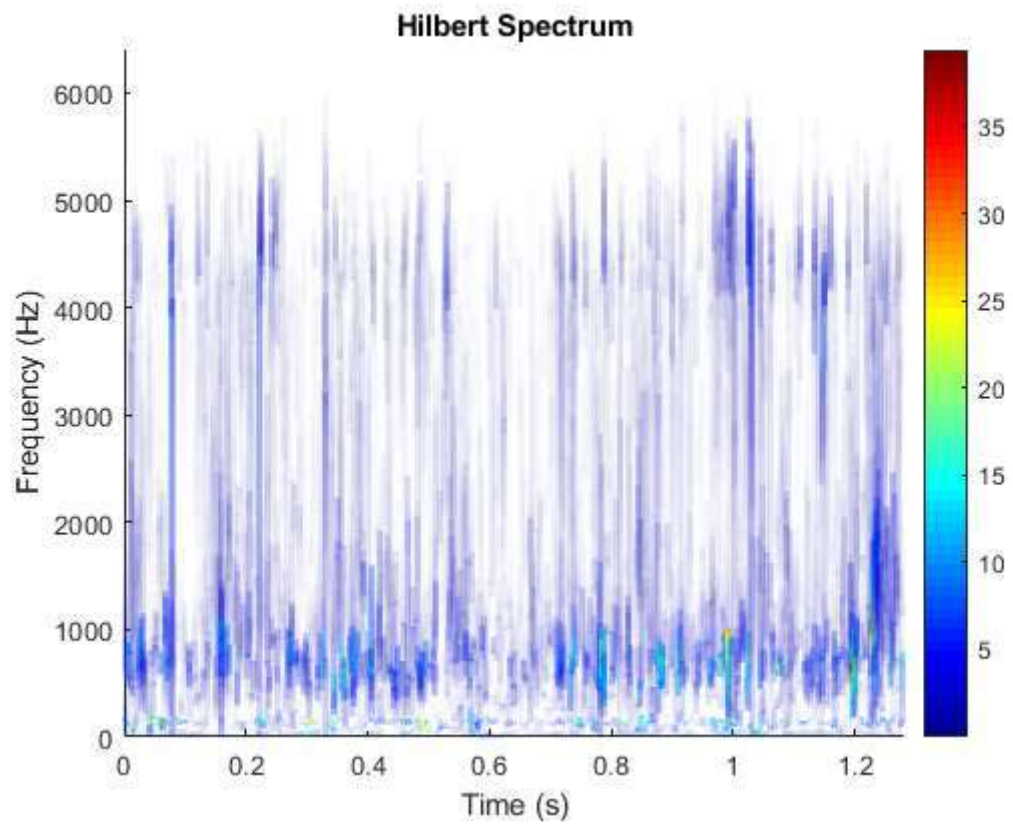


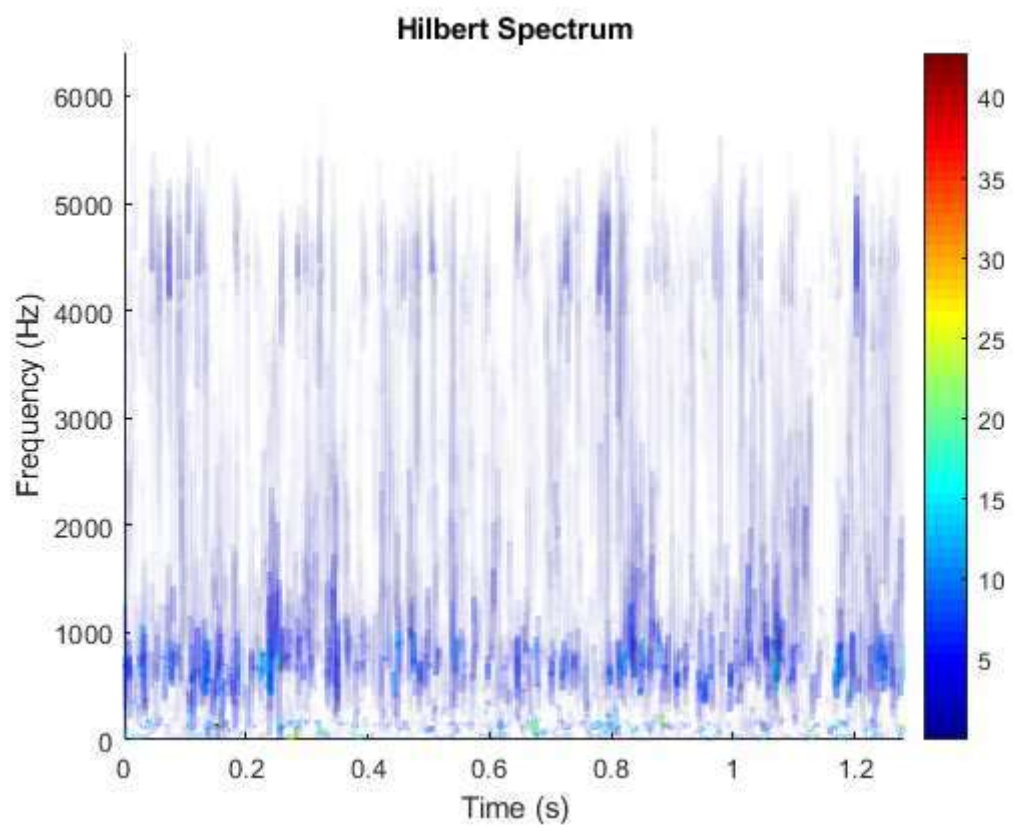
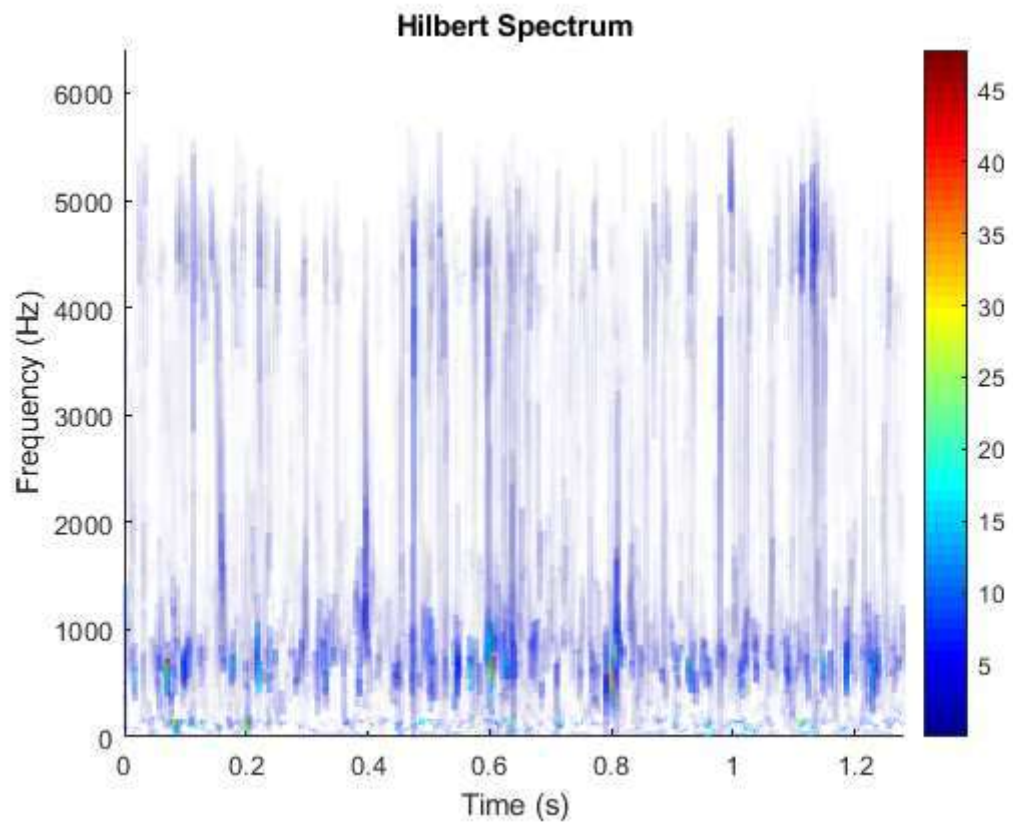


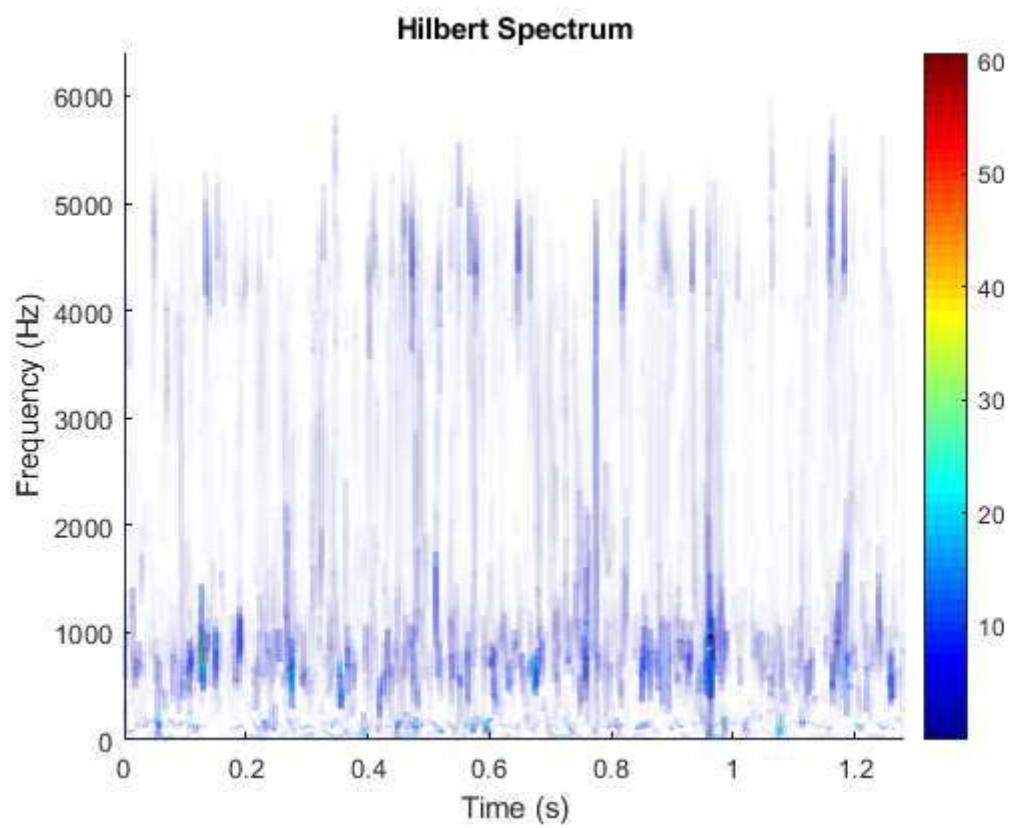
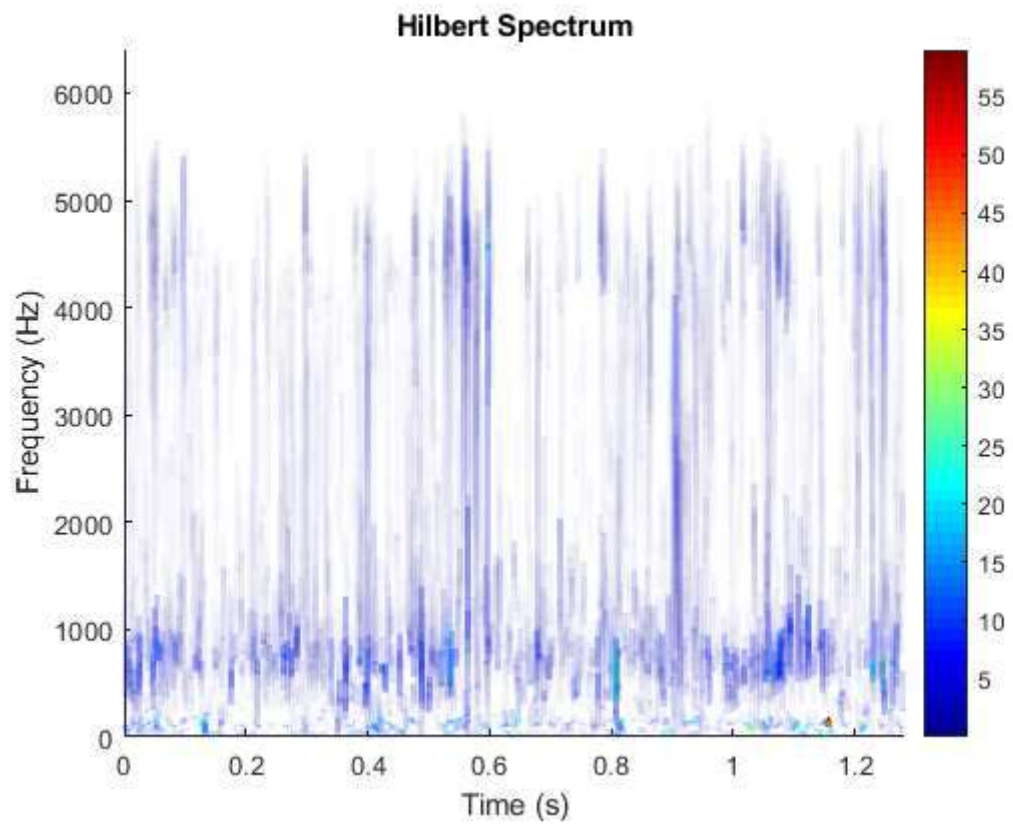


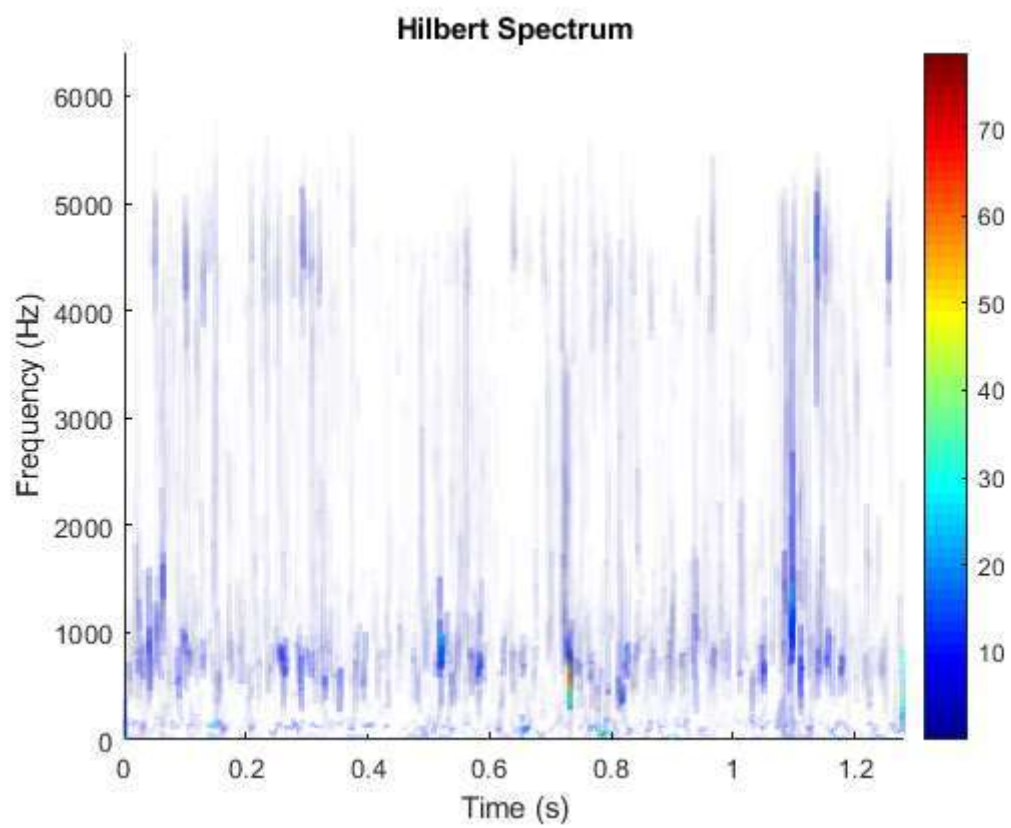
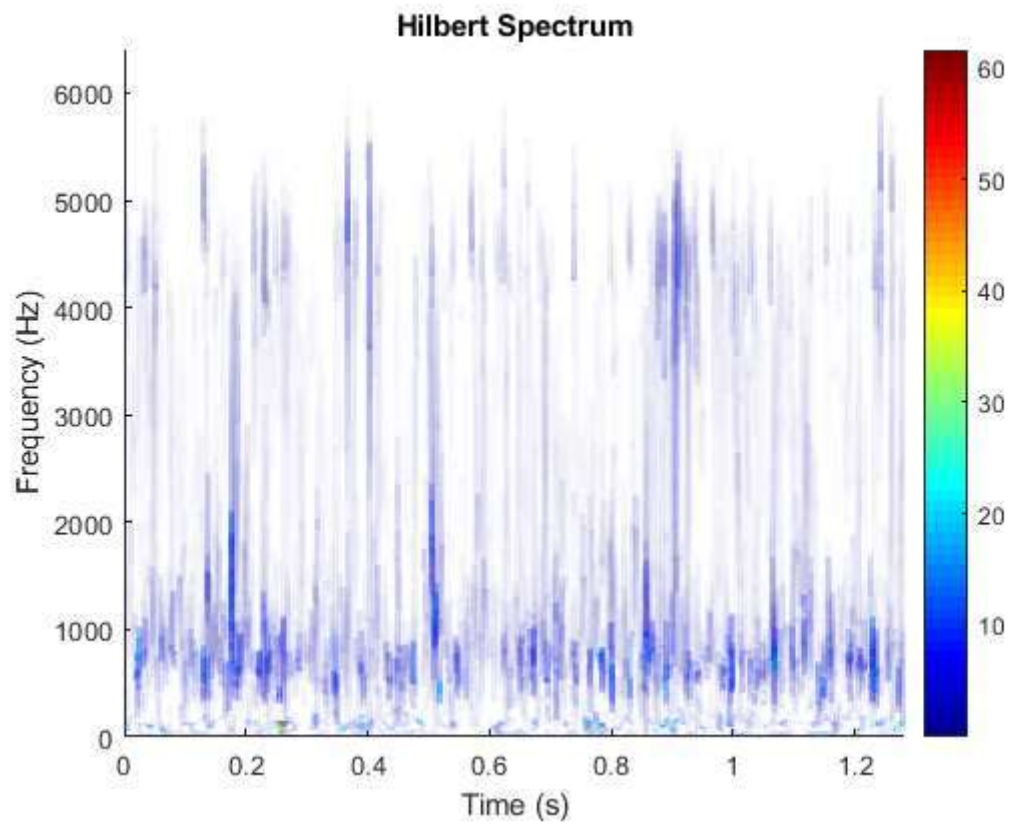


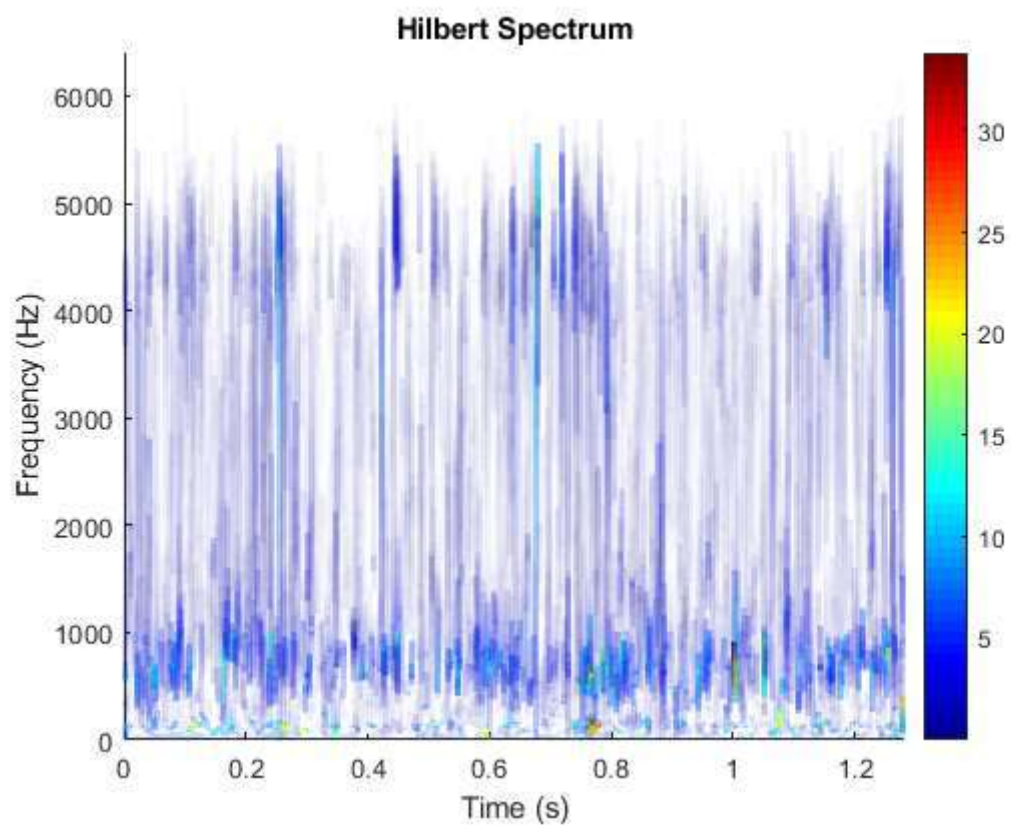
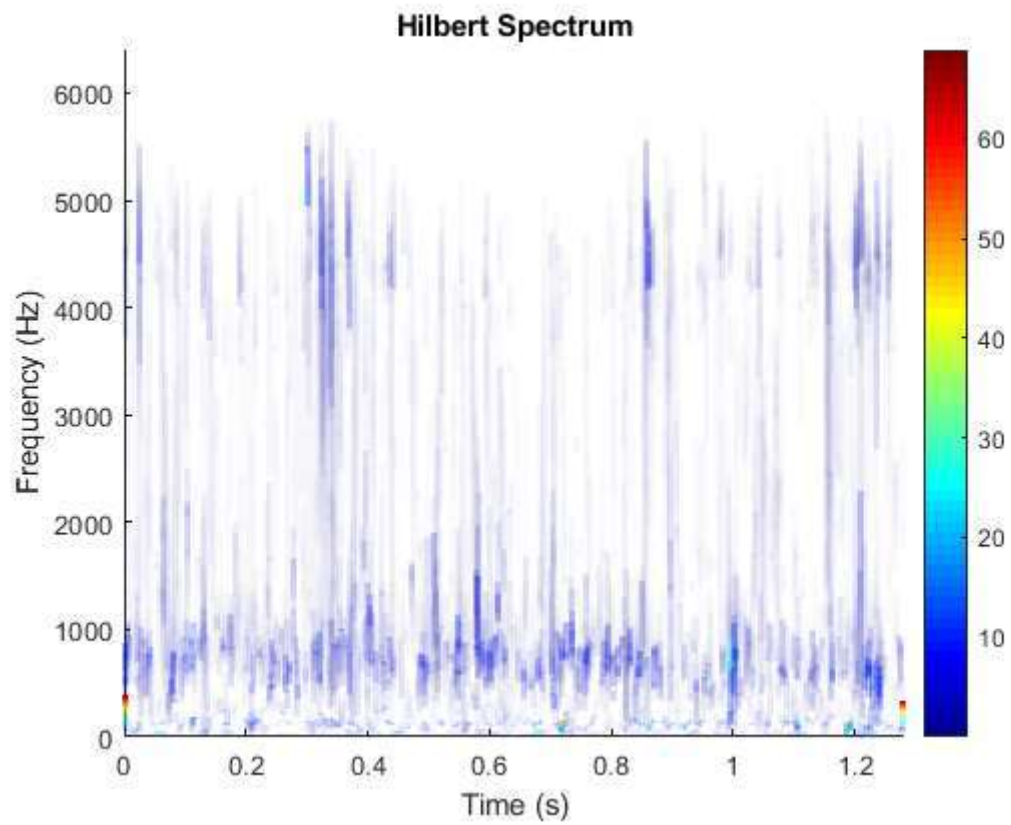


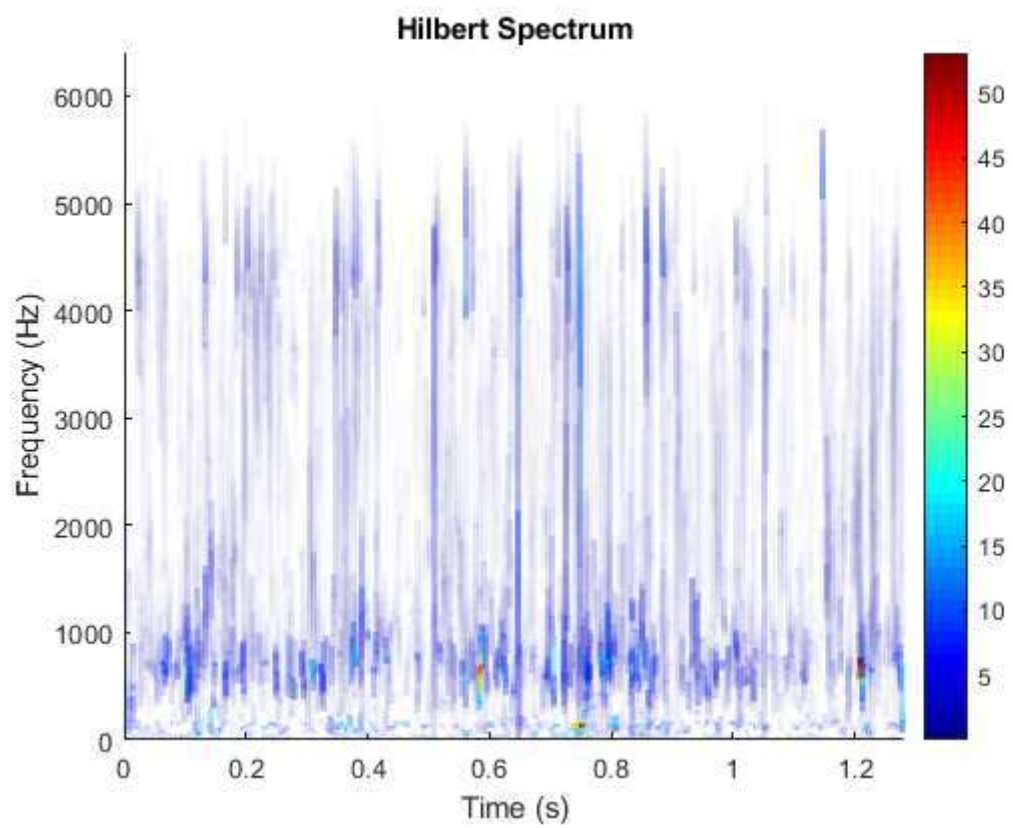
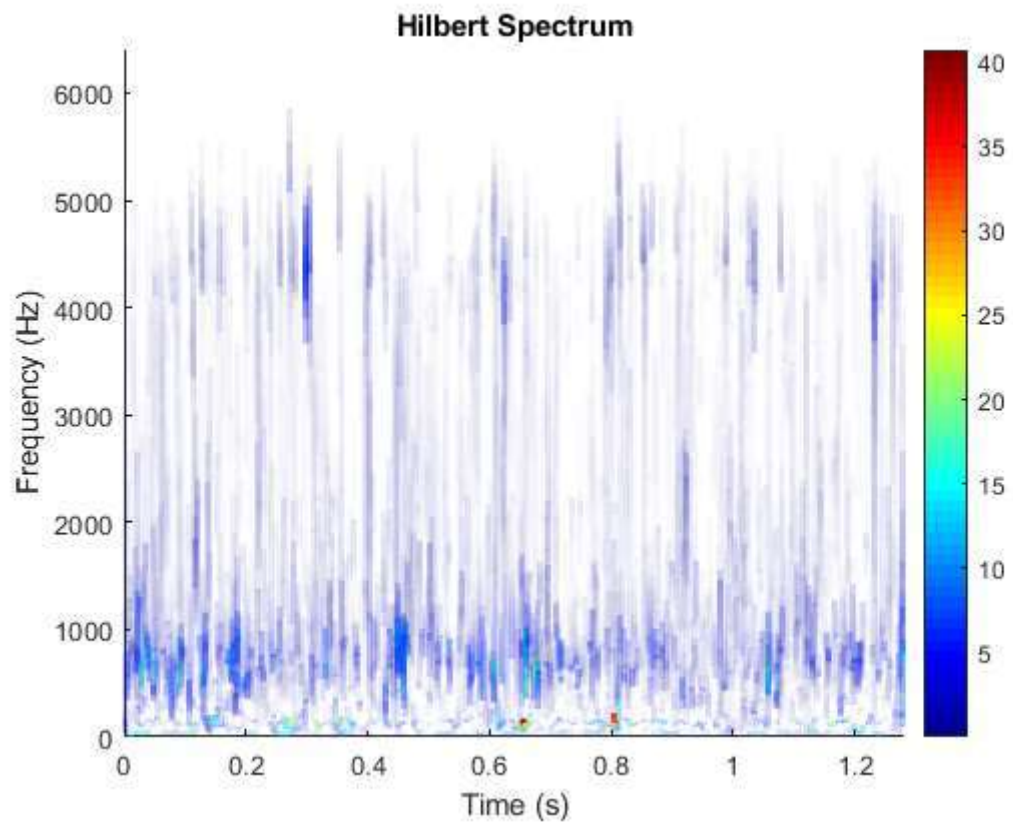


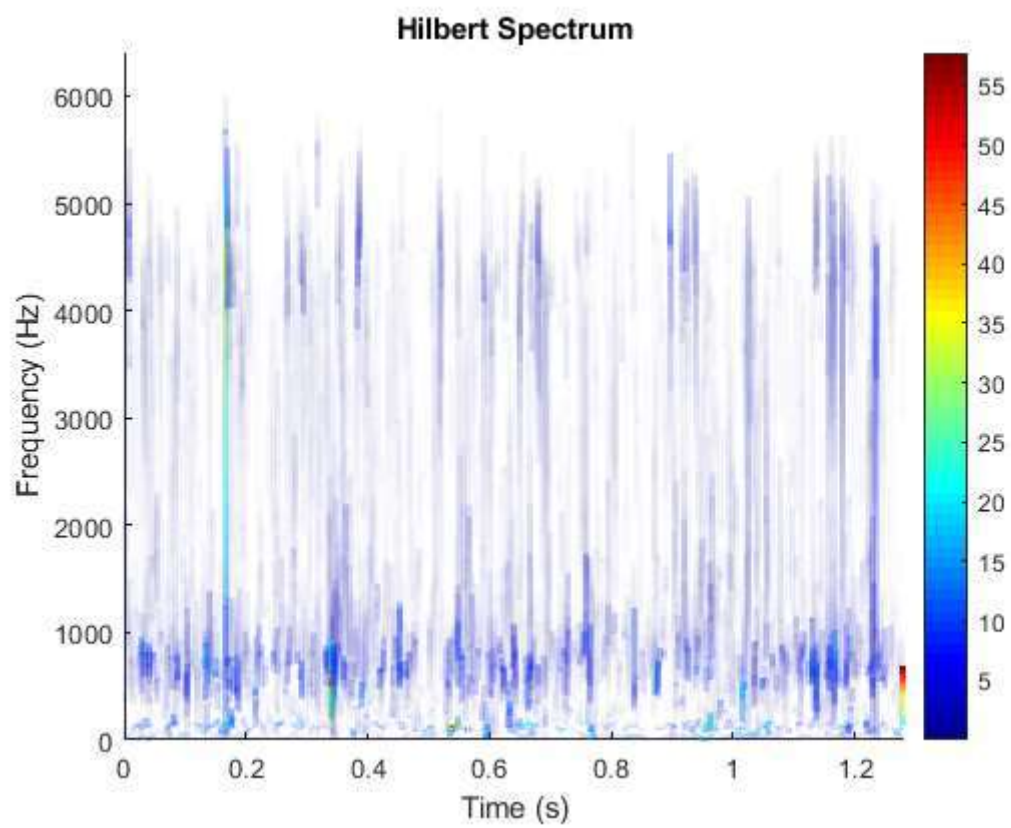
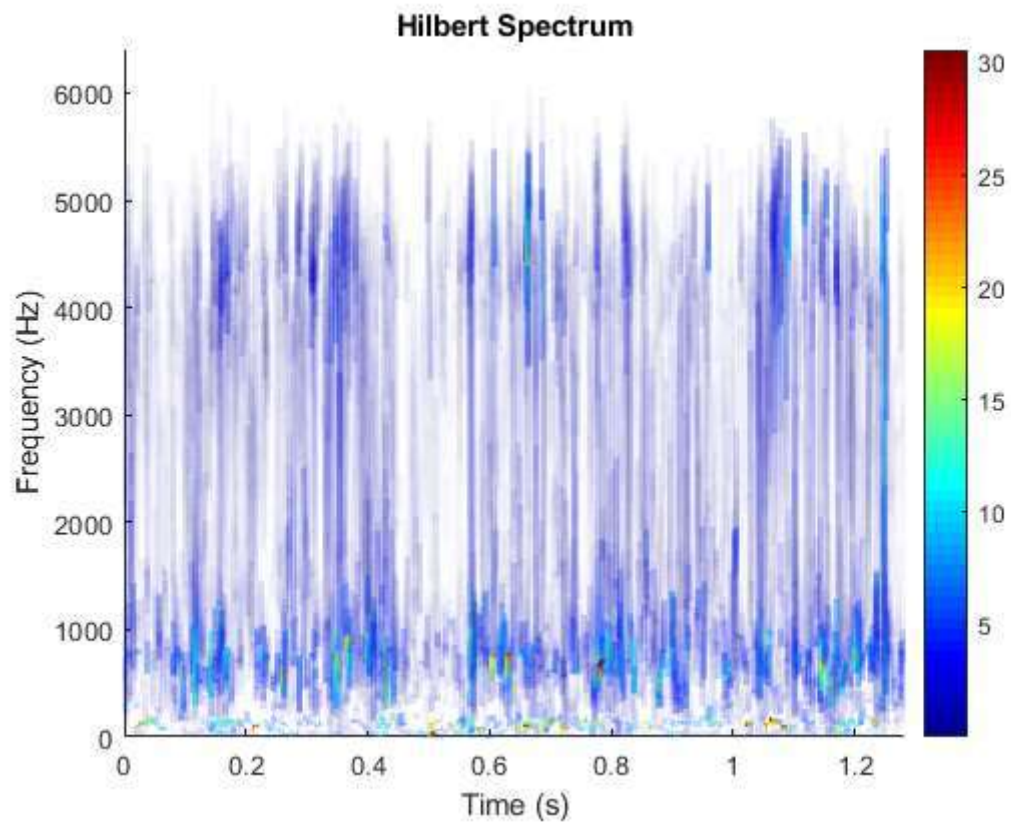


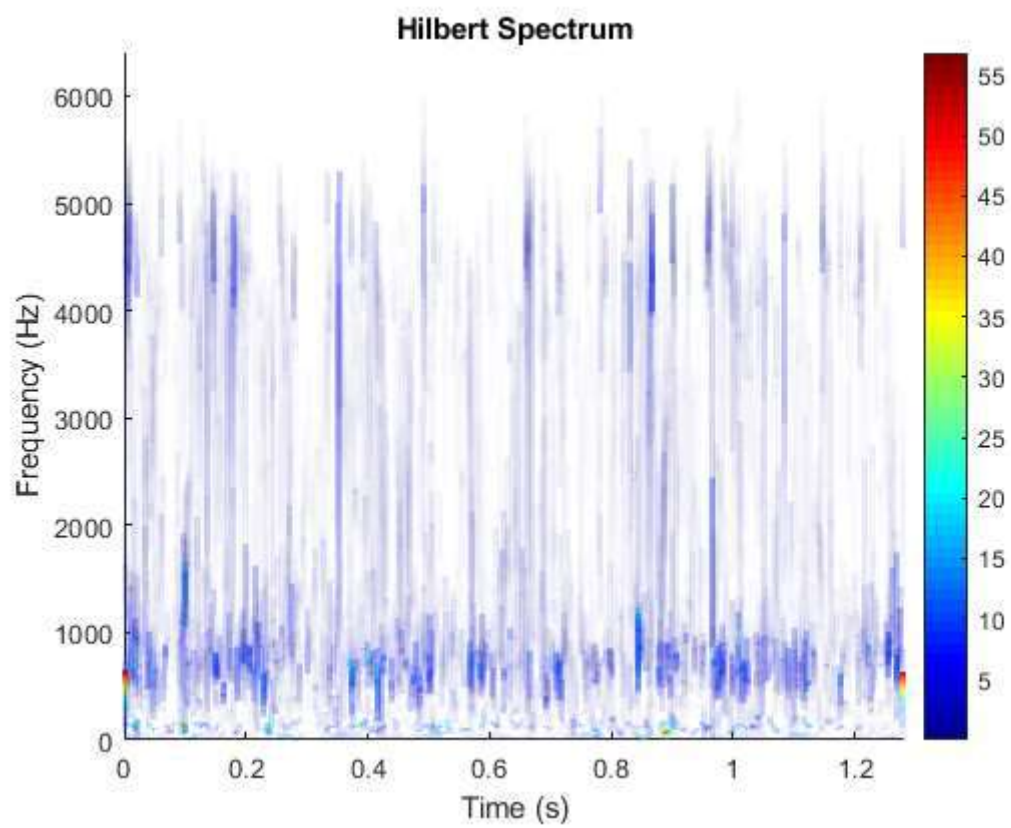
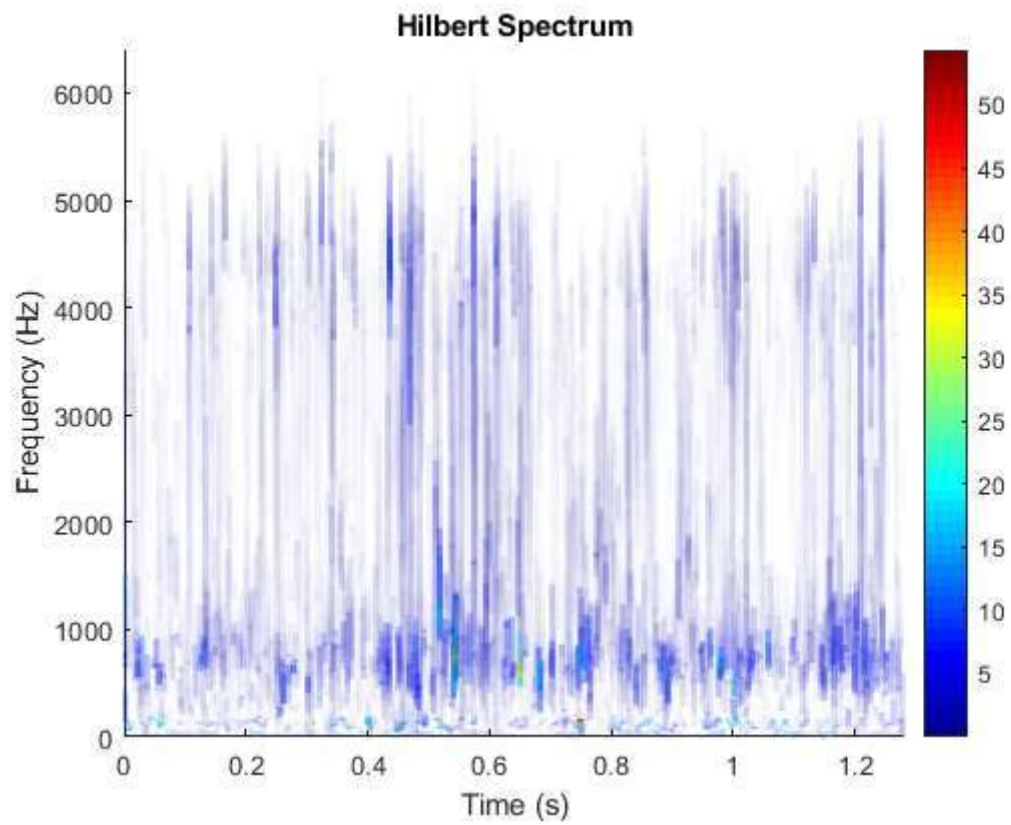


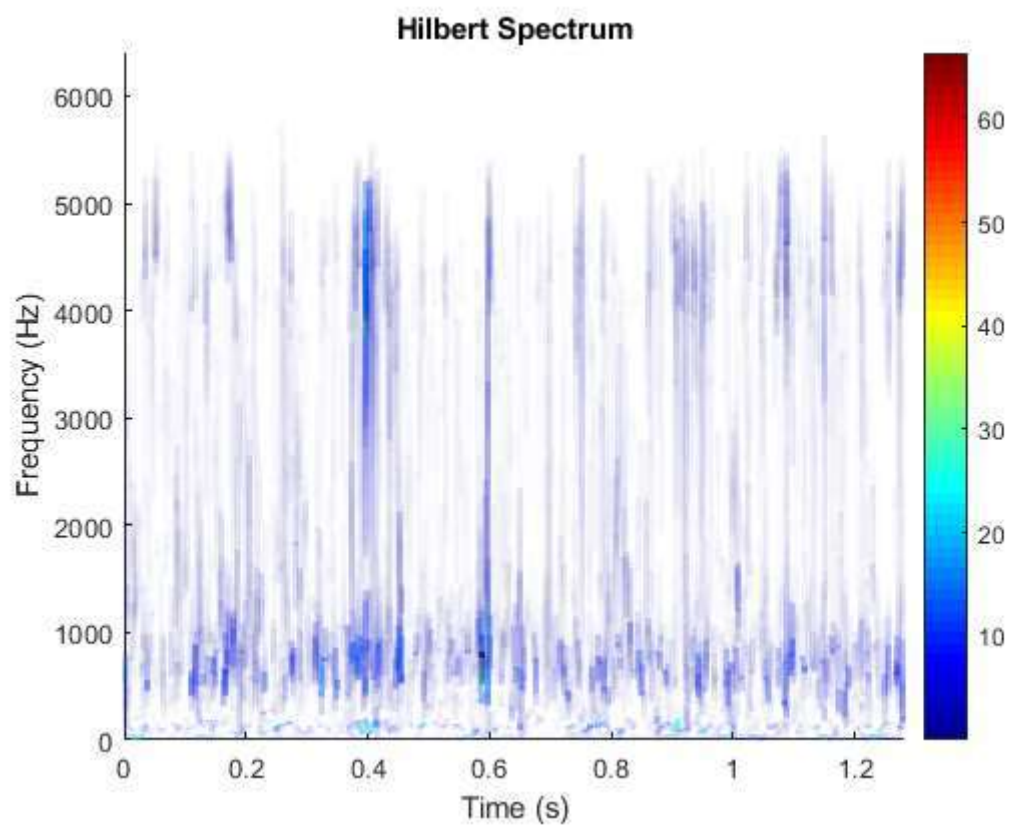
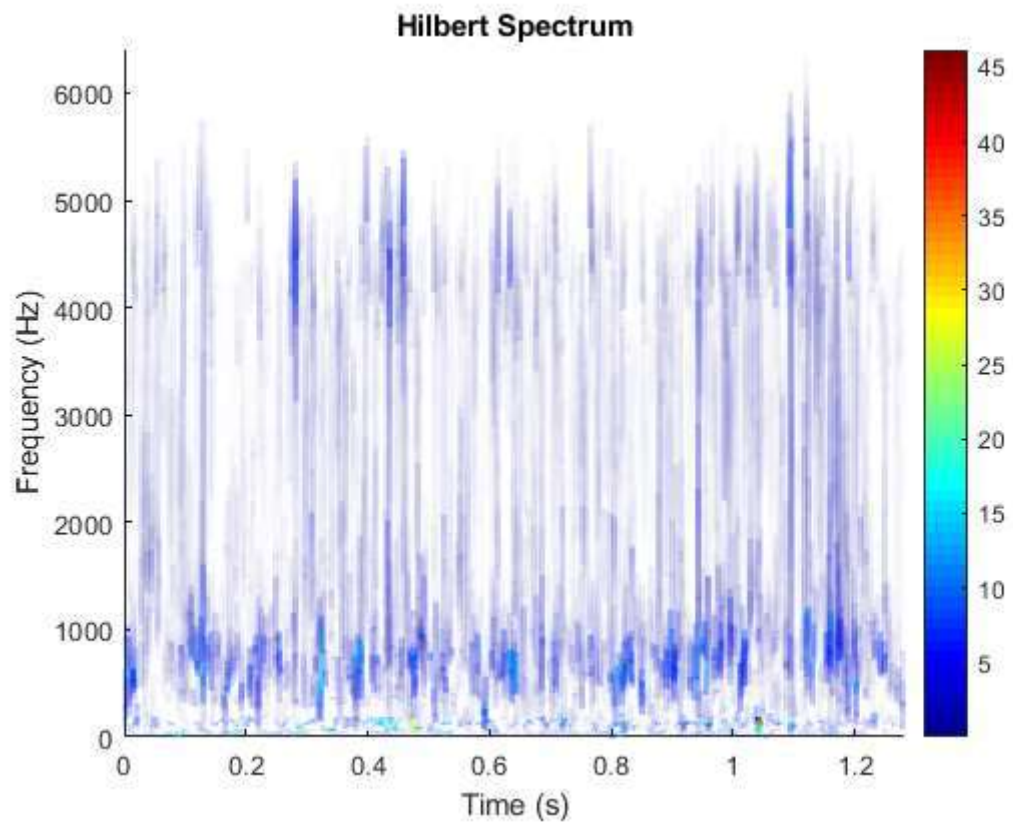


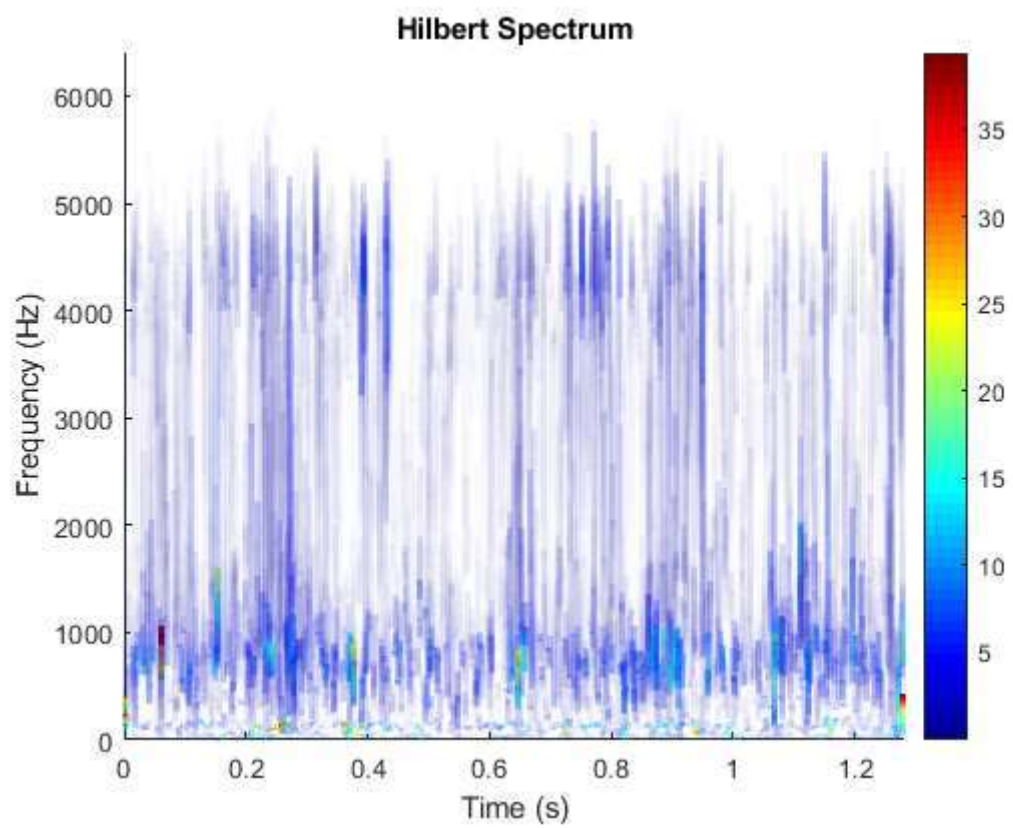
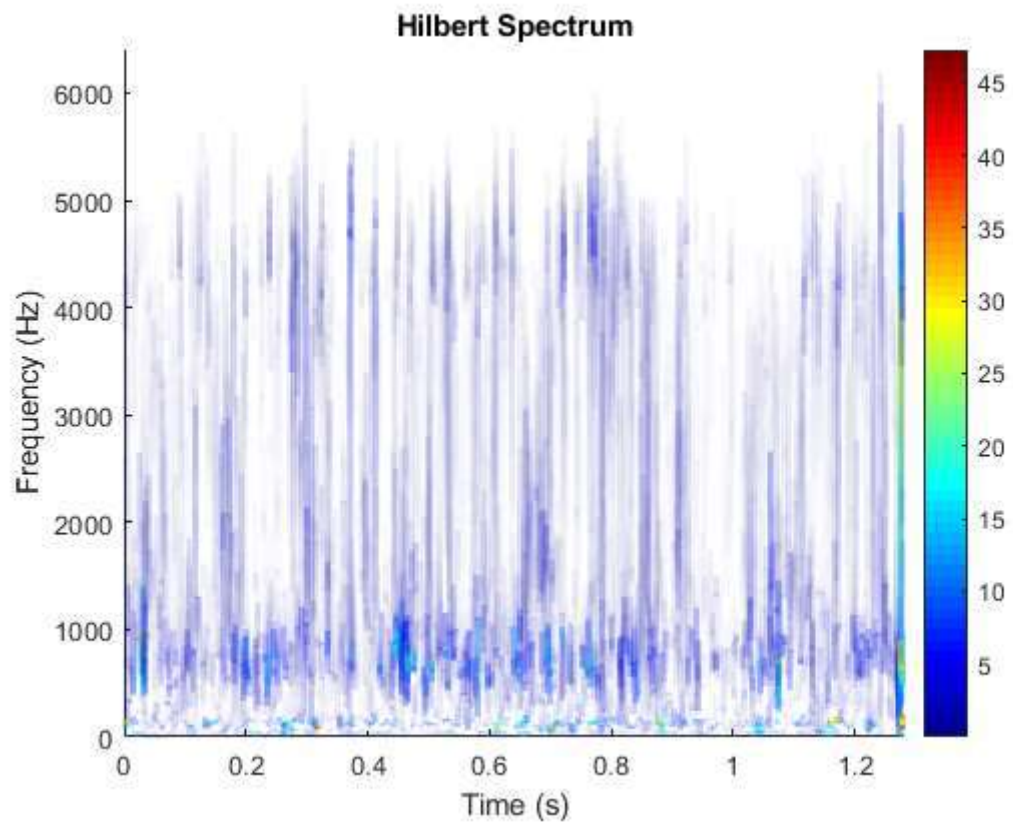


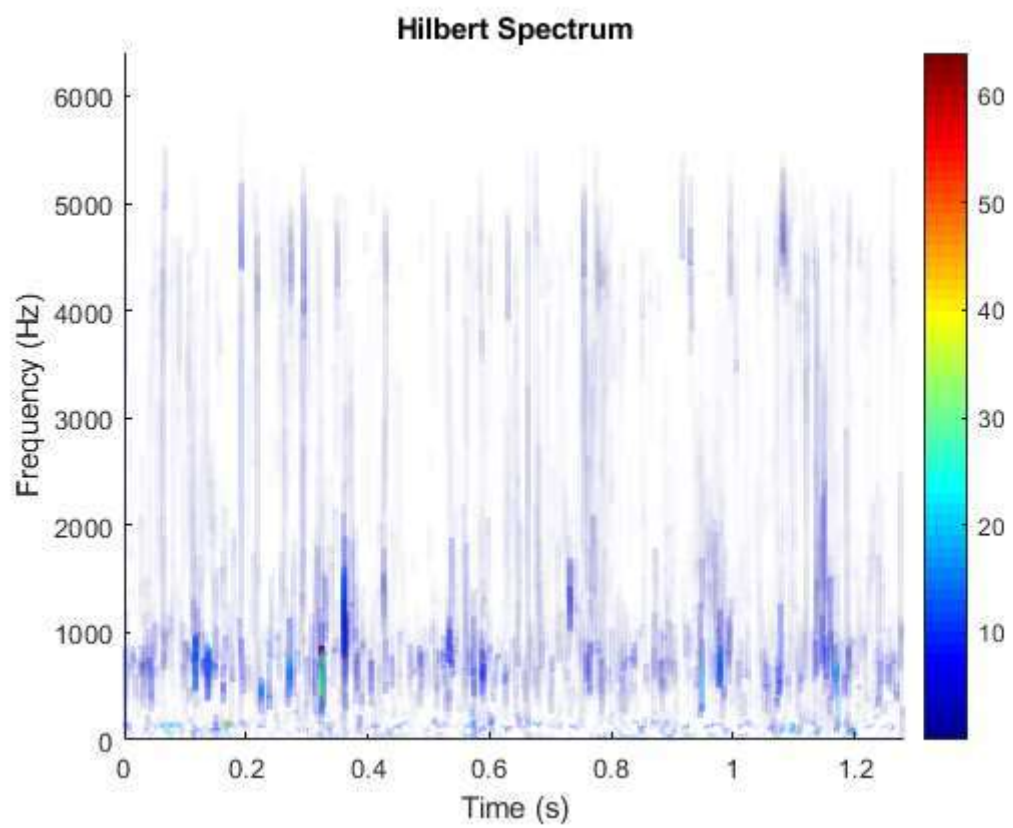
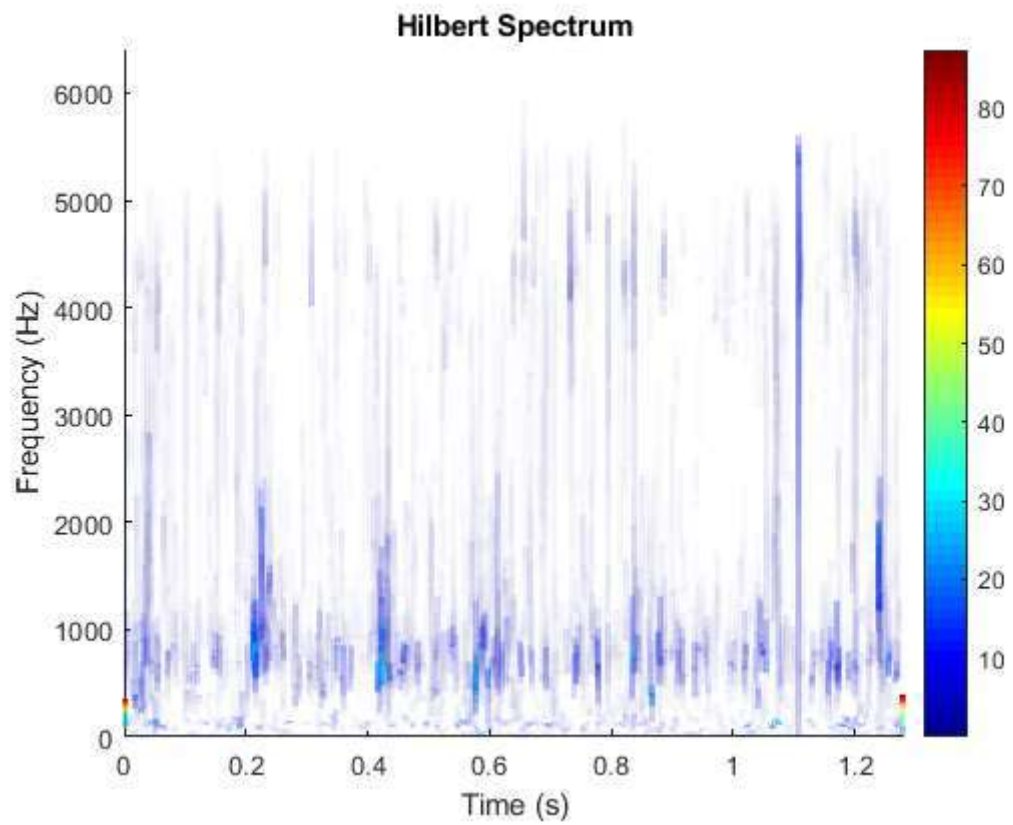


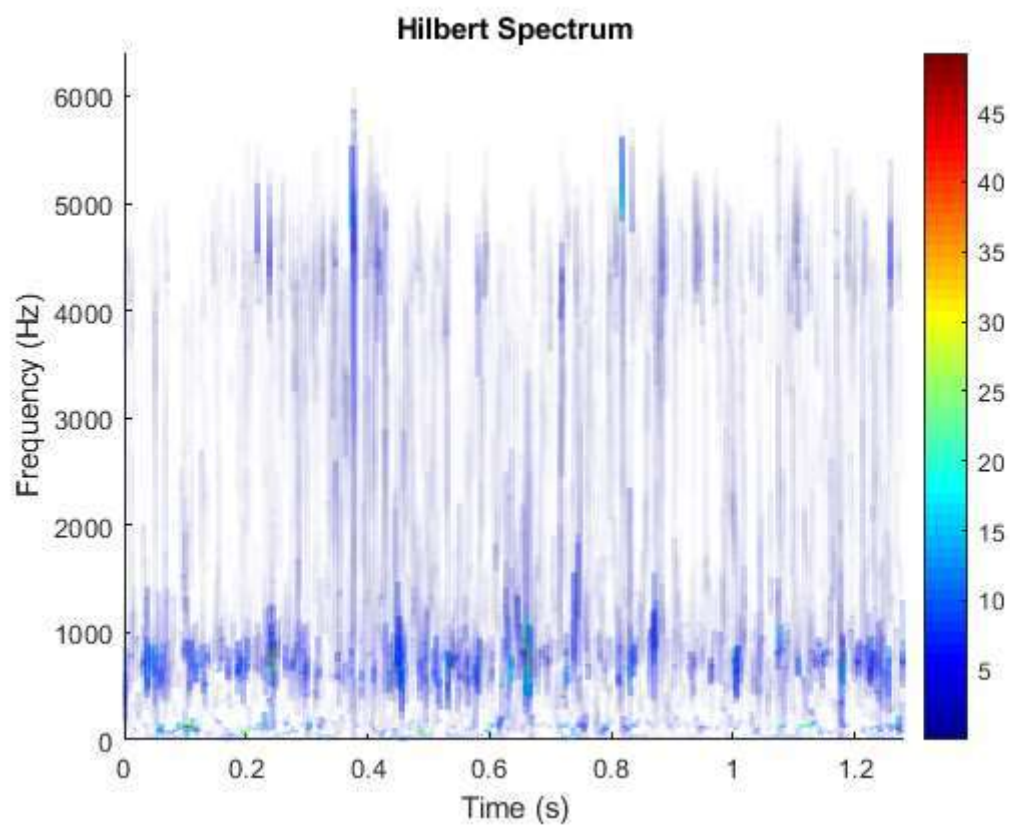
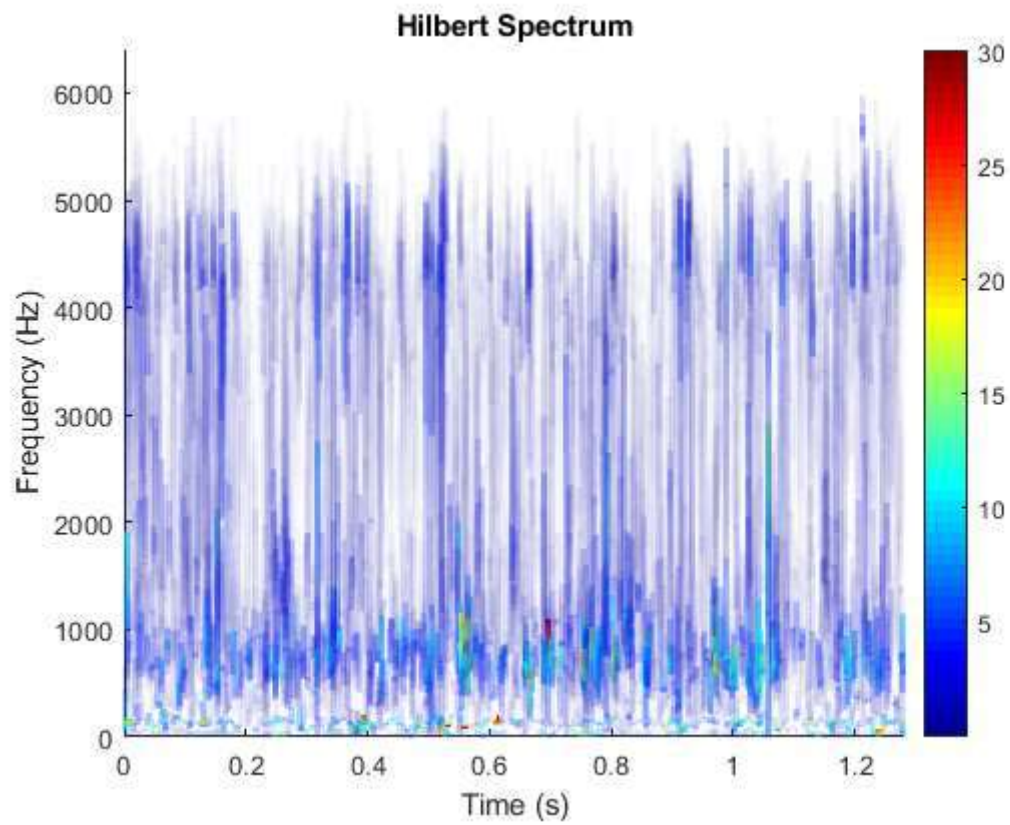


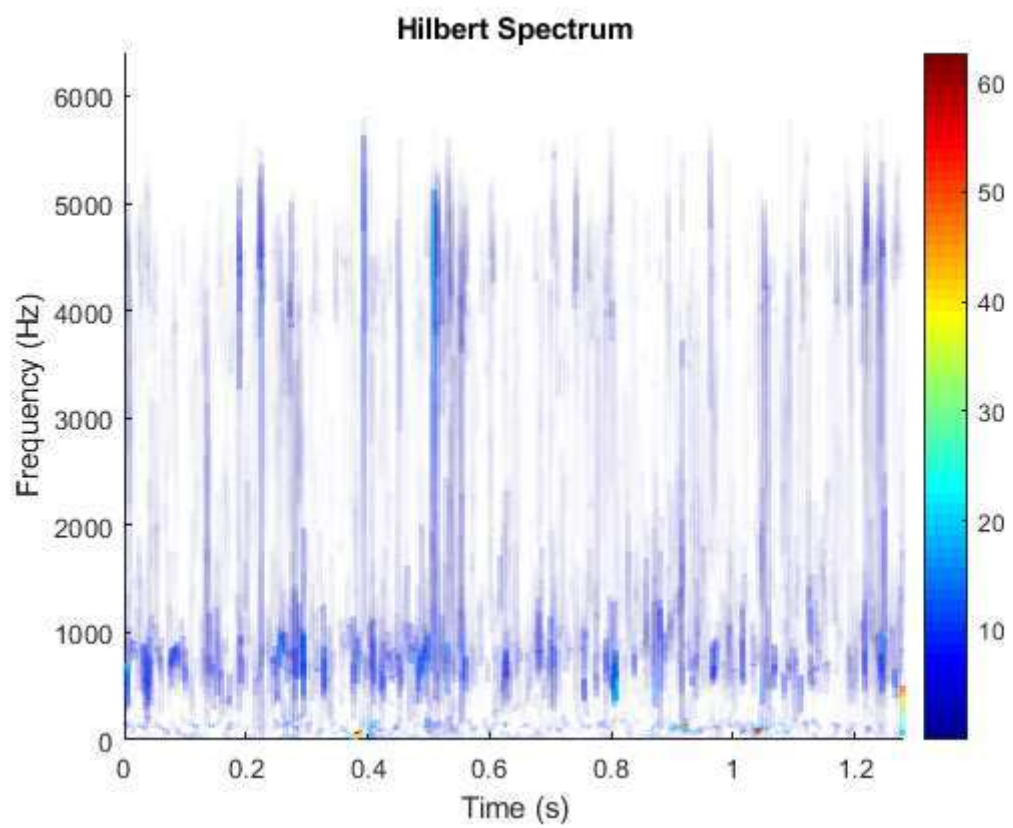
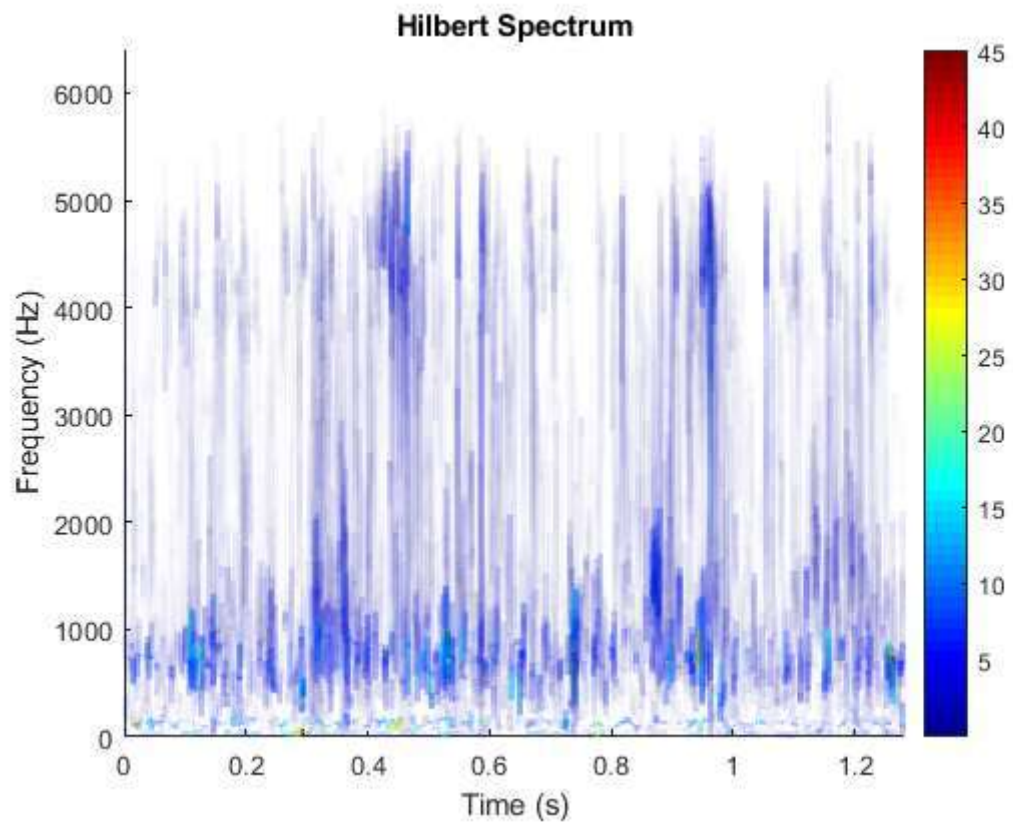


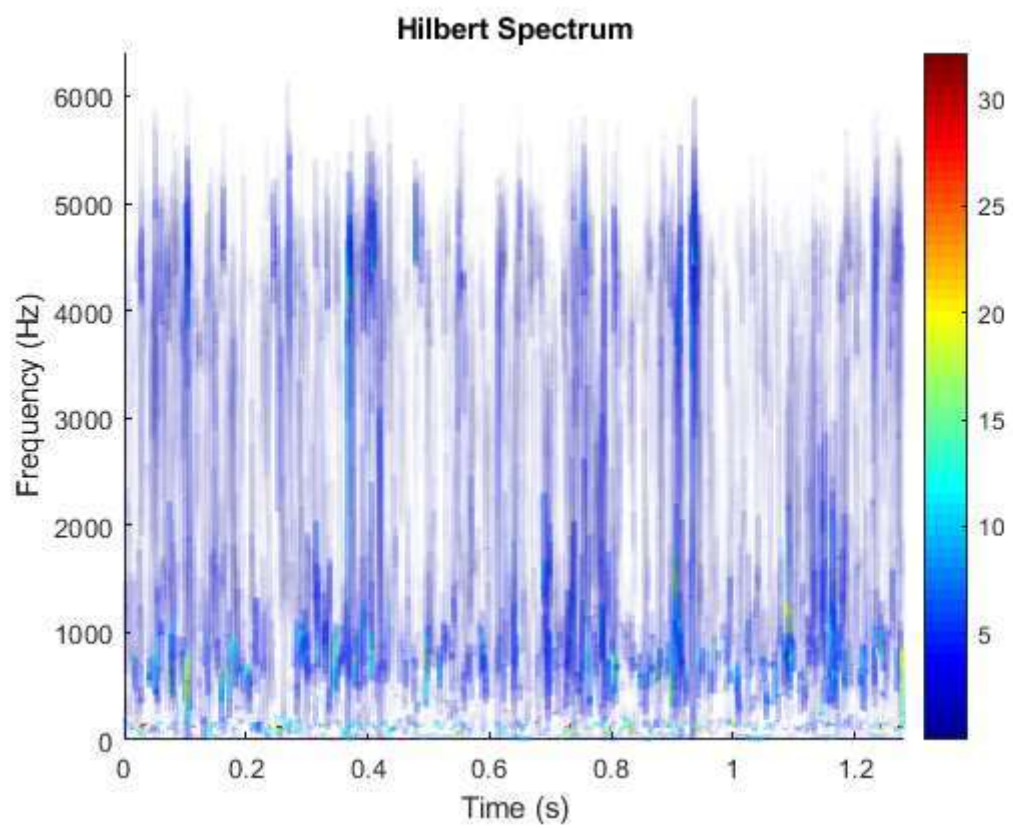
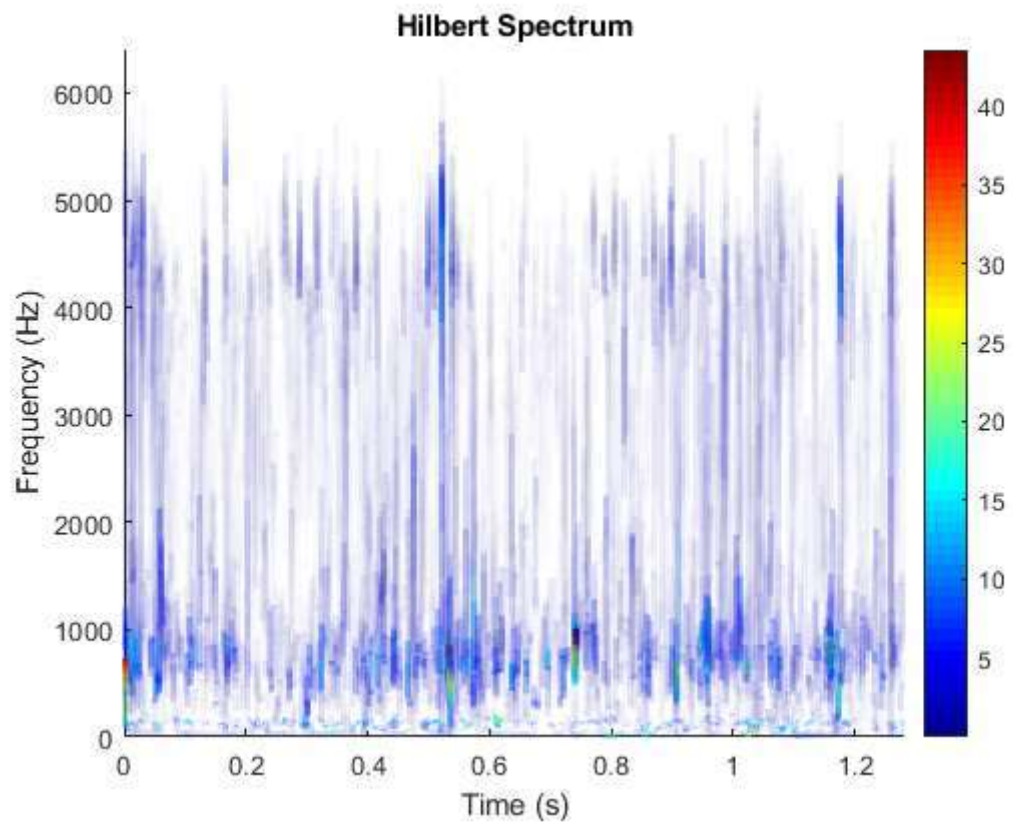


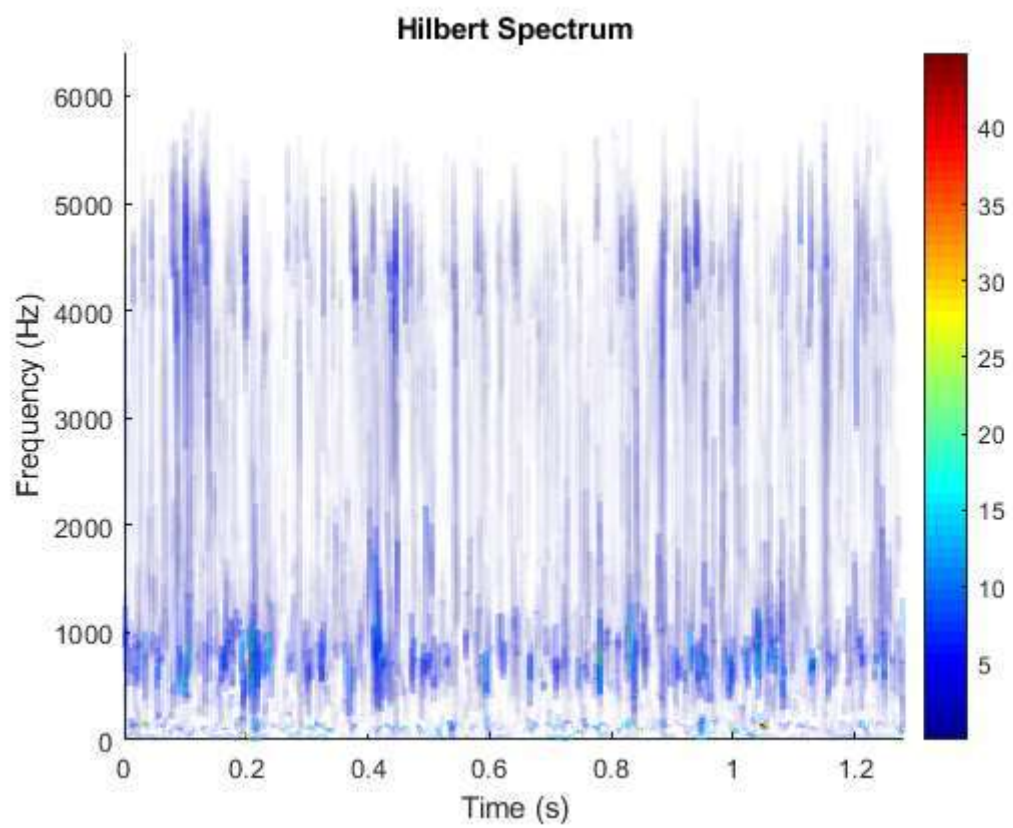
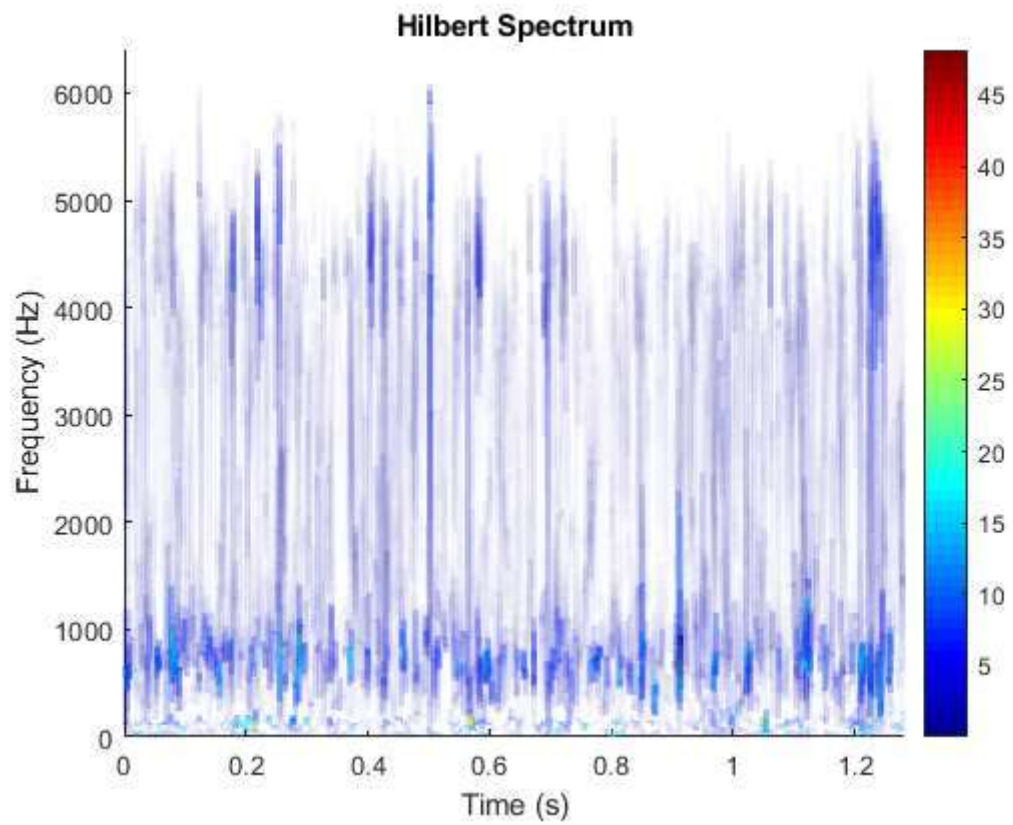


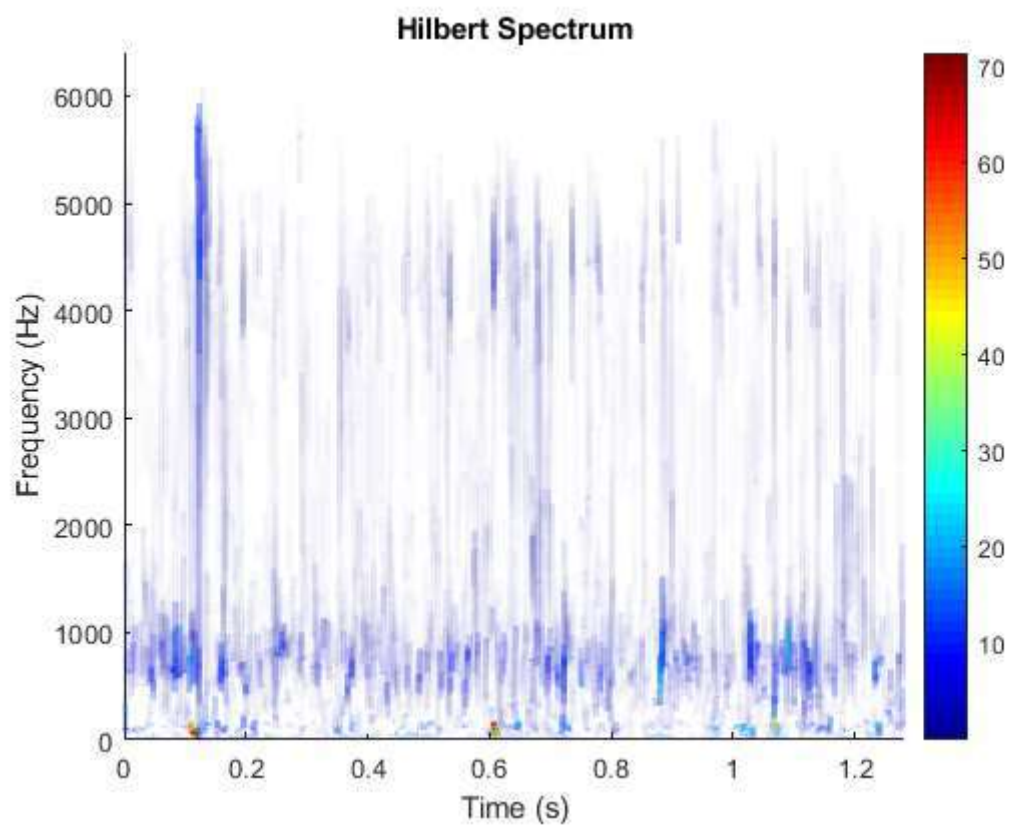
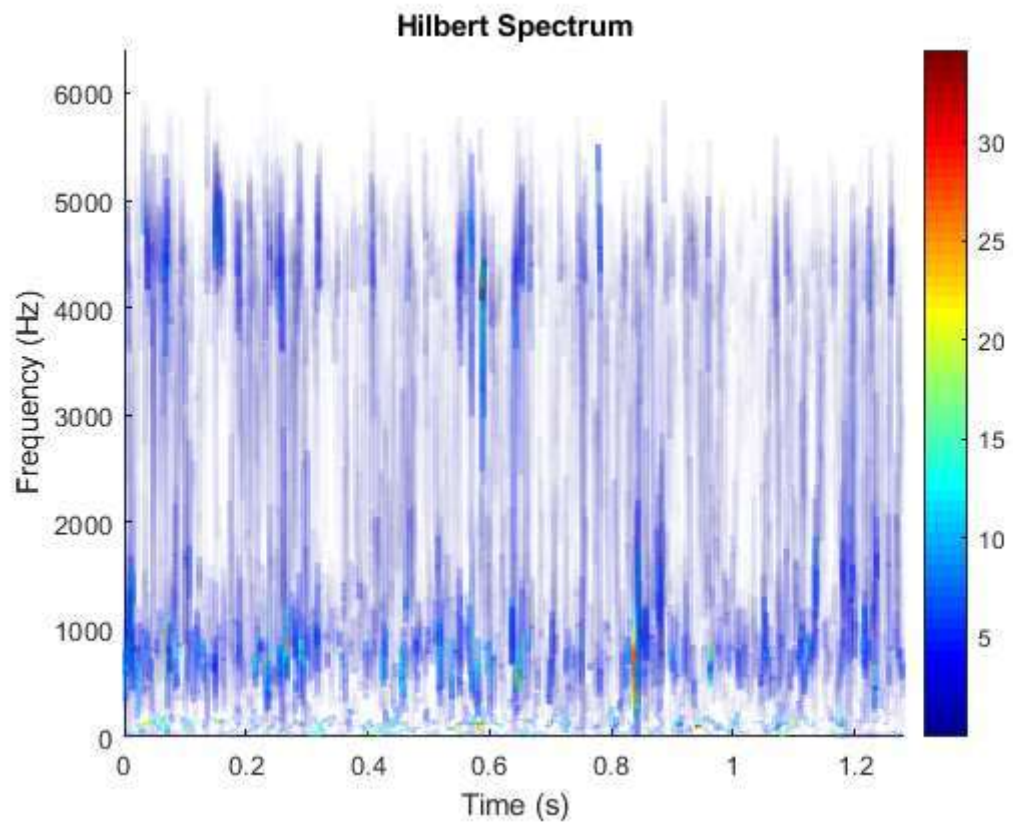


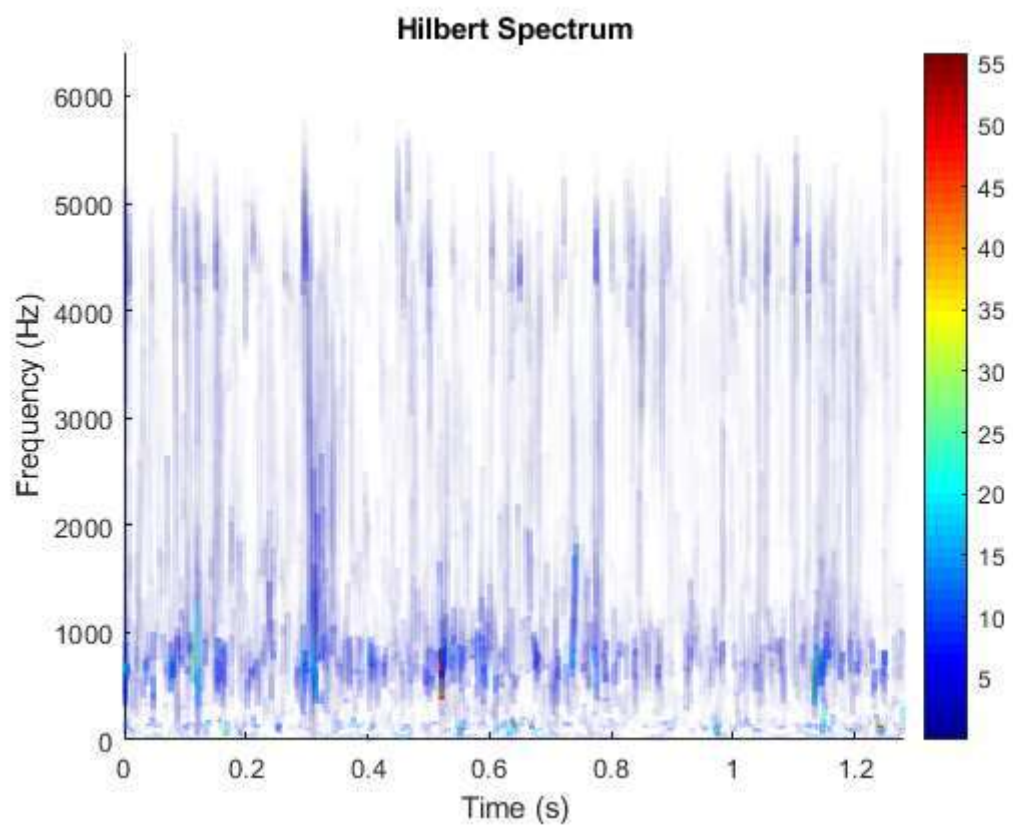
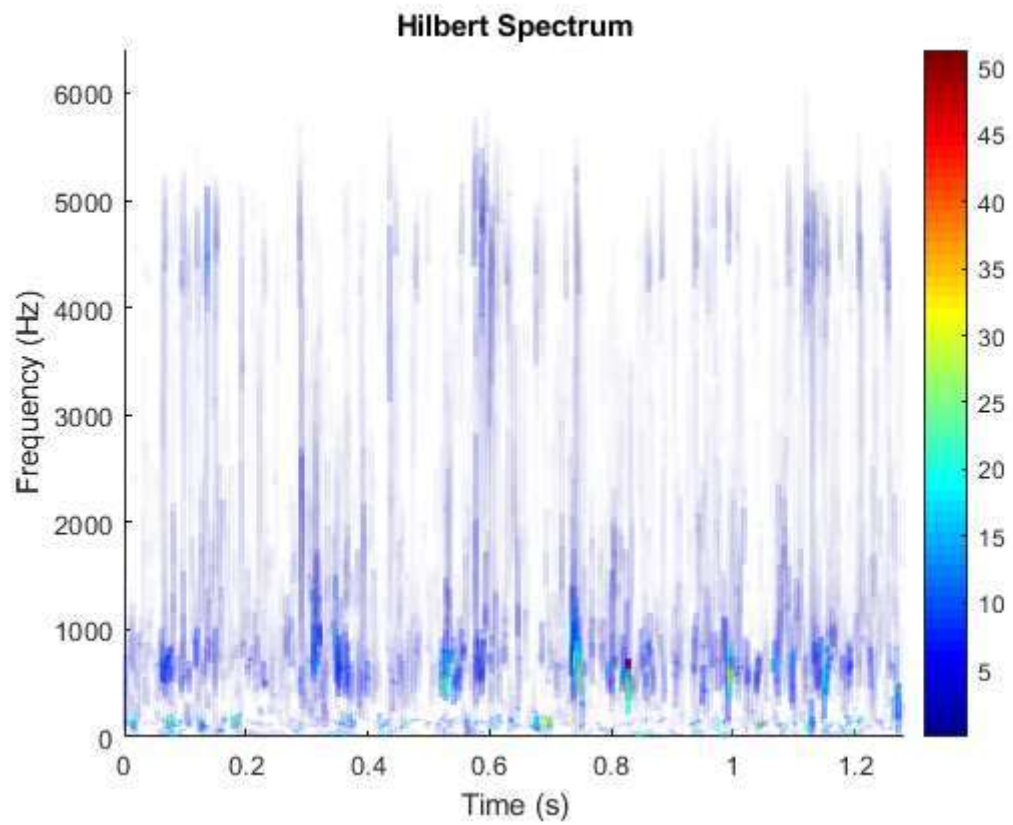


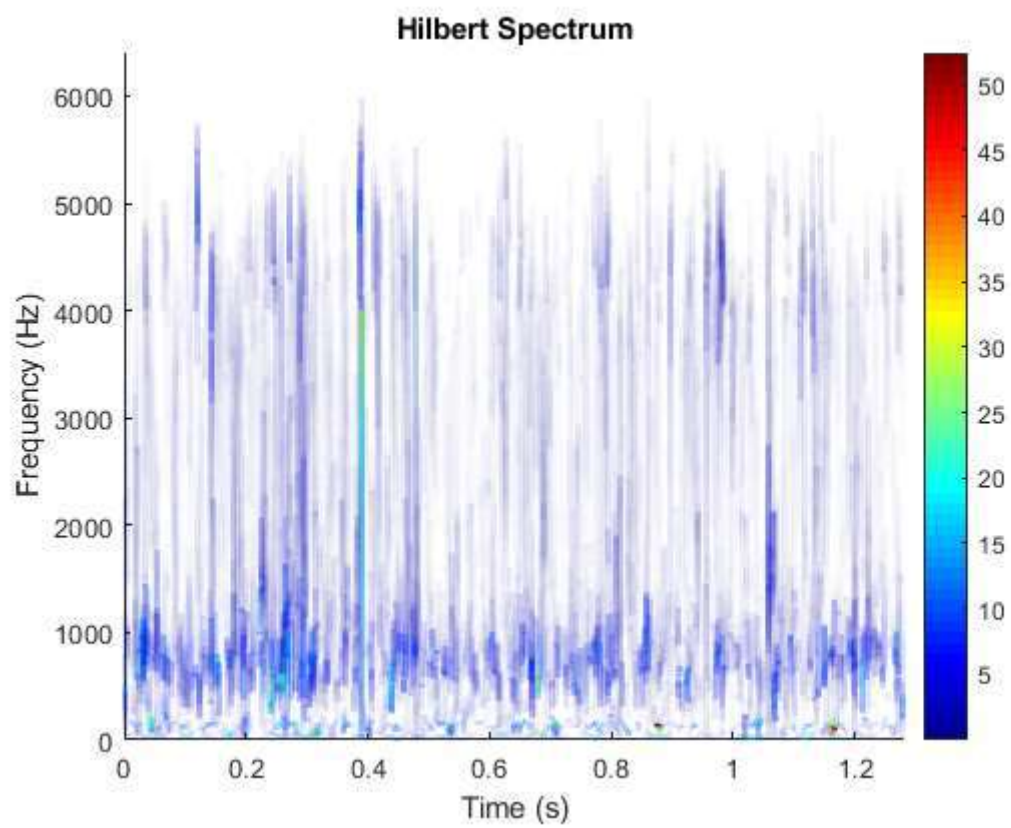
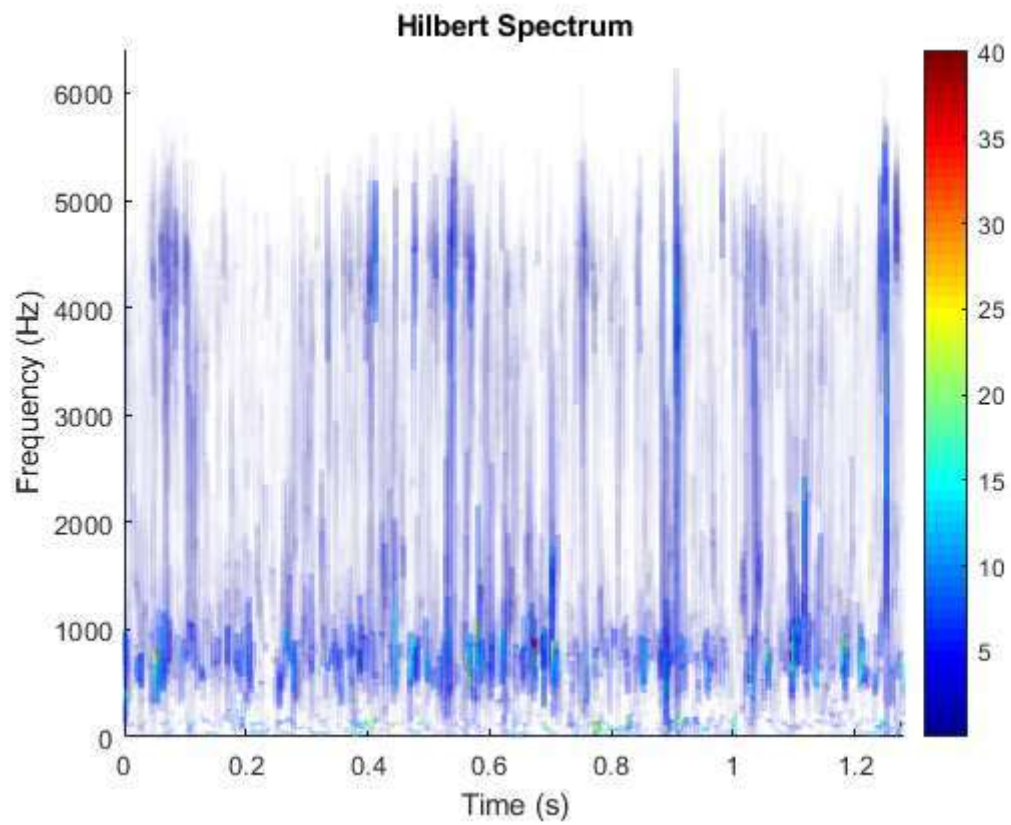


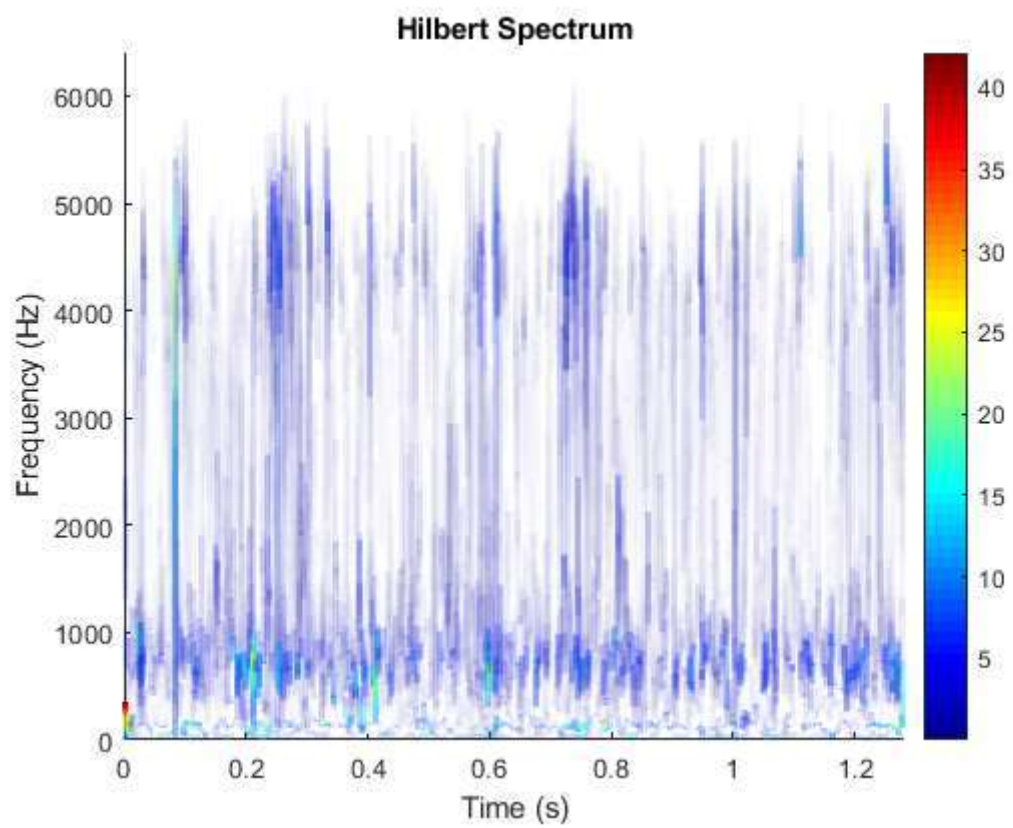
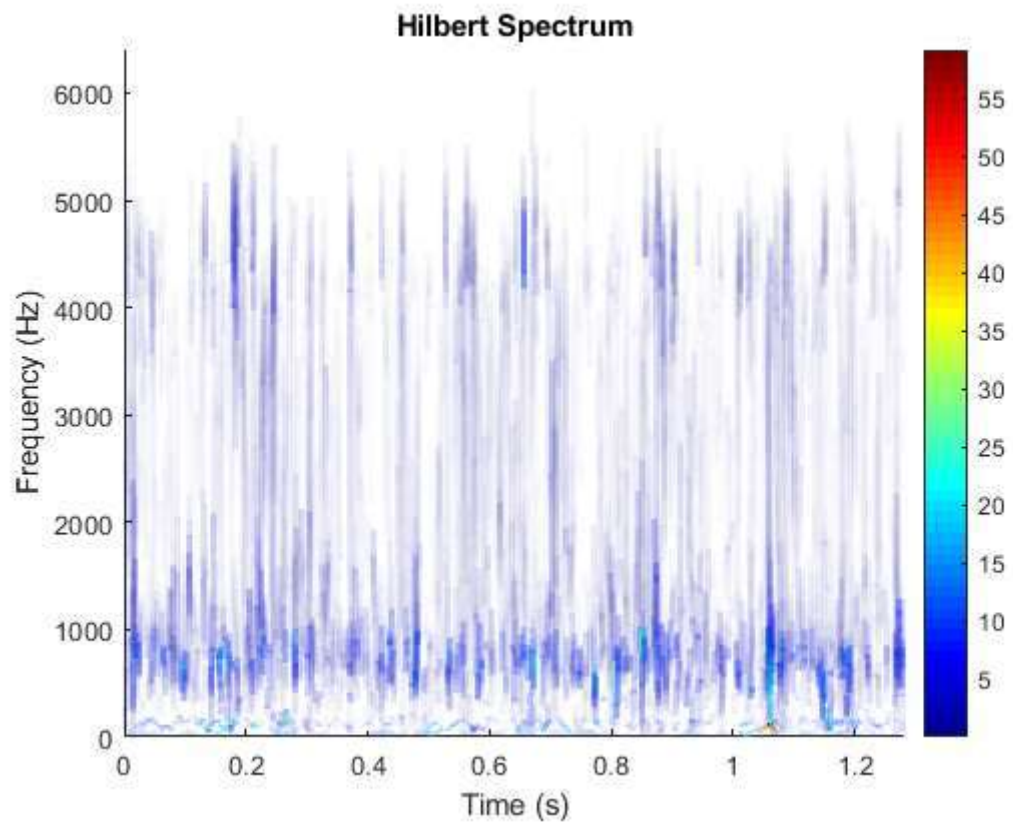


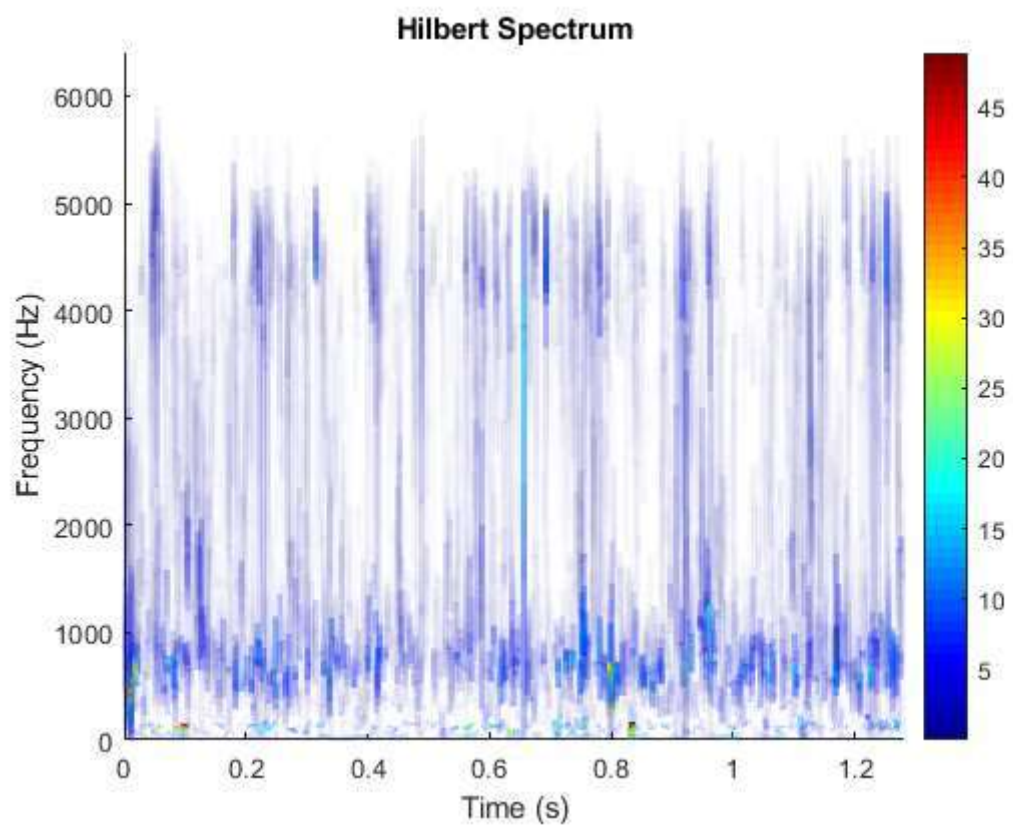
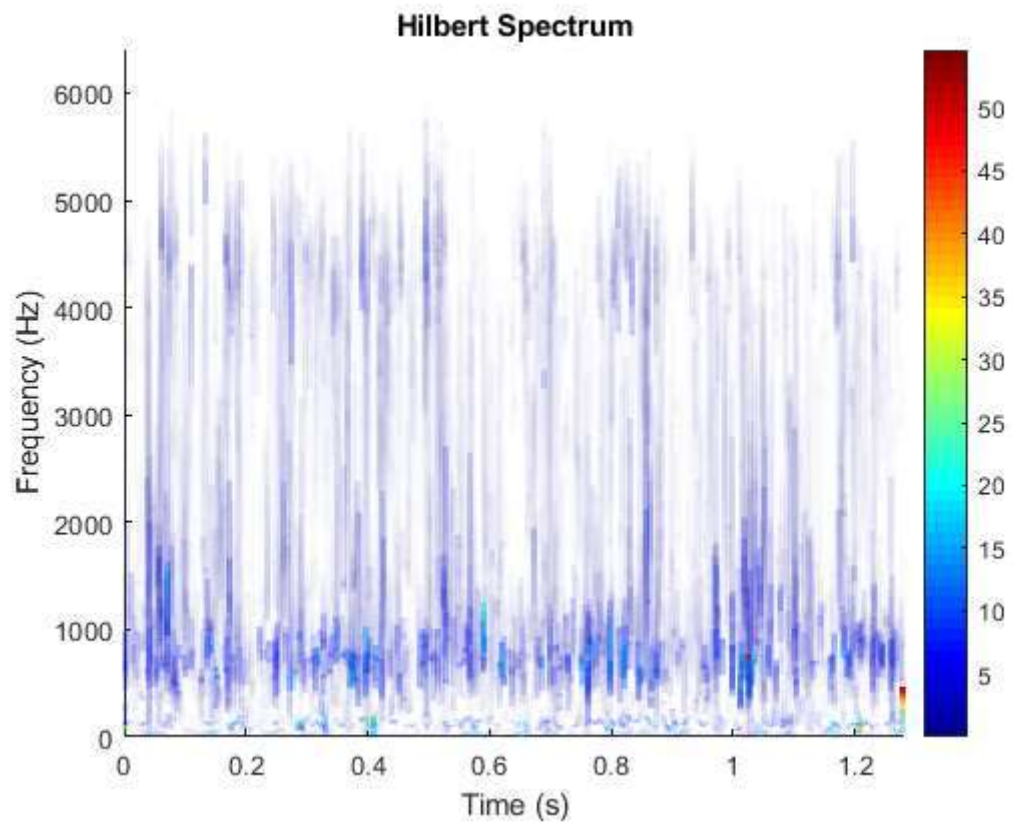


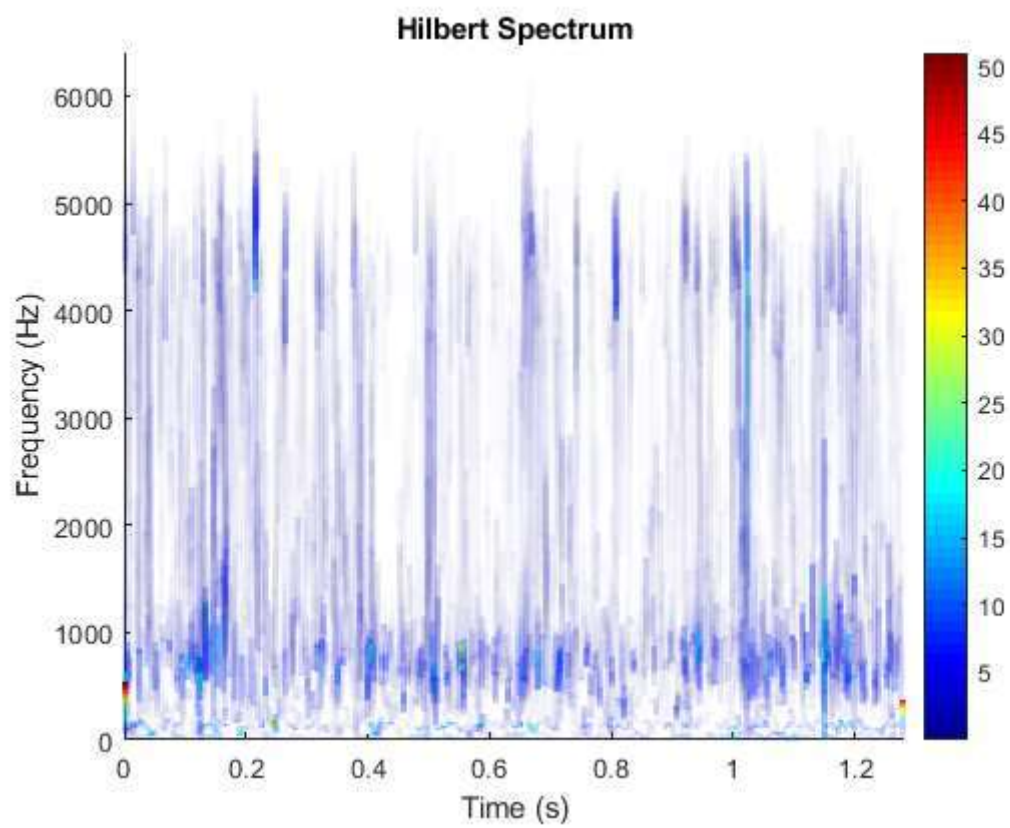
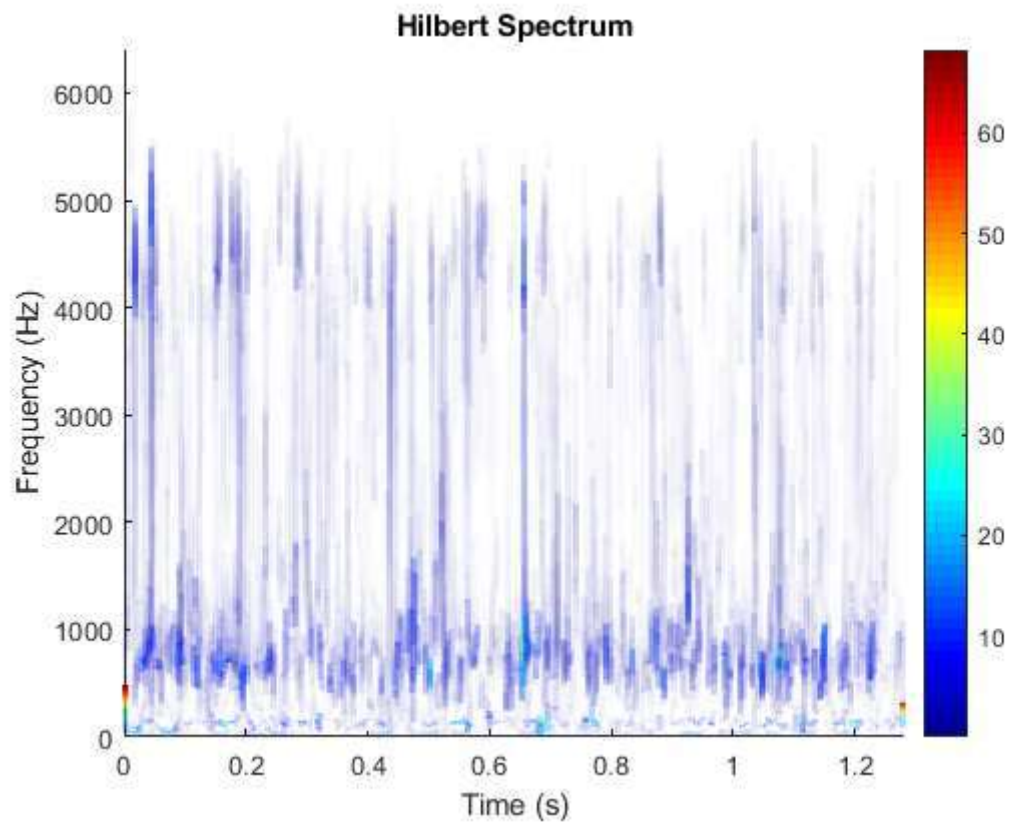


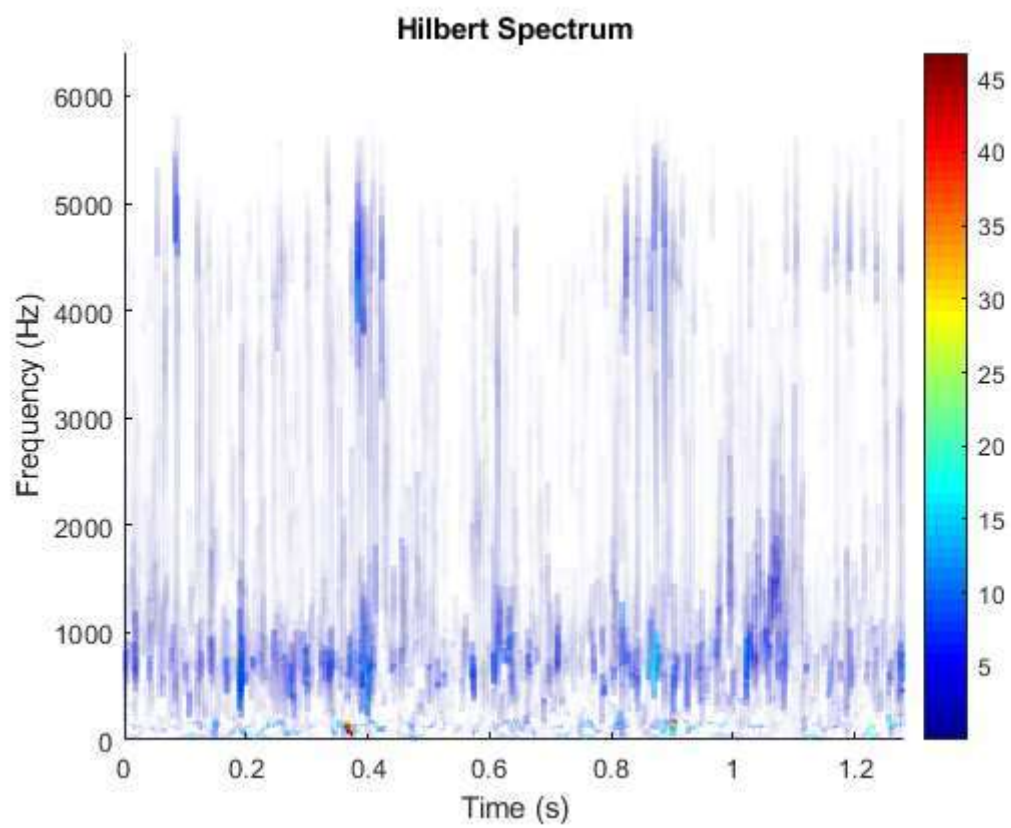
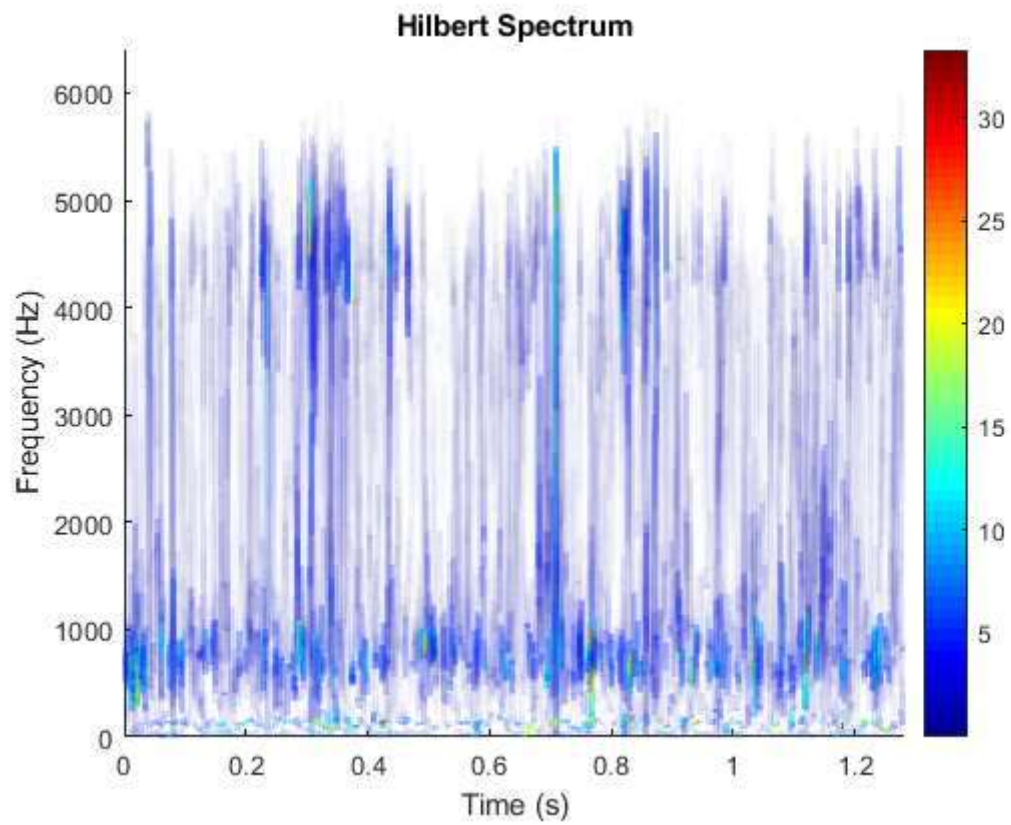


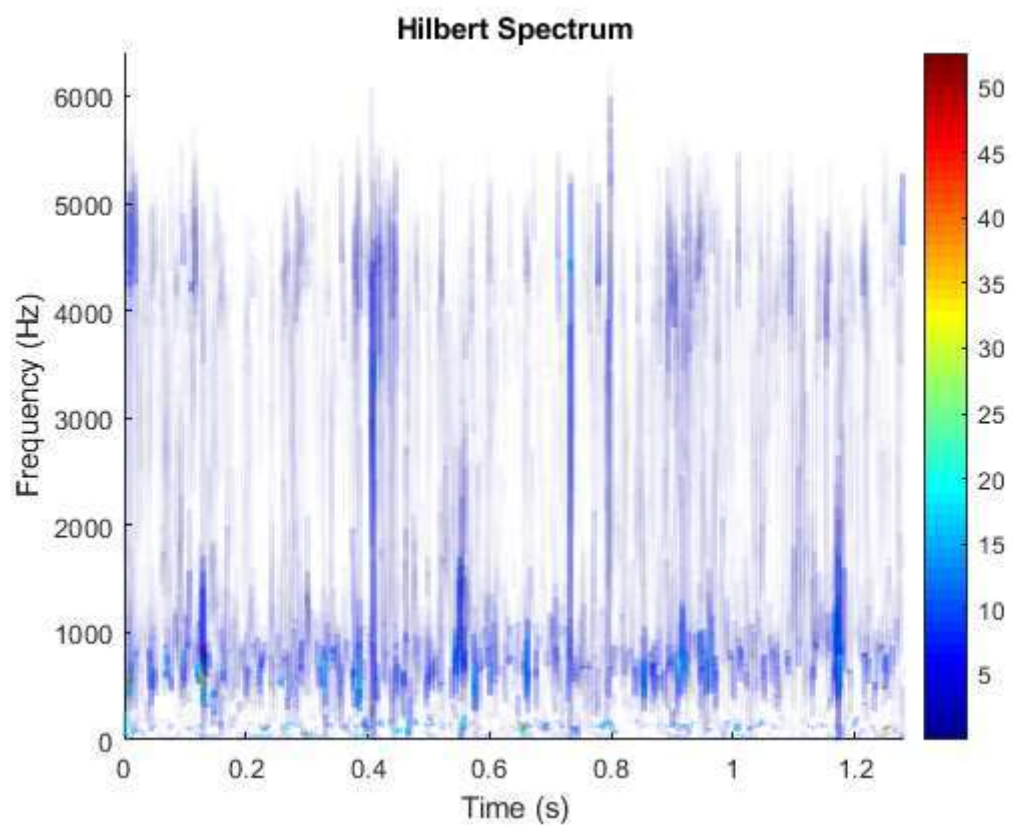
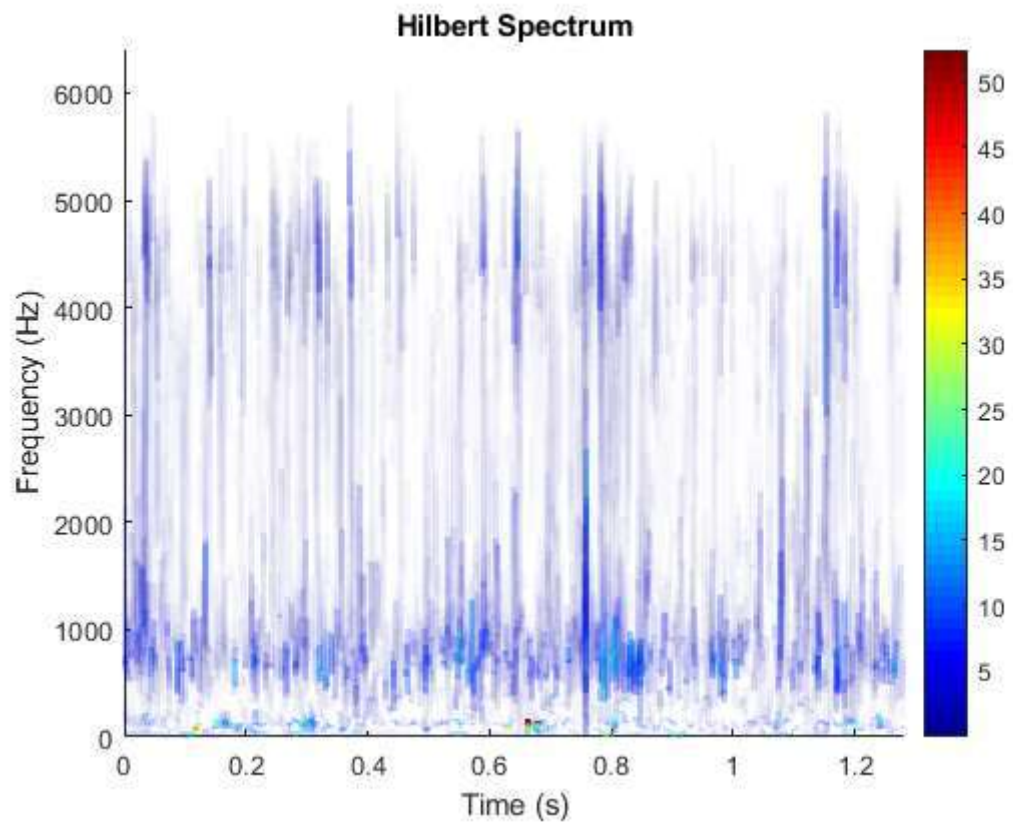


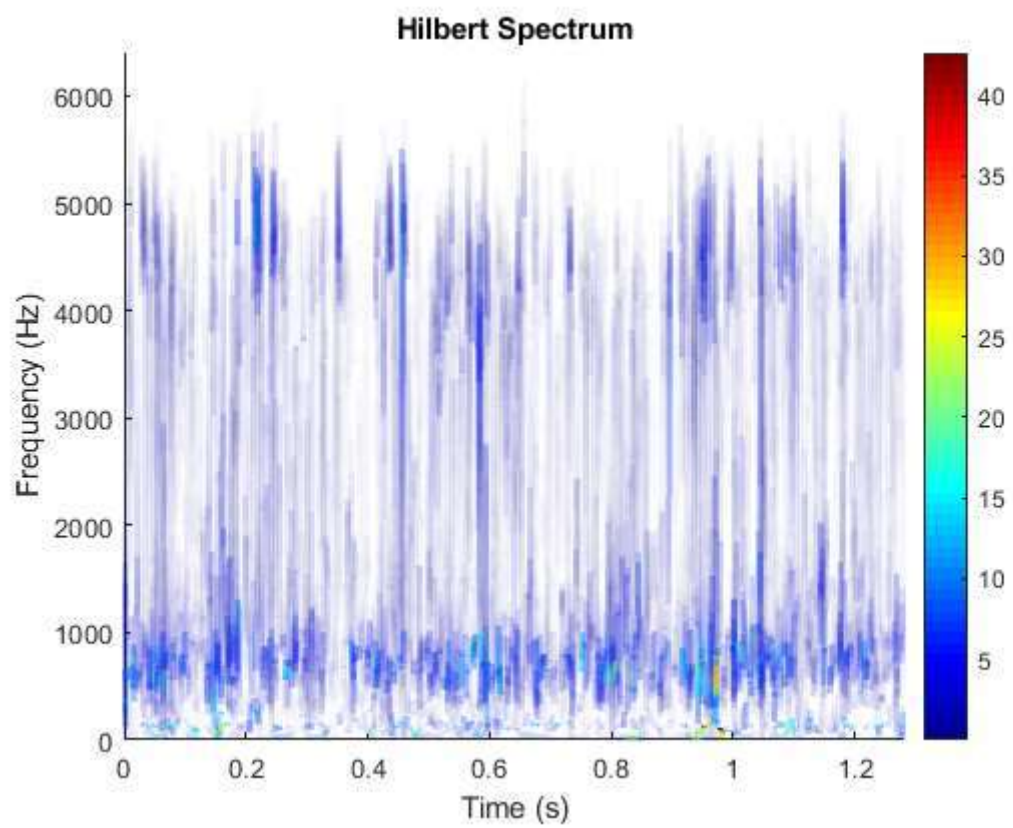
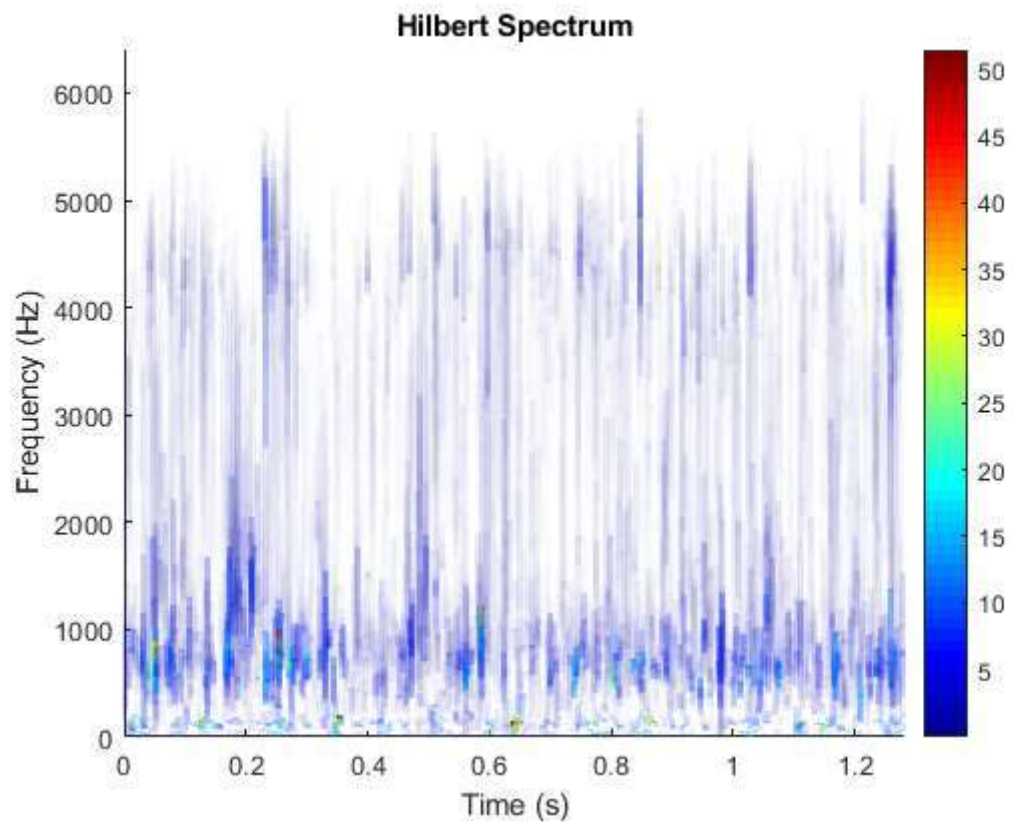


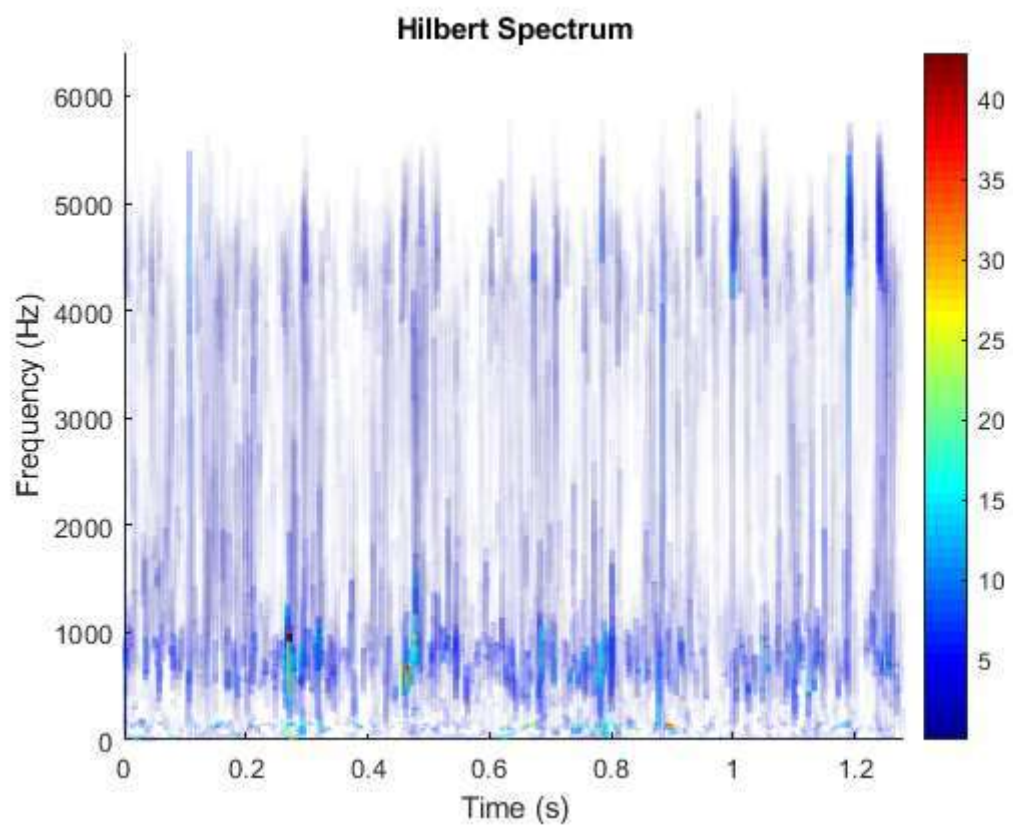
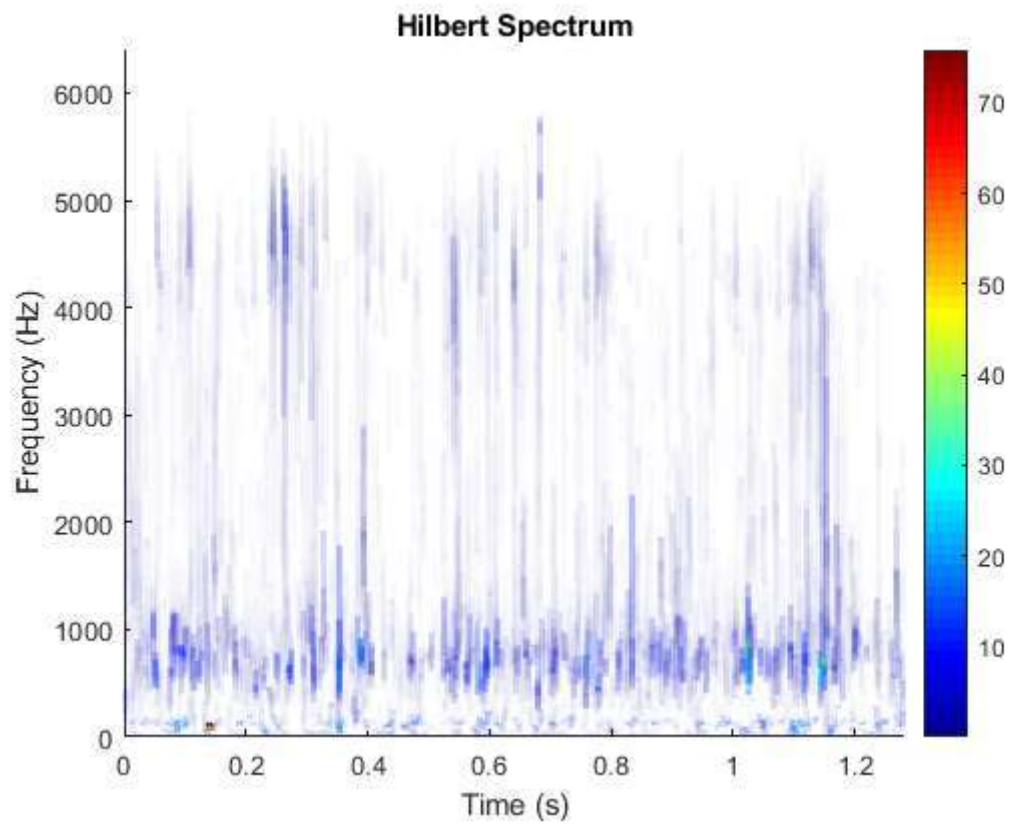


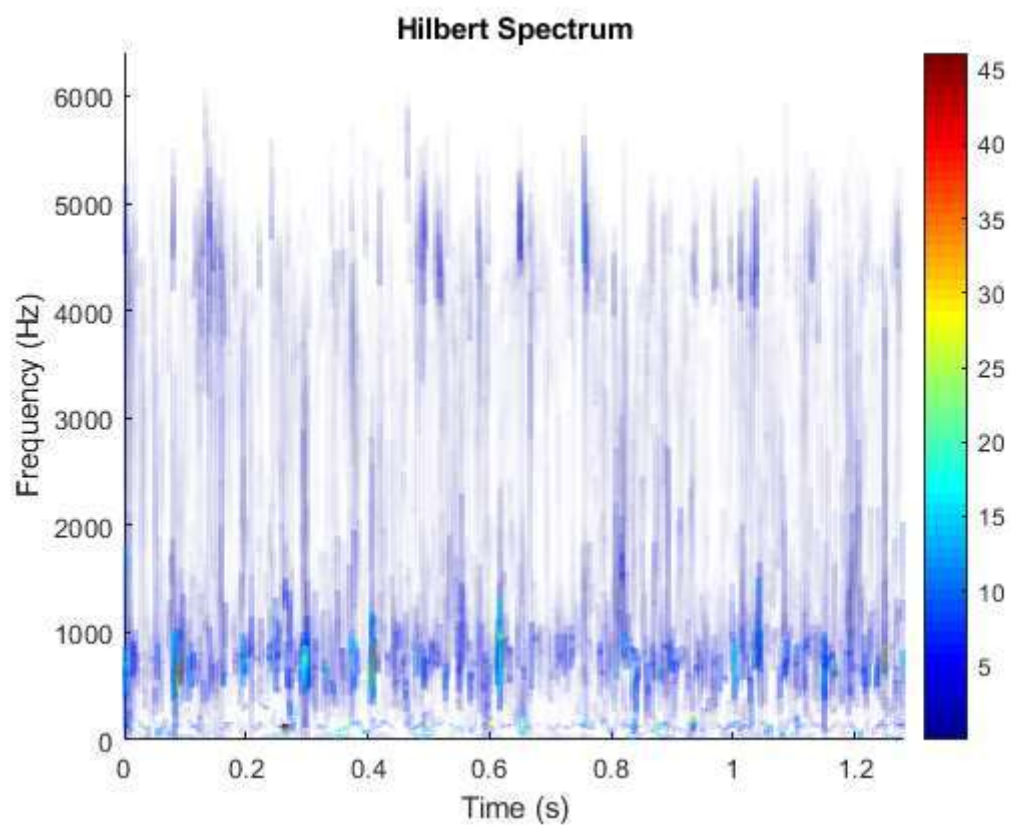
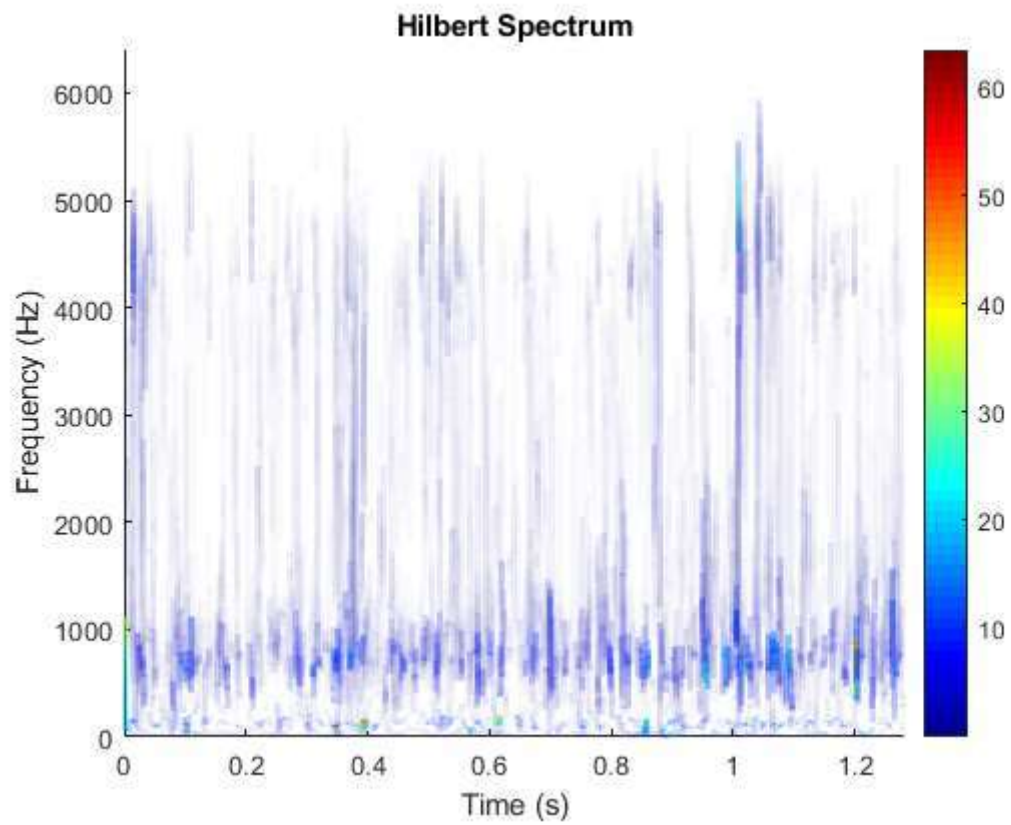


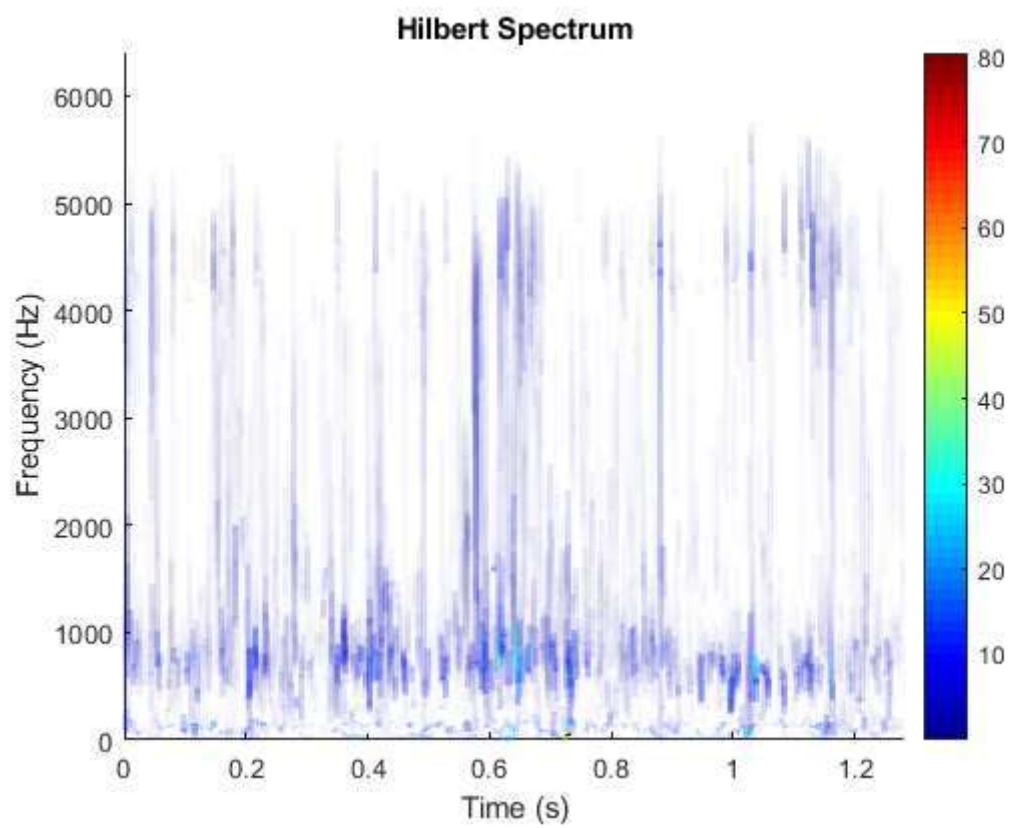
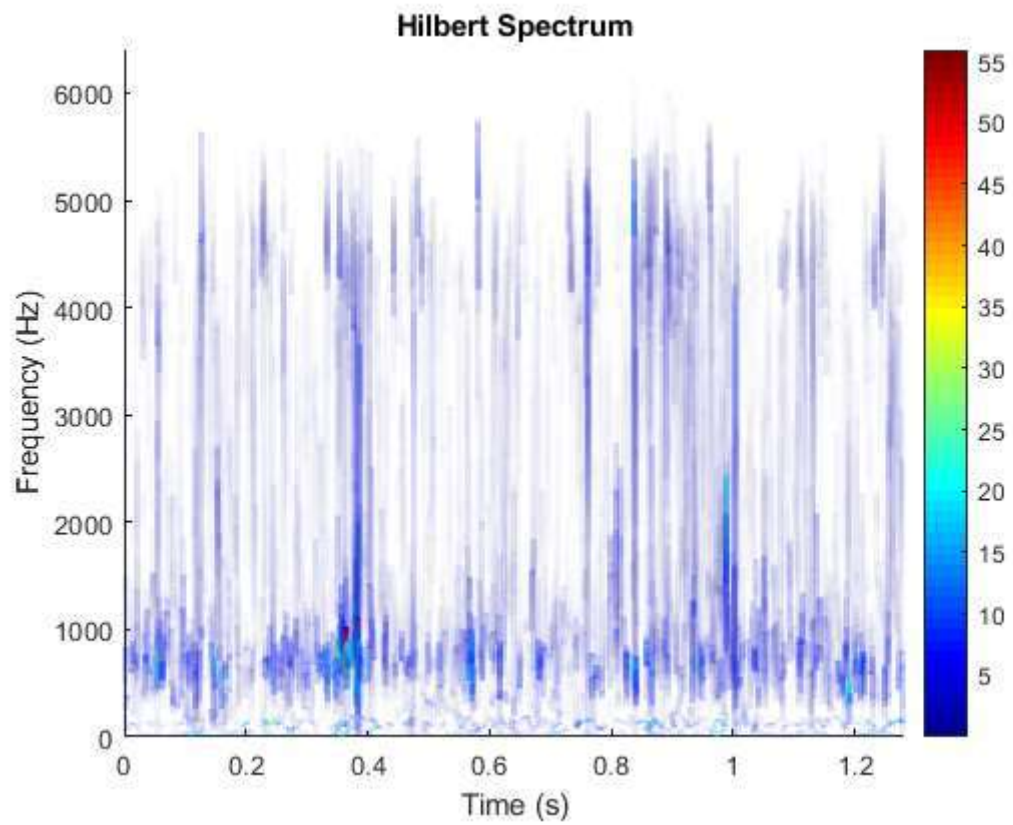


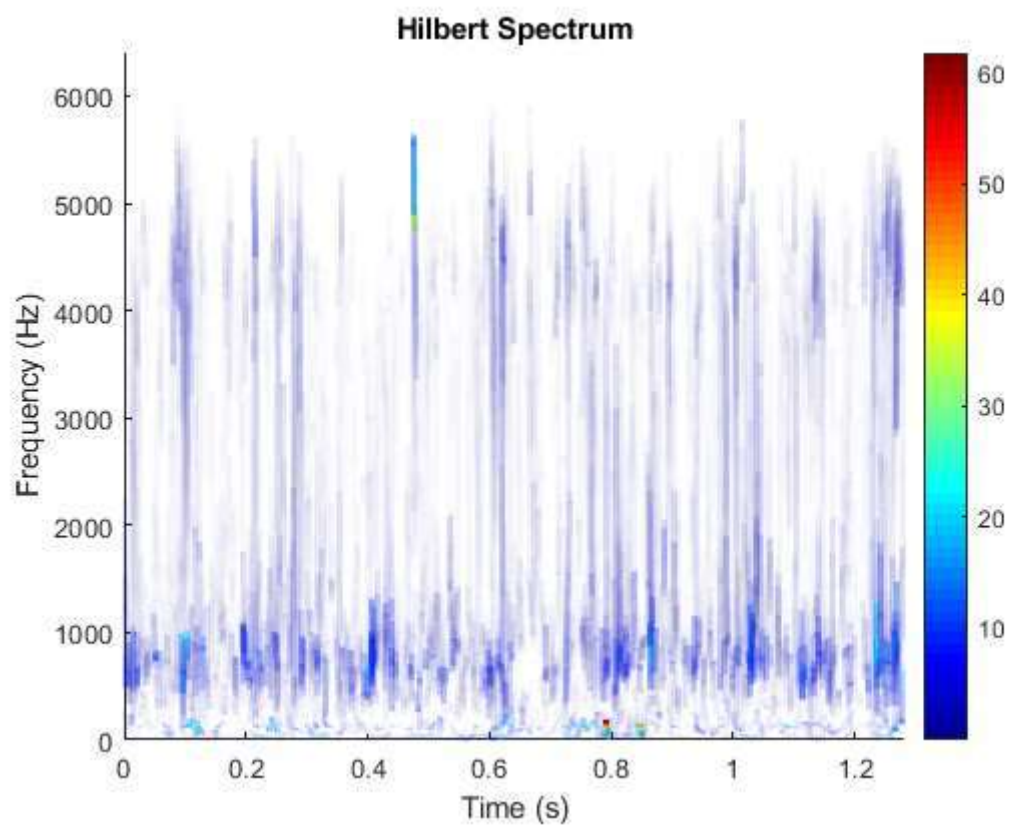
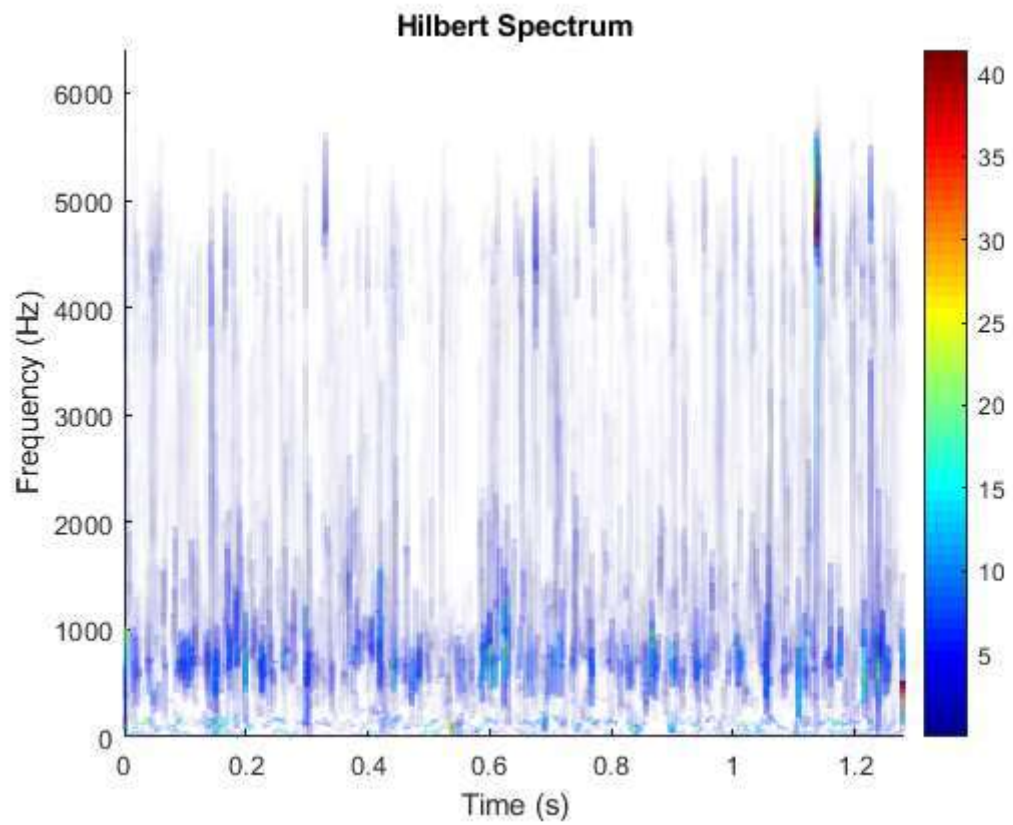


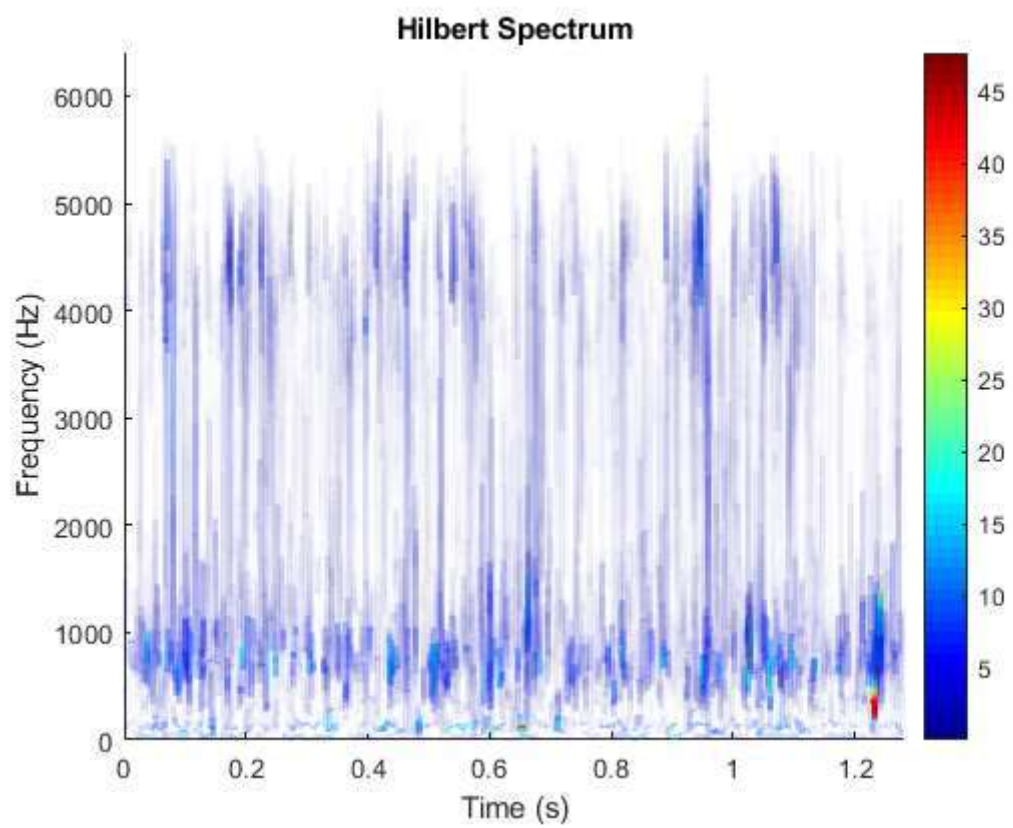
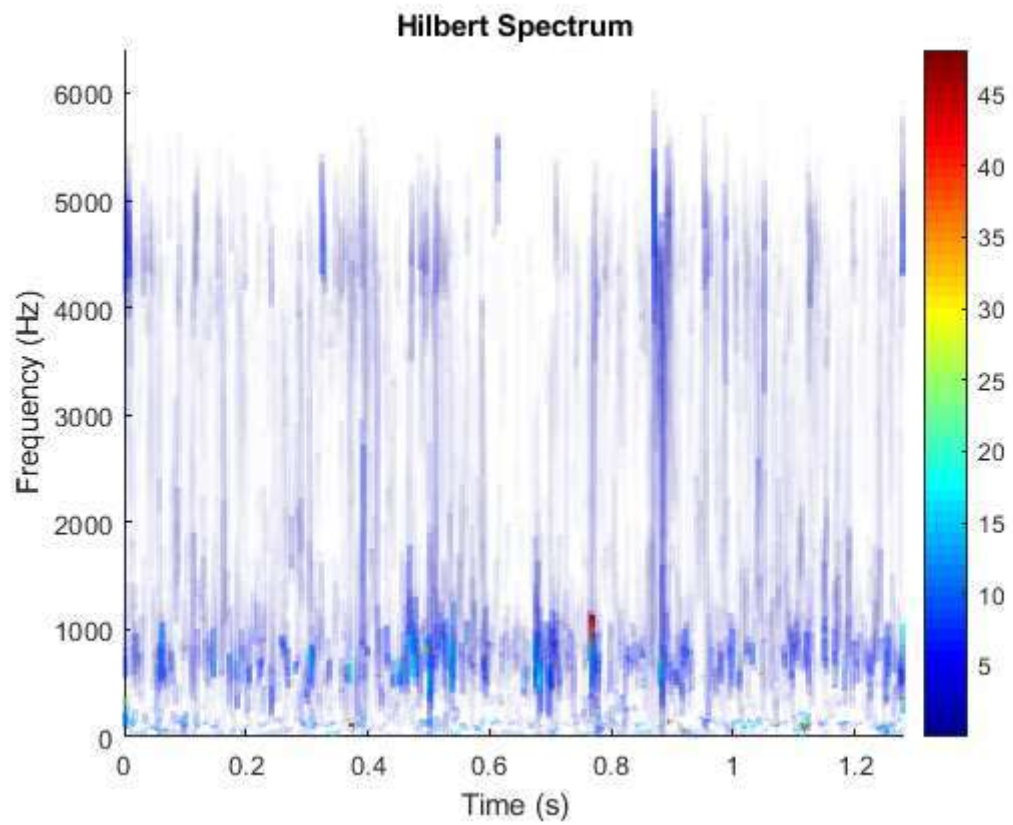


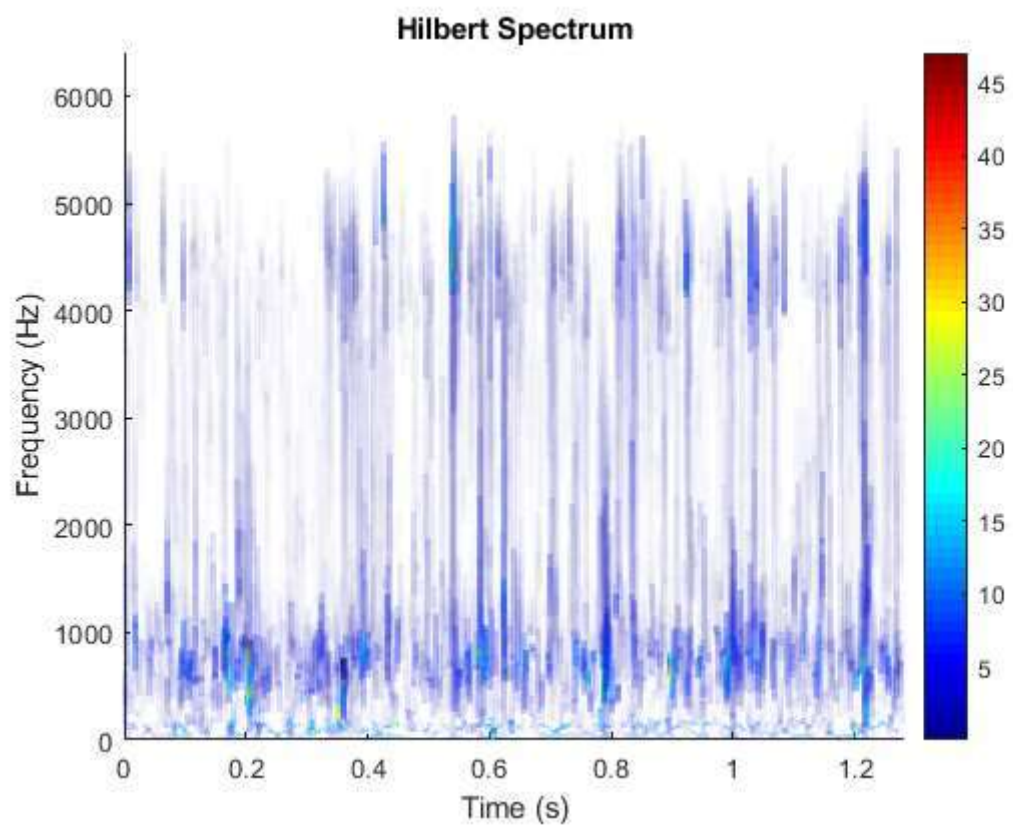
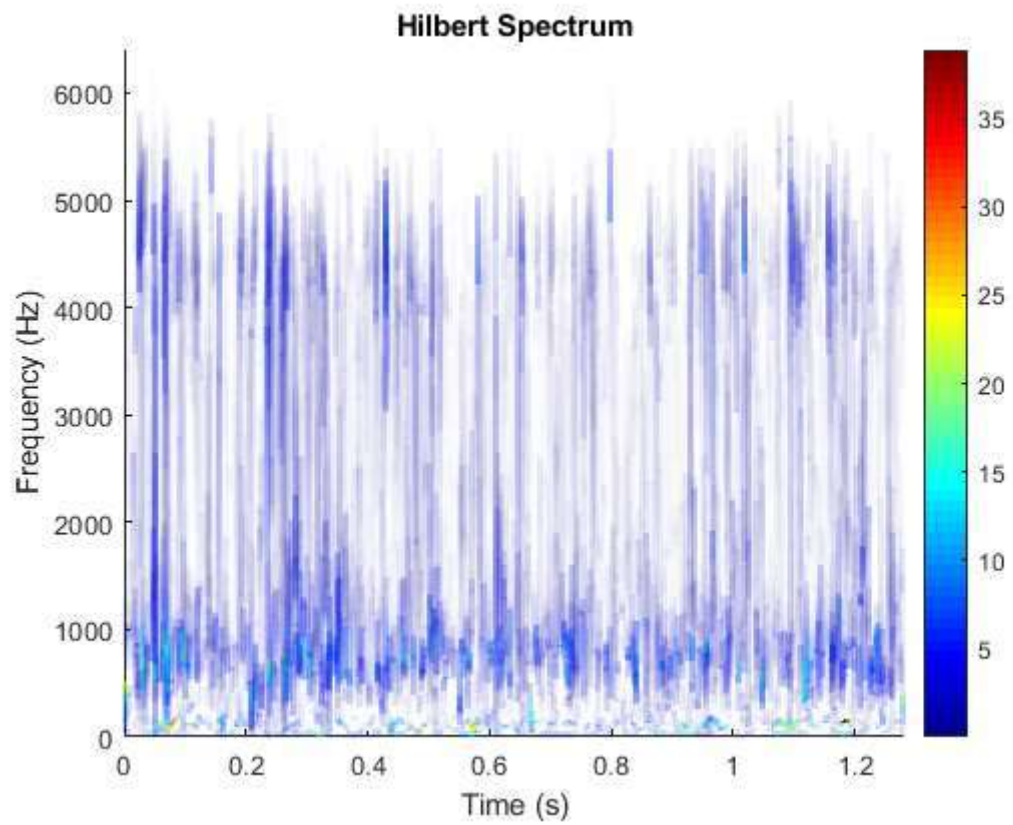




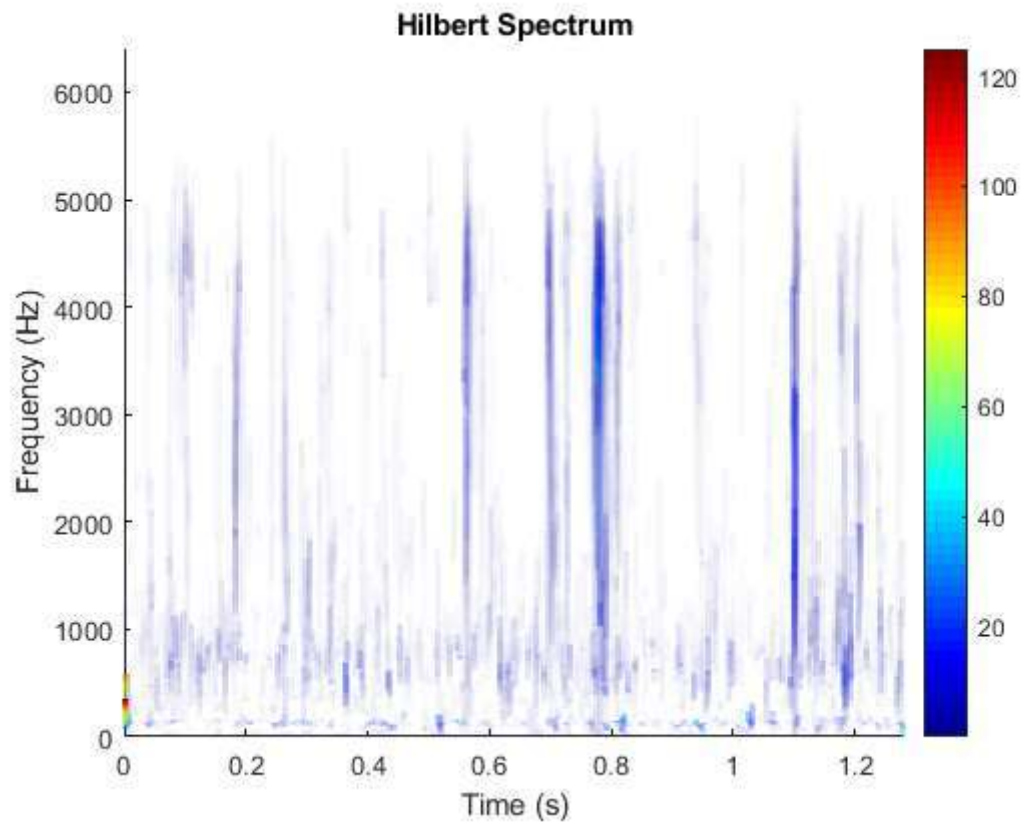


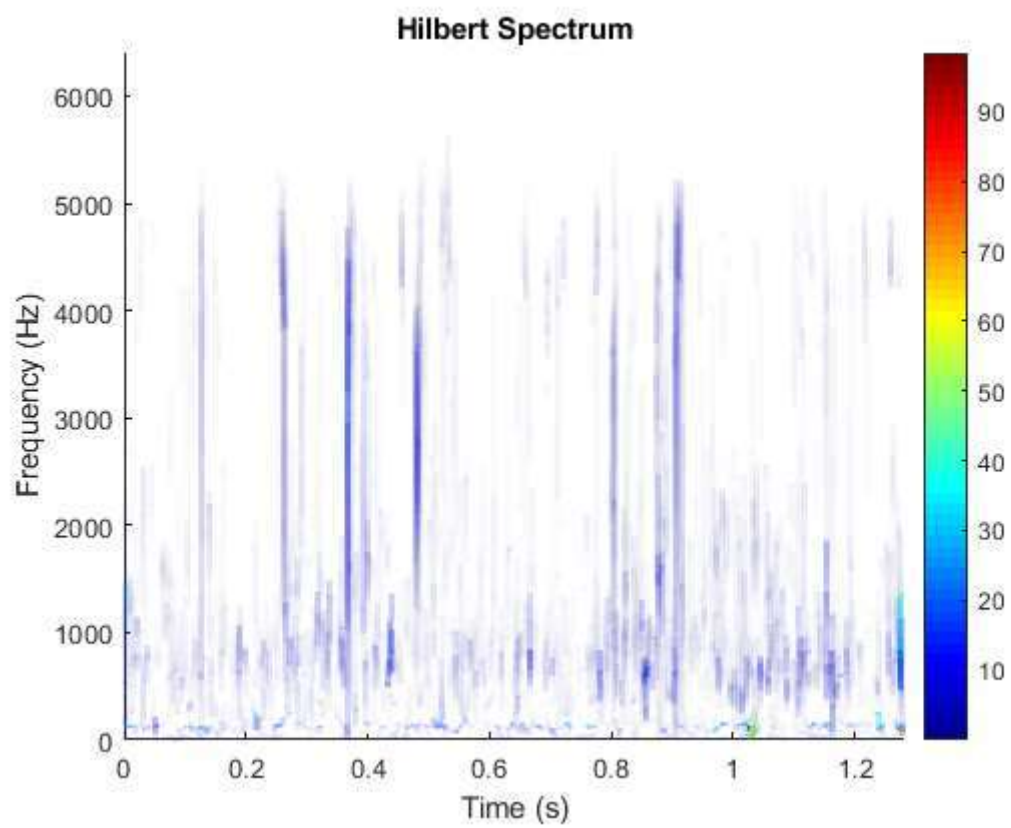
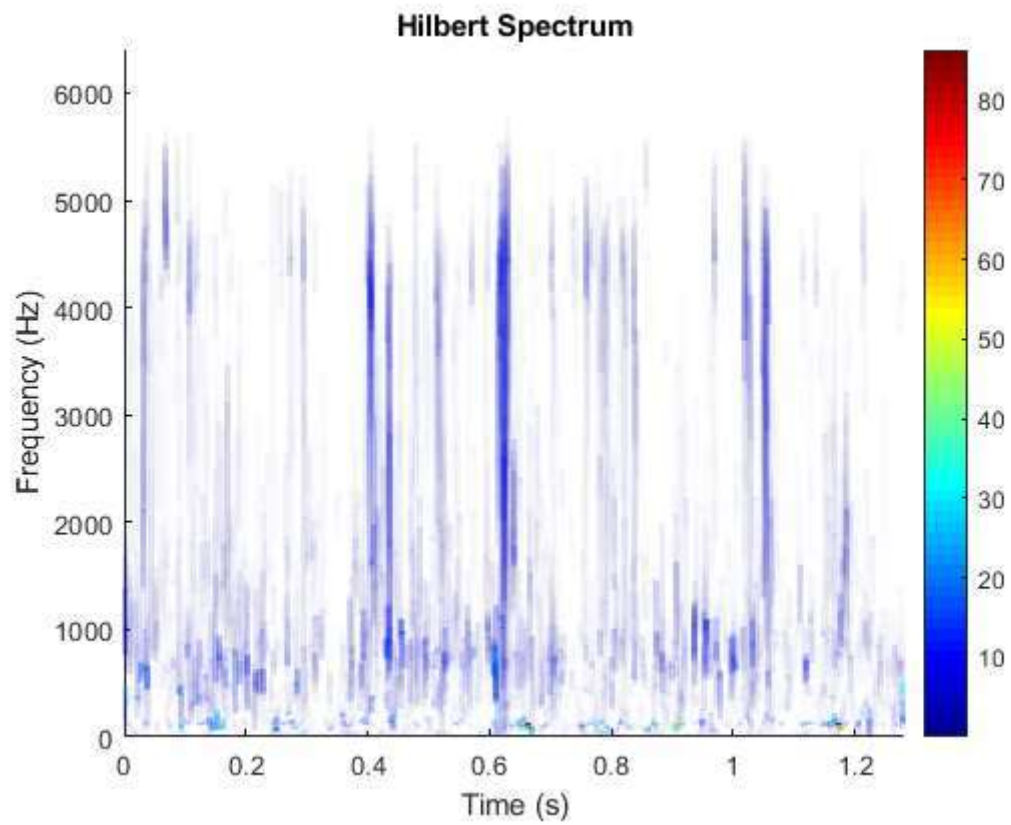


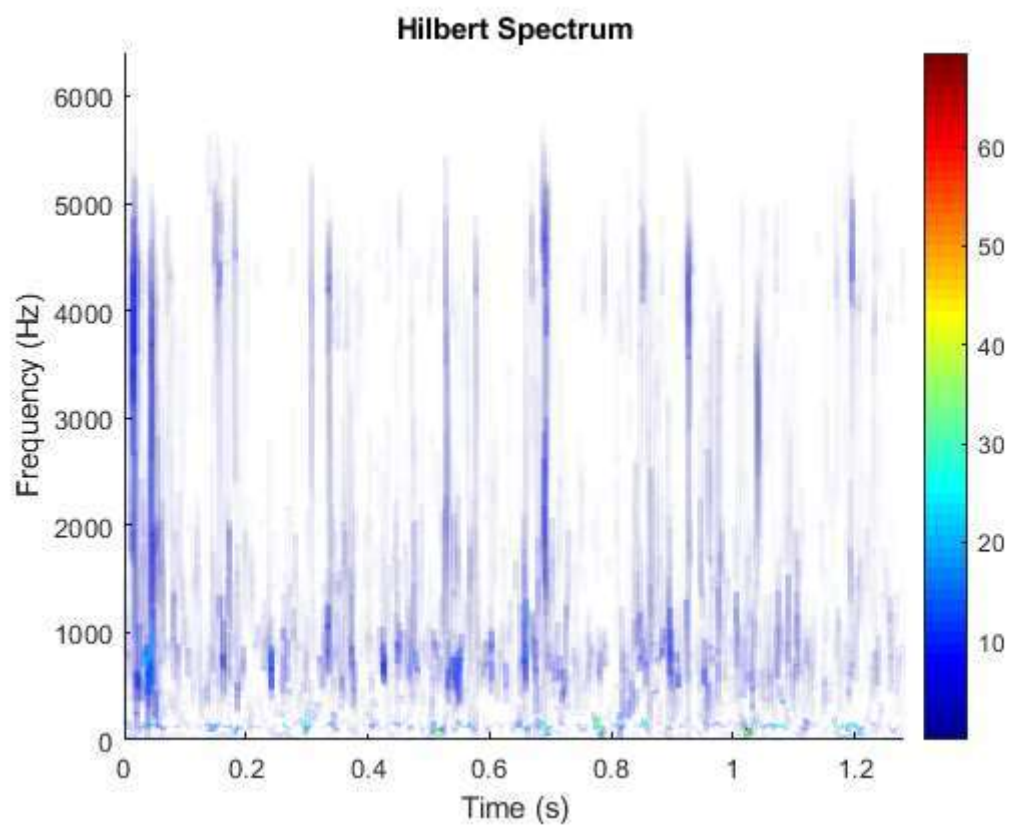
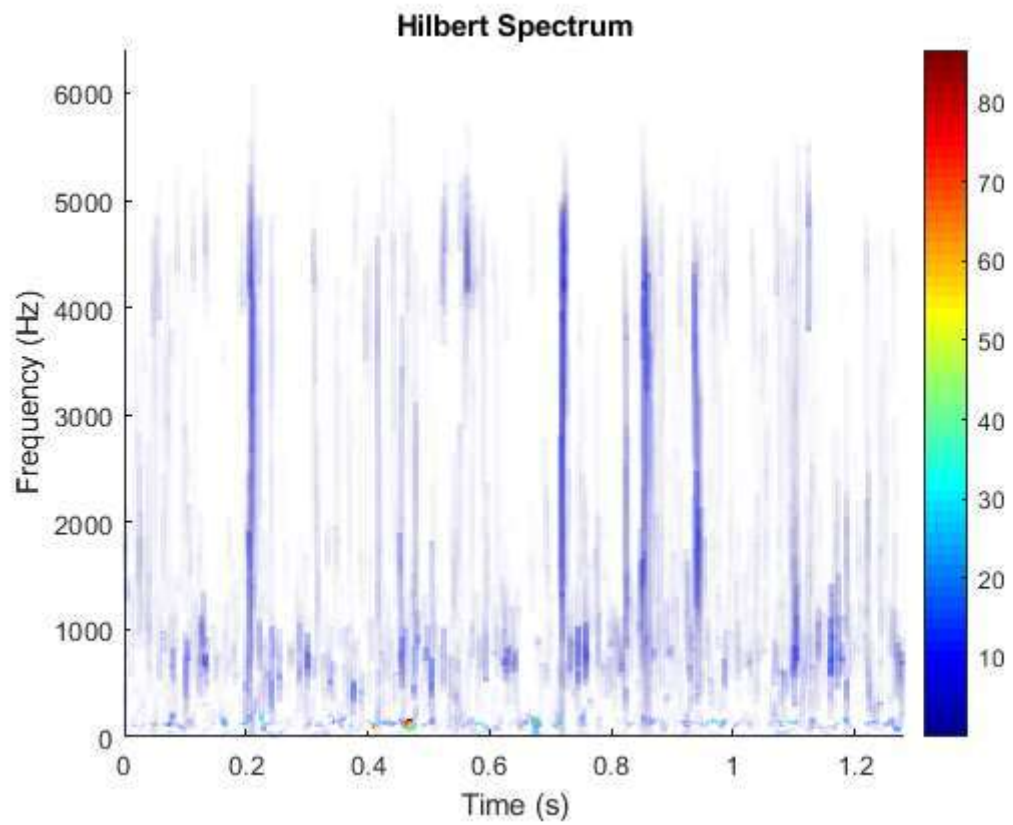


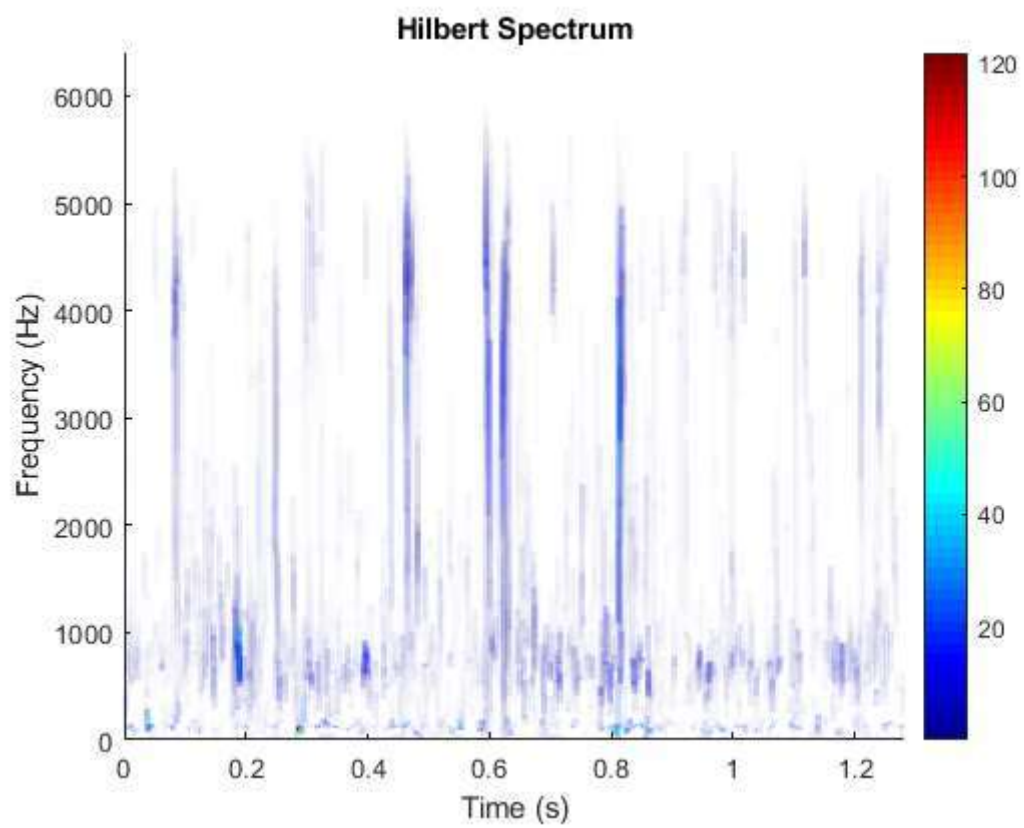
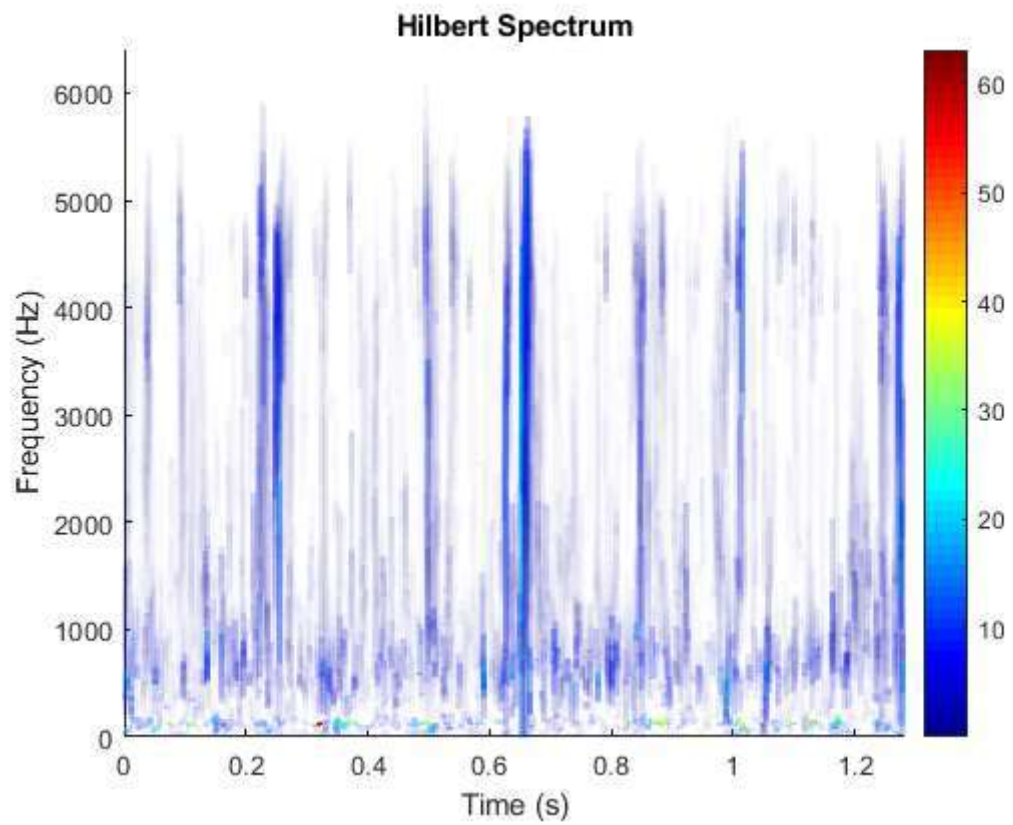


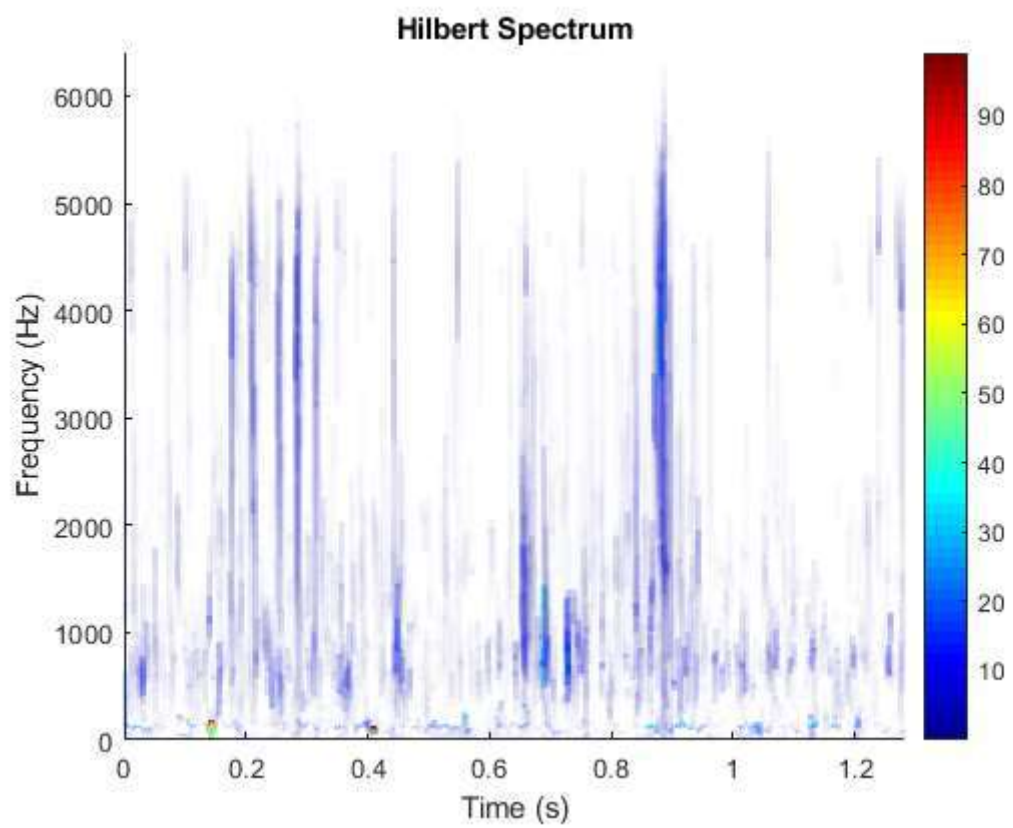
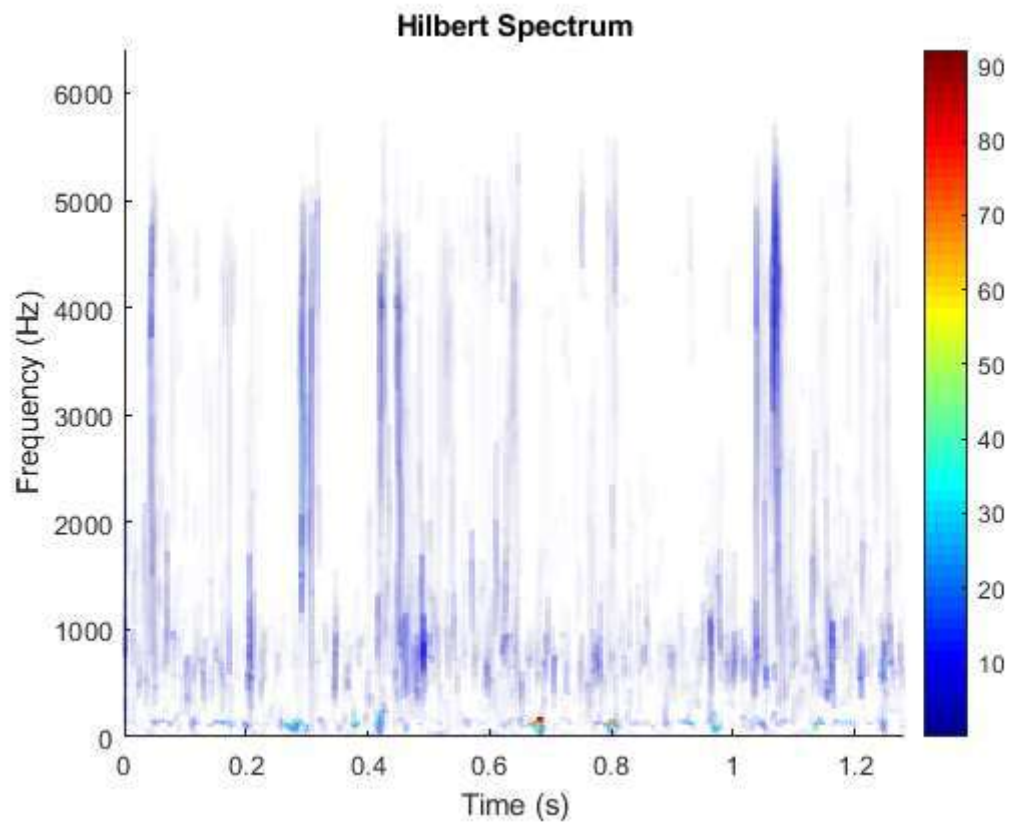
Eje con fisura 1 dirección longitudinal

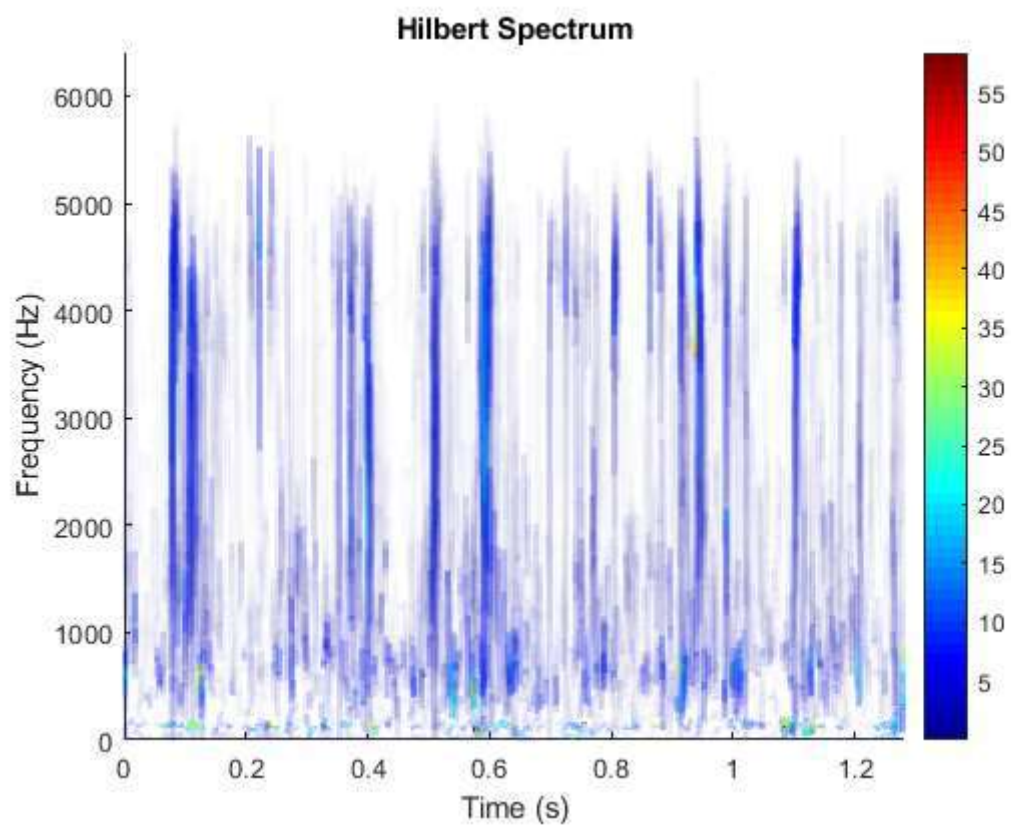
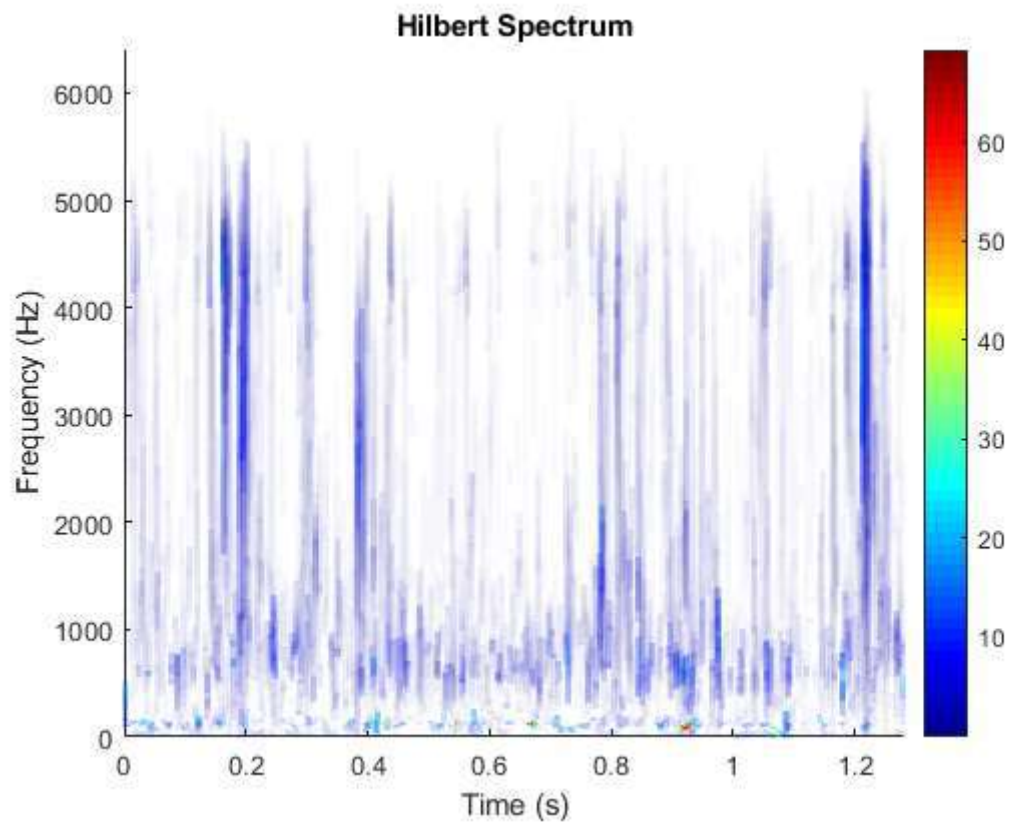


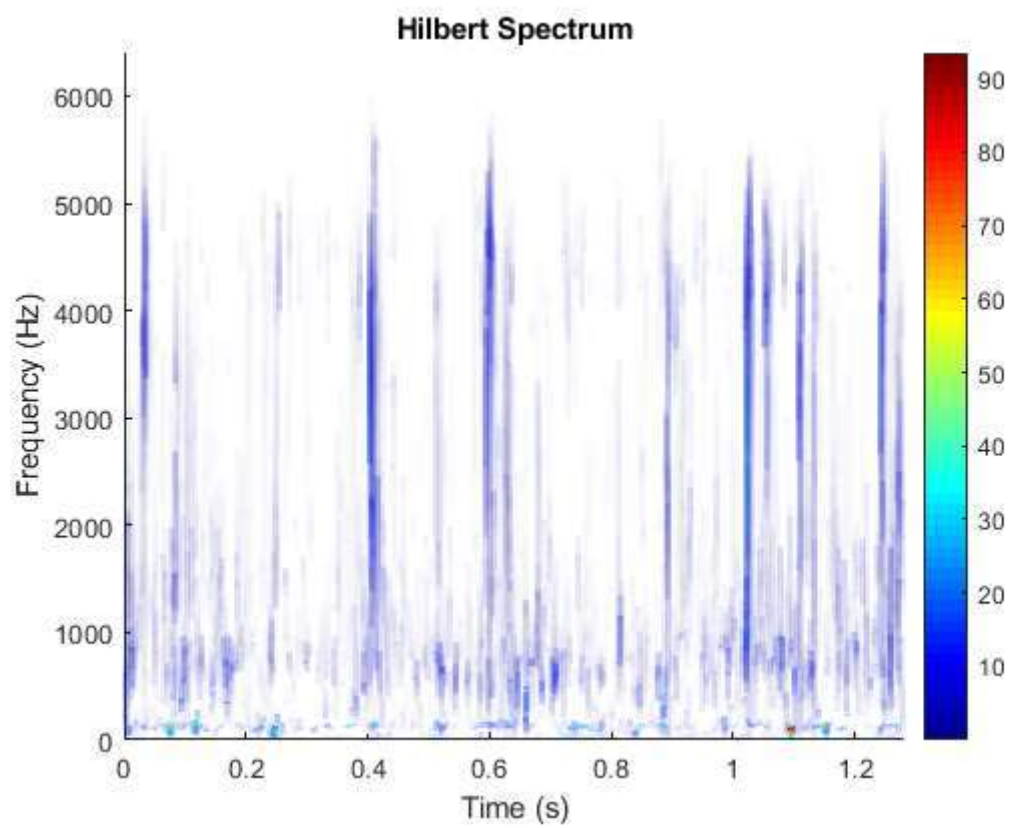
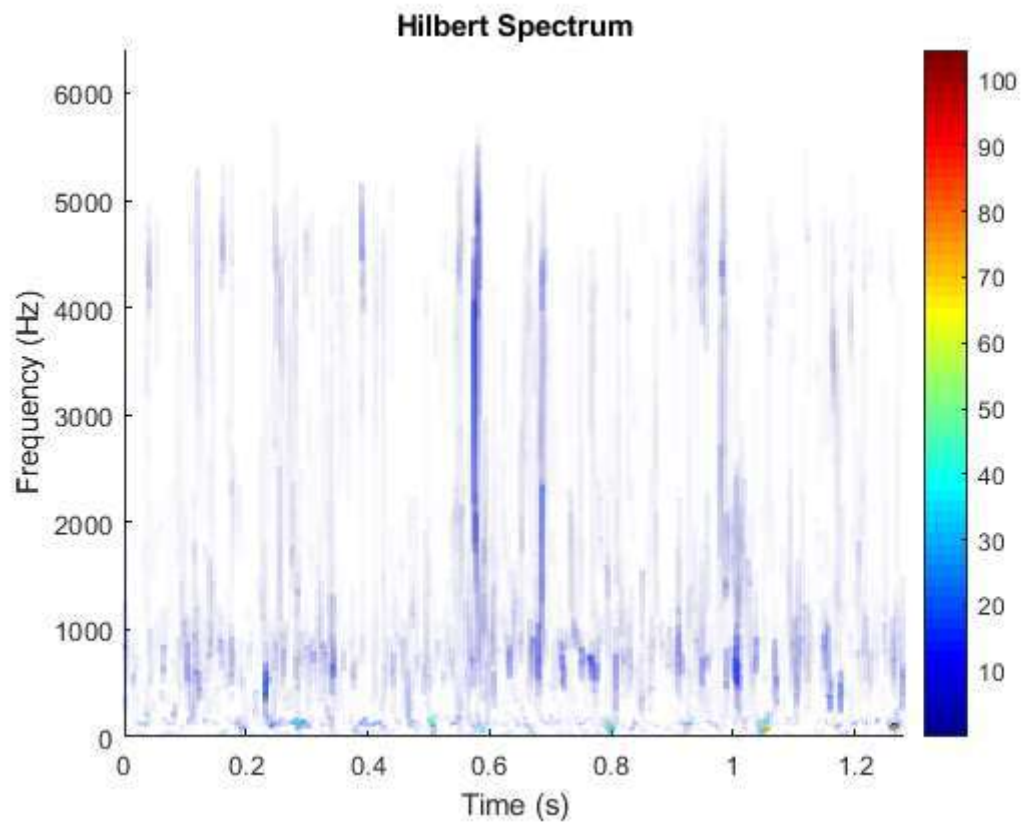


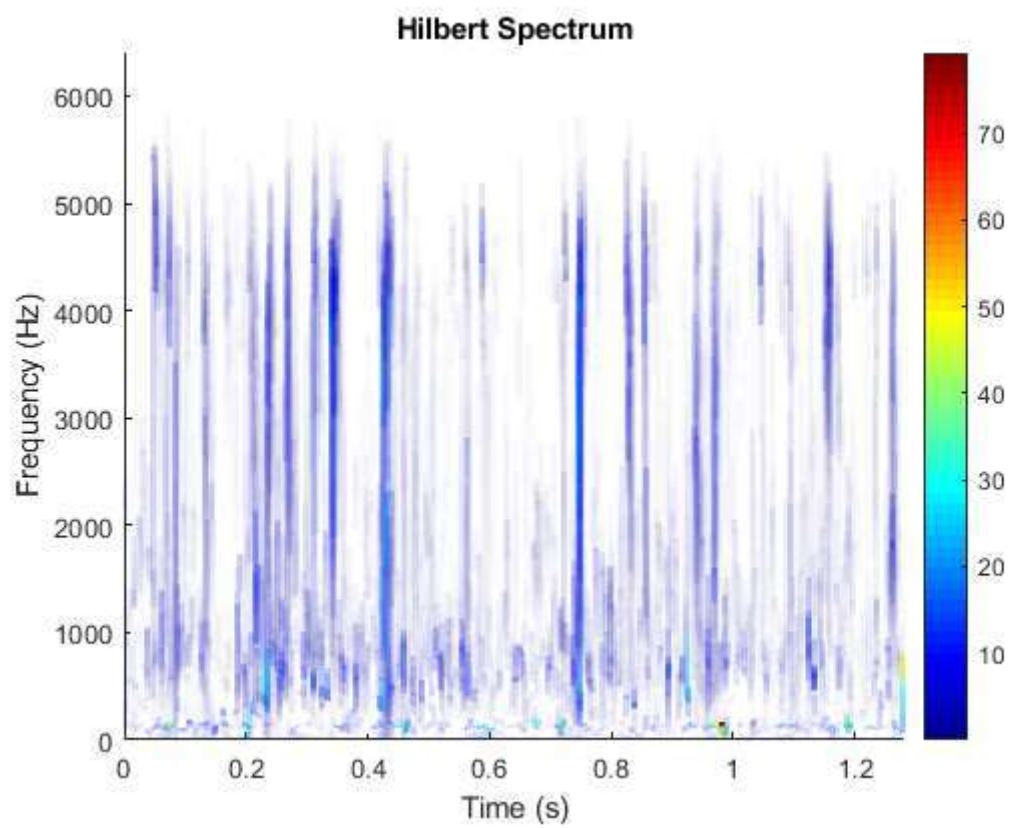
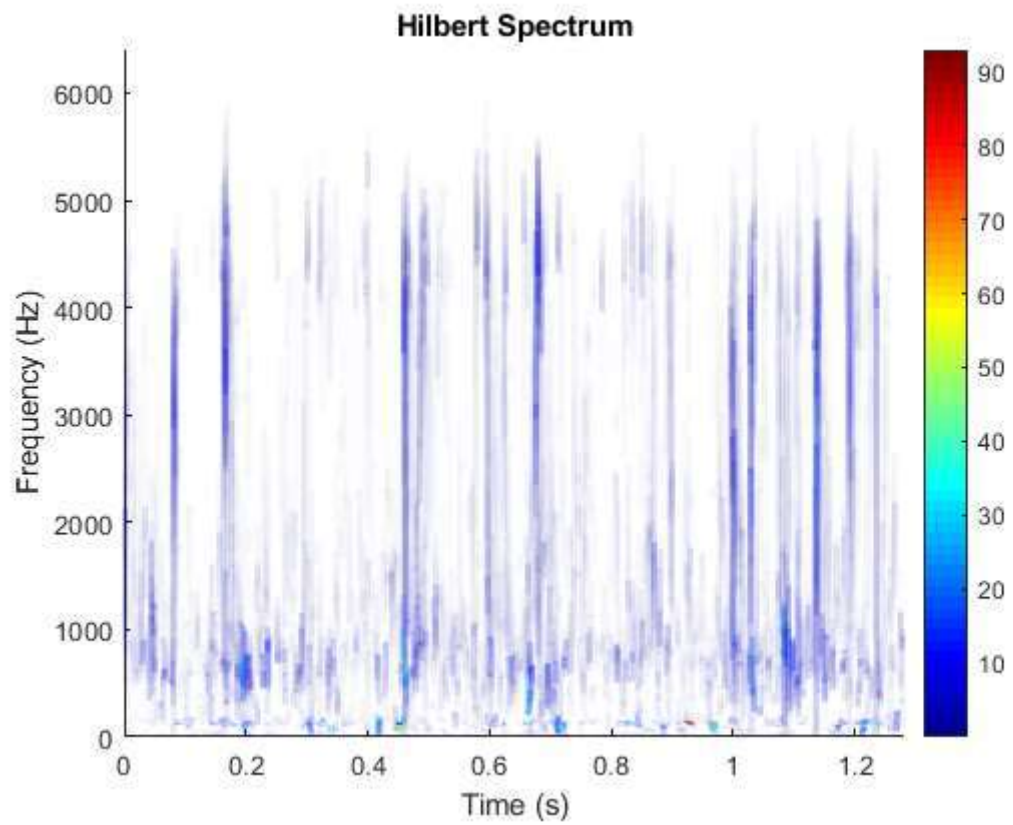


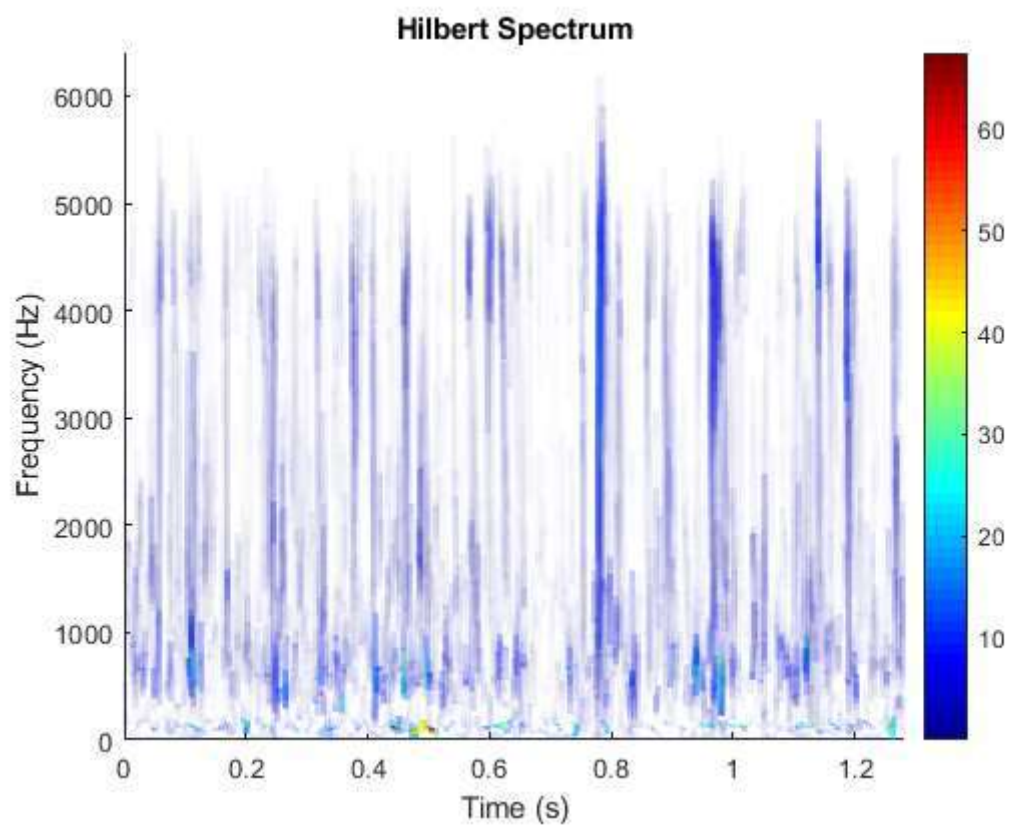
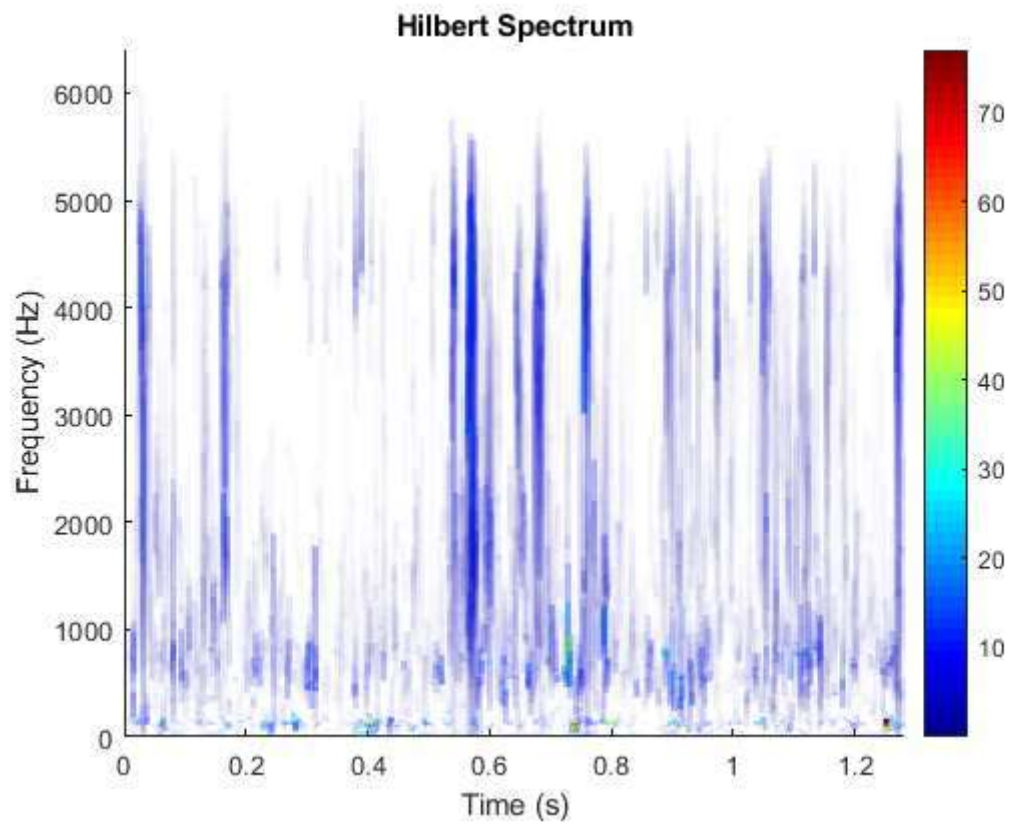


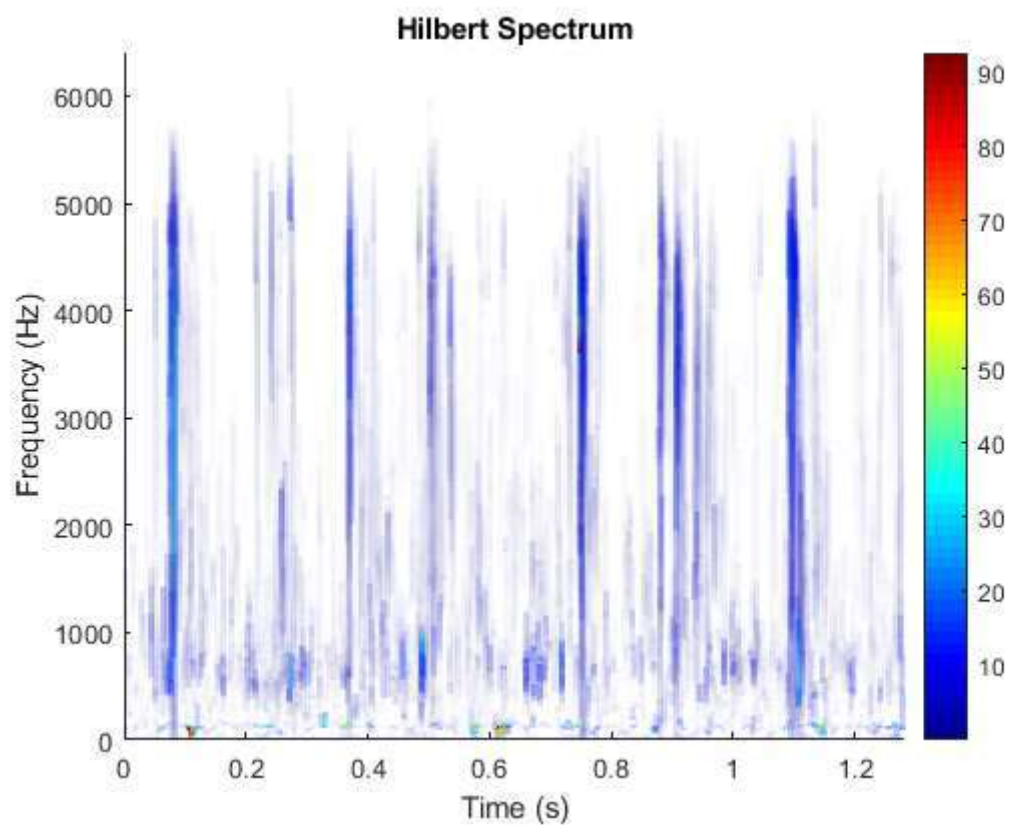
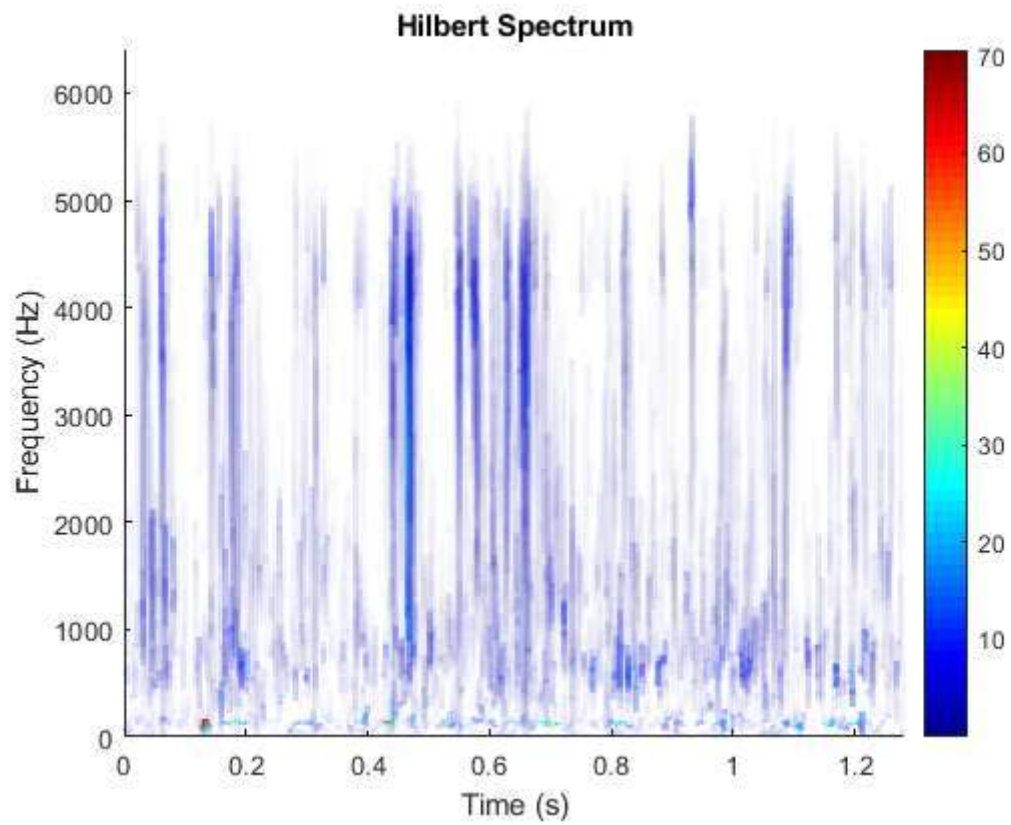


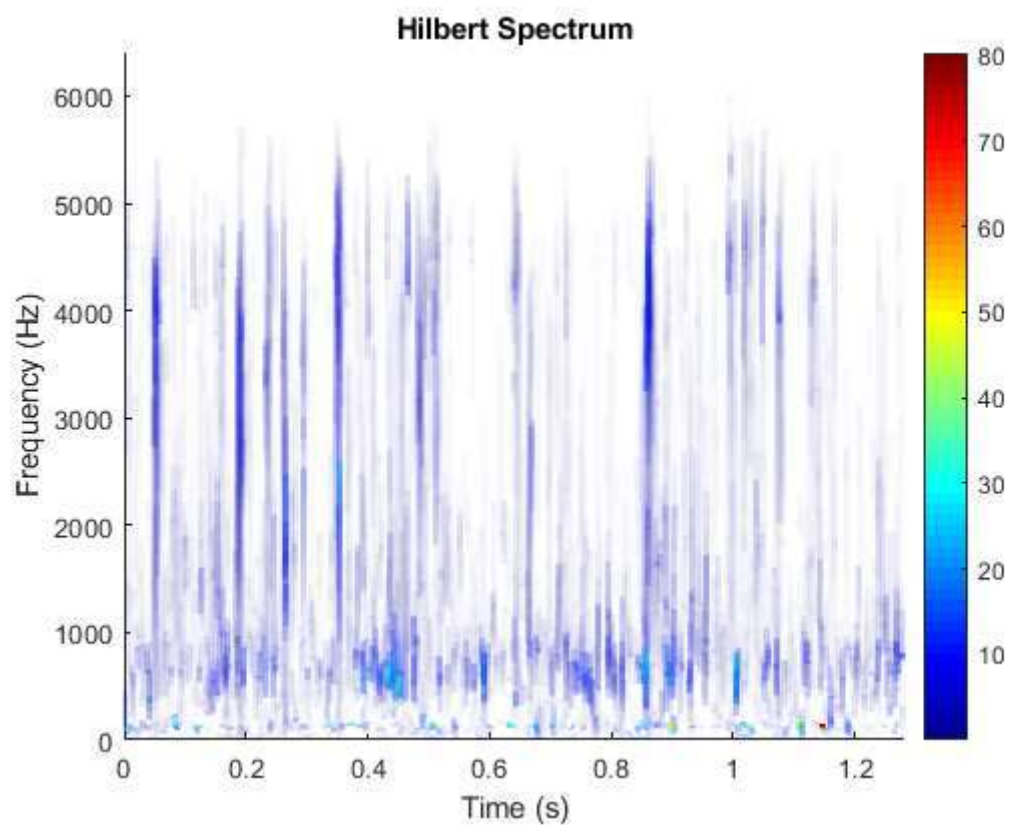
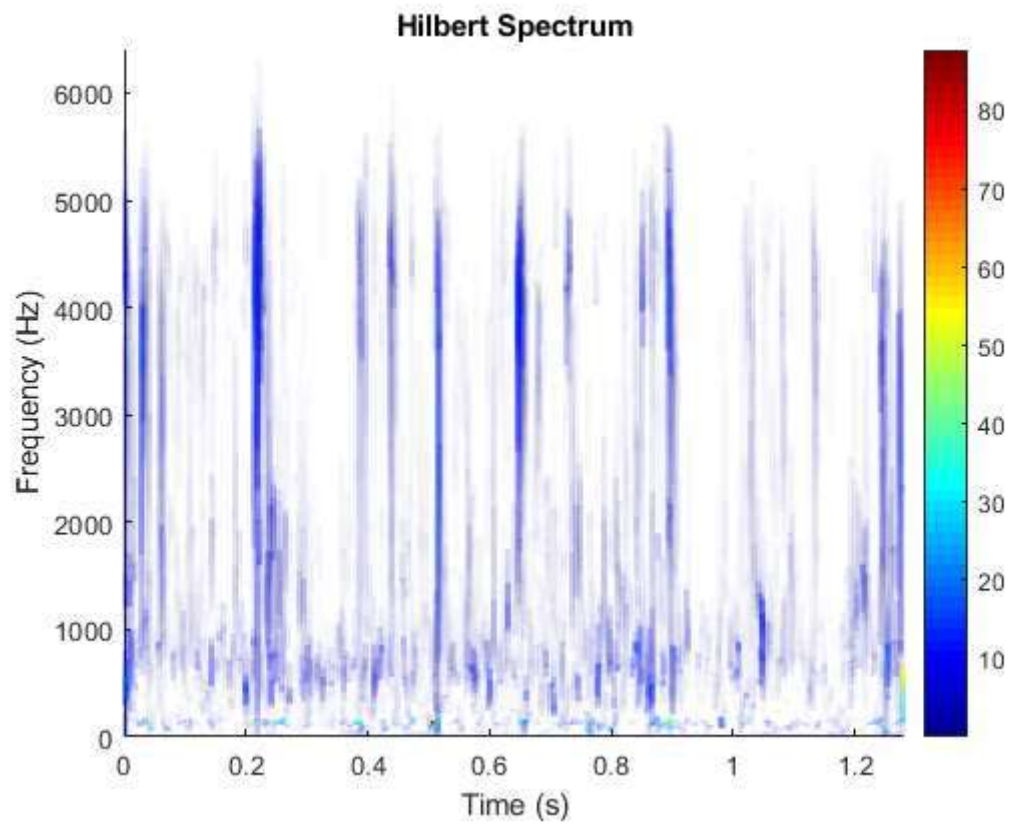


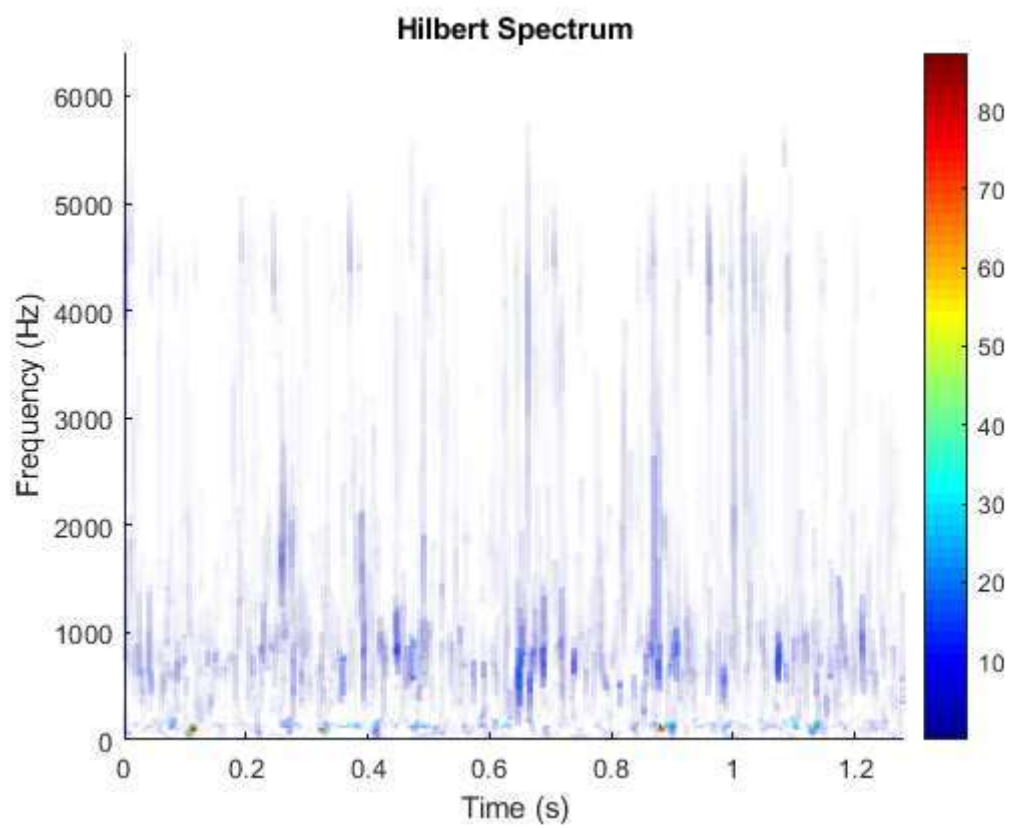
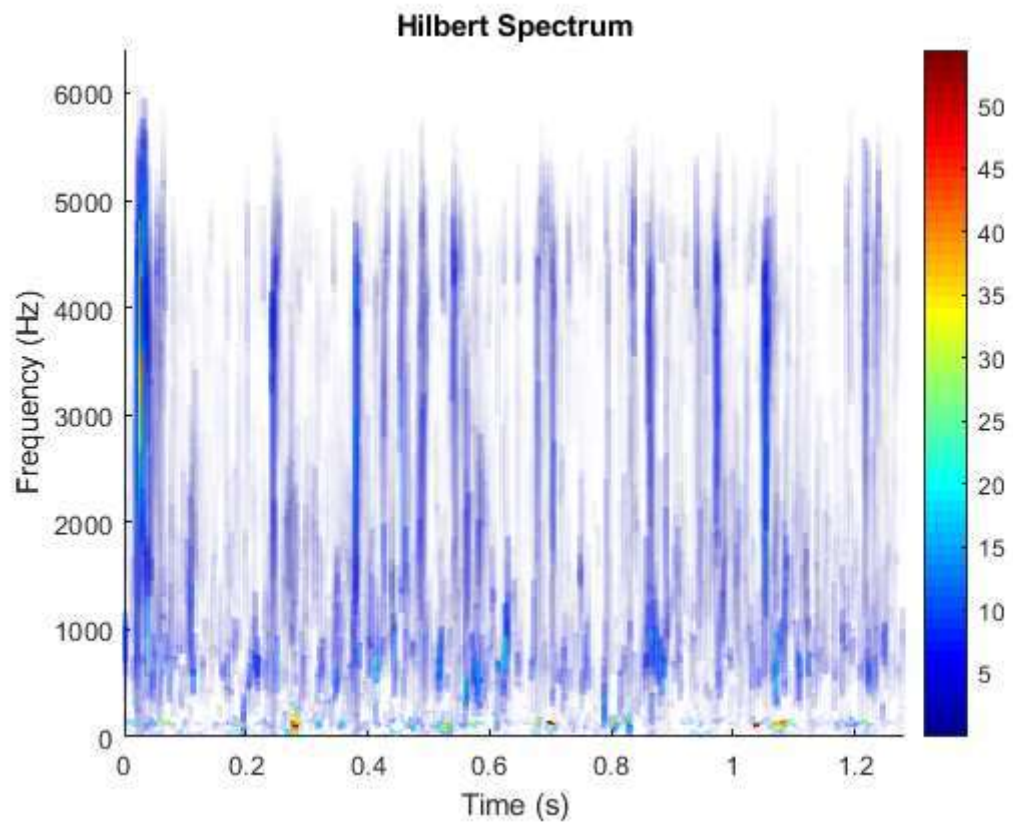


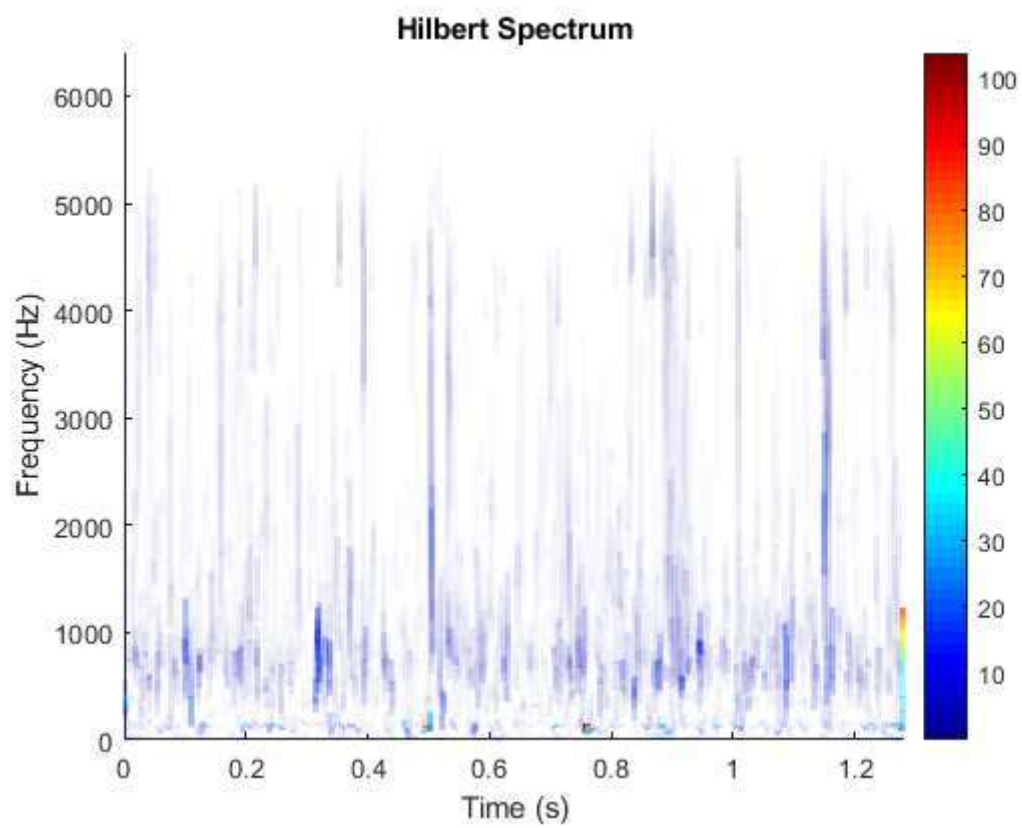
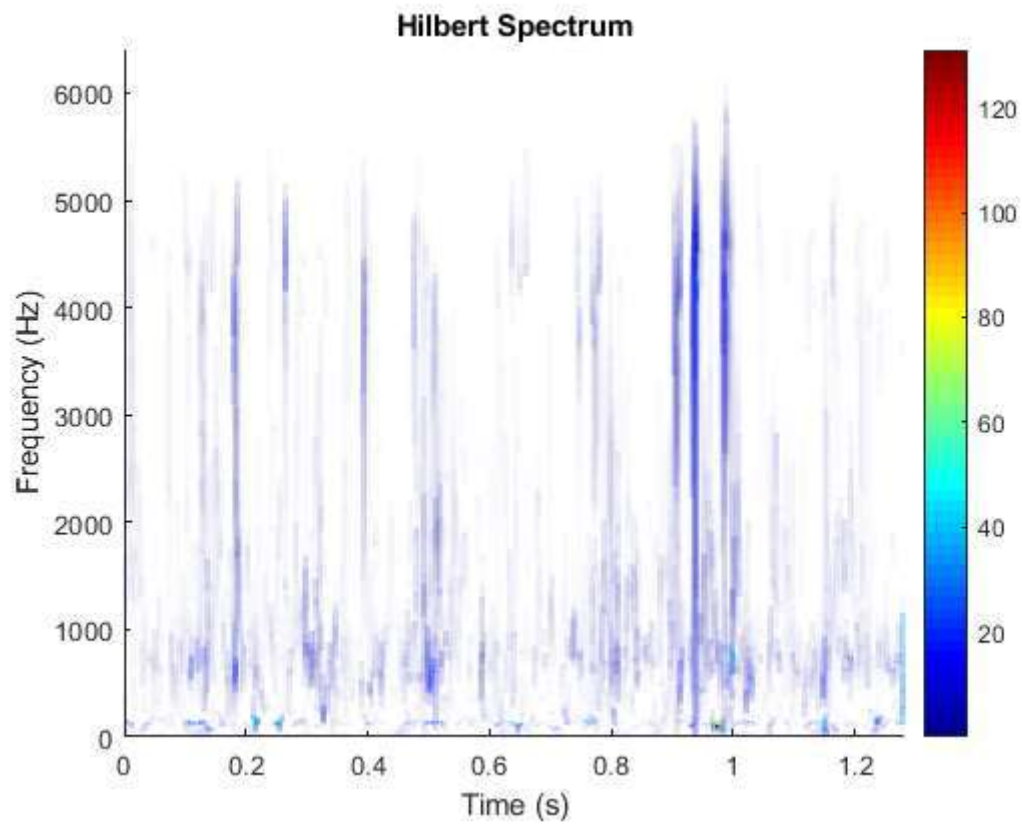


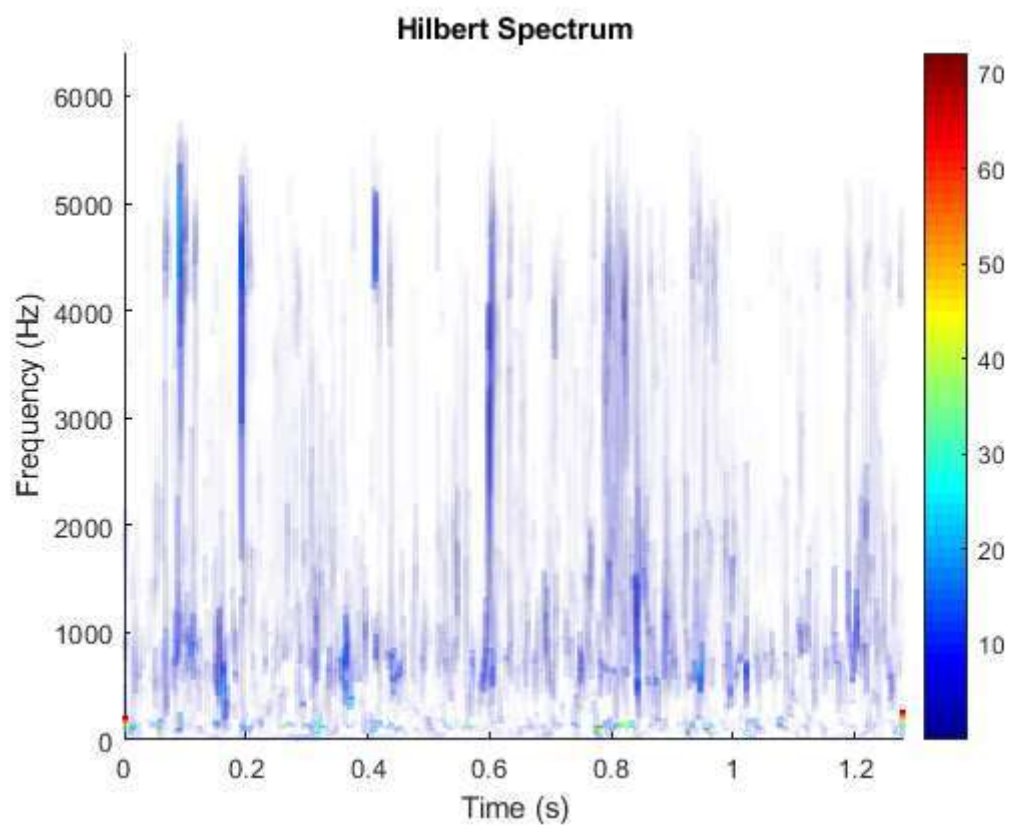
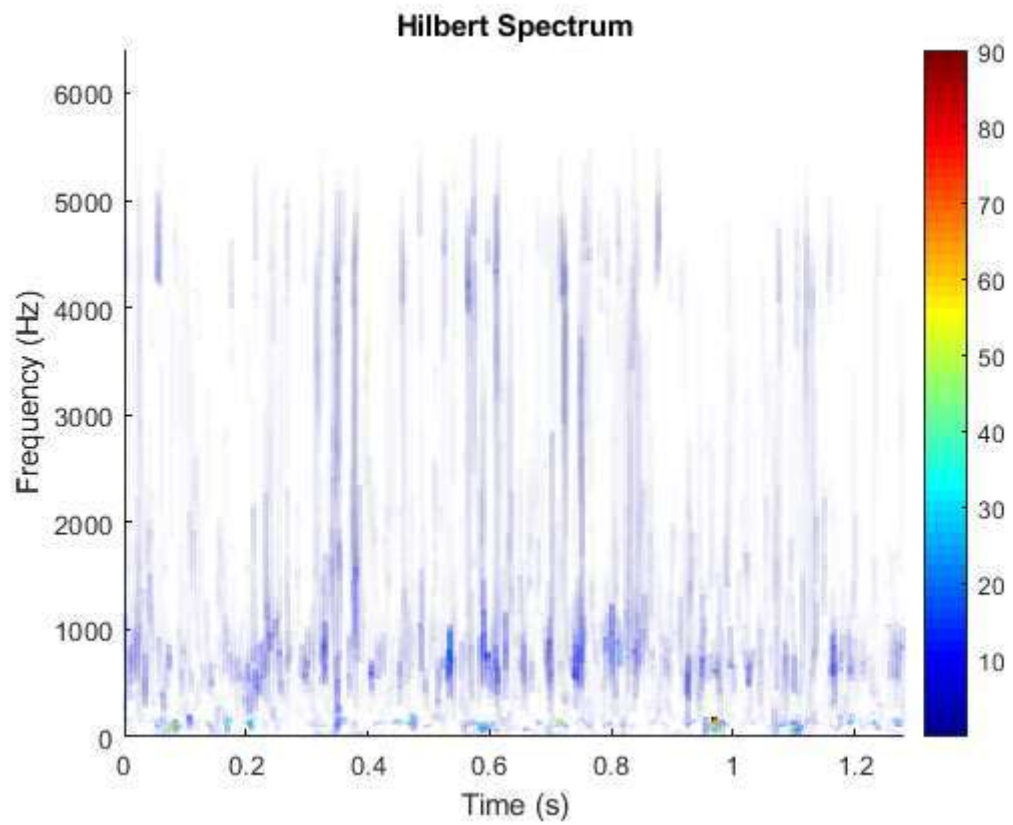


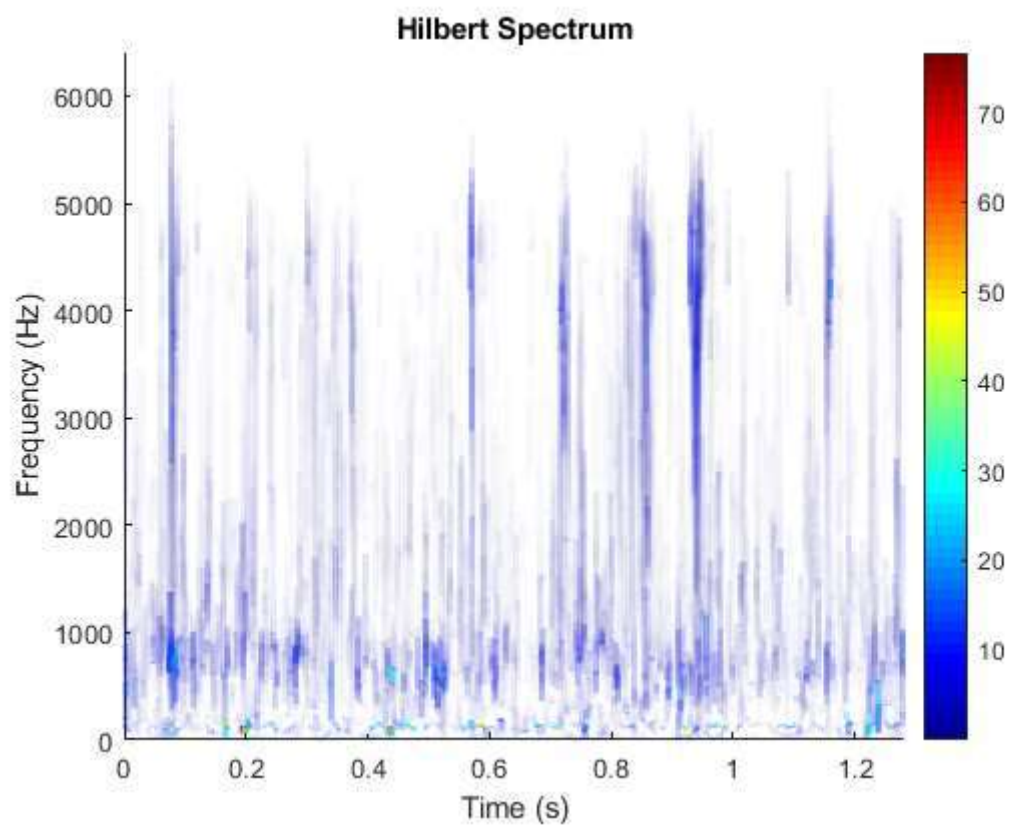
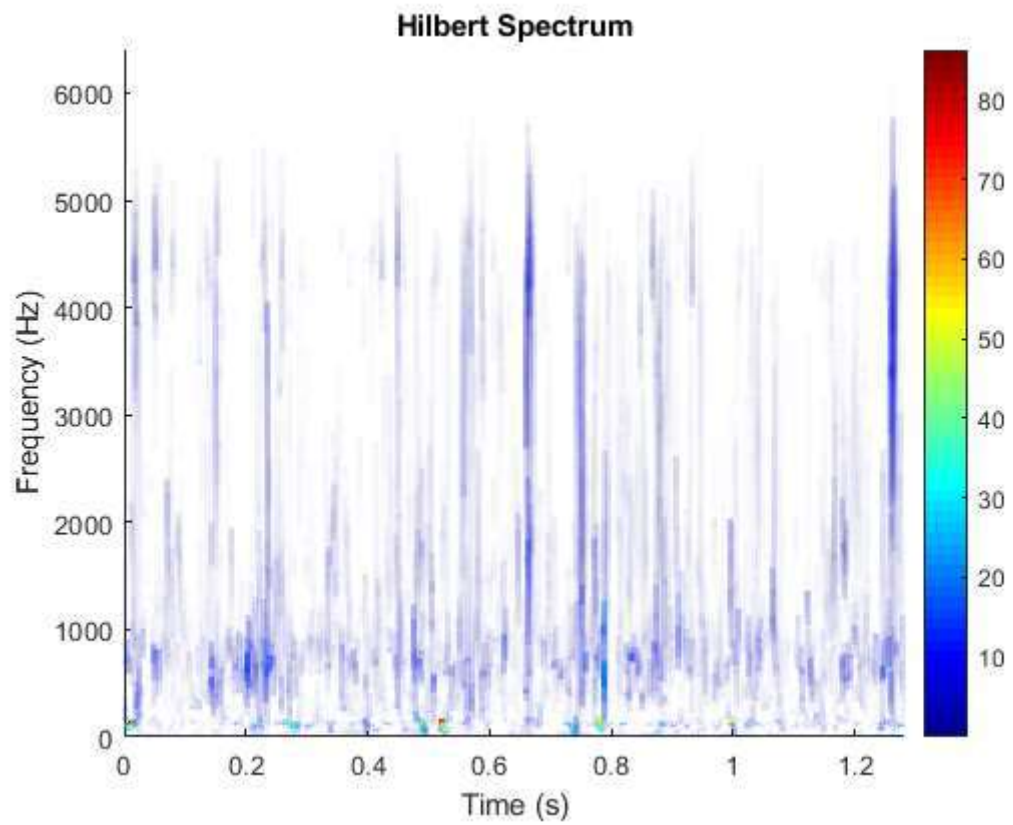


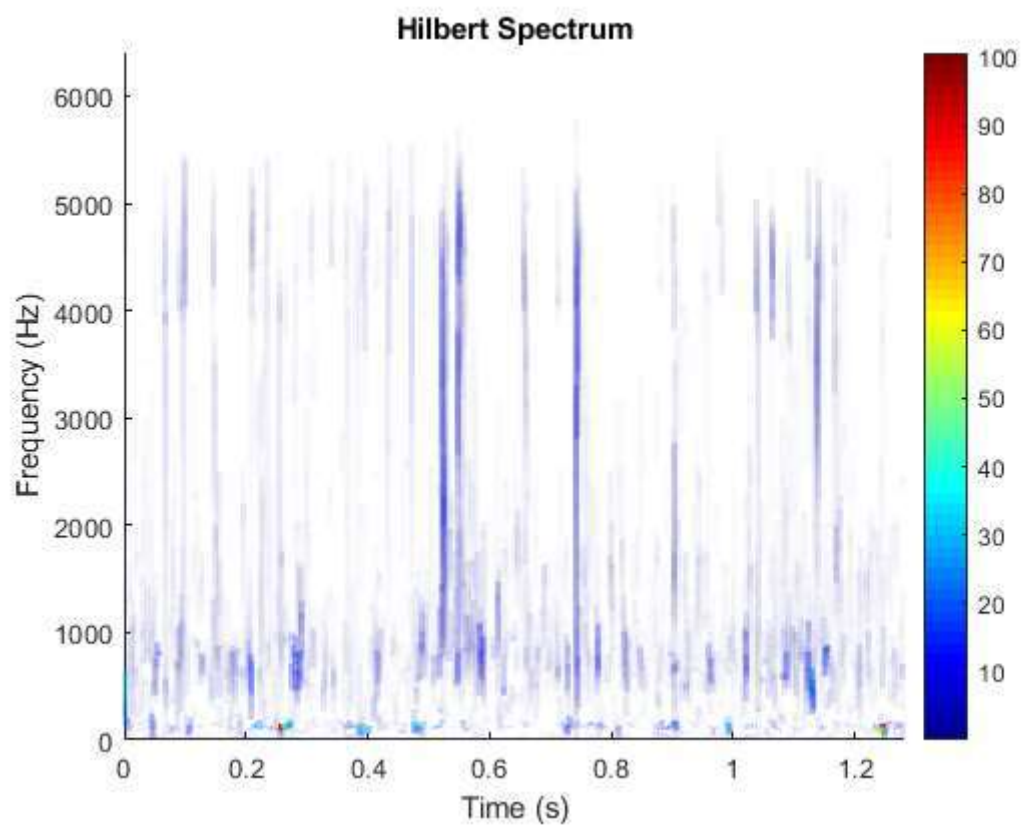
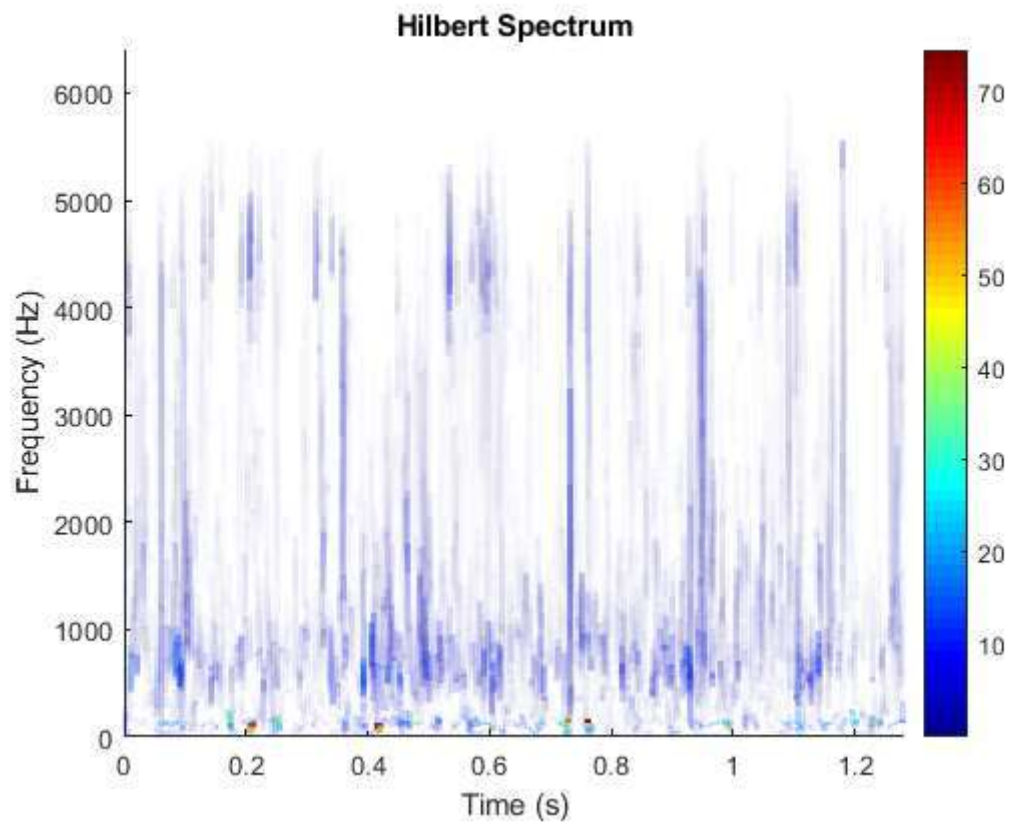


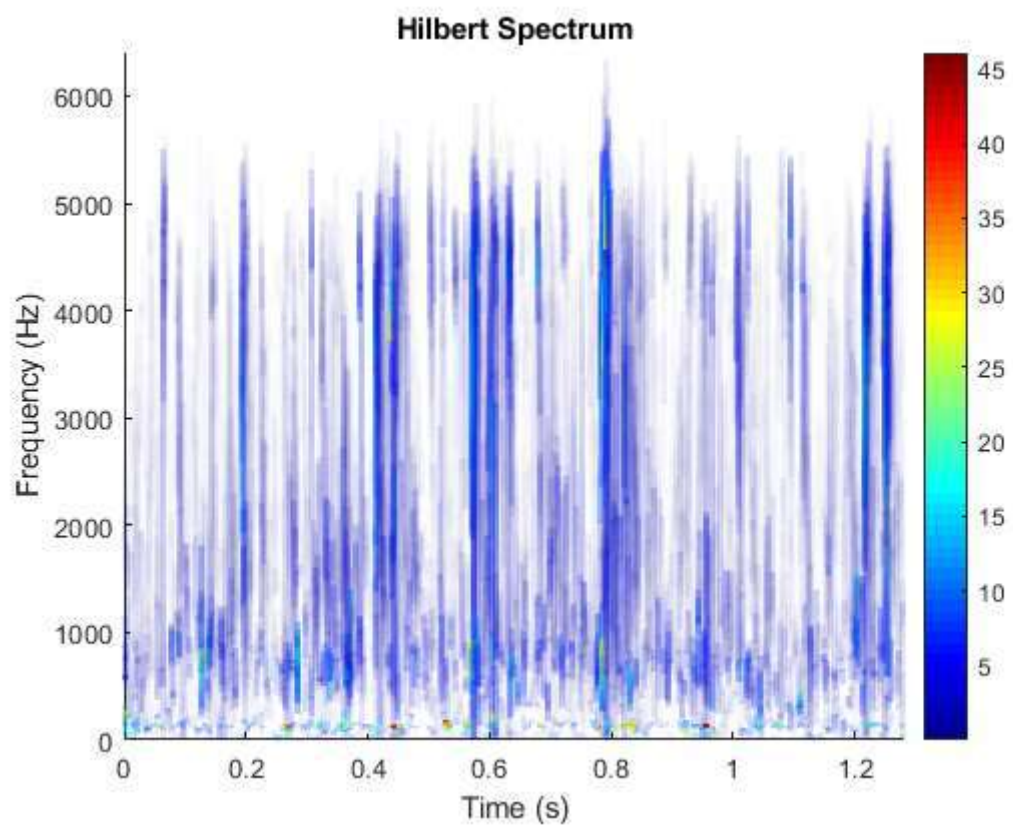
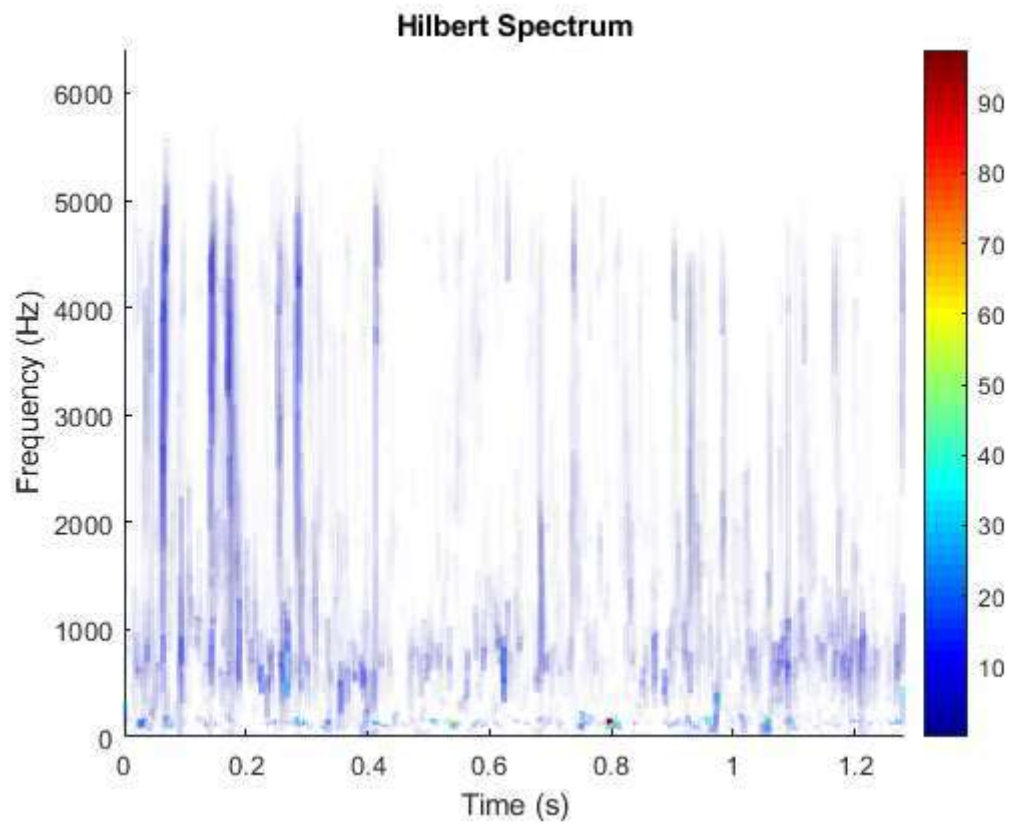


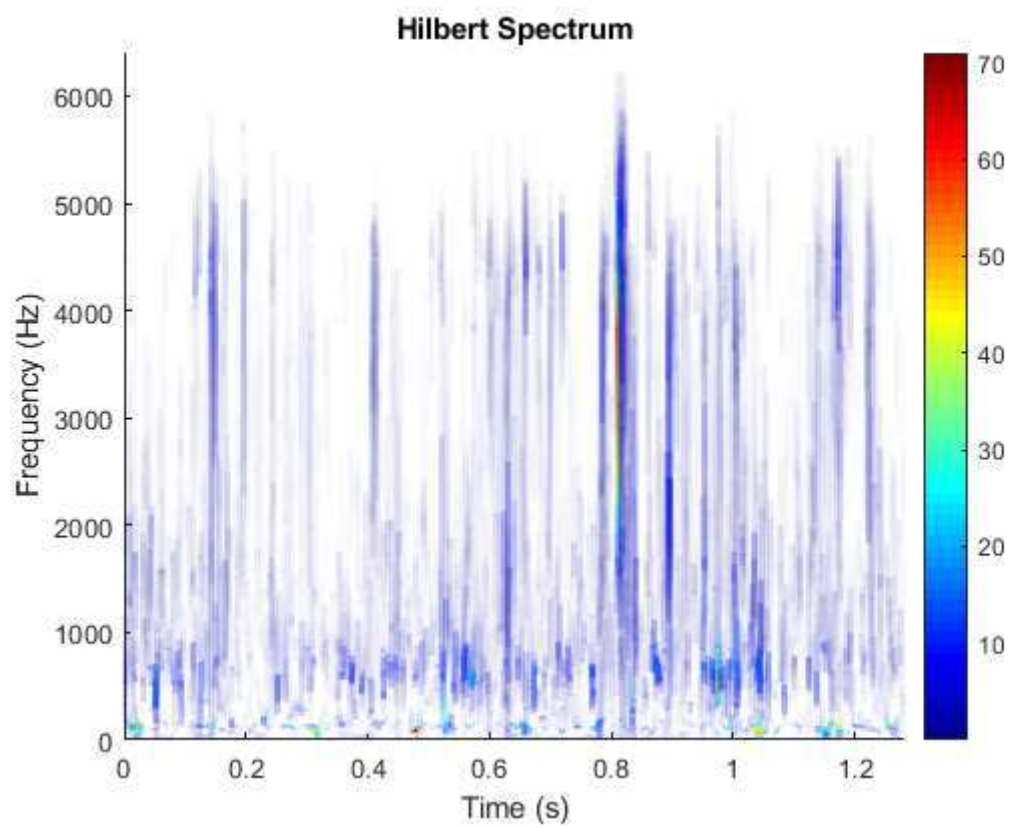
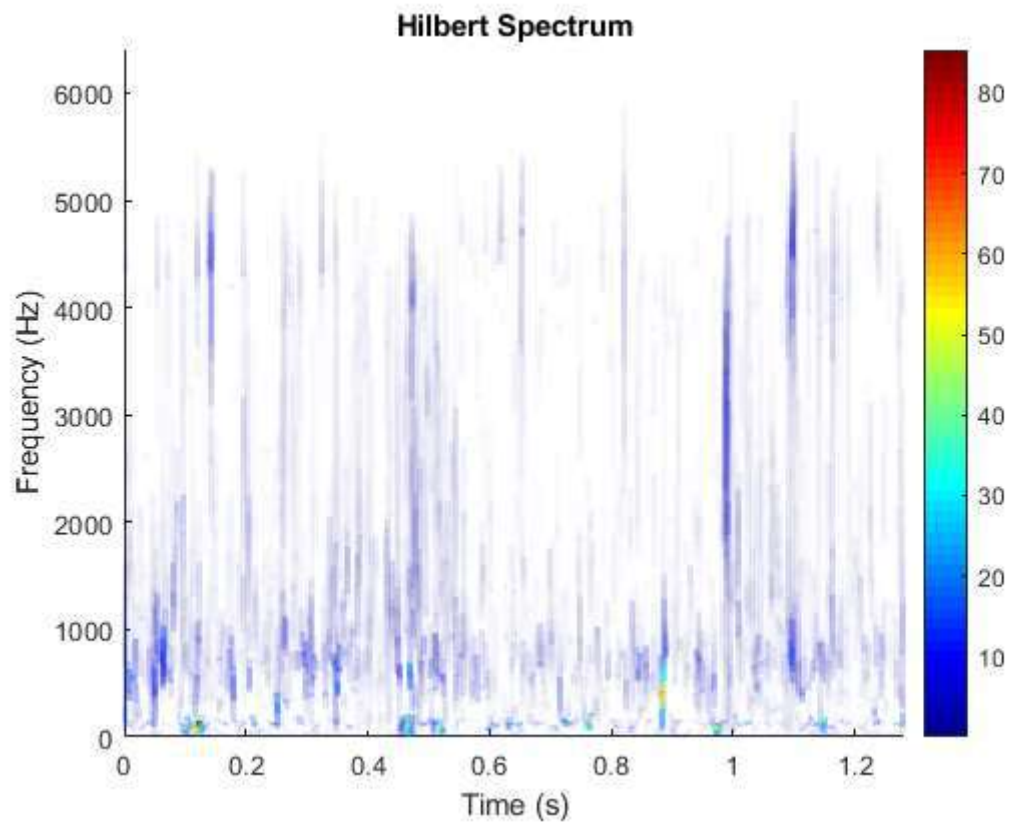


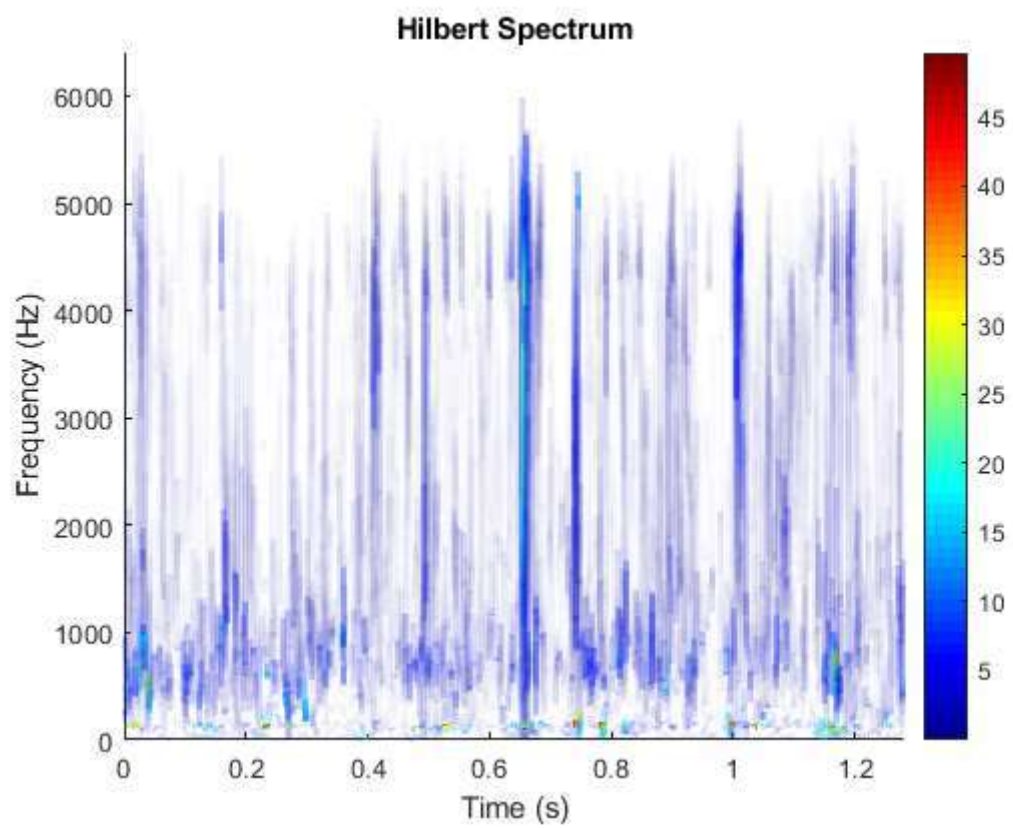
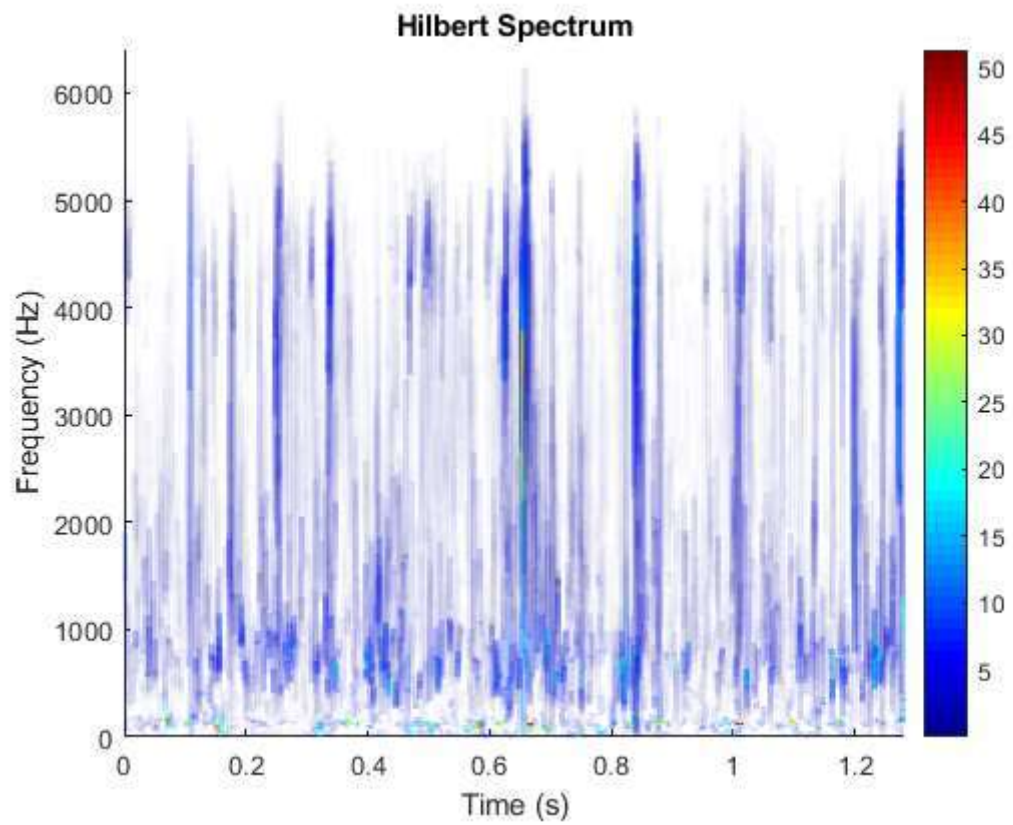


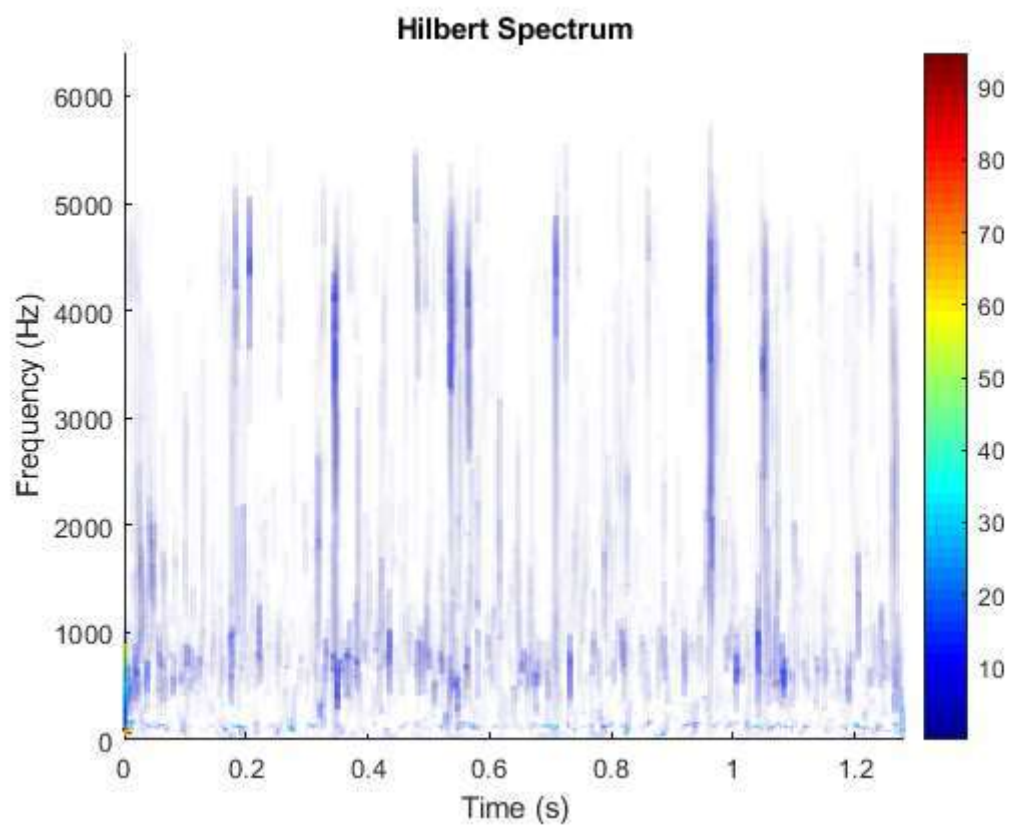
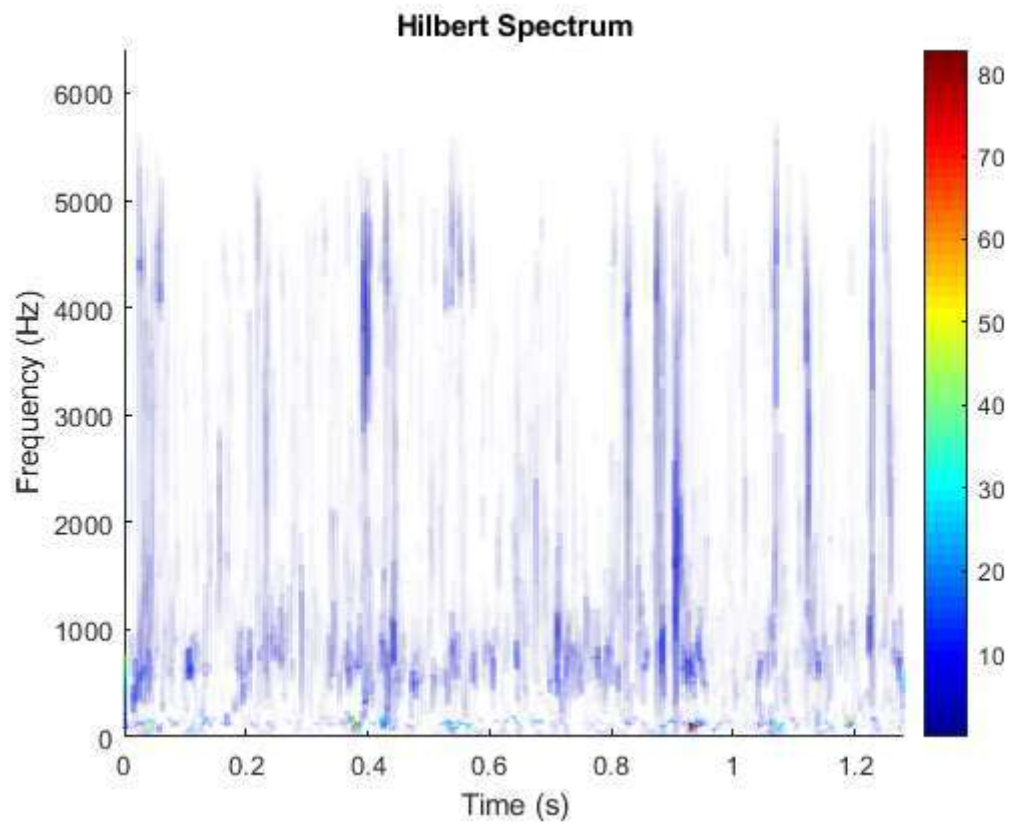


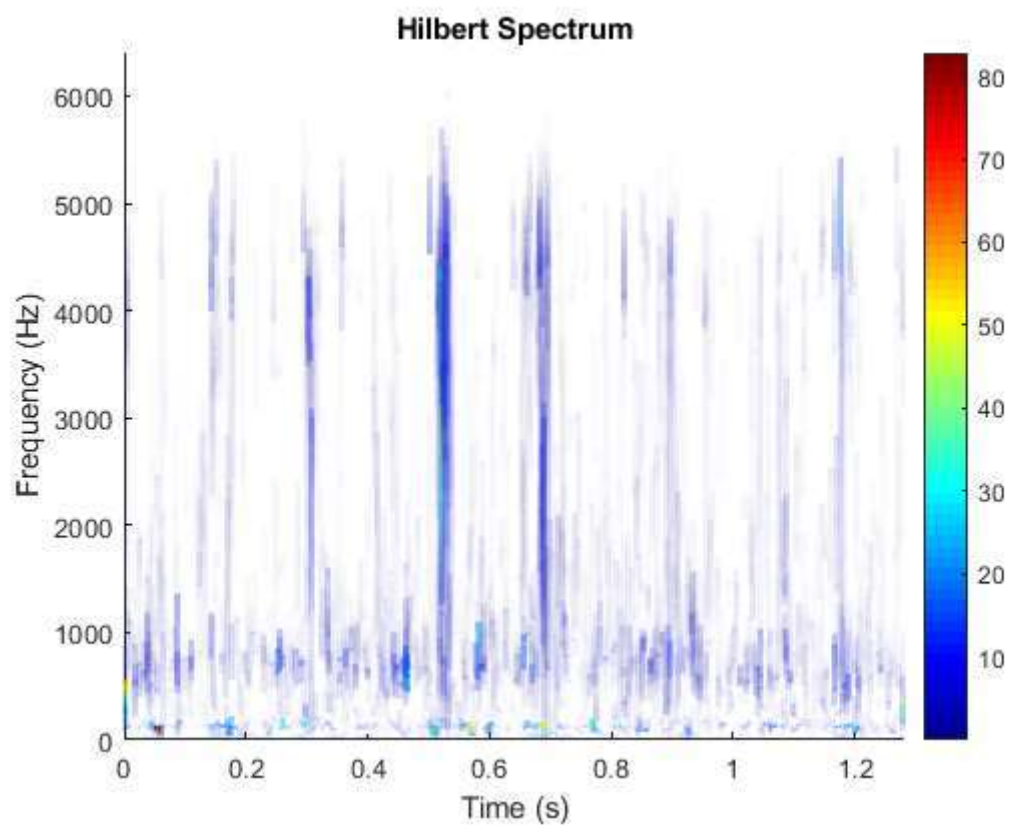
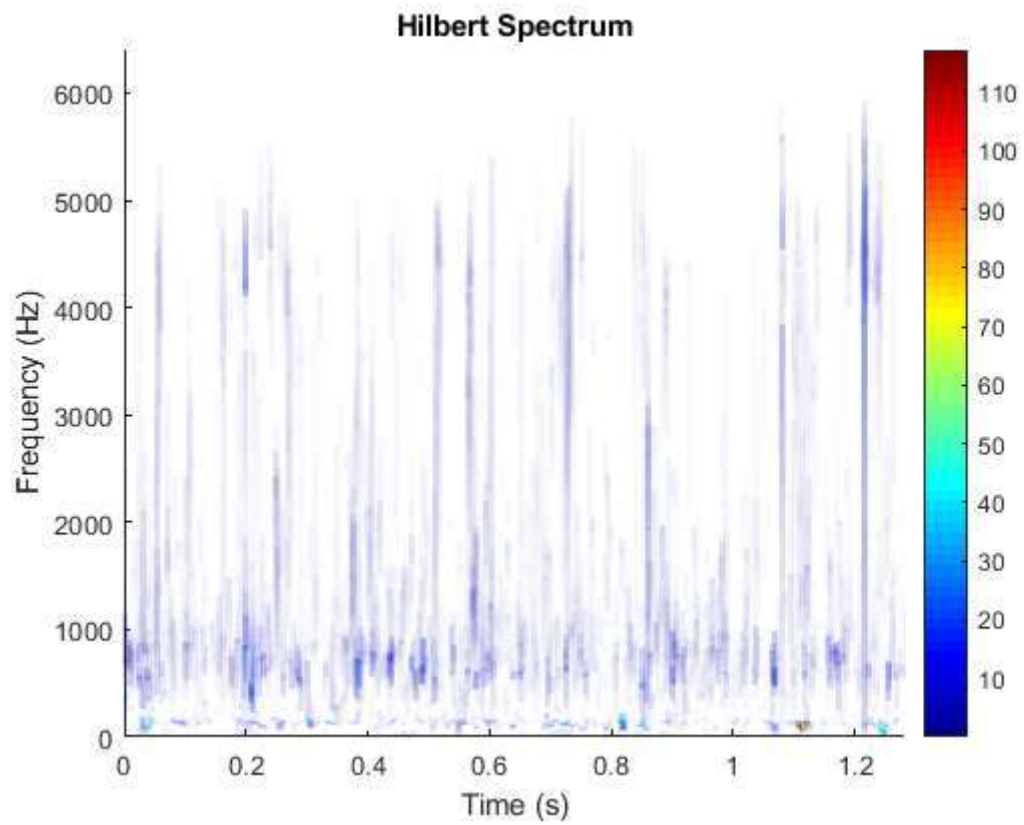


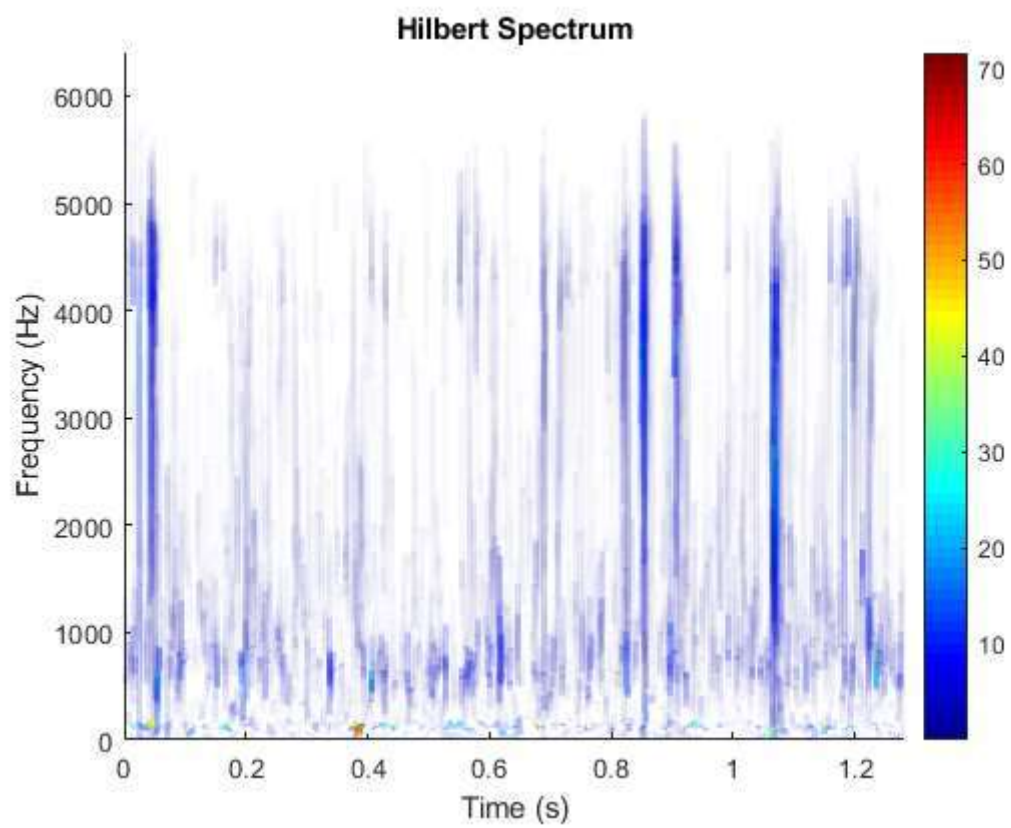
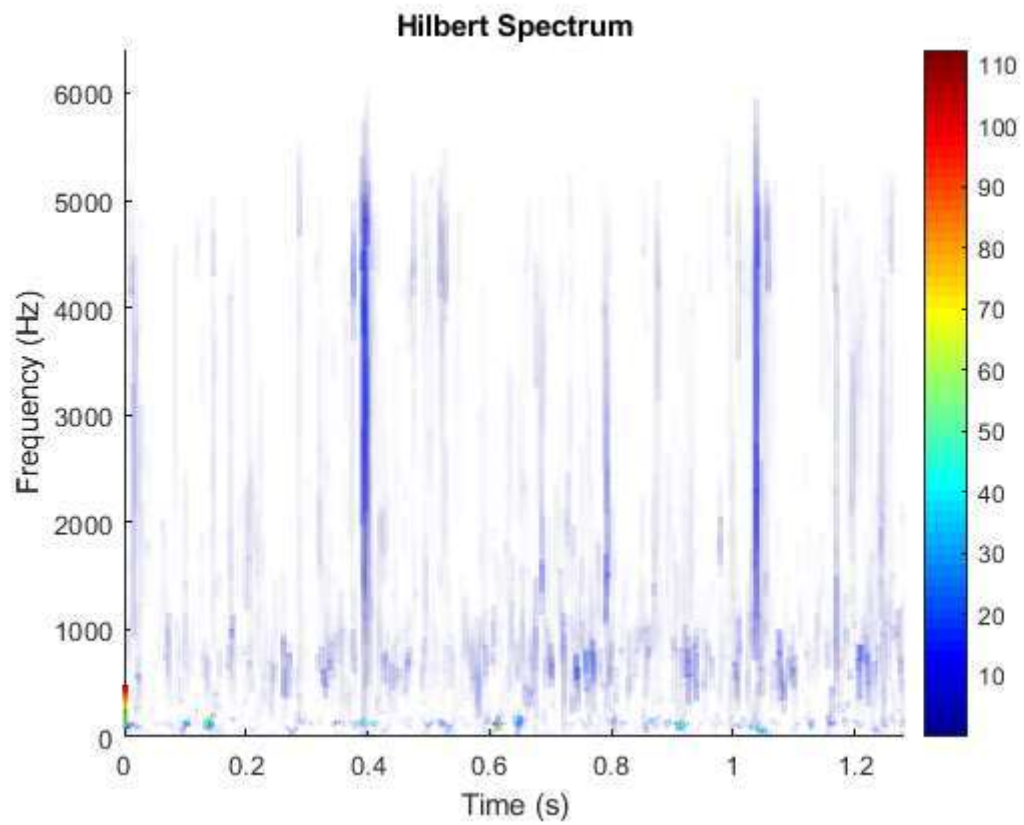


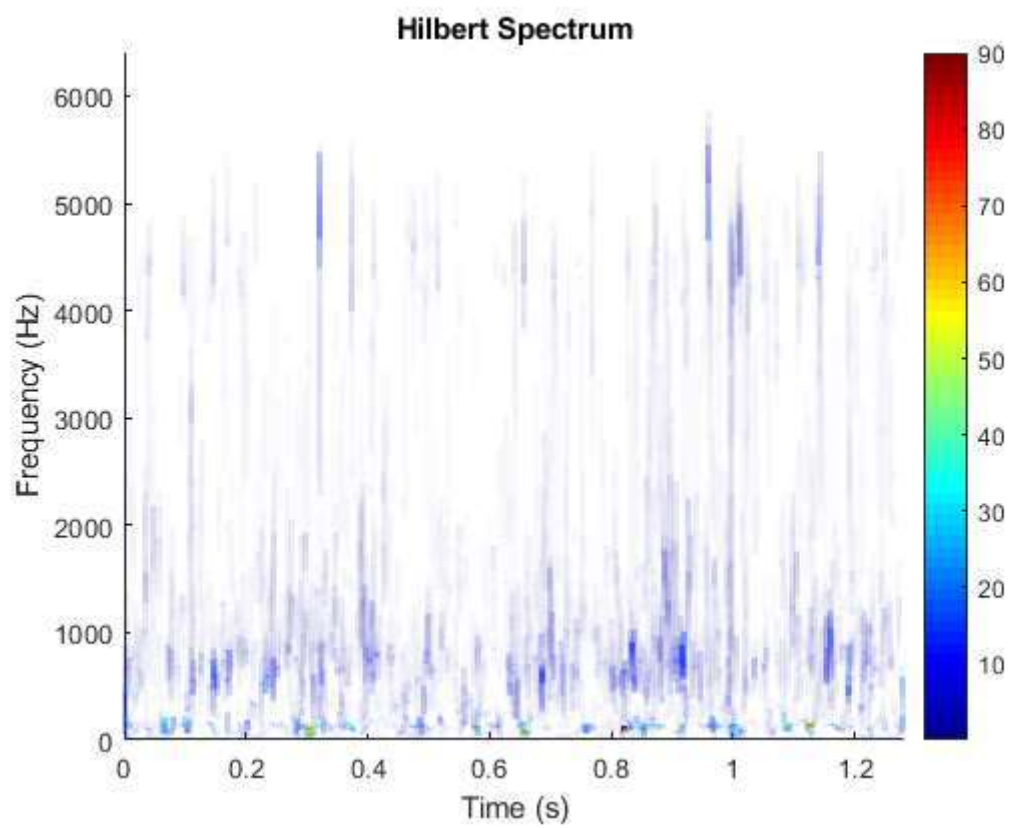
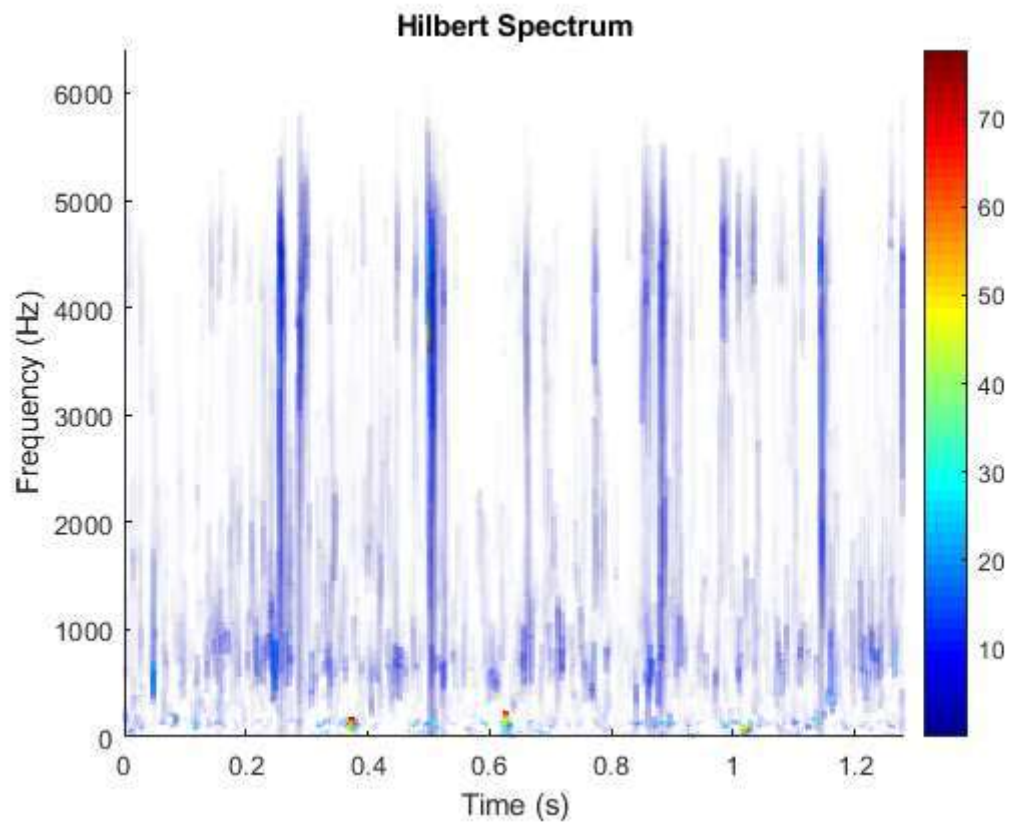


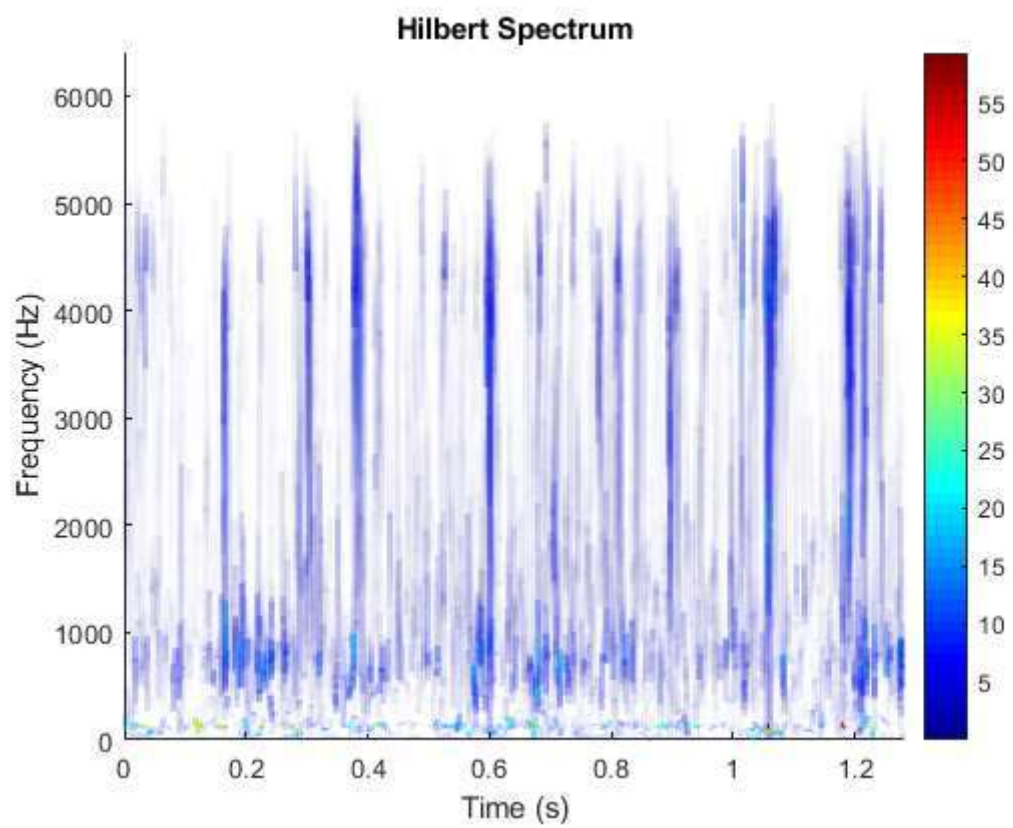
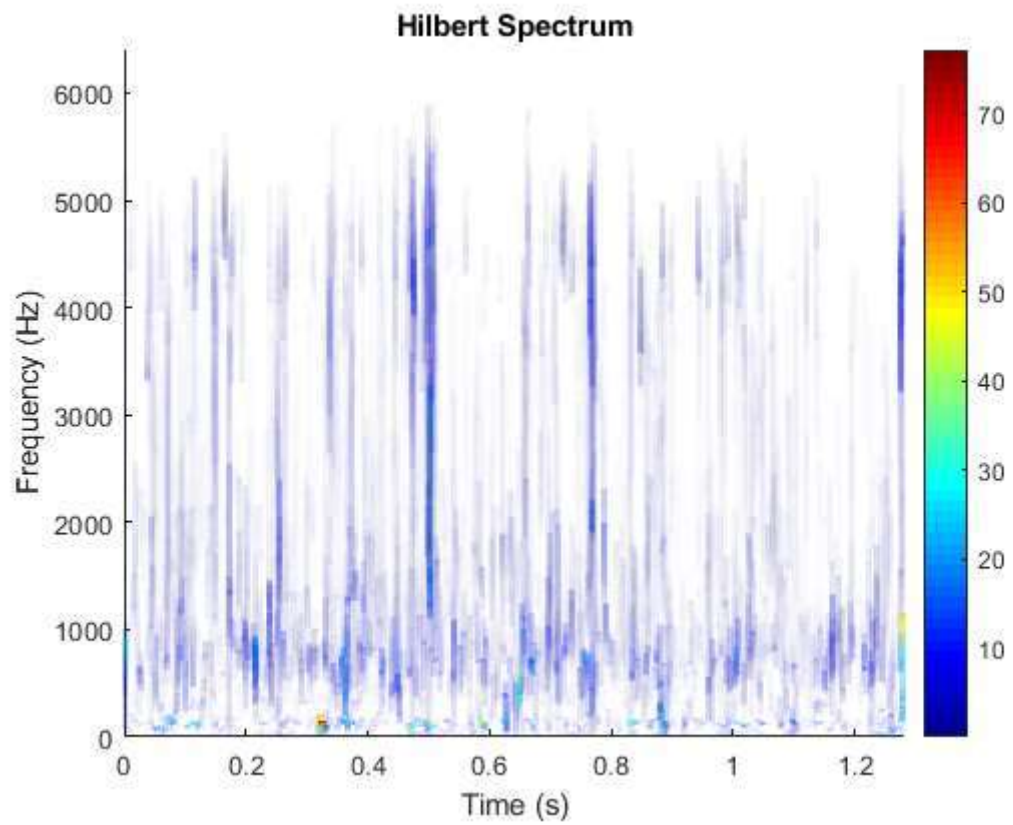


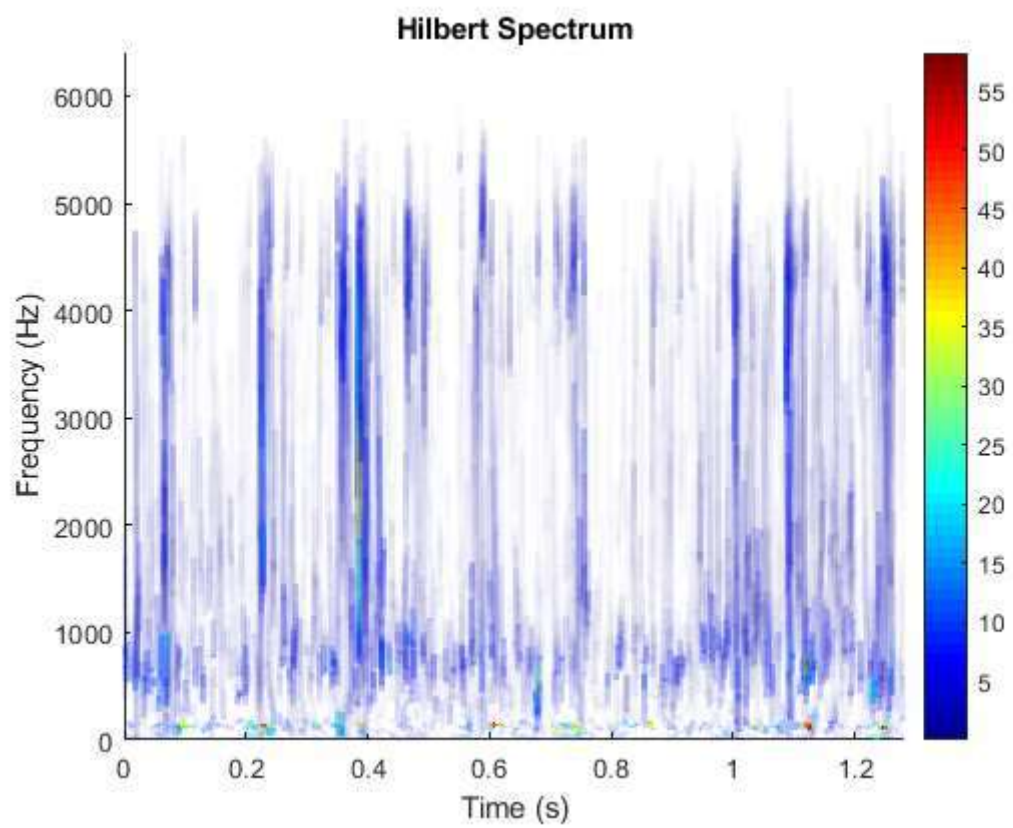
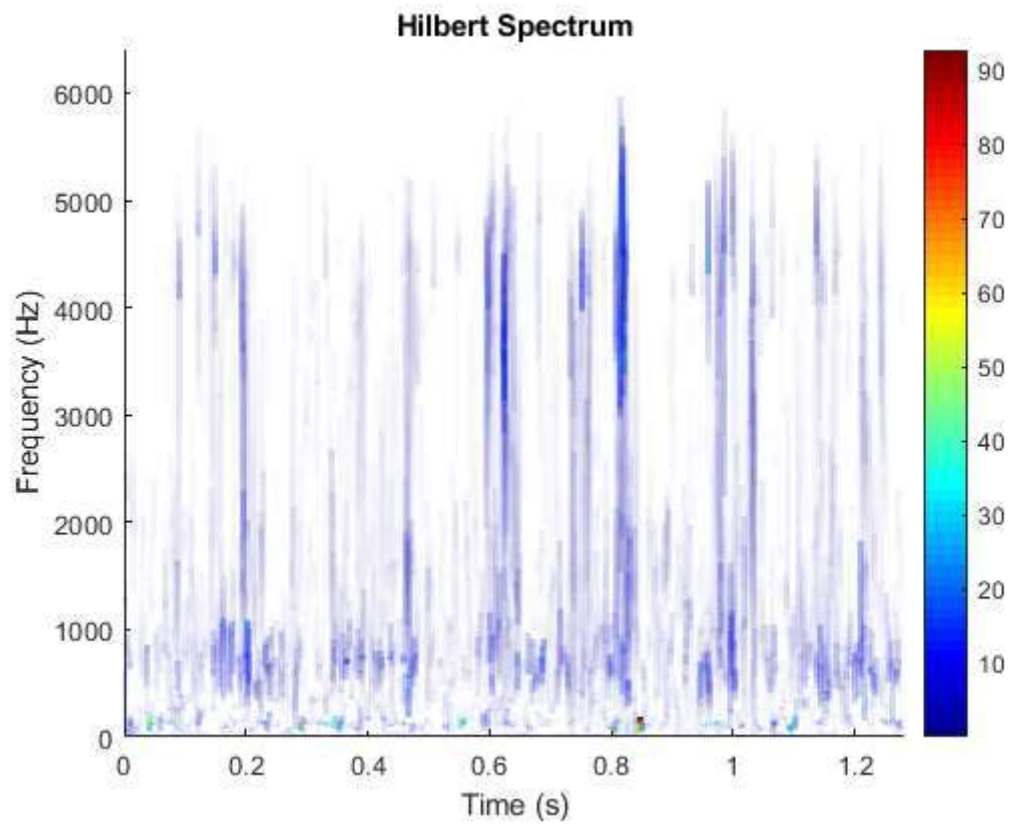


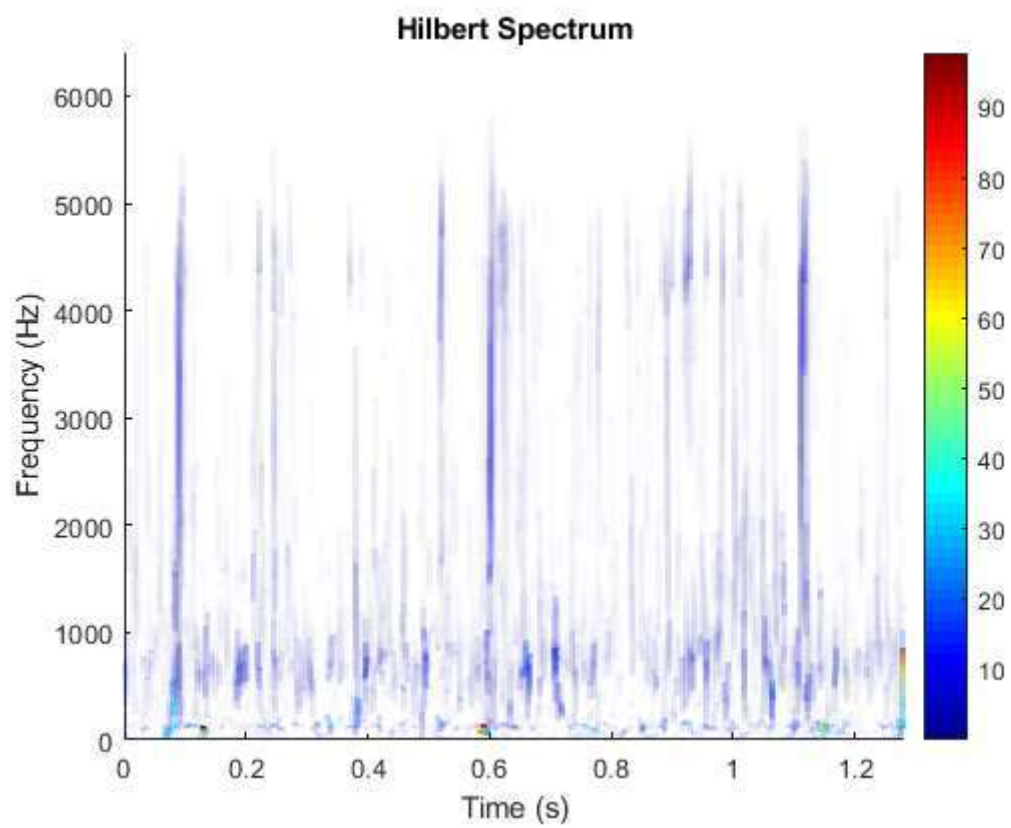
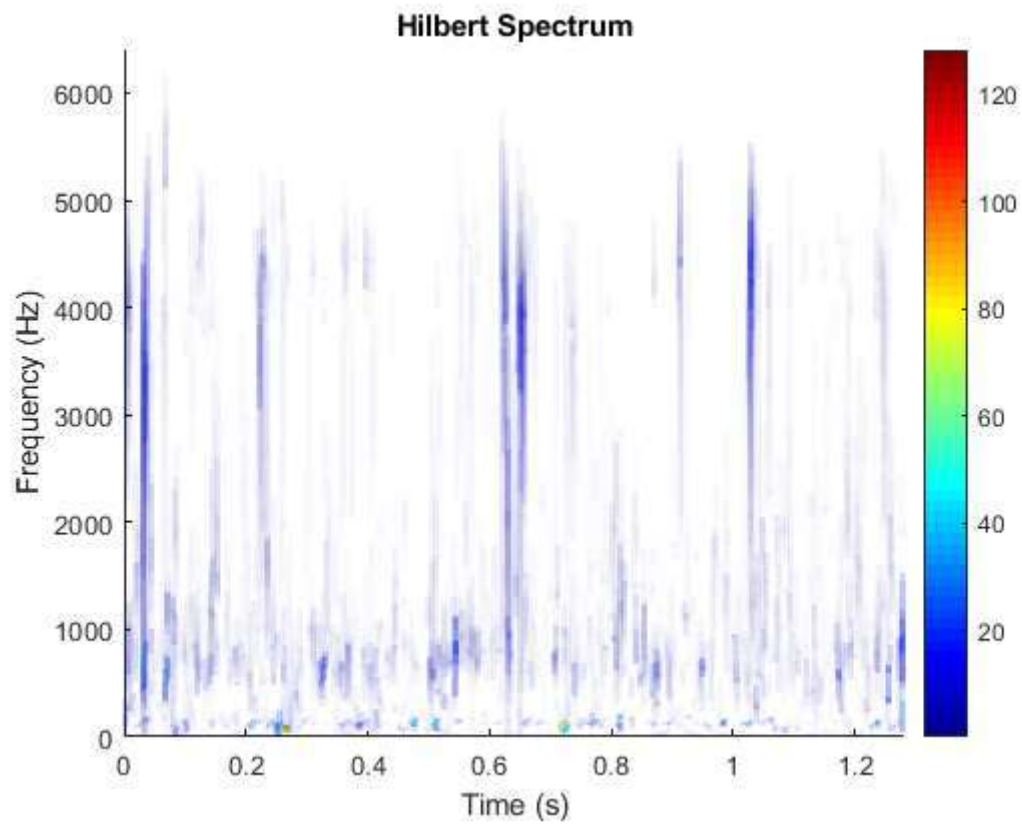


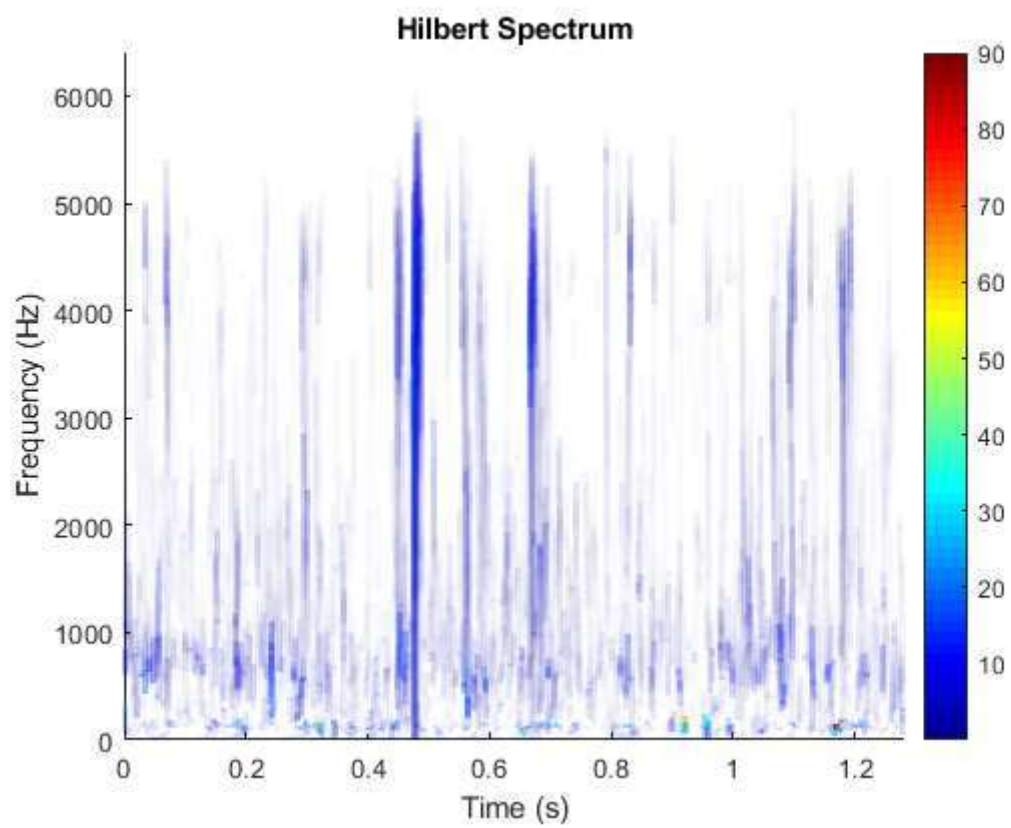
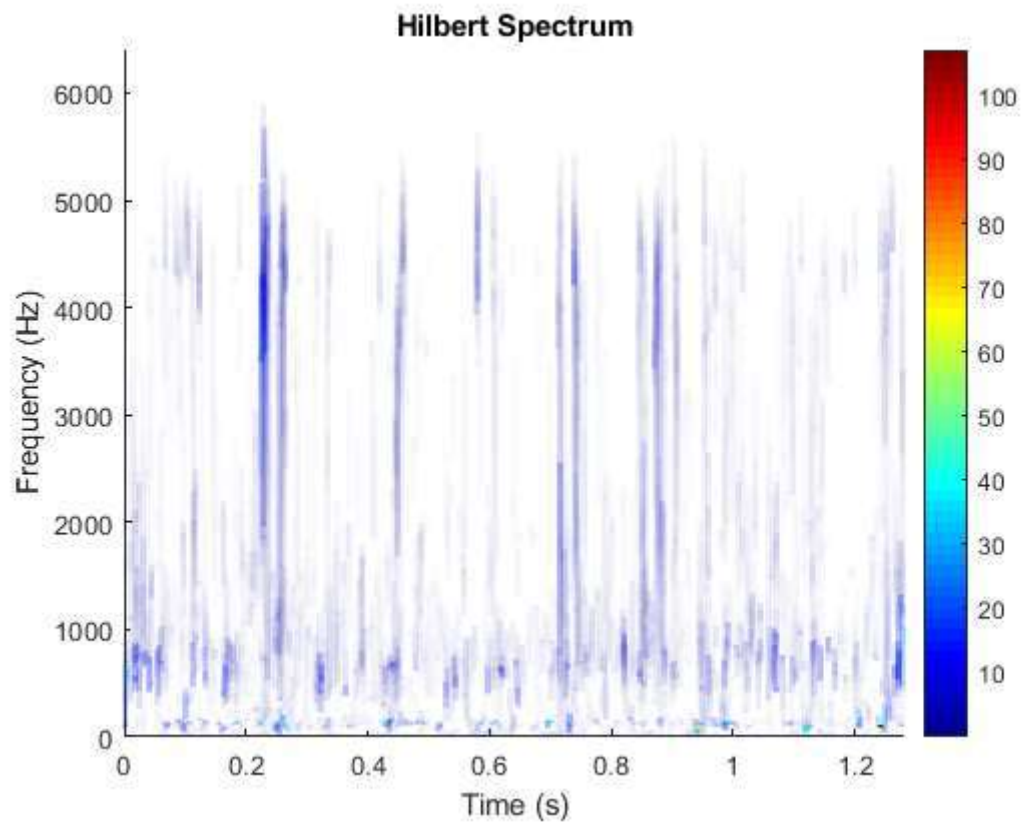


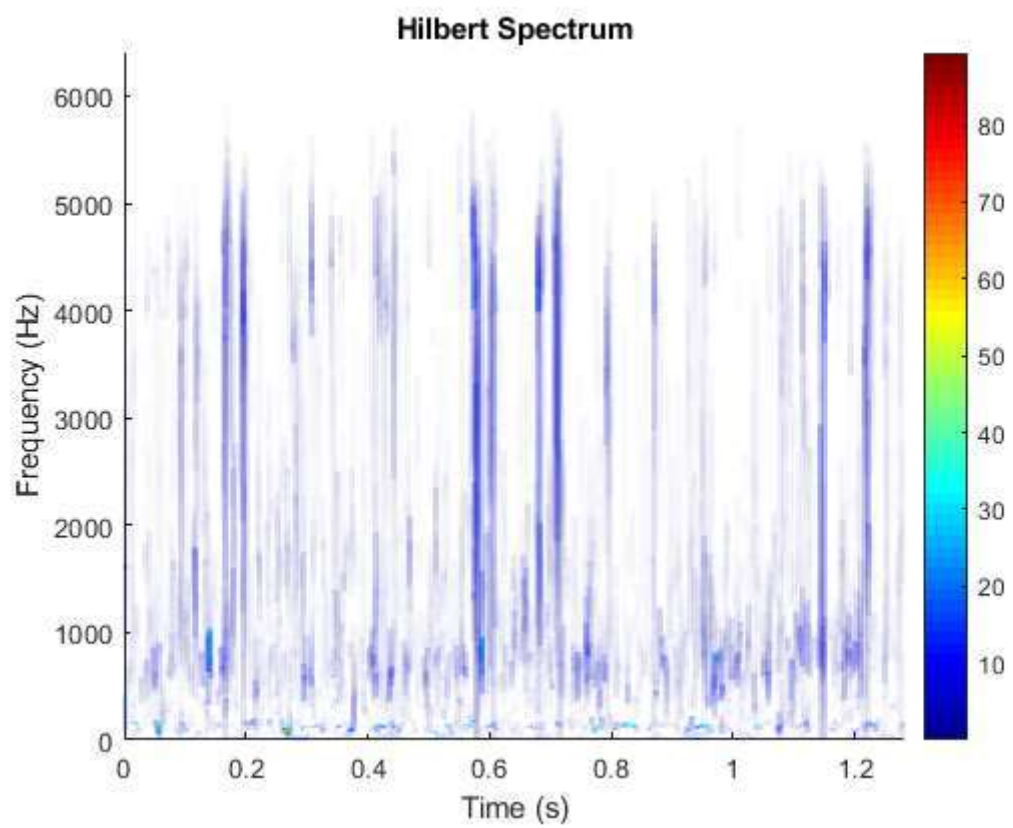
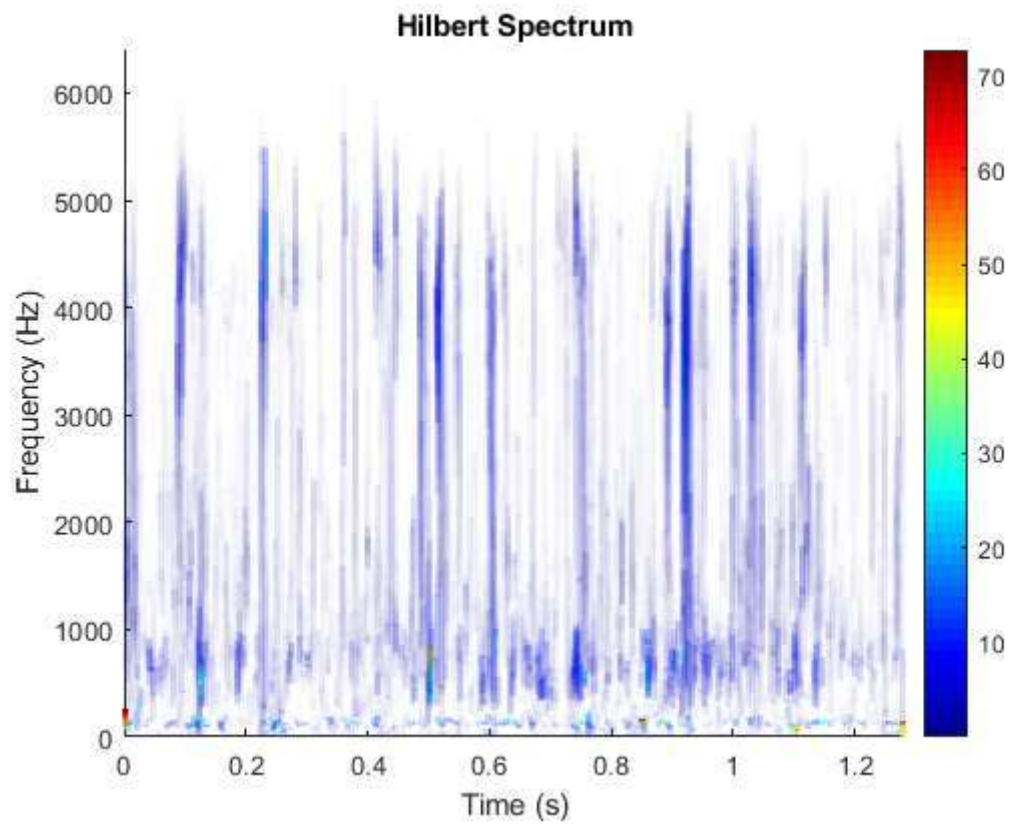


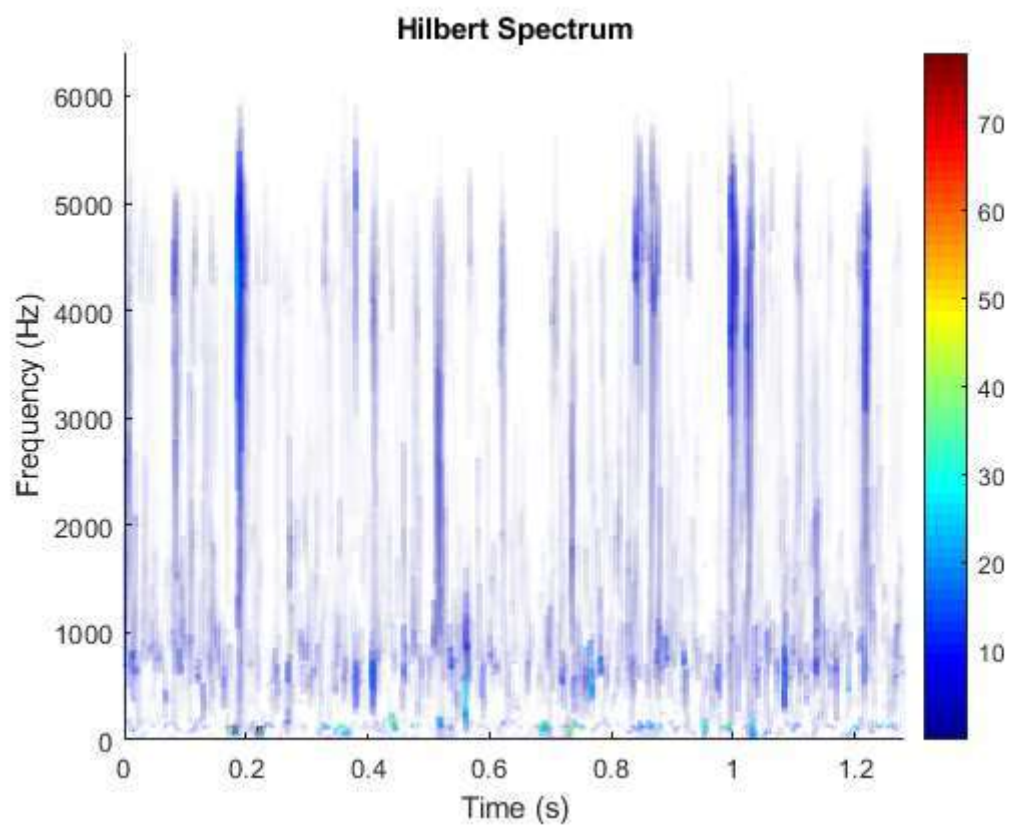
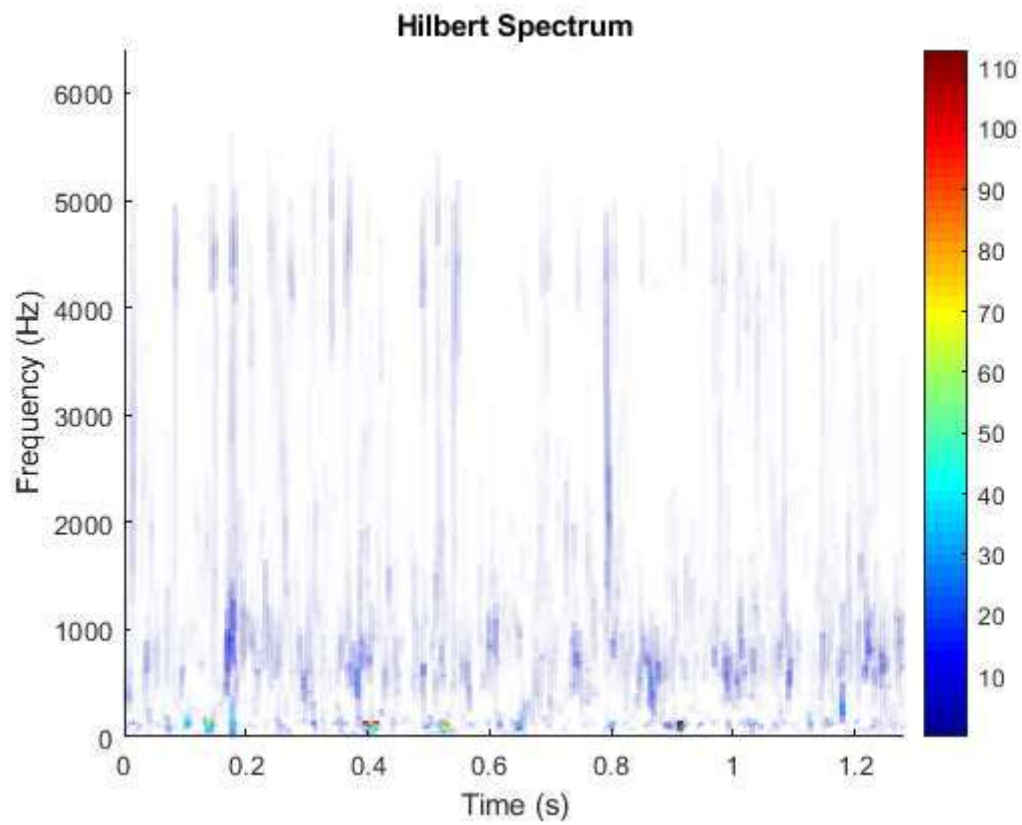


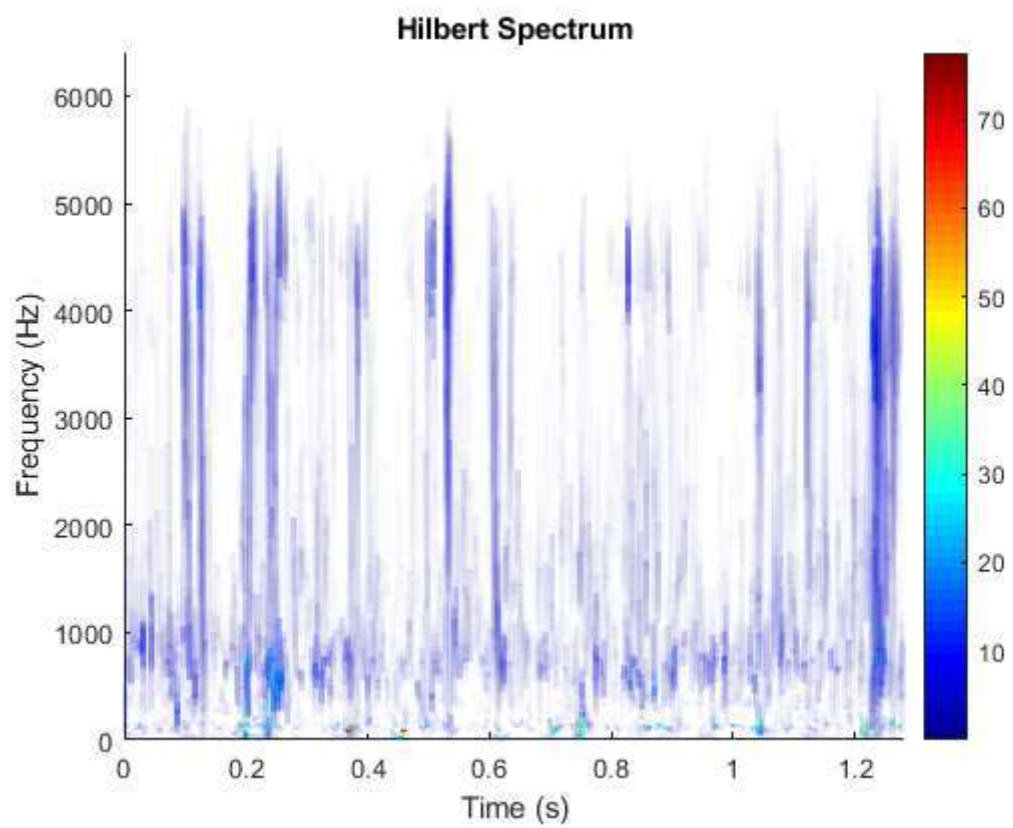
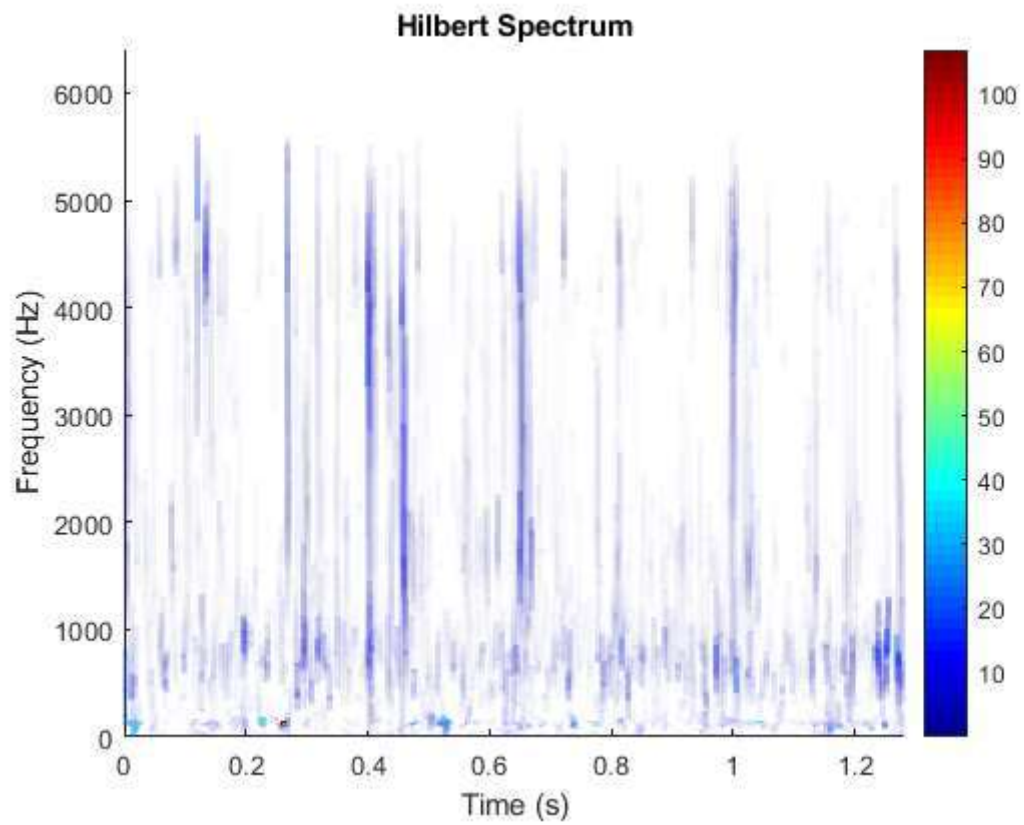


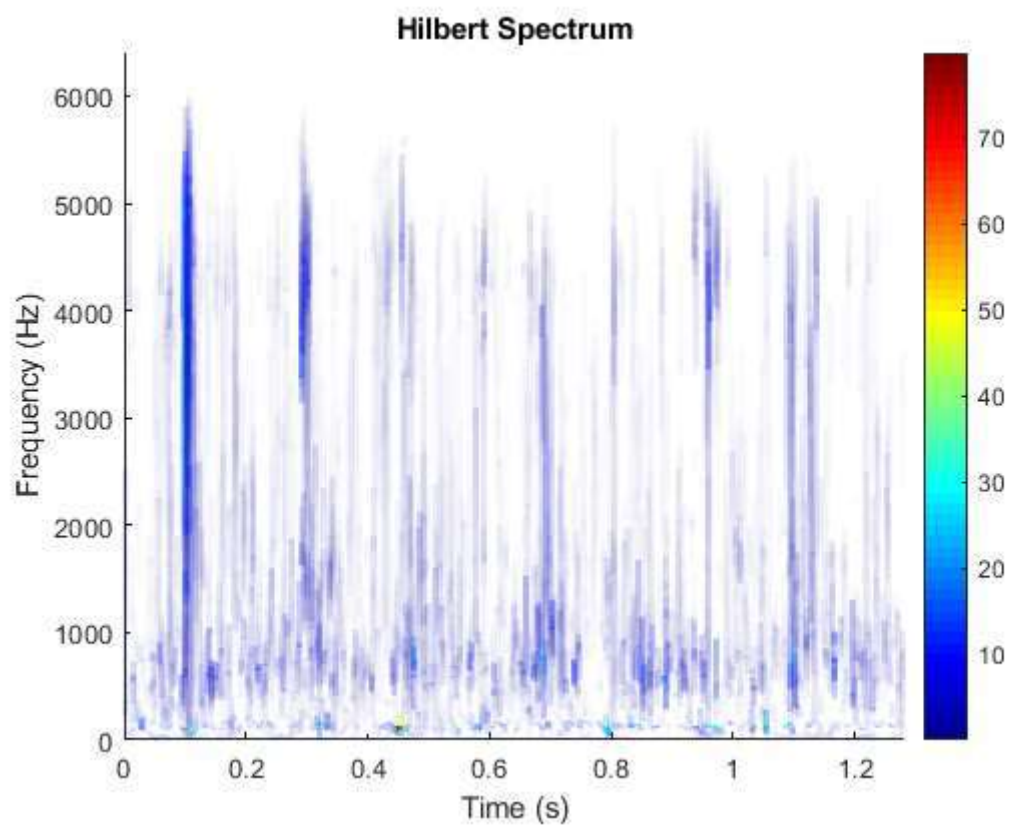
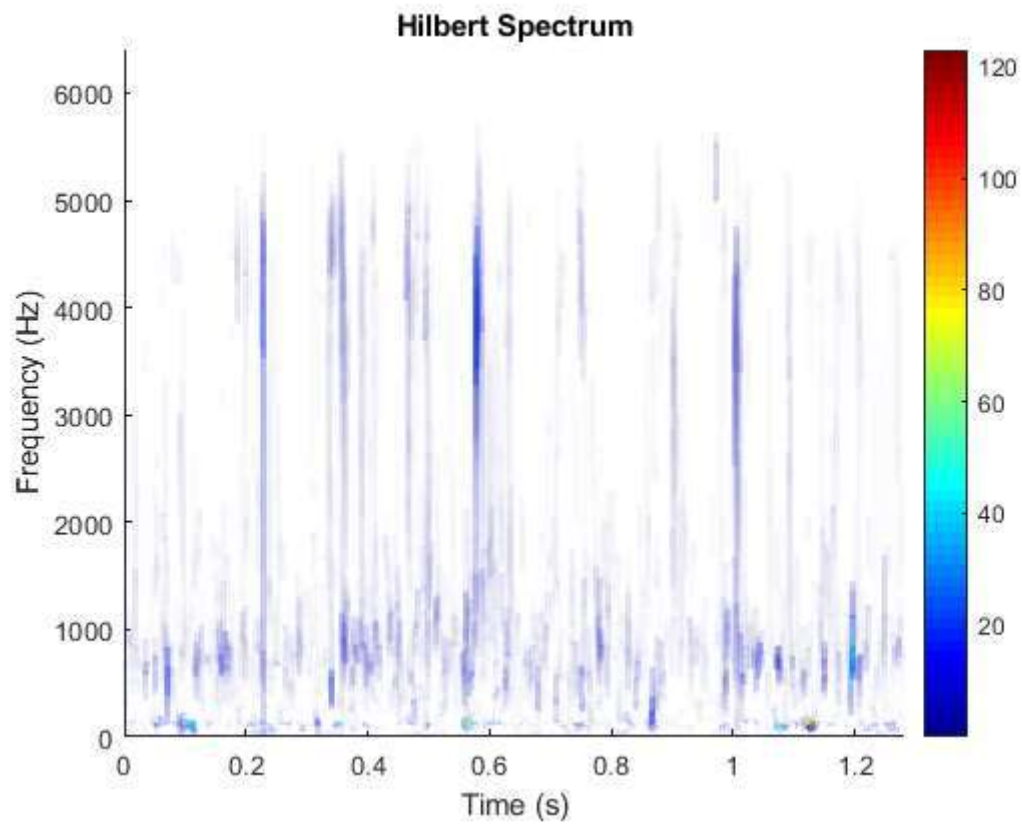


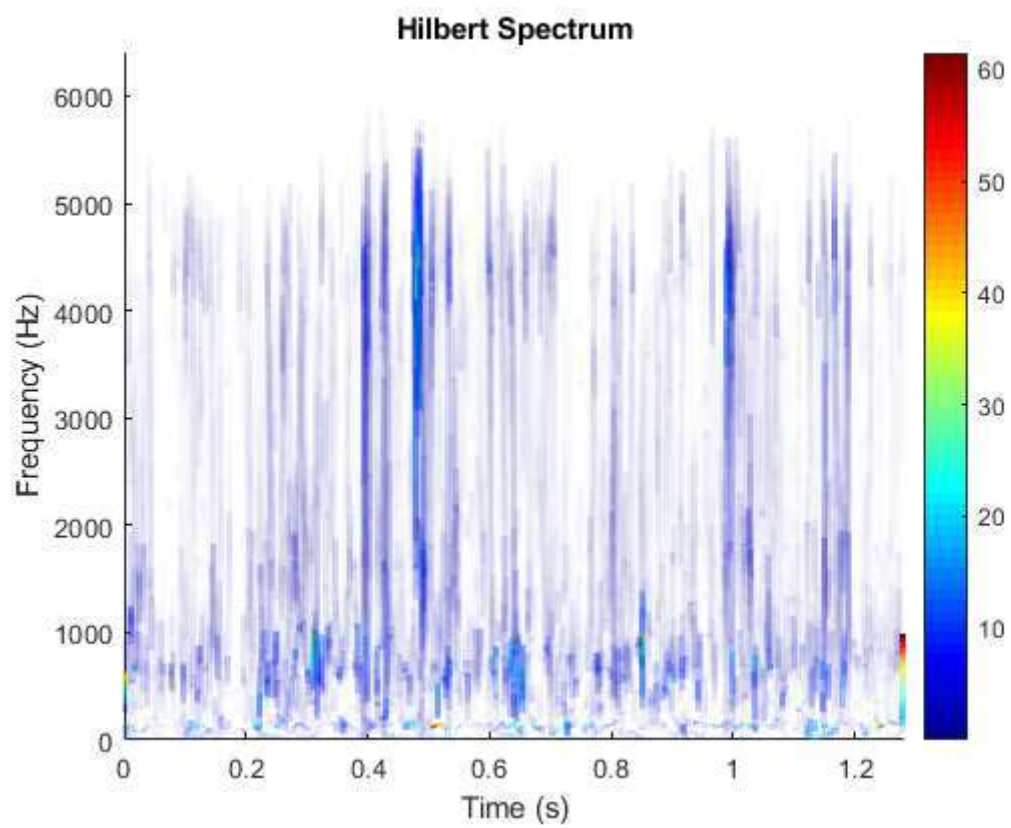
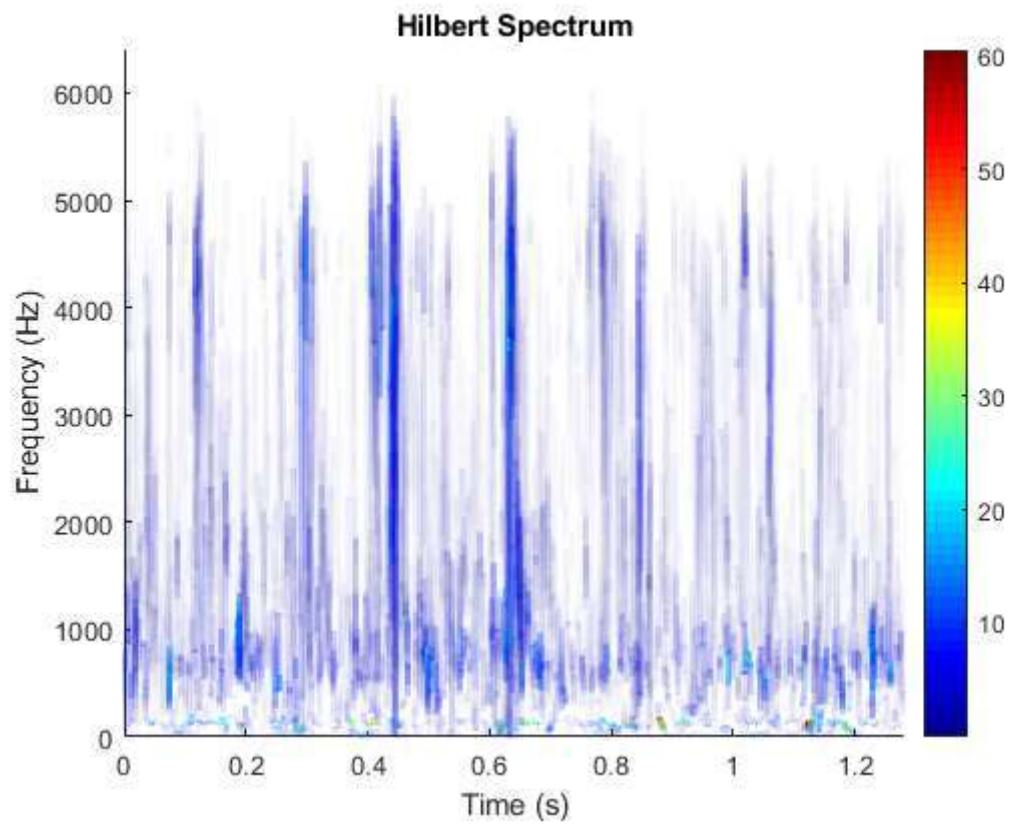


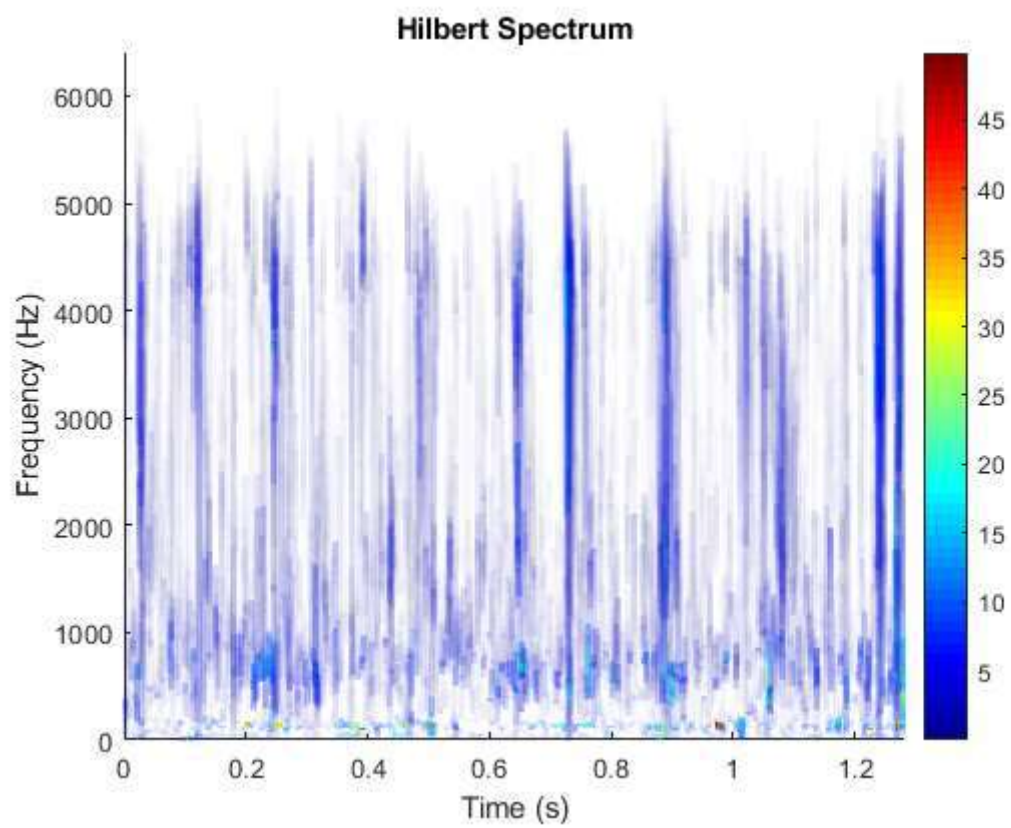
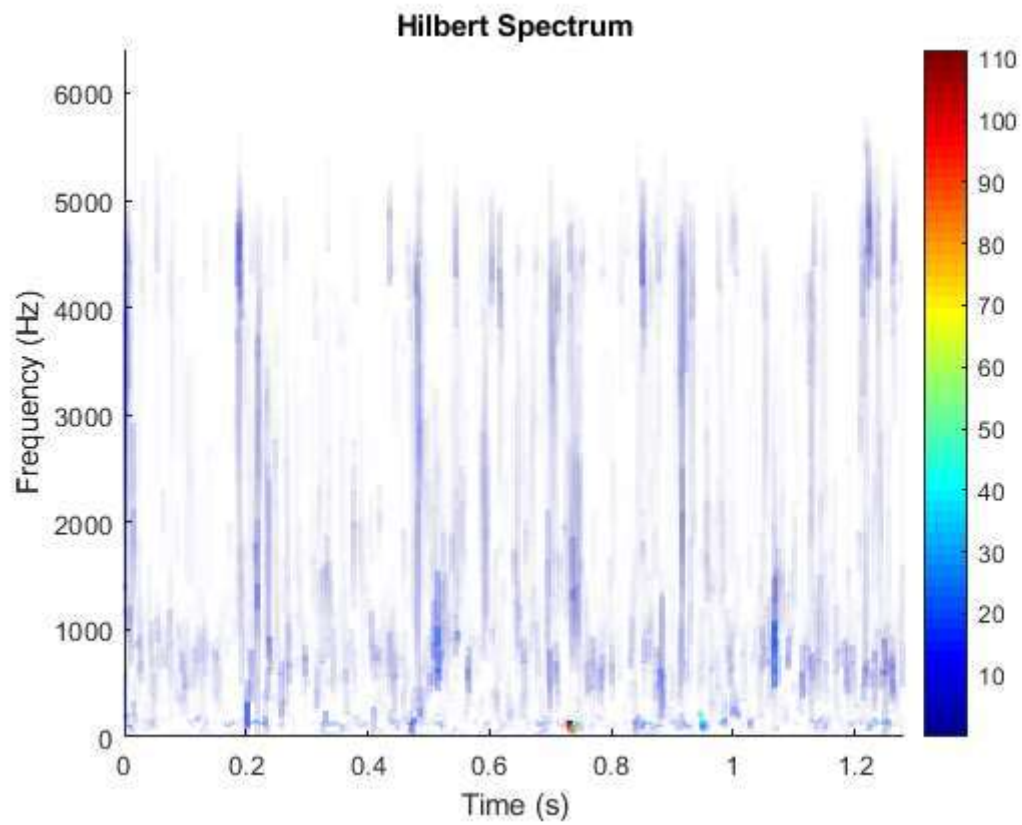


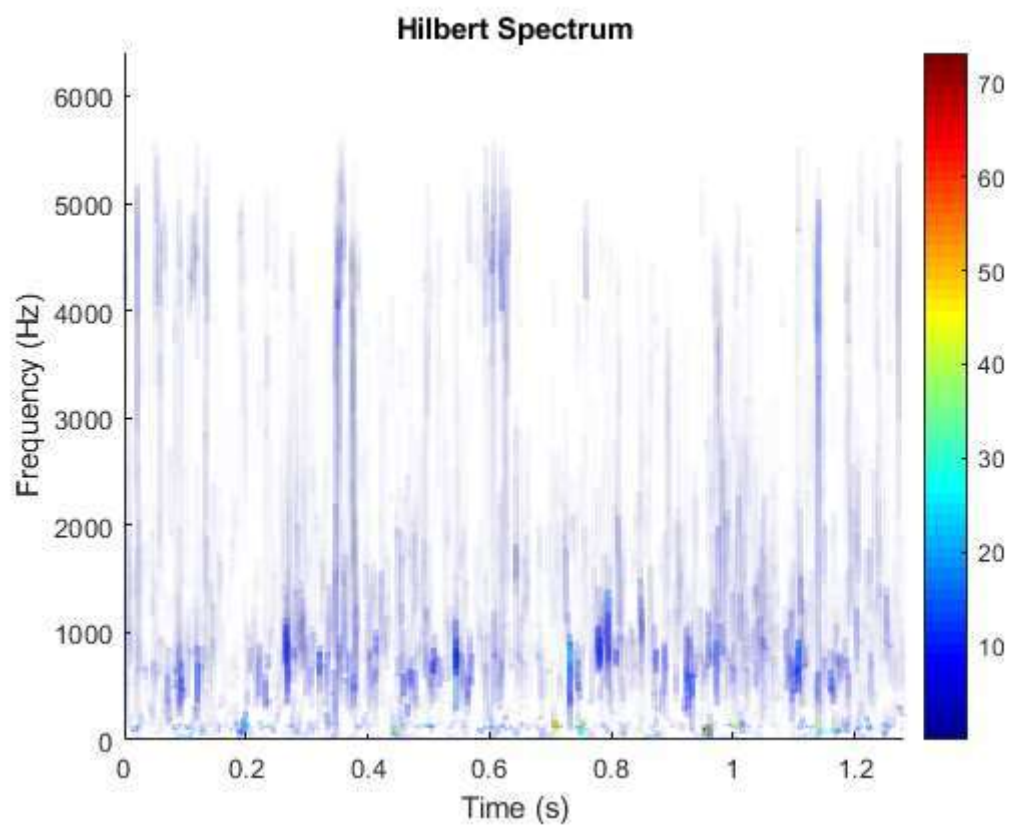
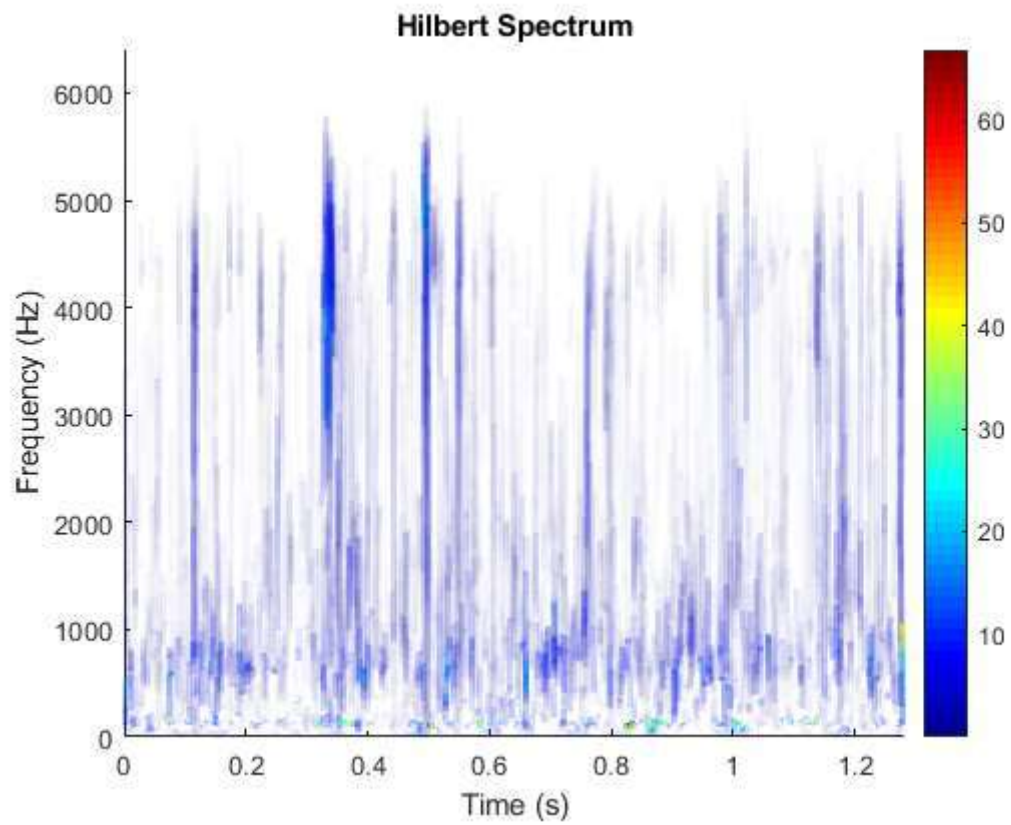


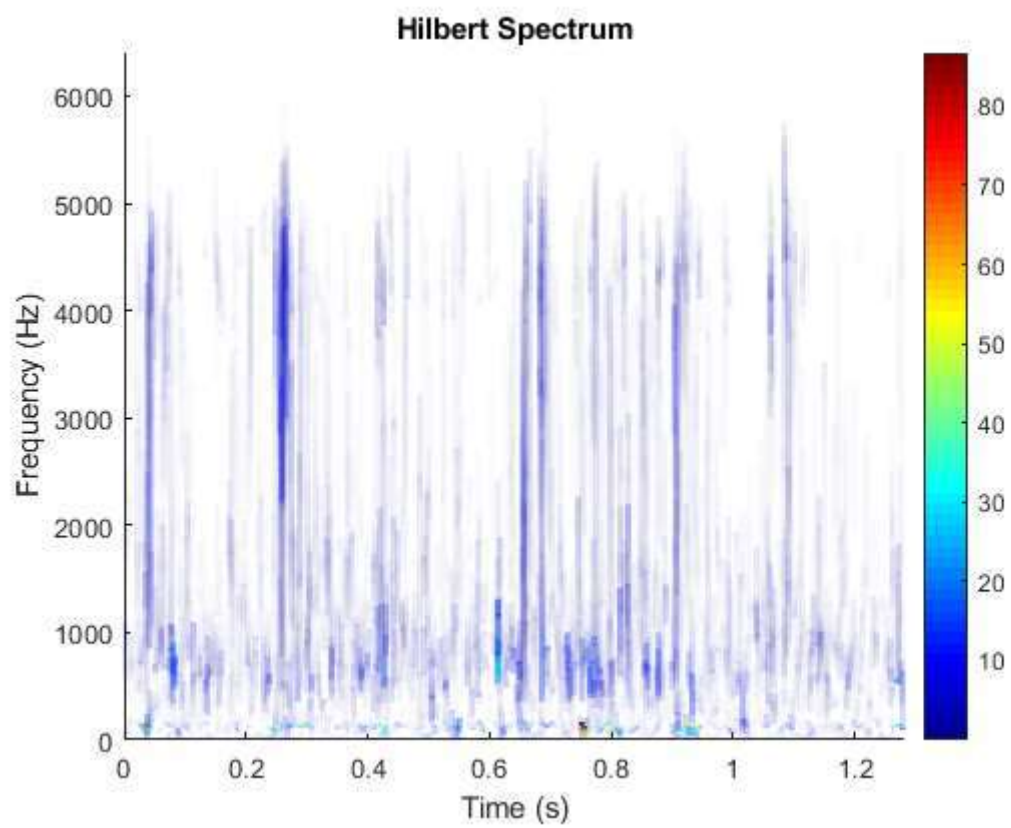
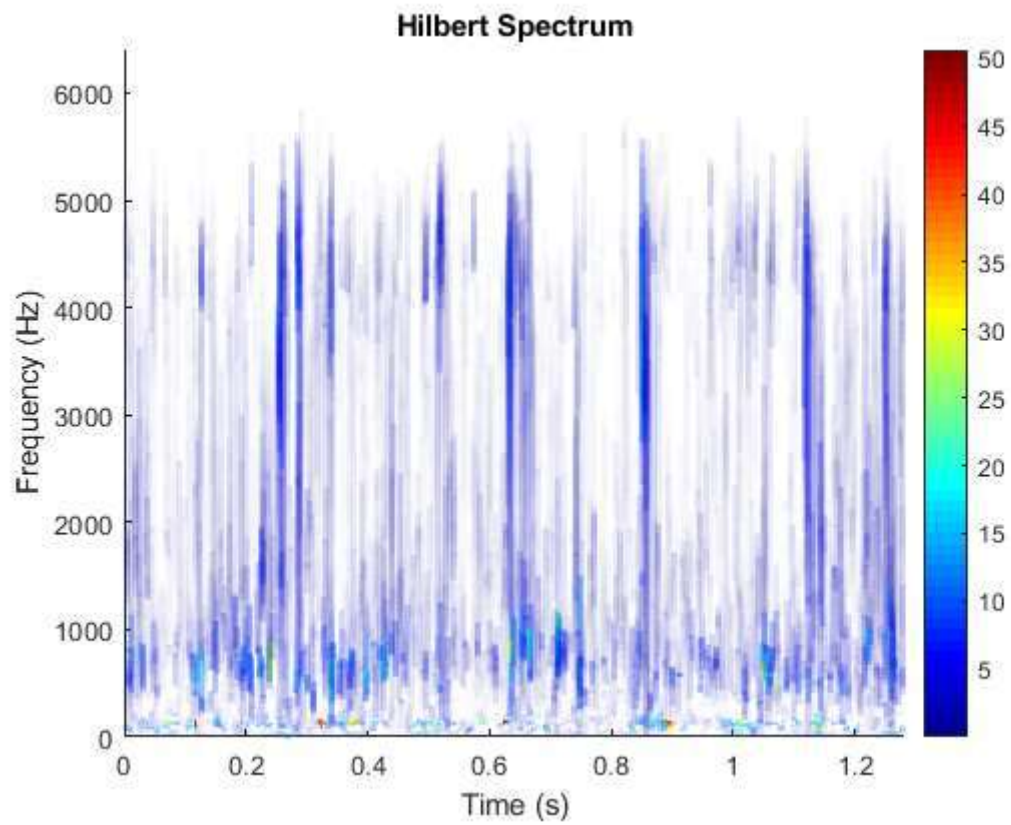


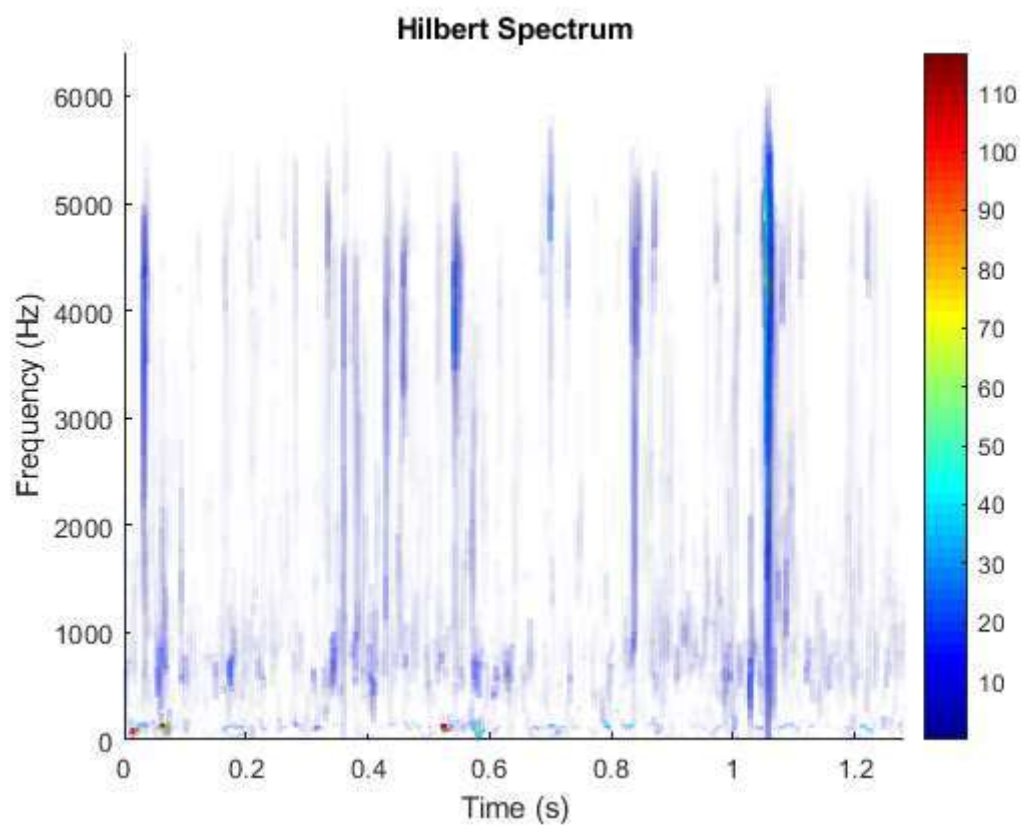
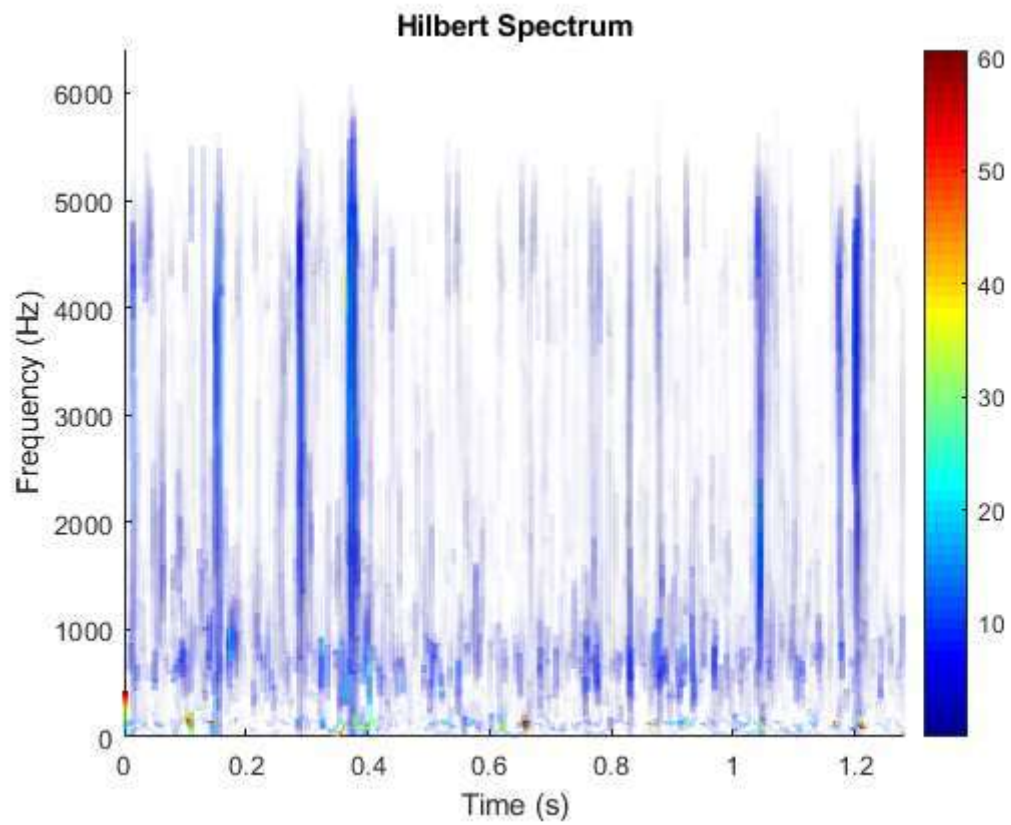


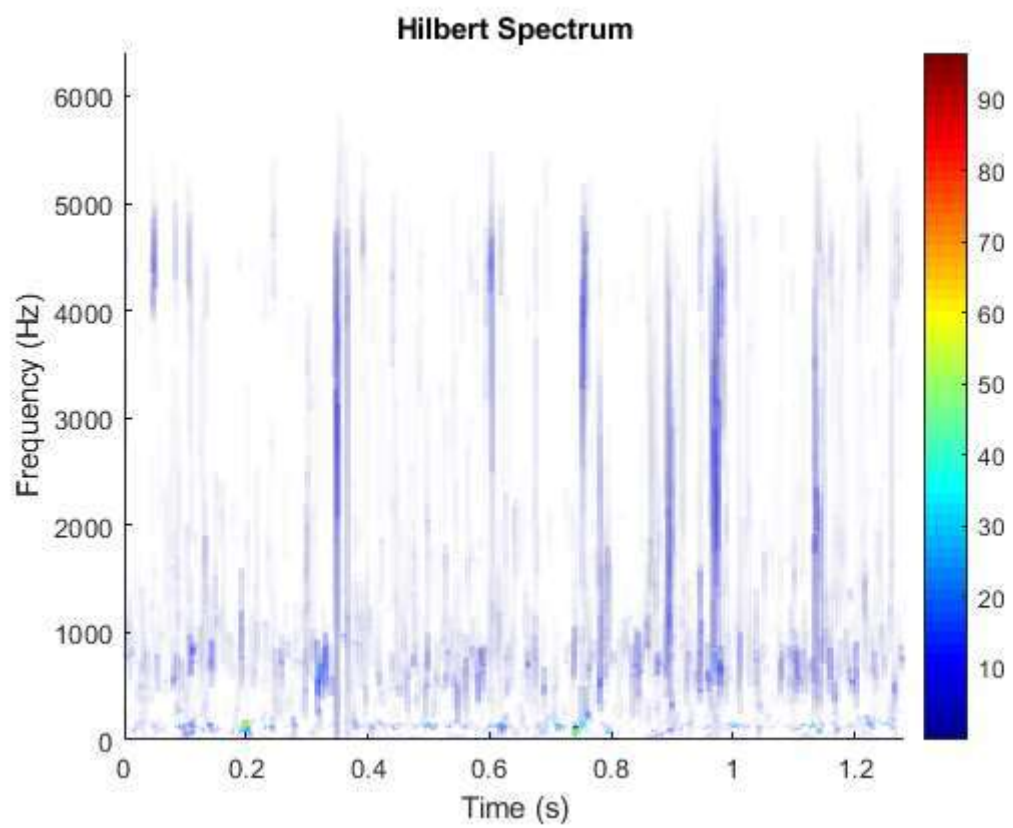
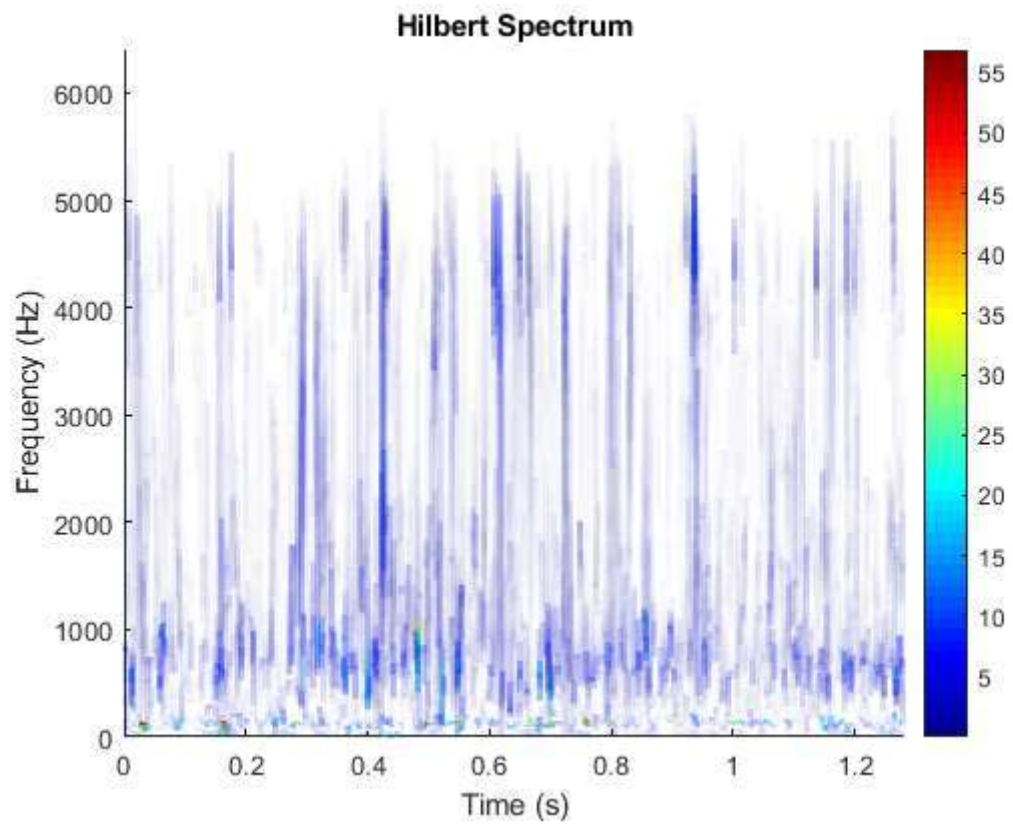




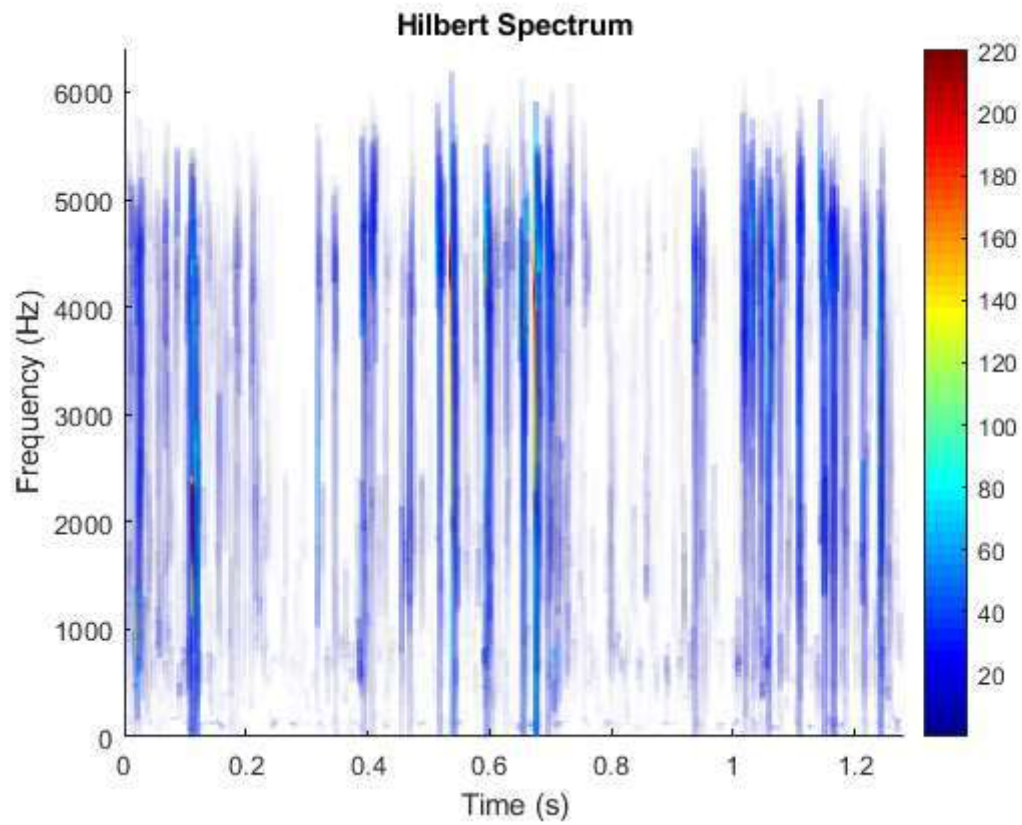


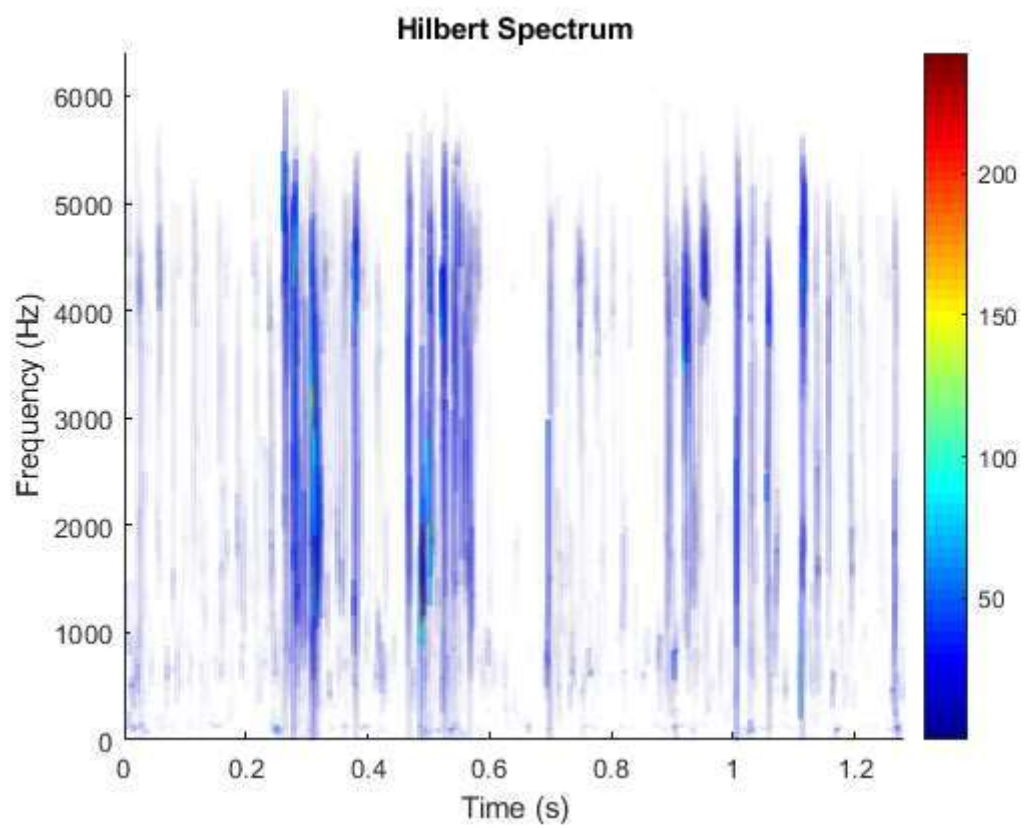
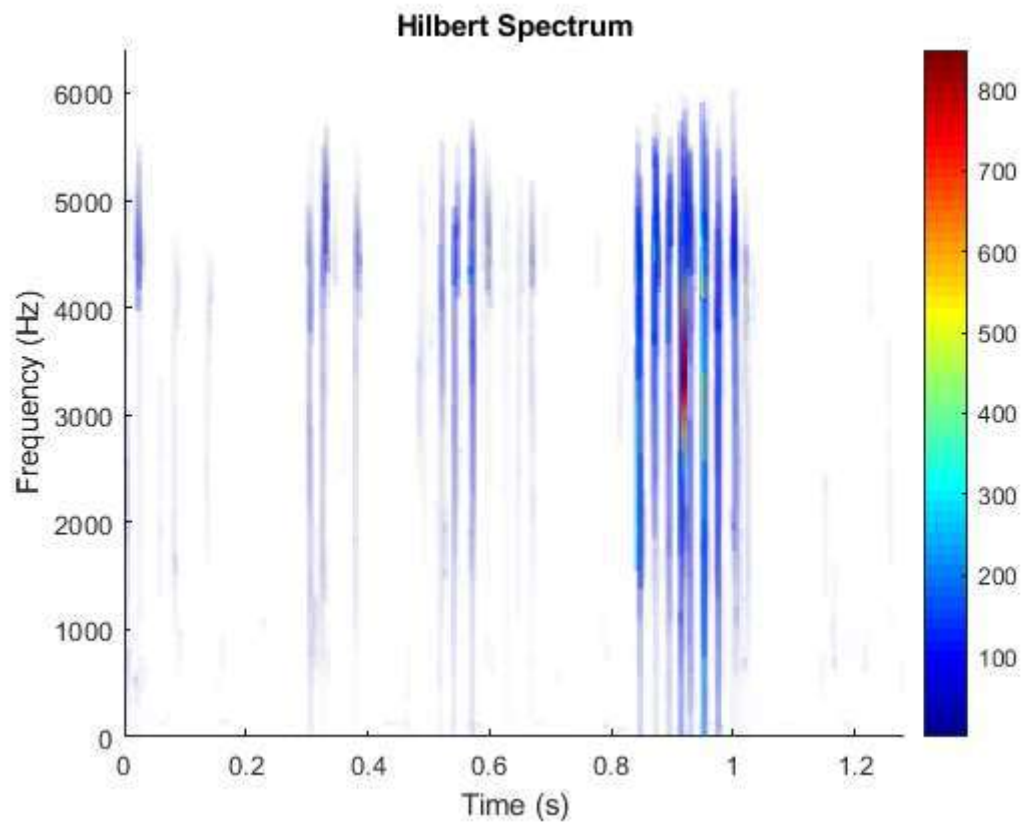


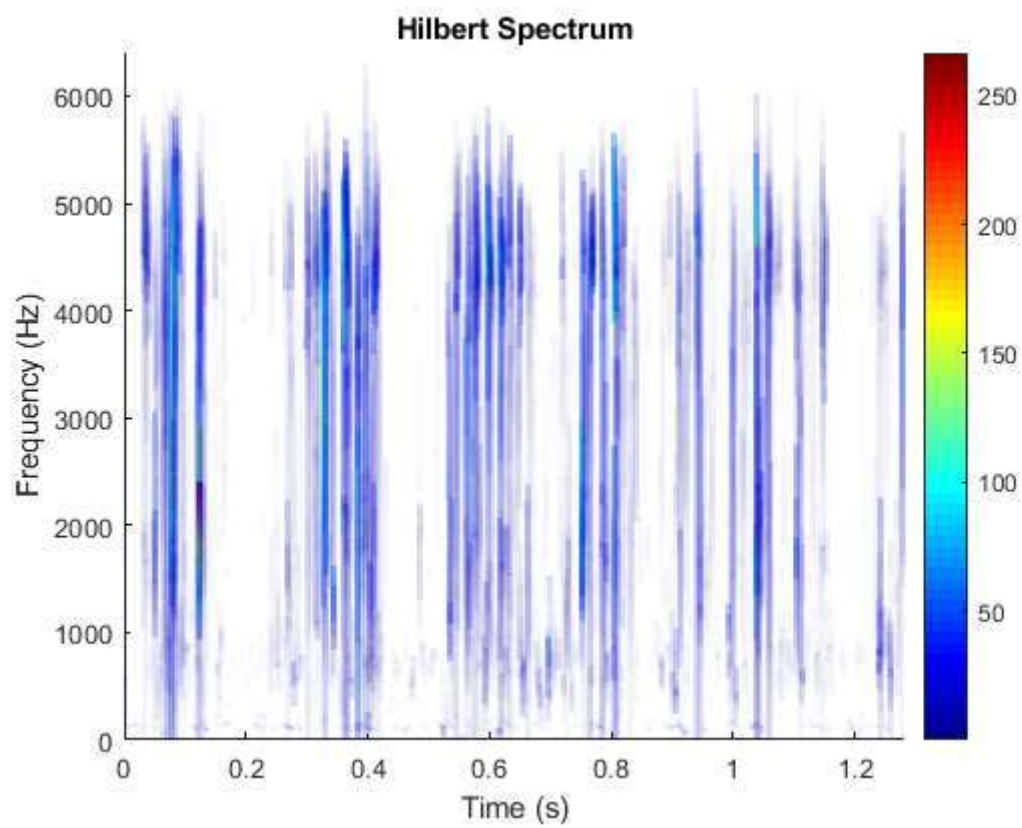
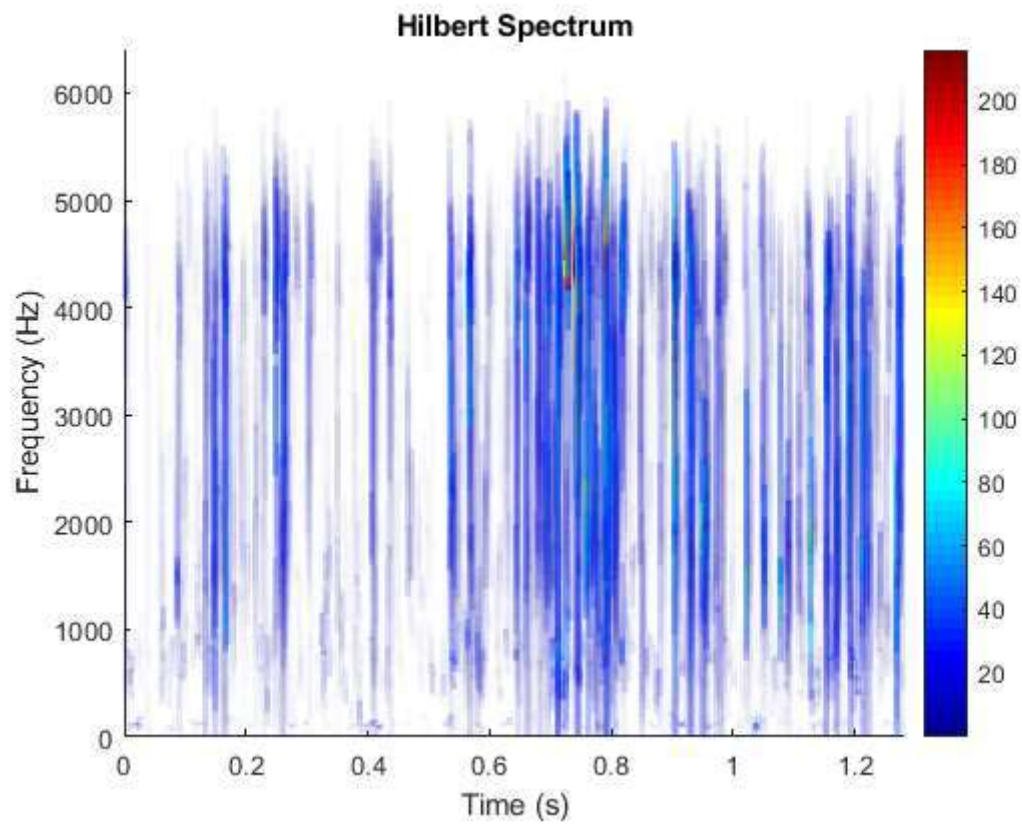


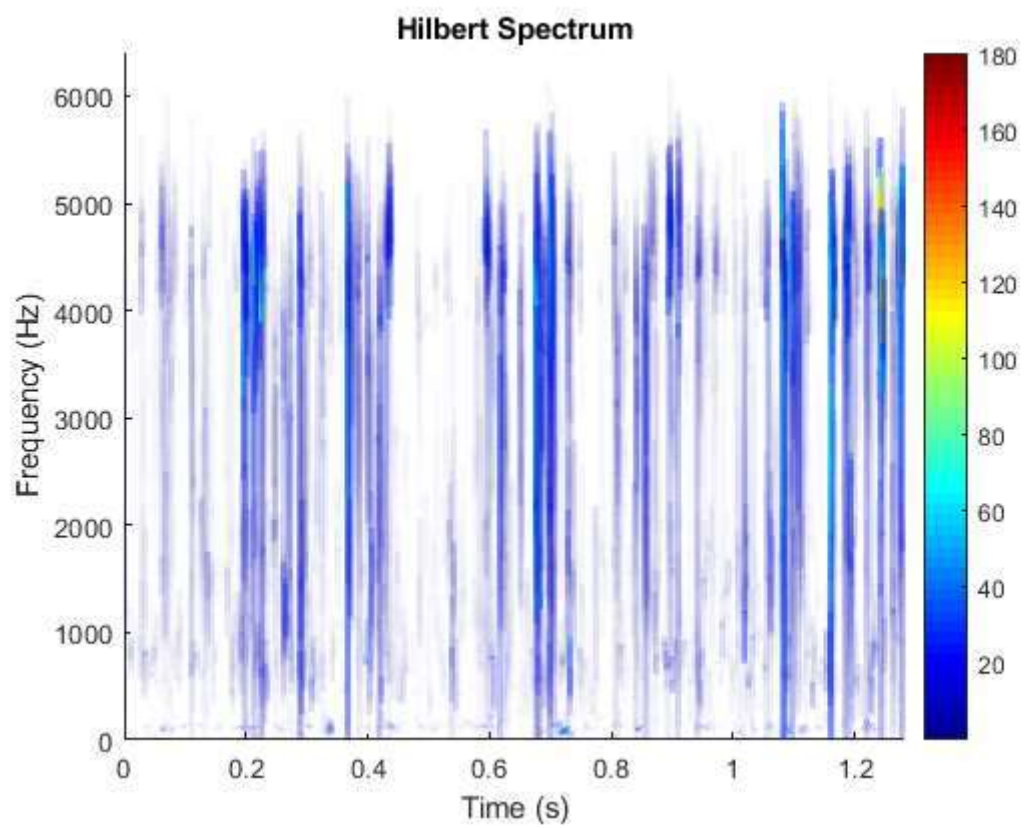
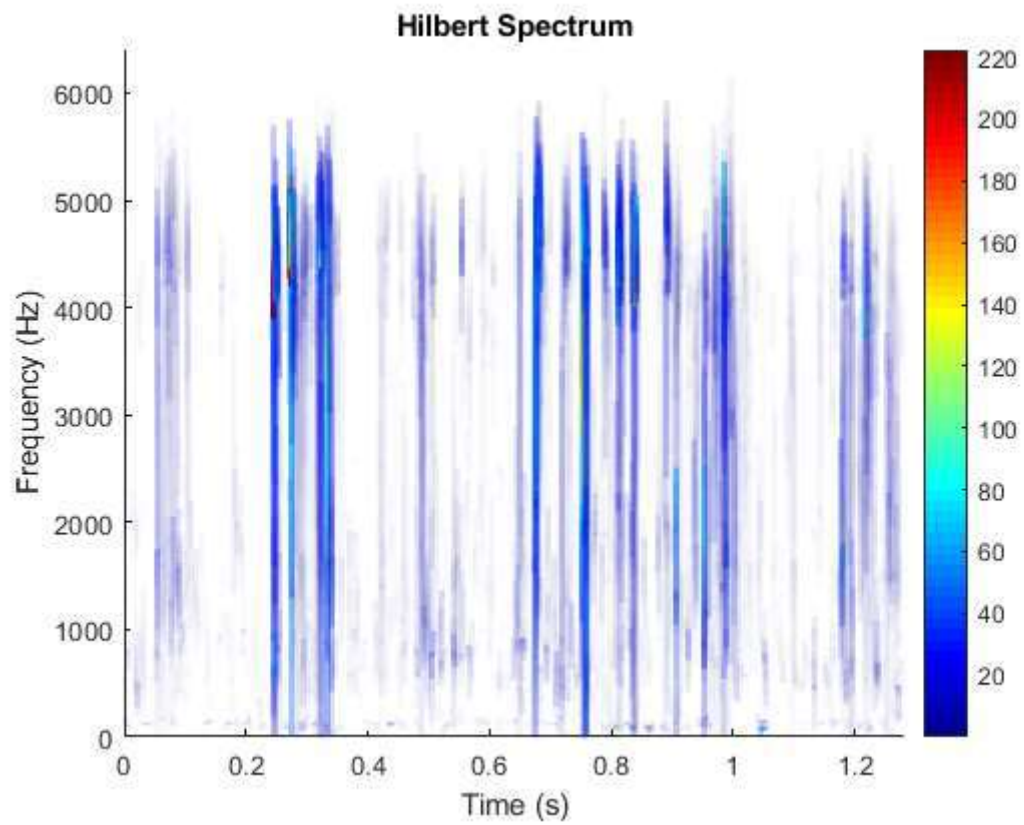


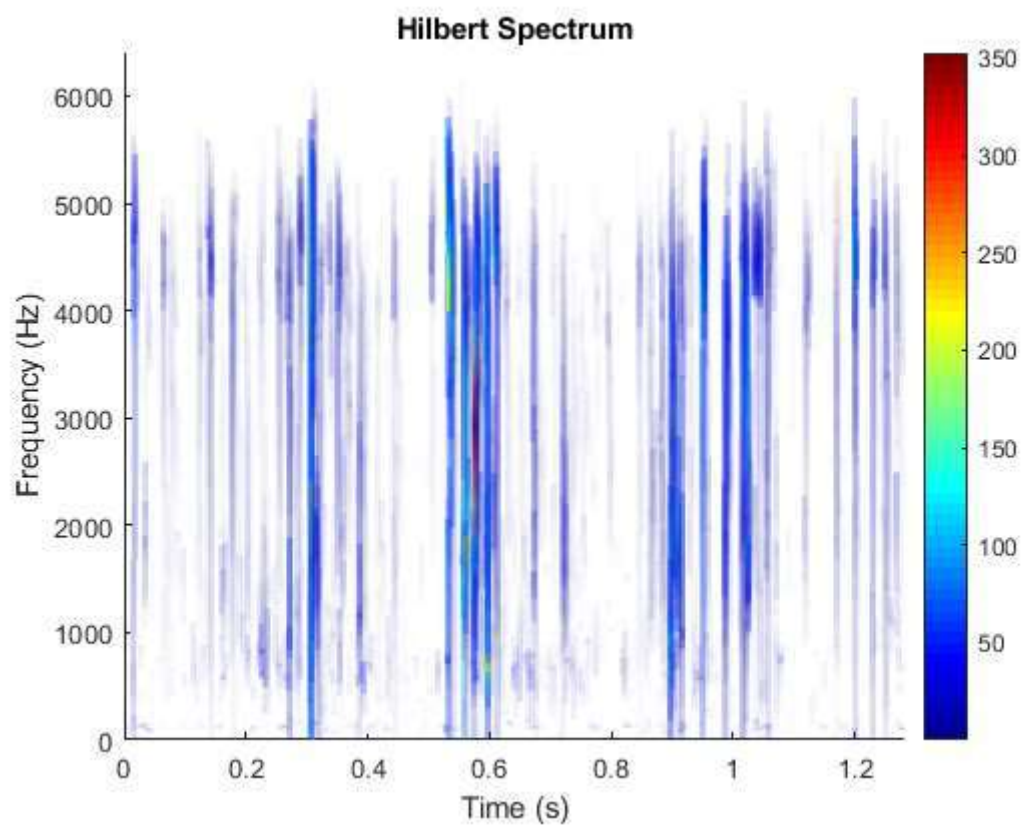
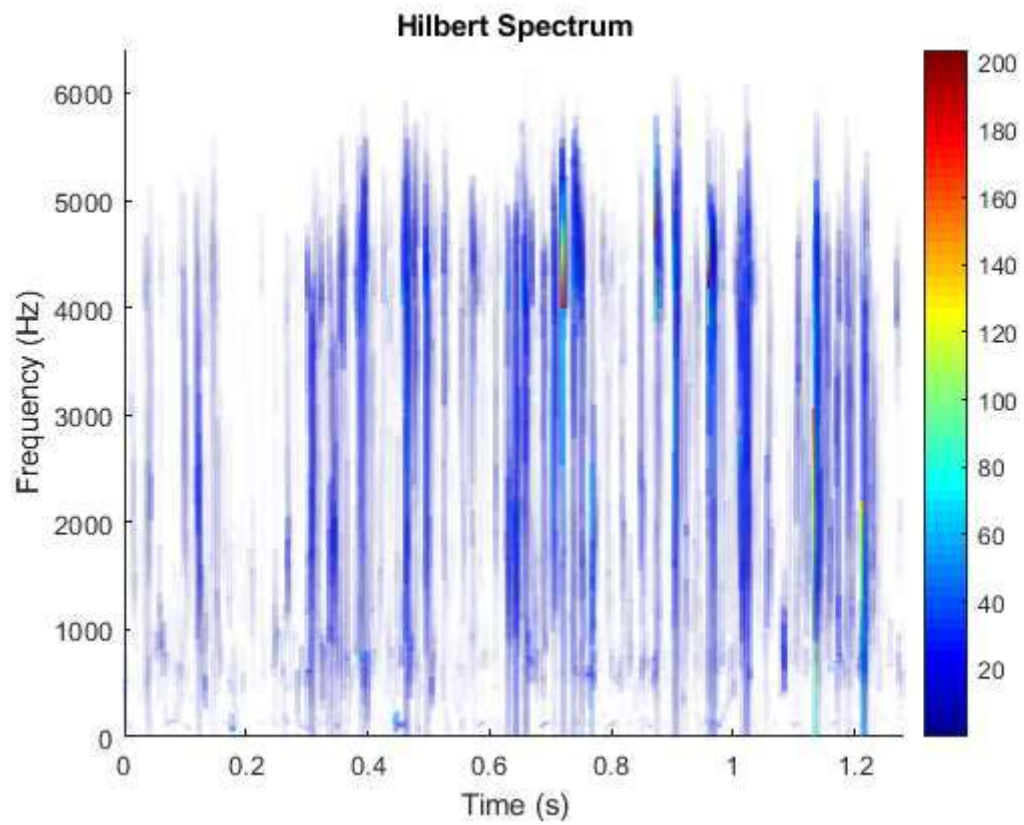
Eje con fisura 2 dirección longitudinal

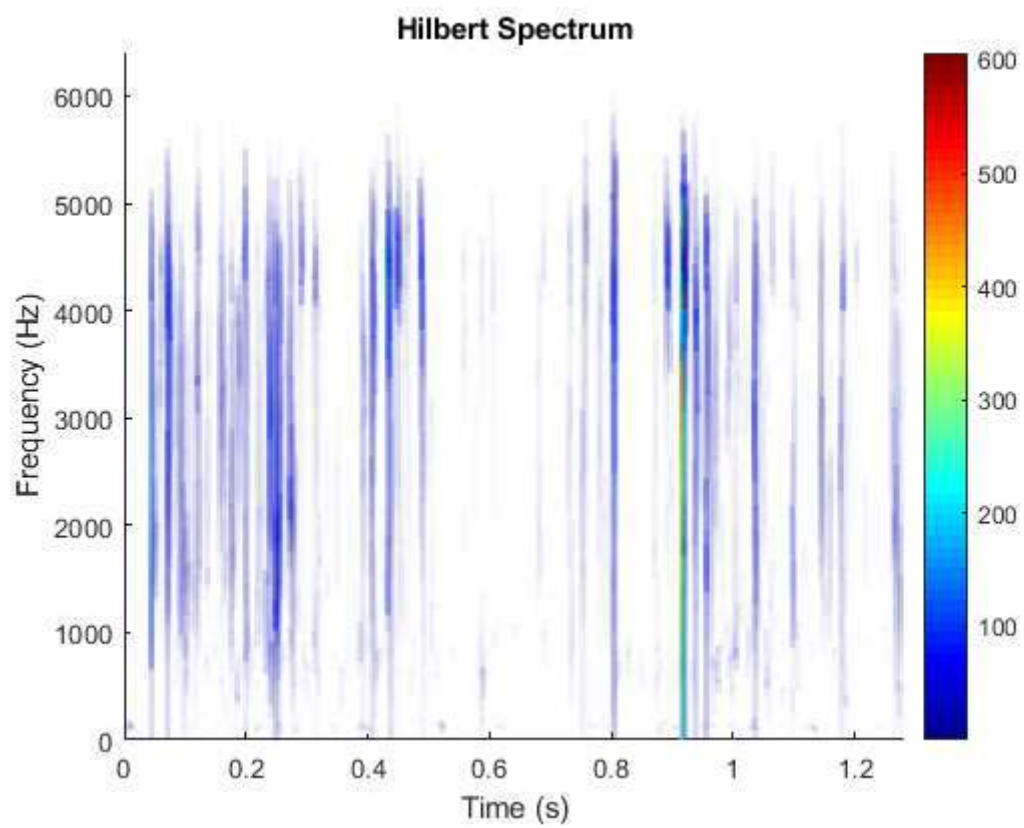
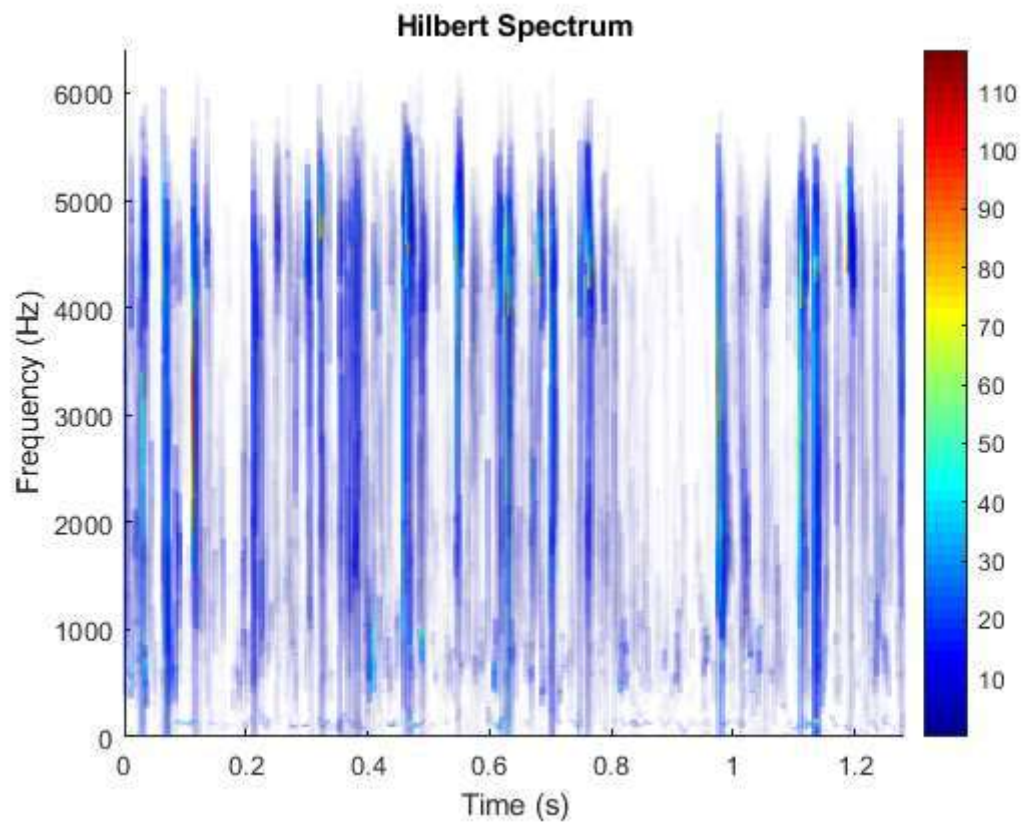


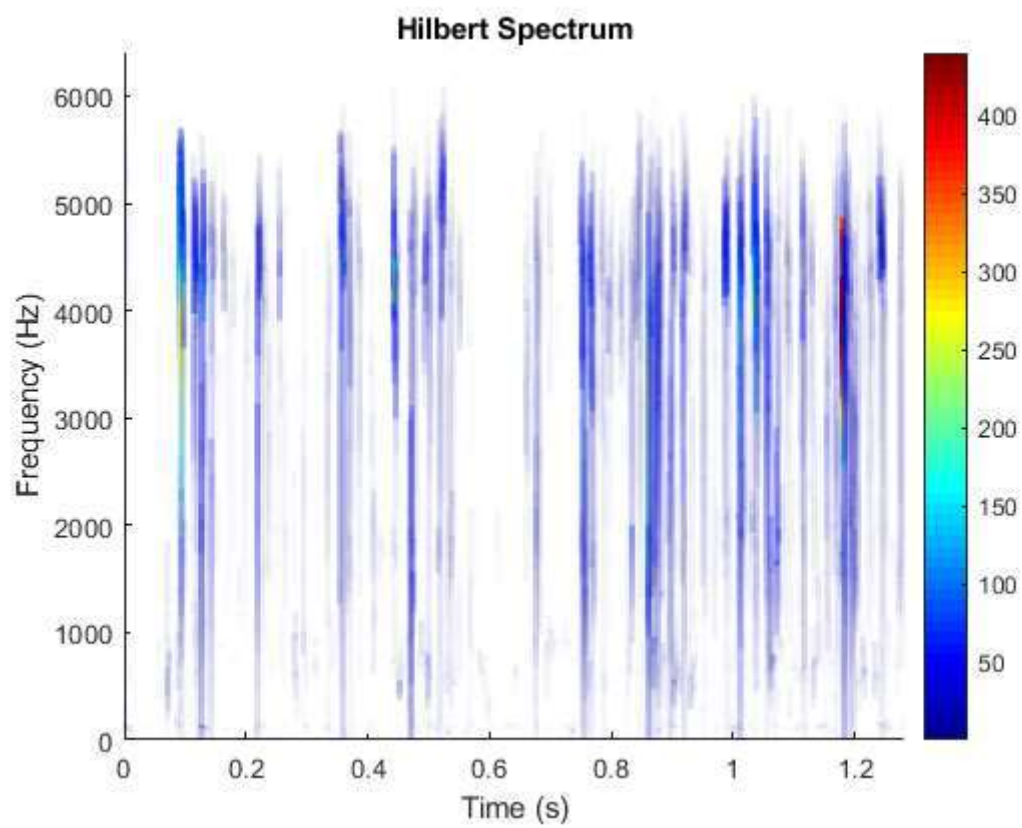
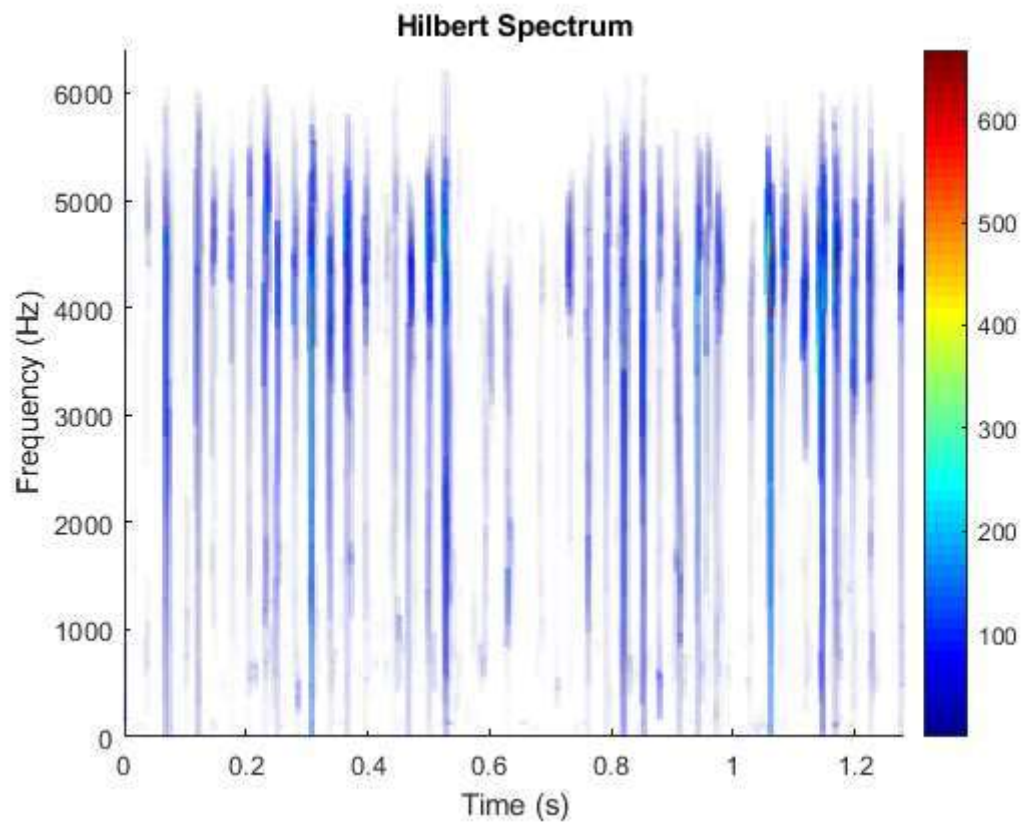


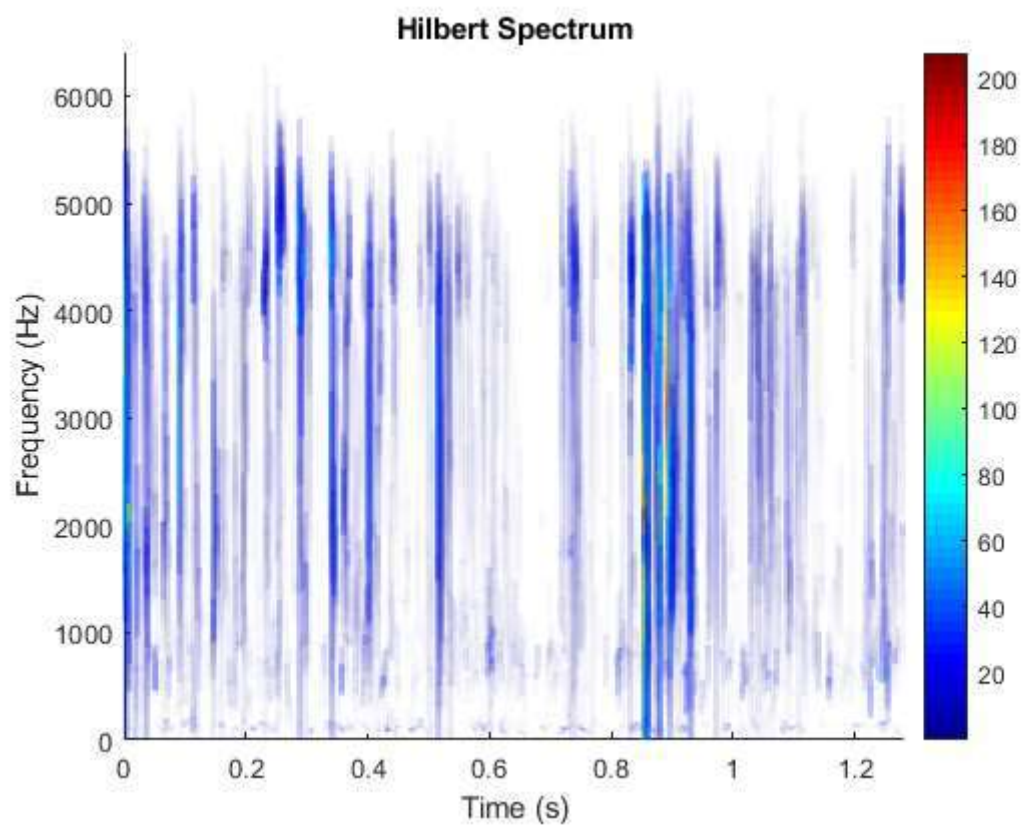
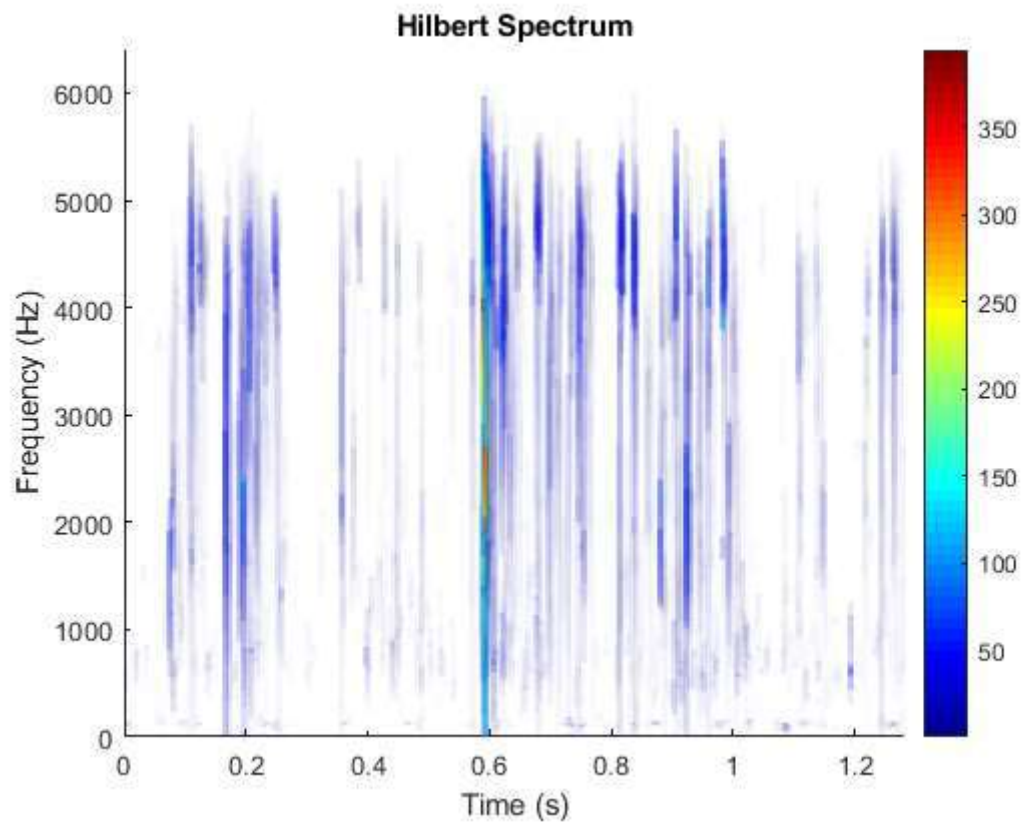


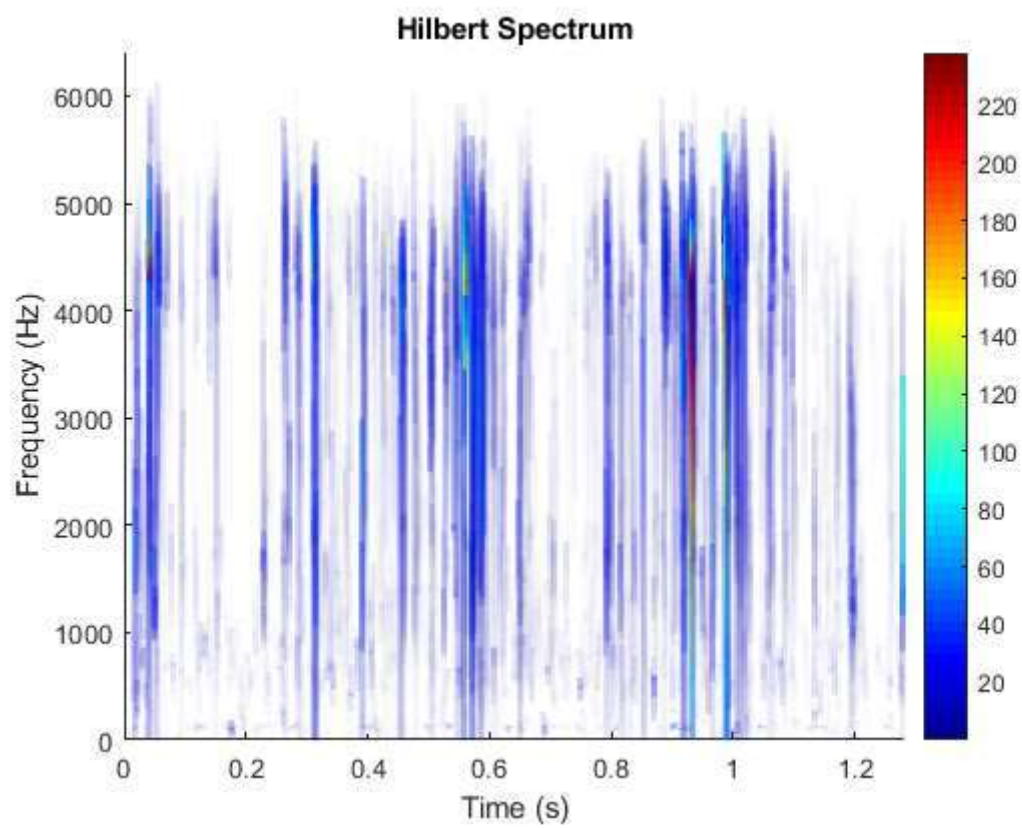
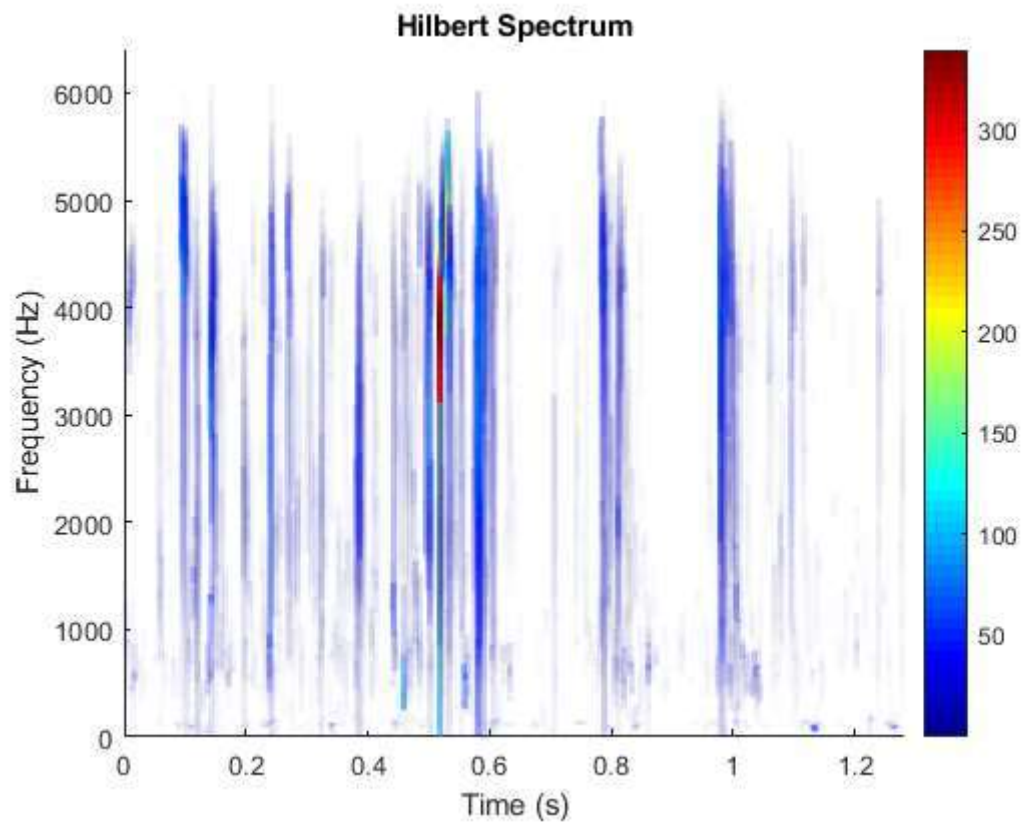


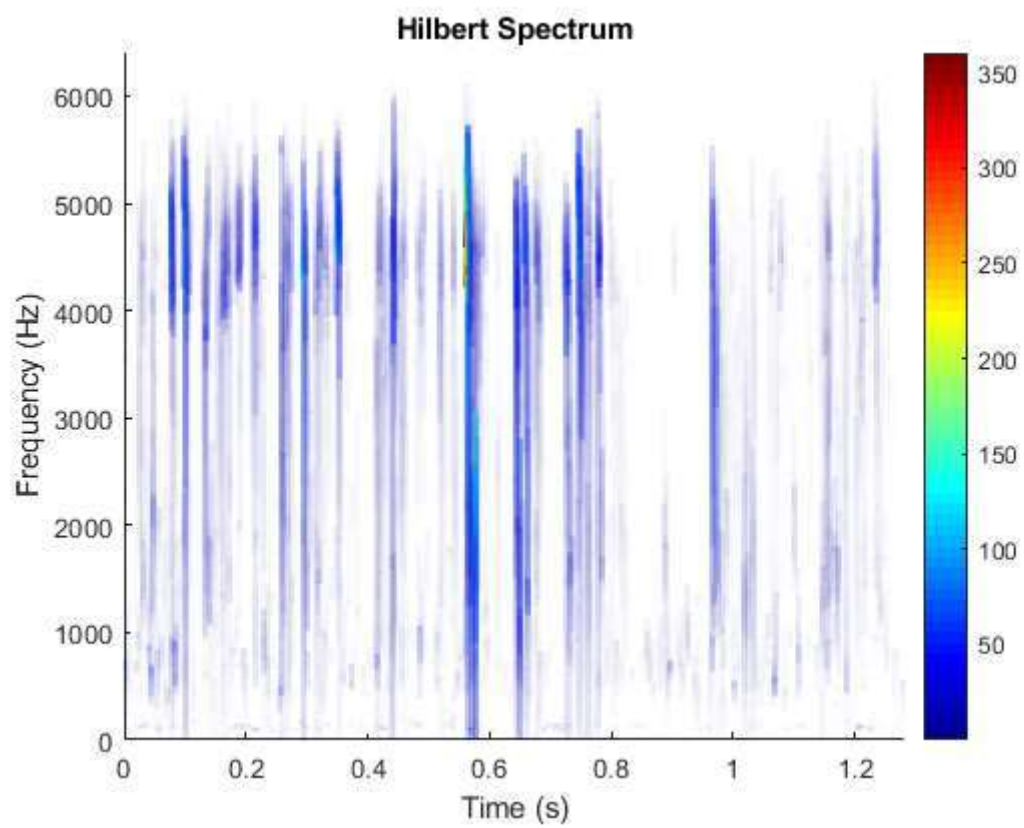
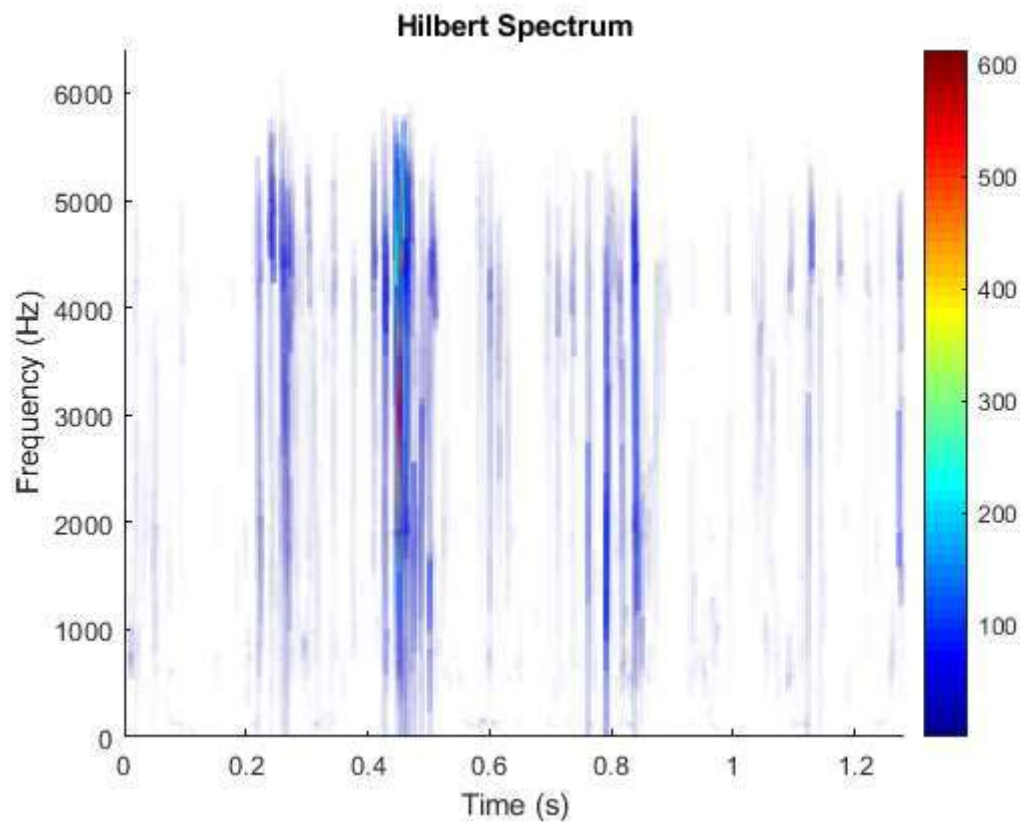


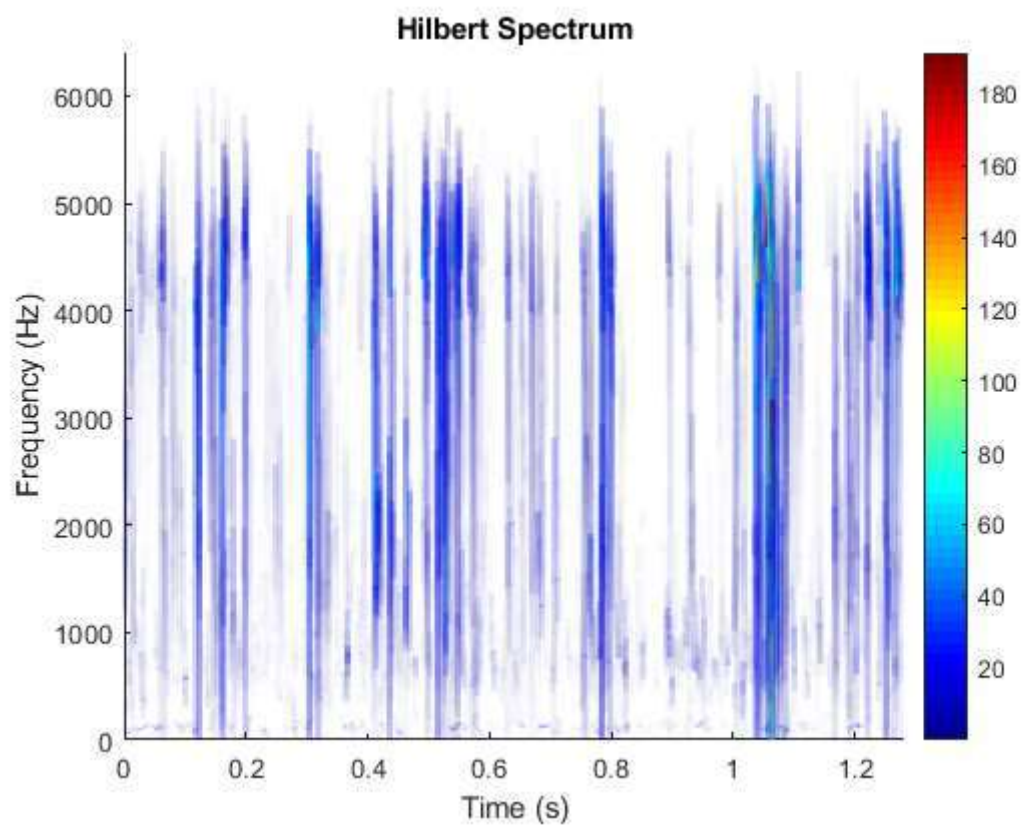
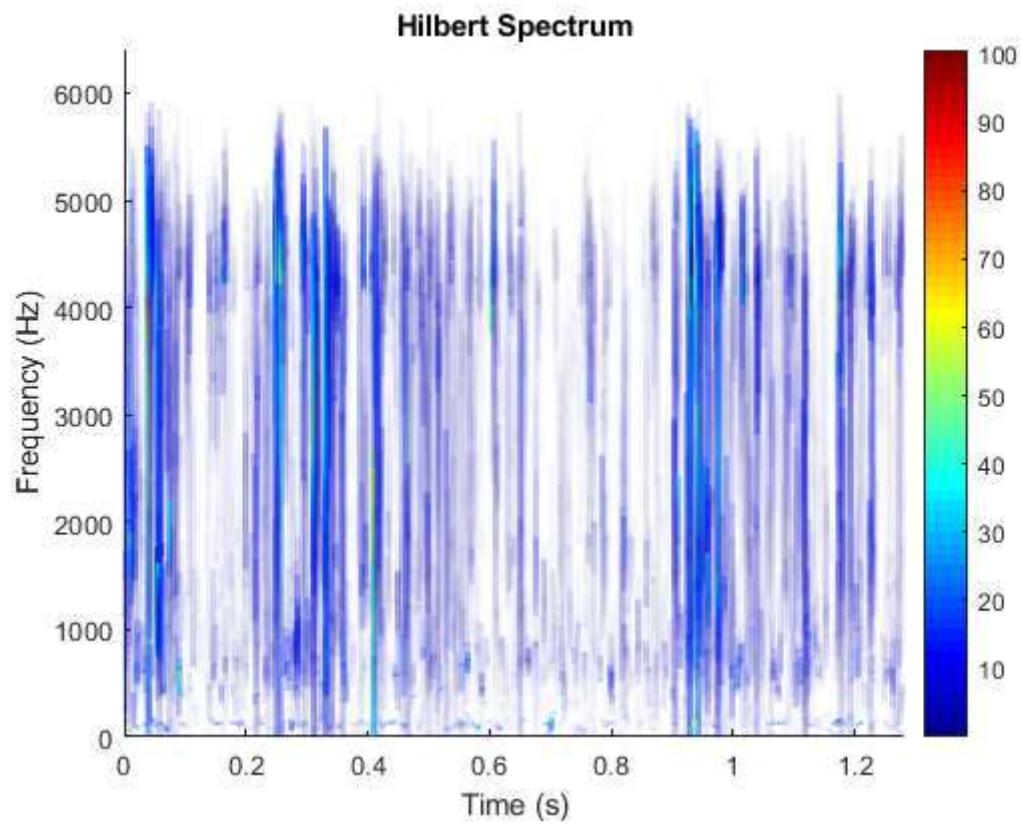


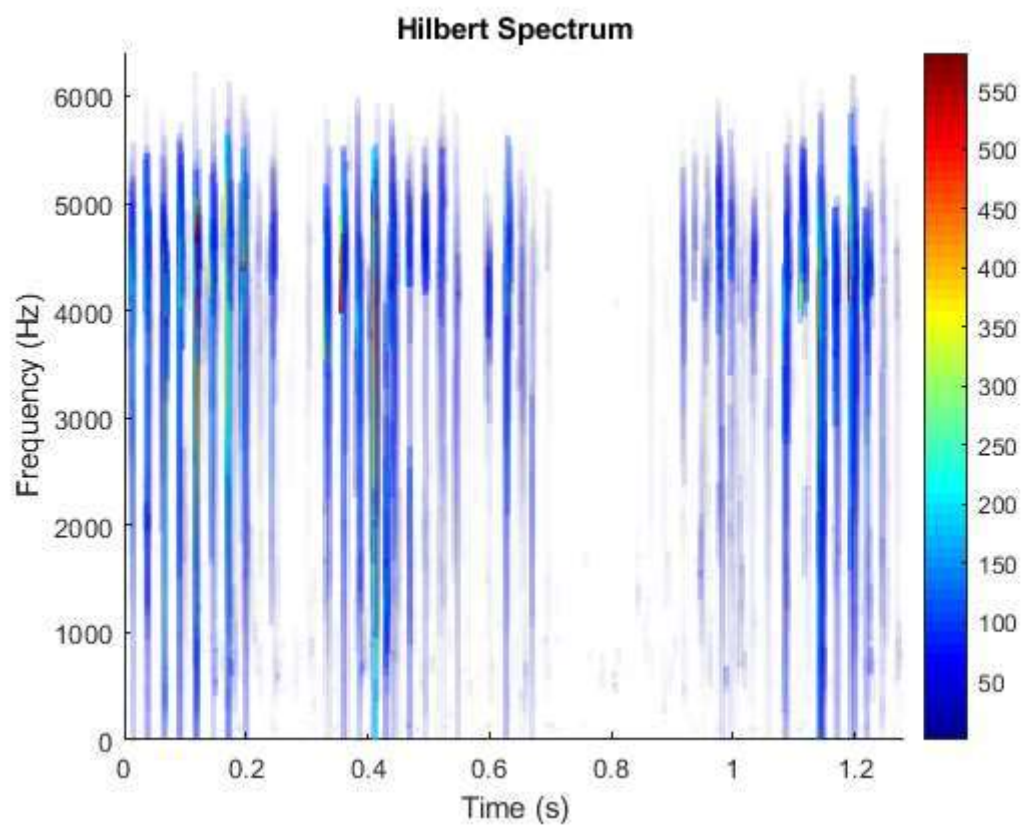
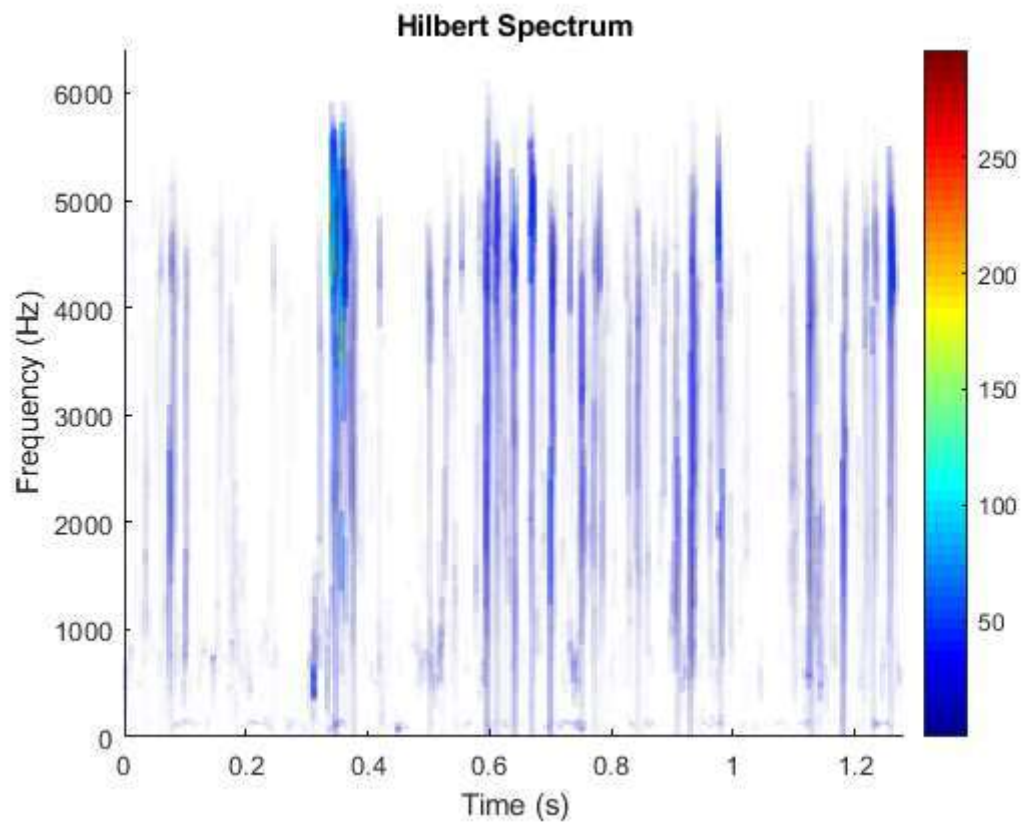


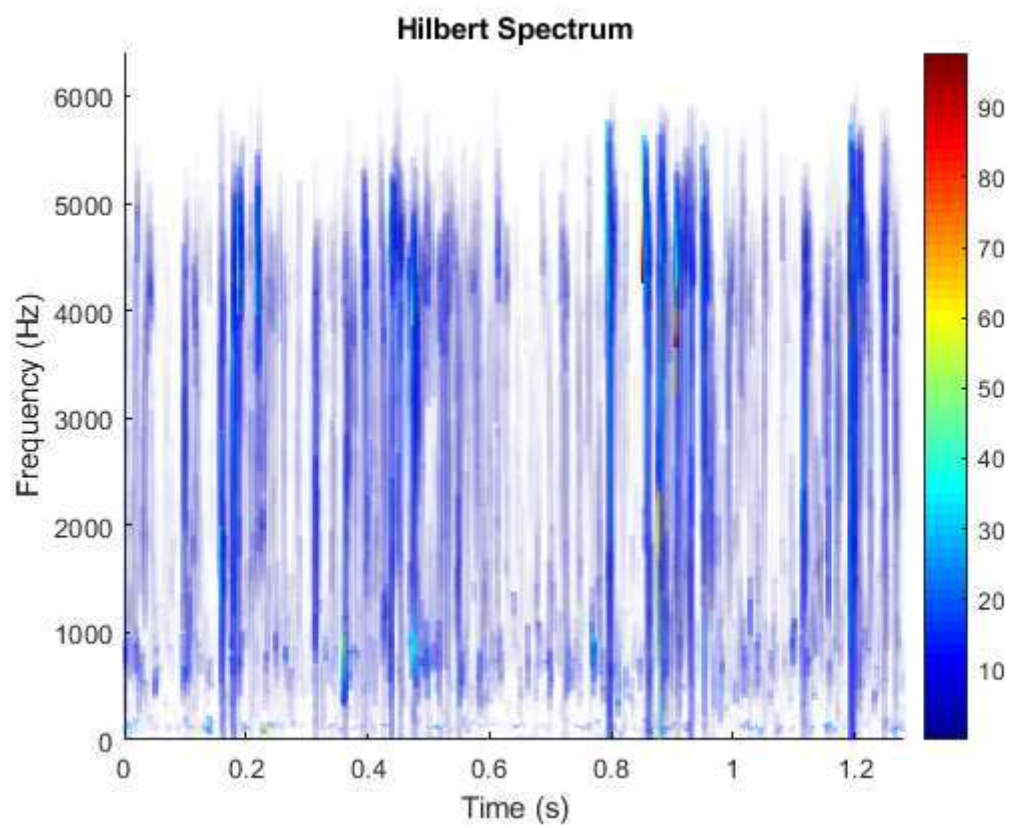
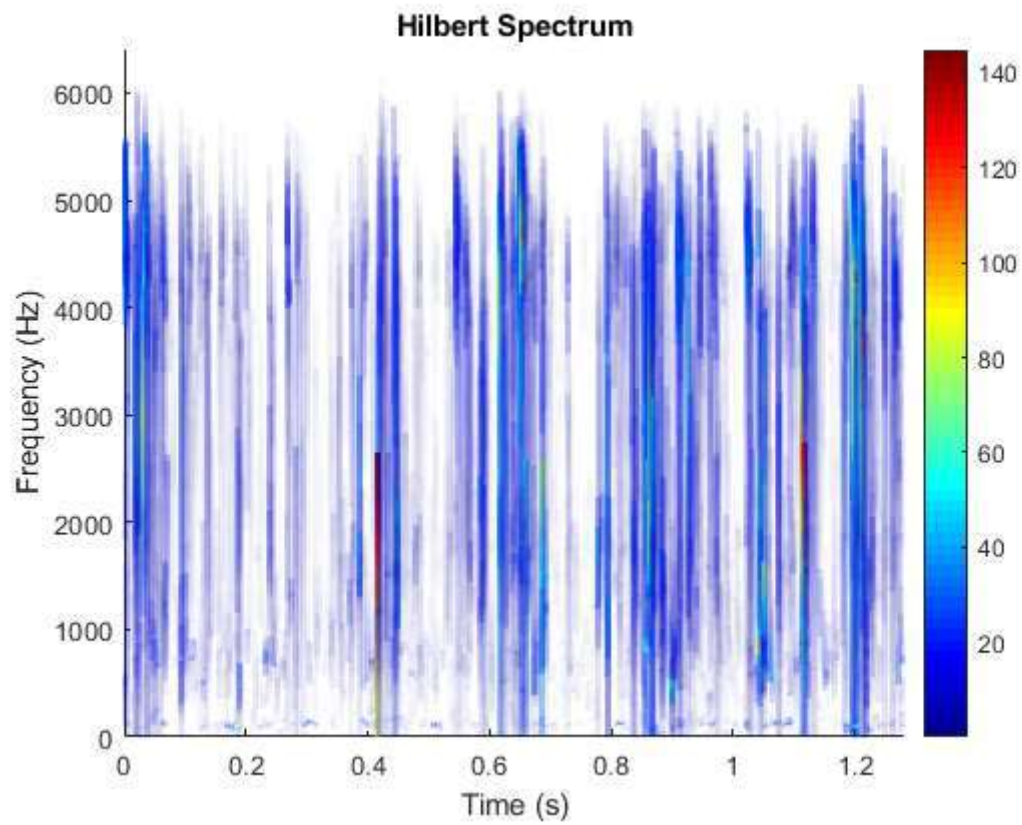


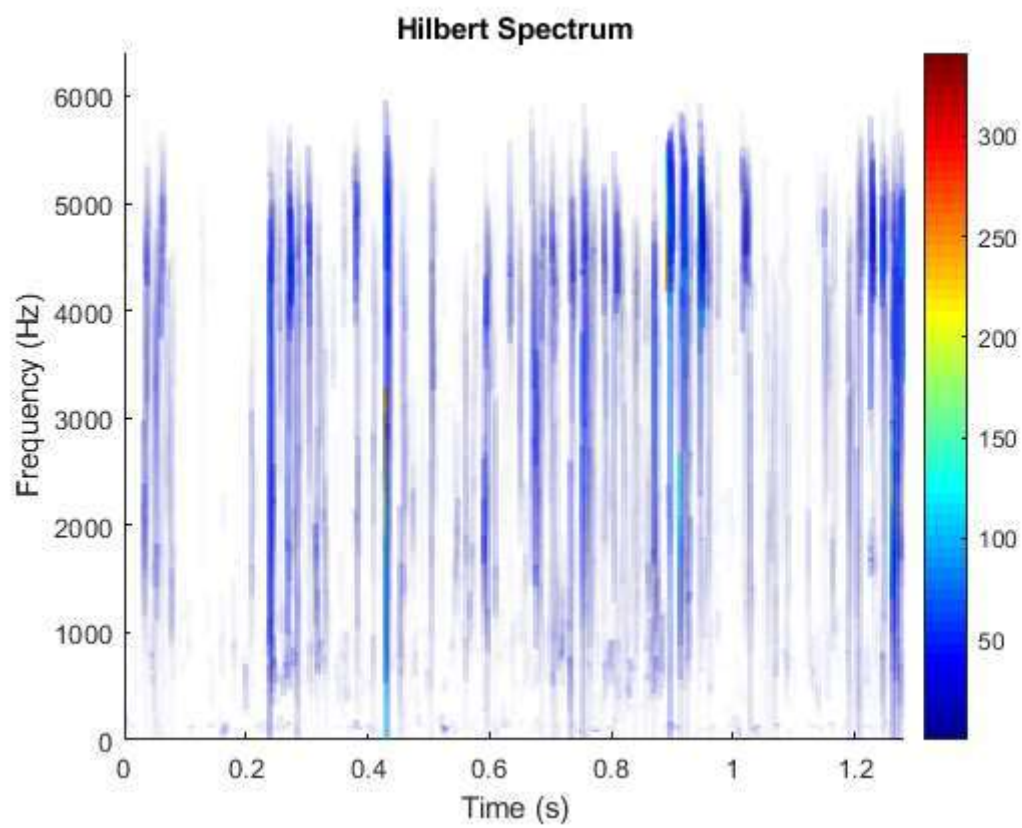
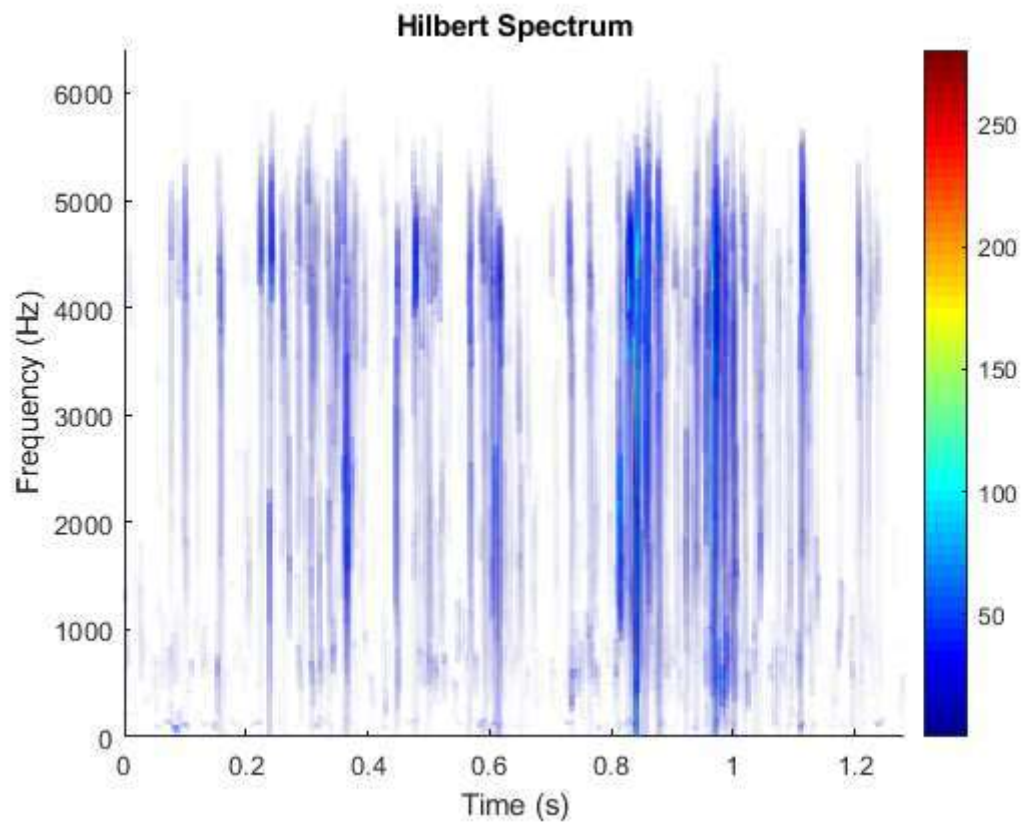


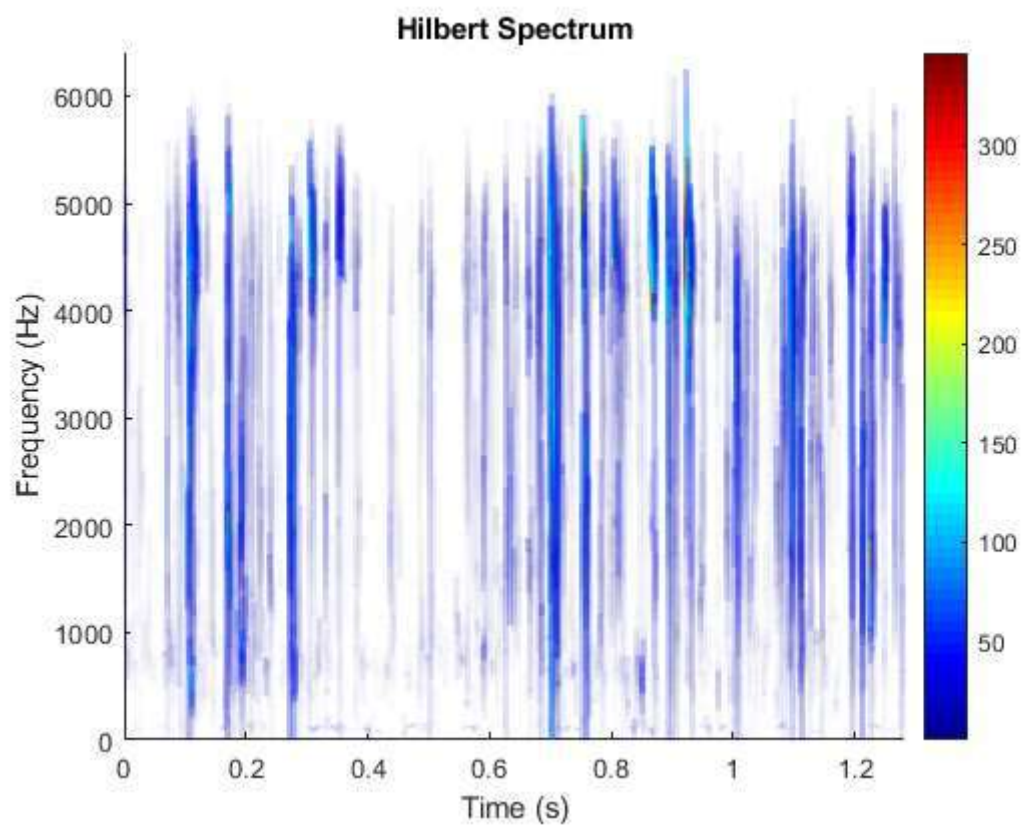
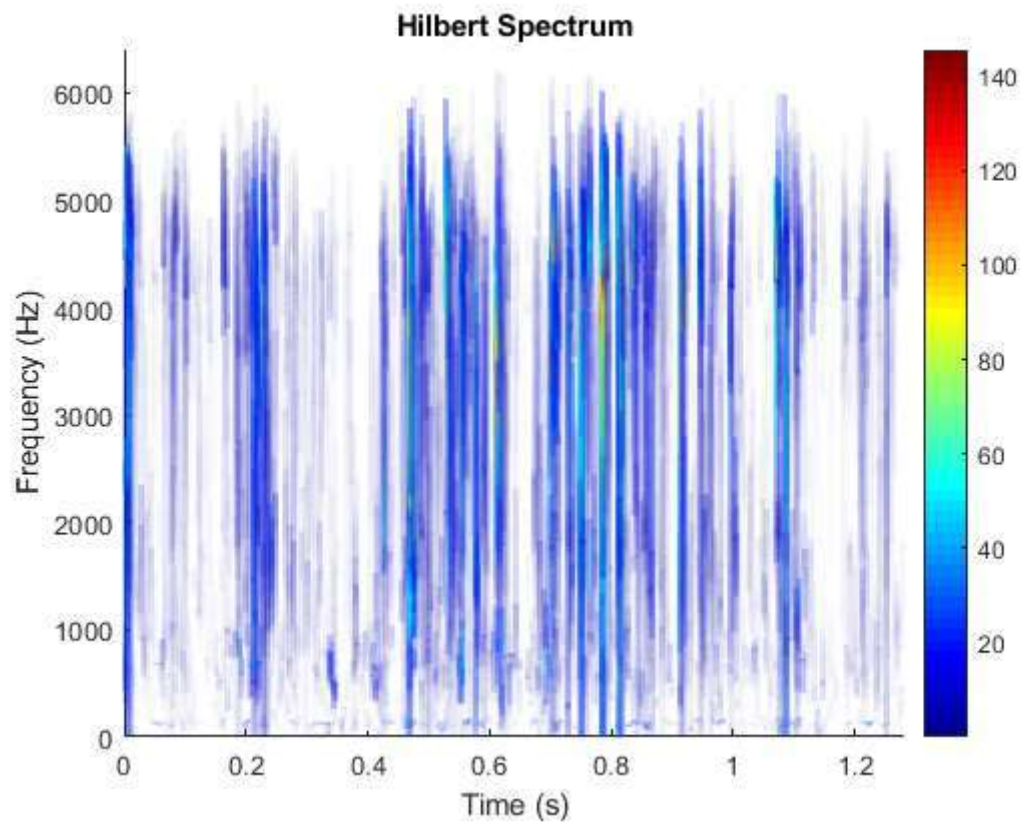


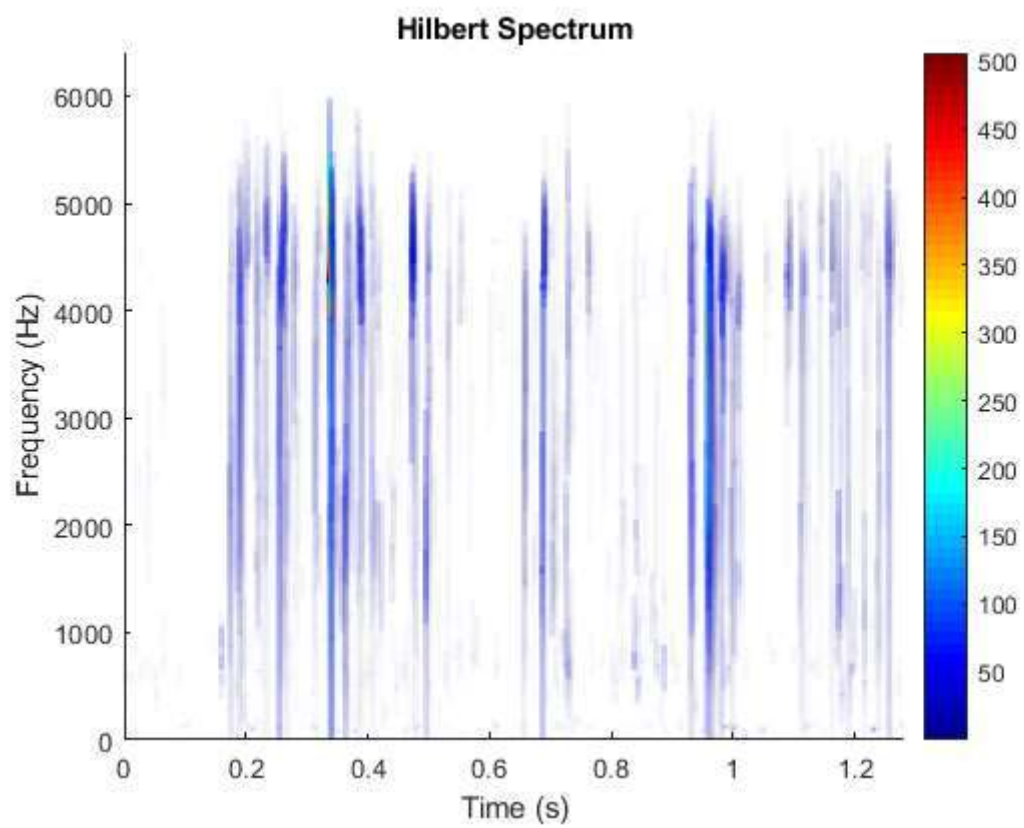
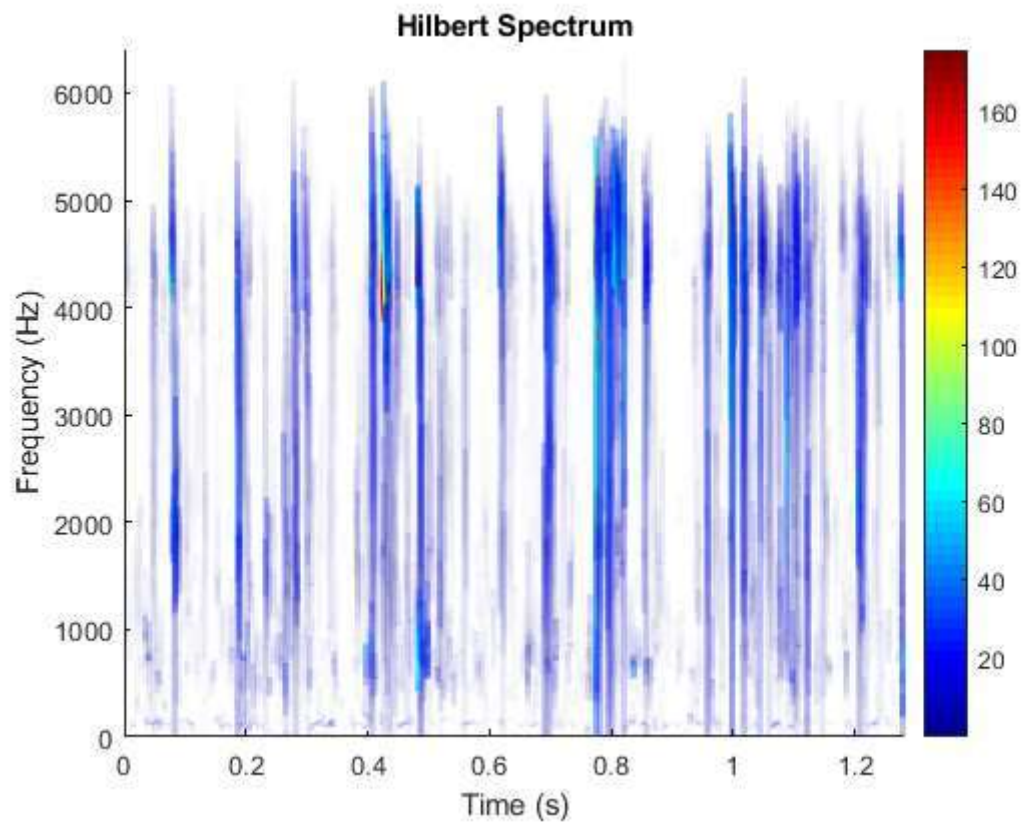


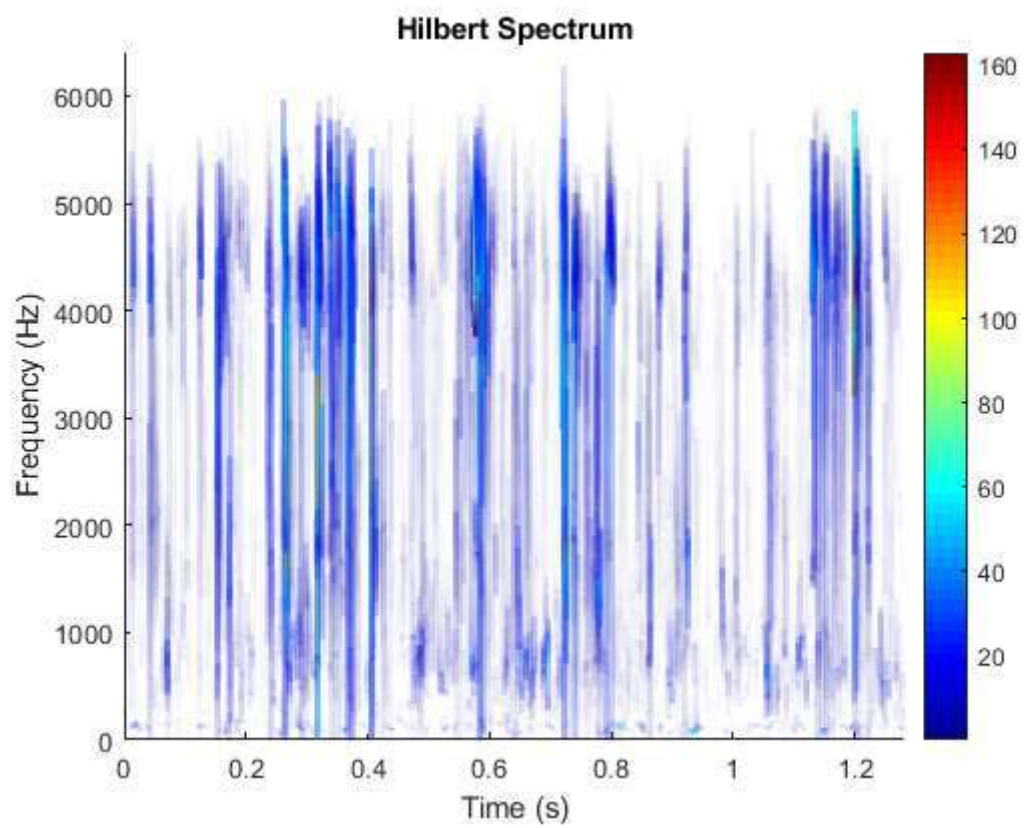
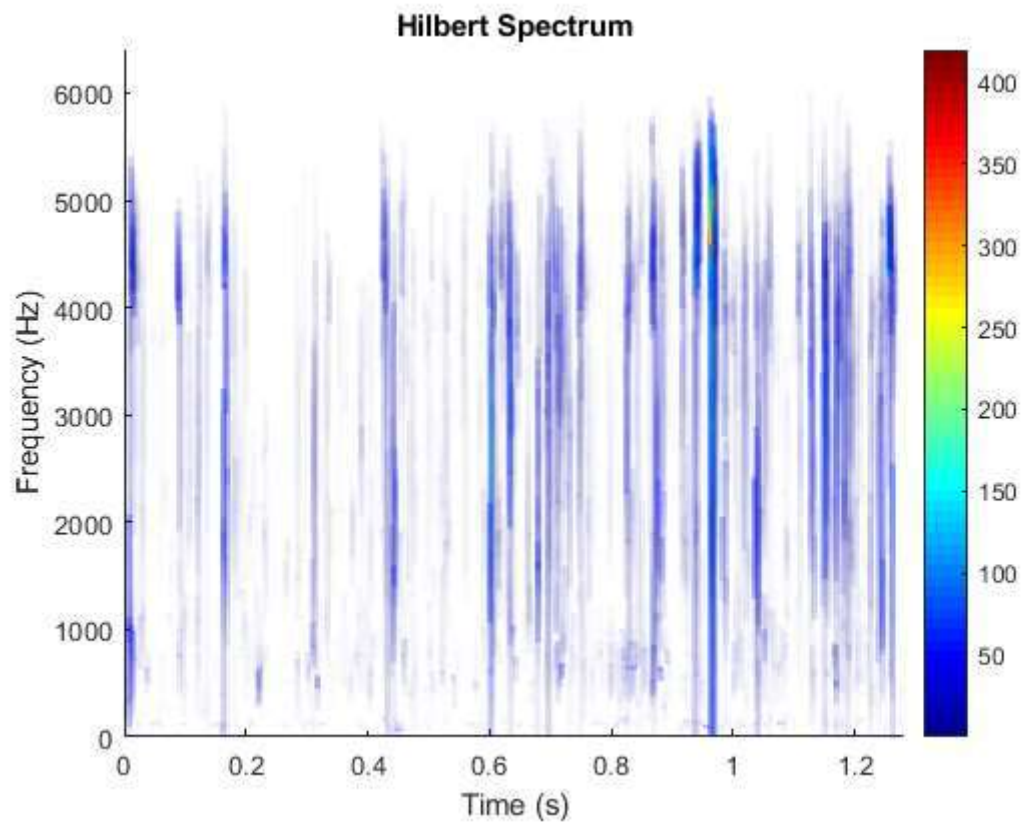


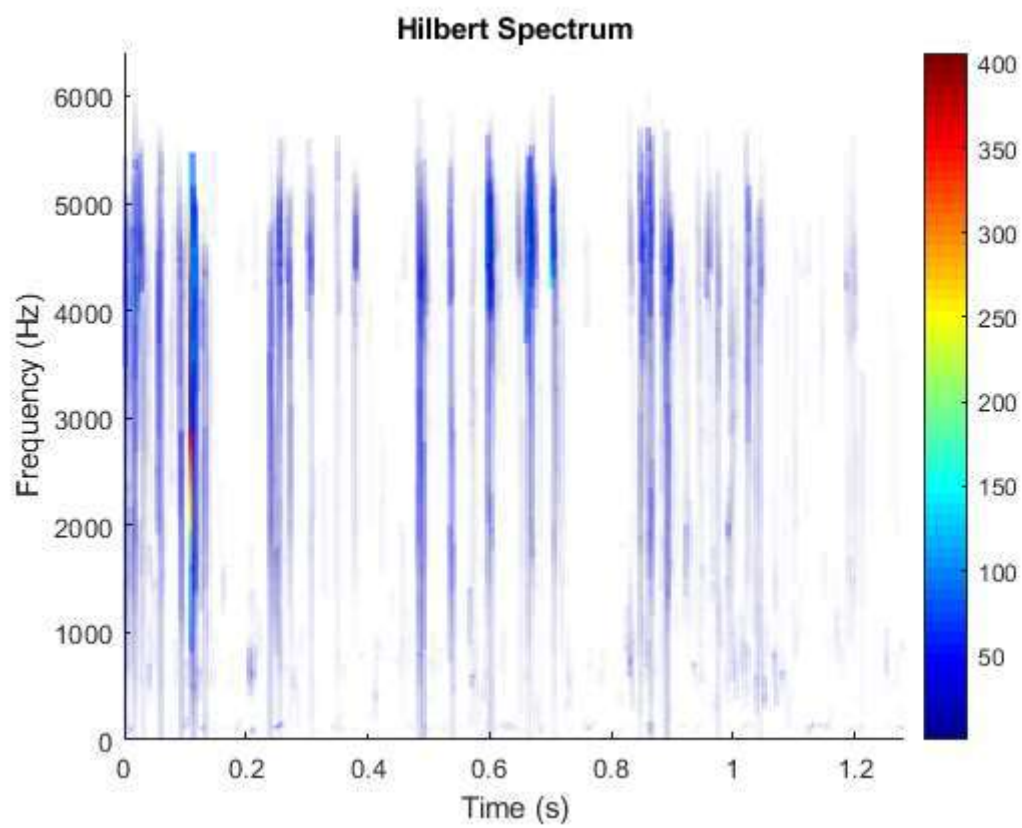
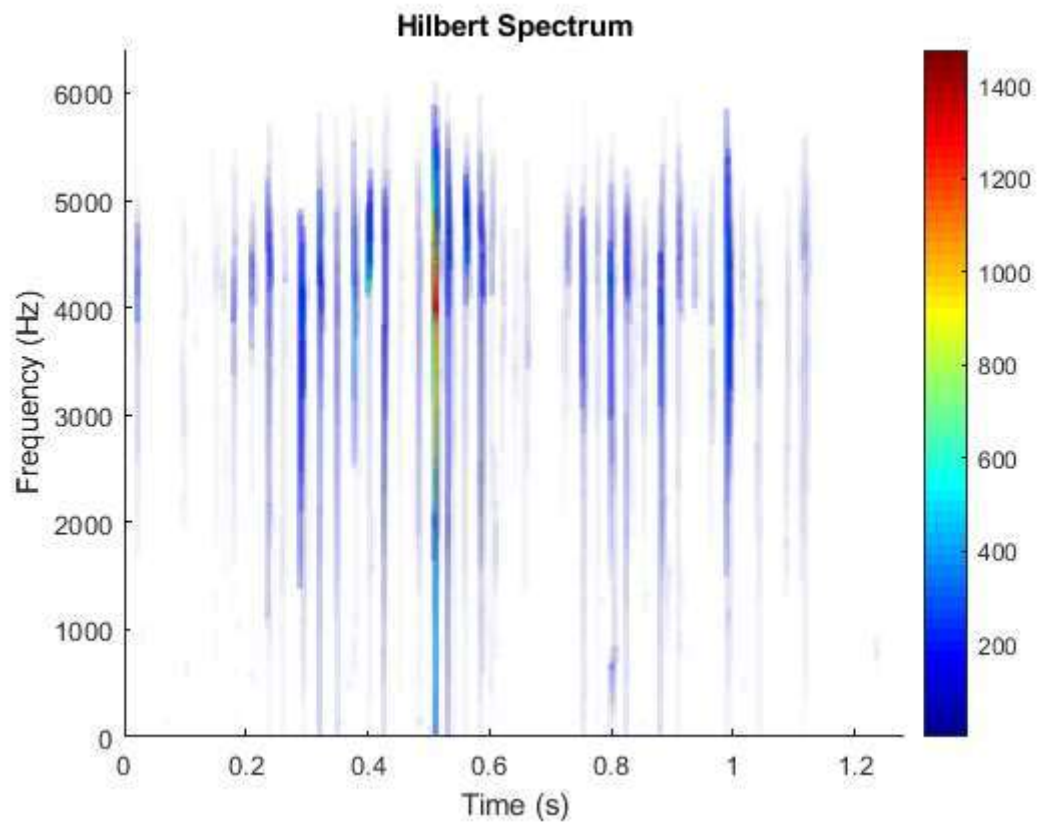


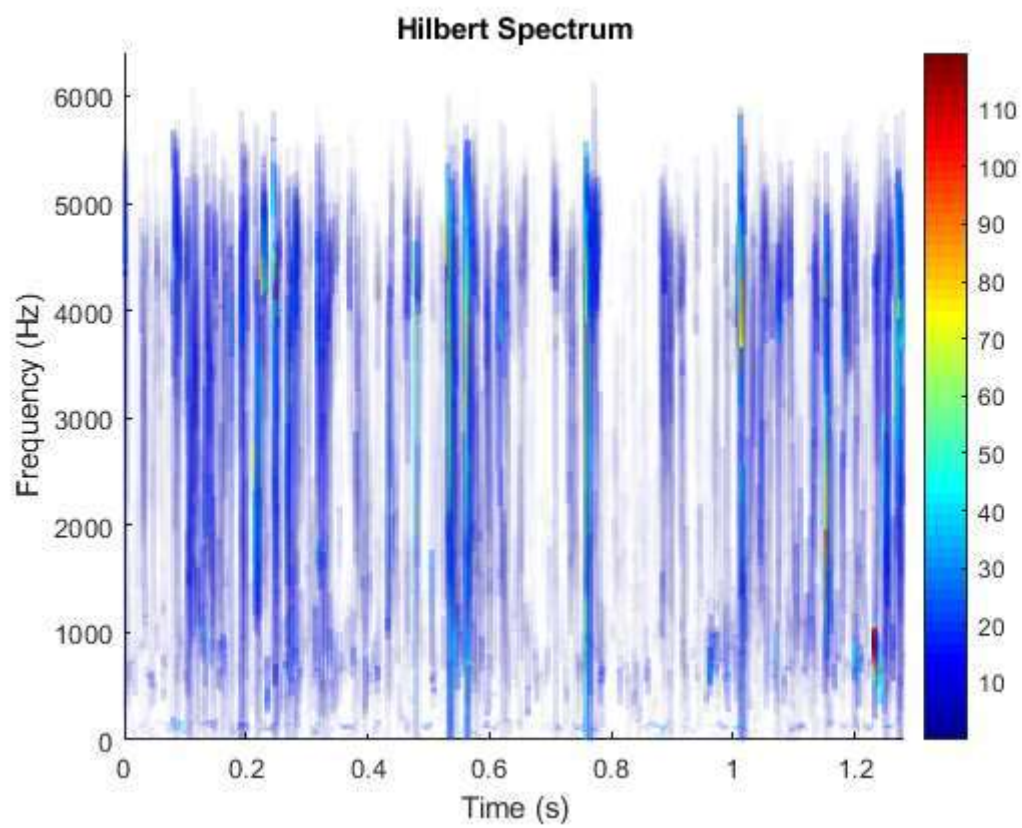
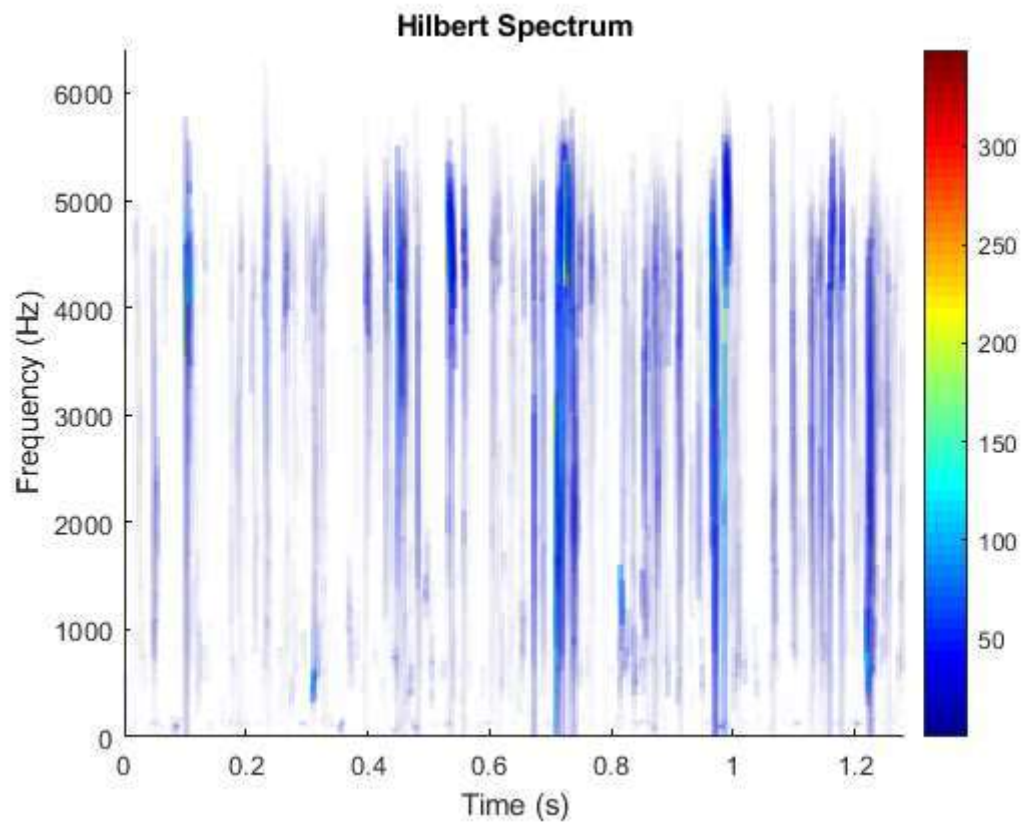


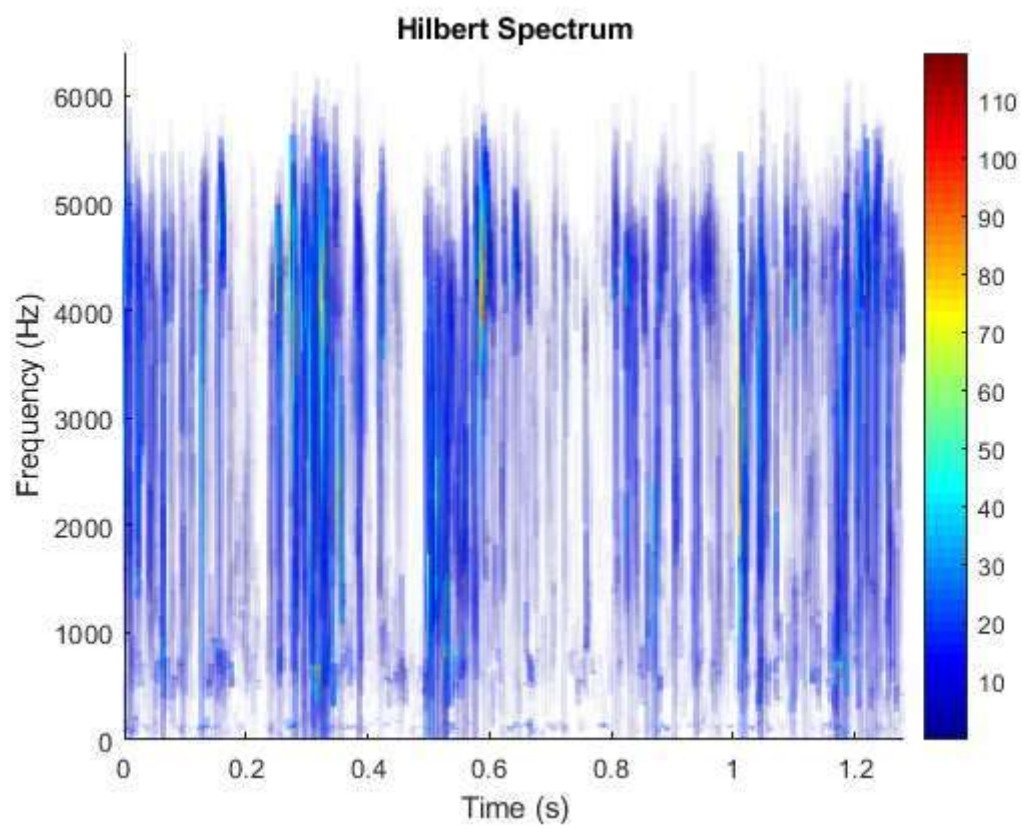
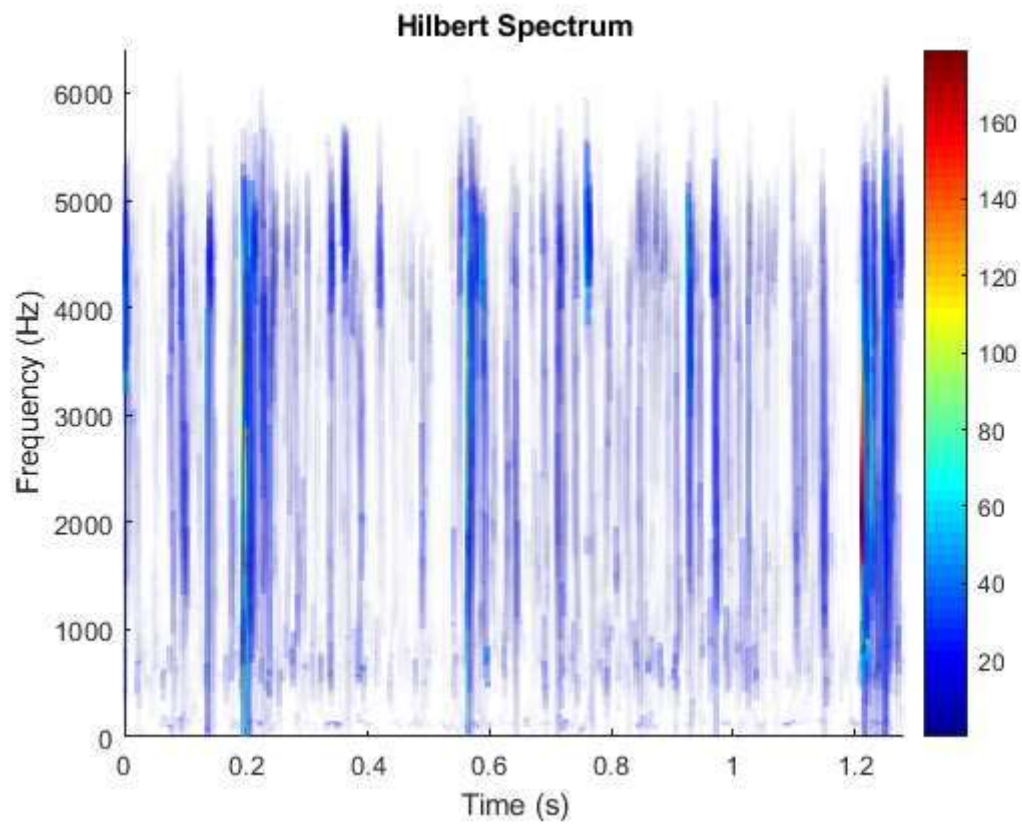


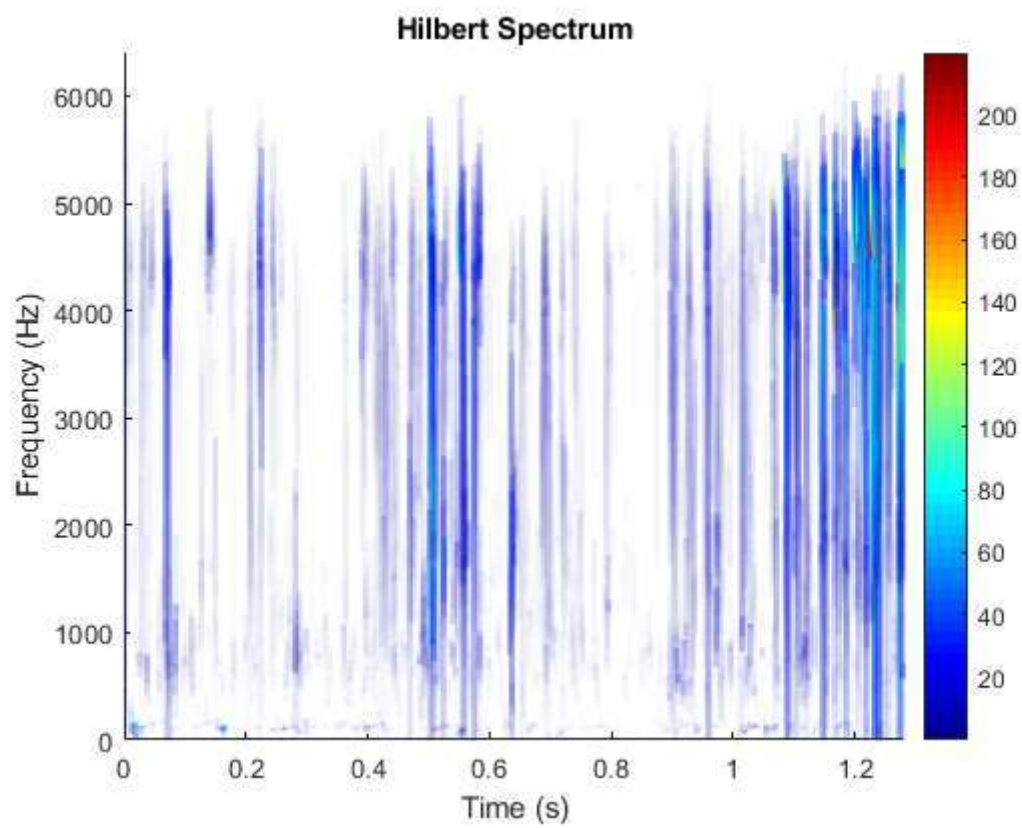
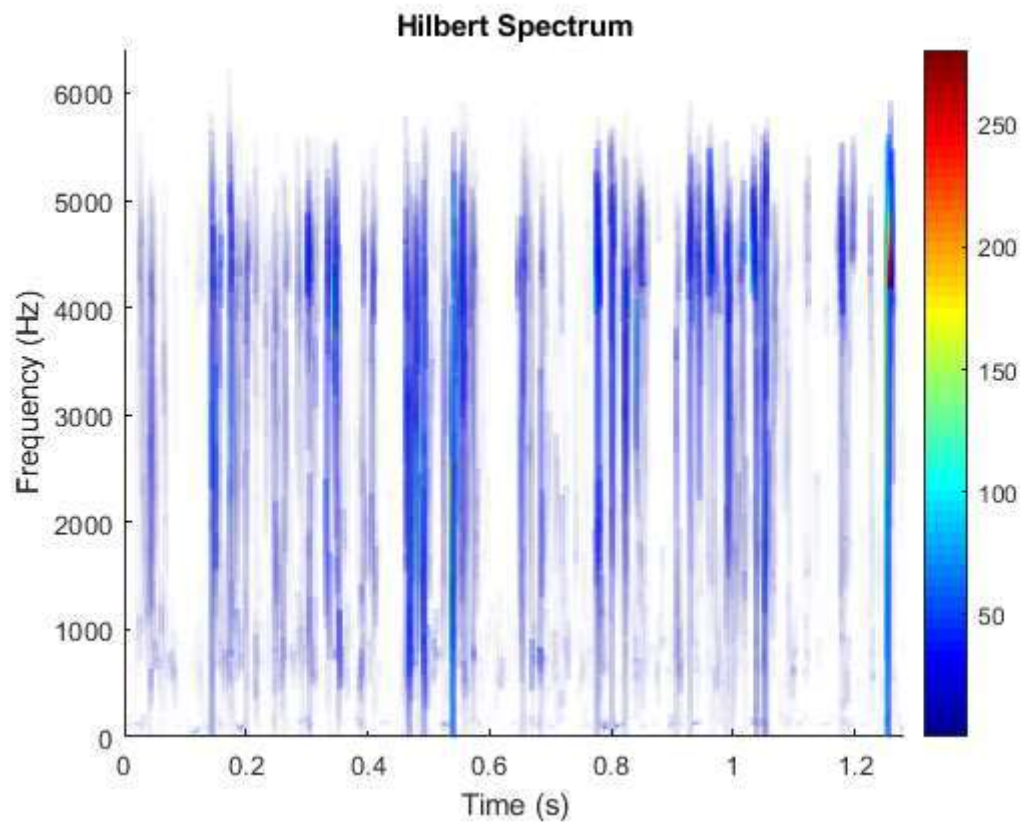


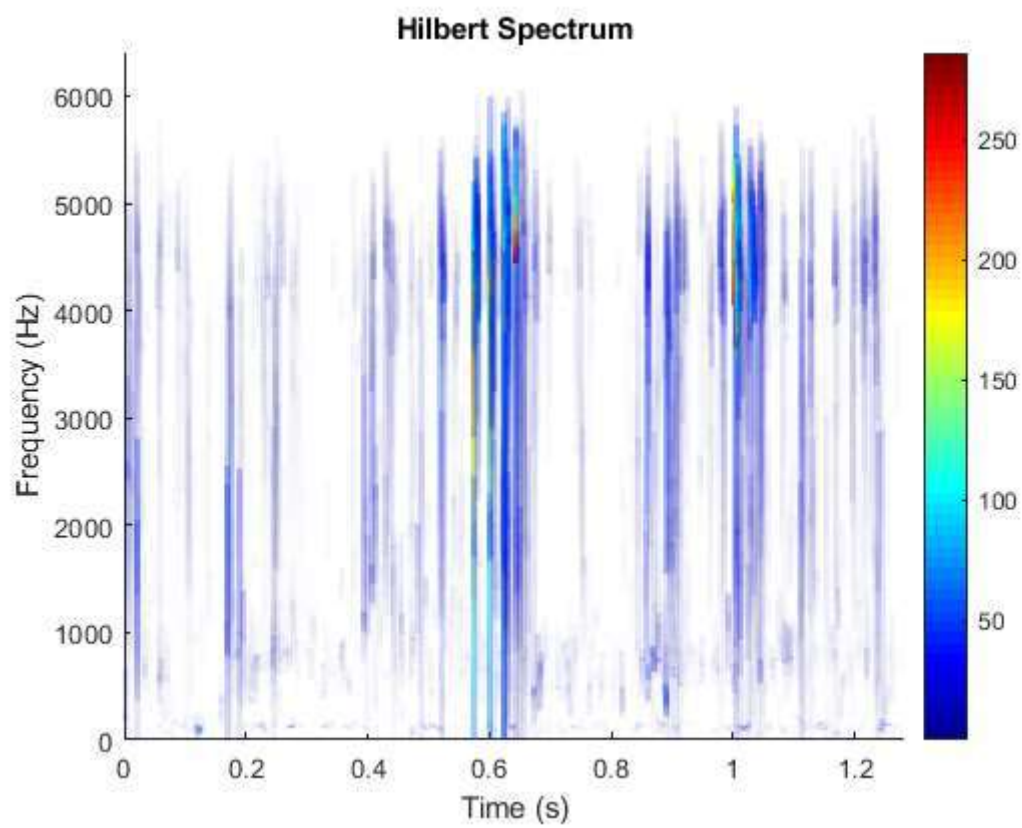
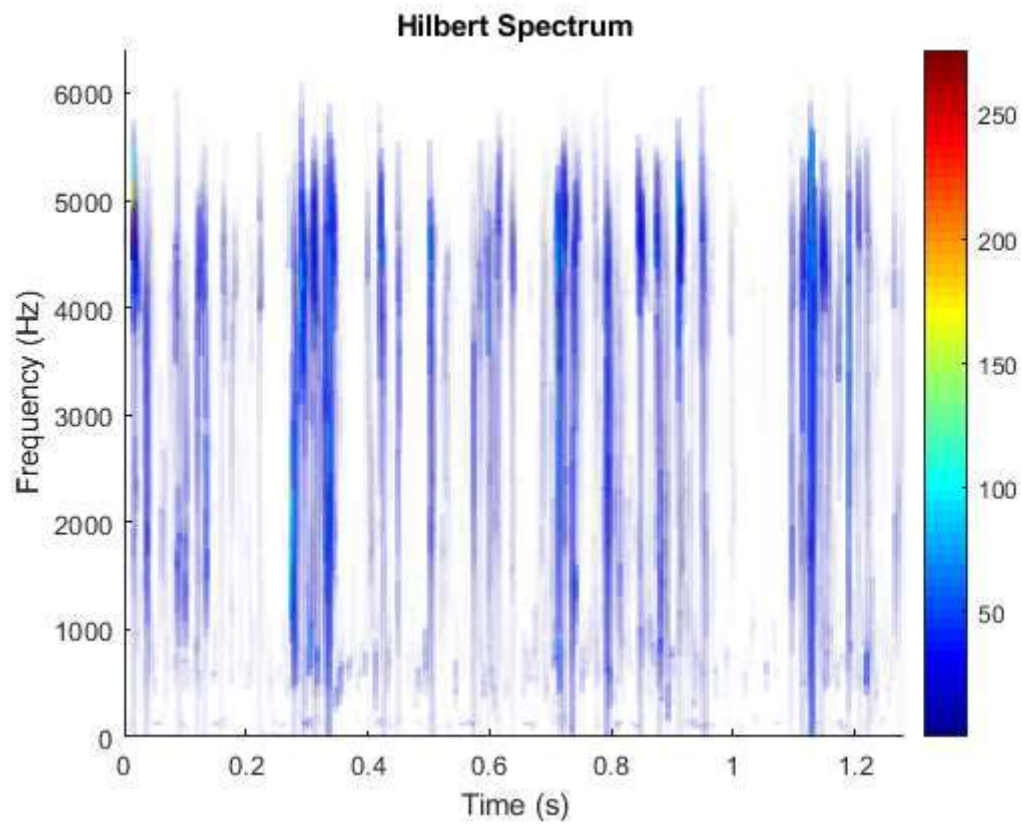


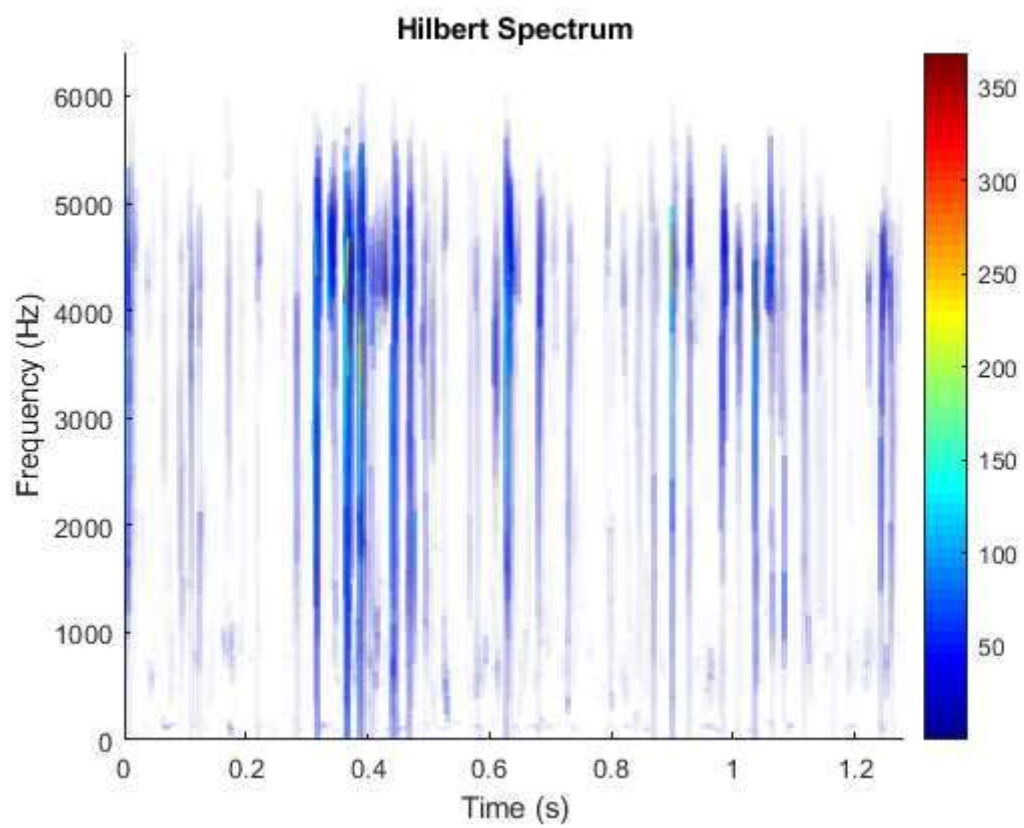
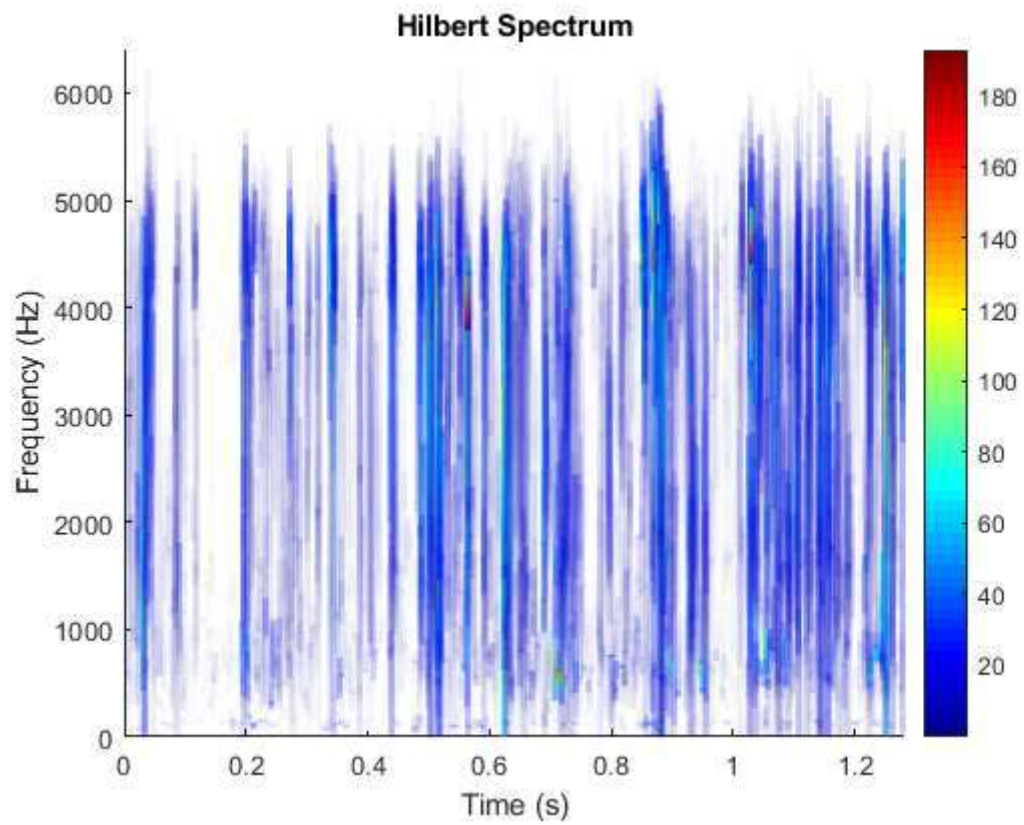


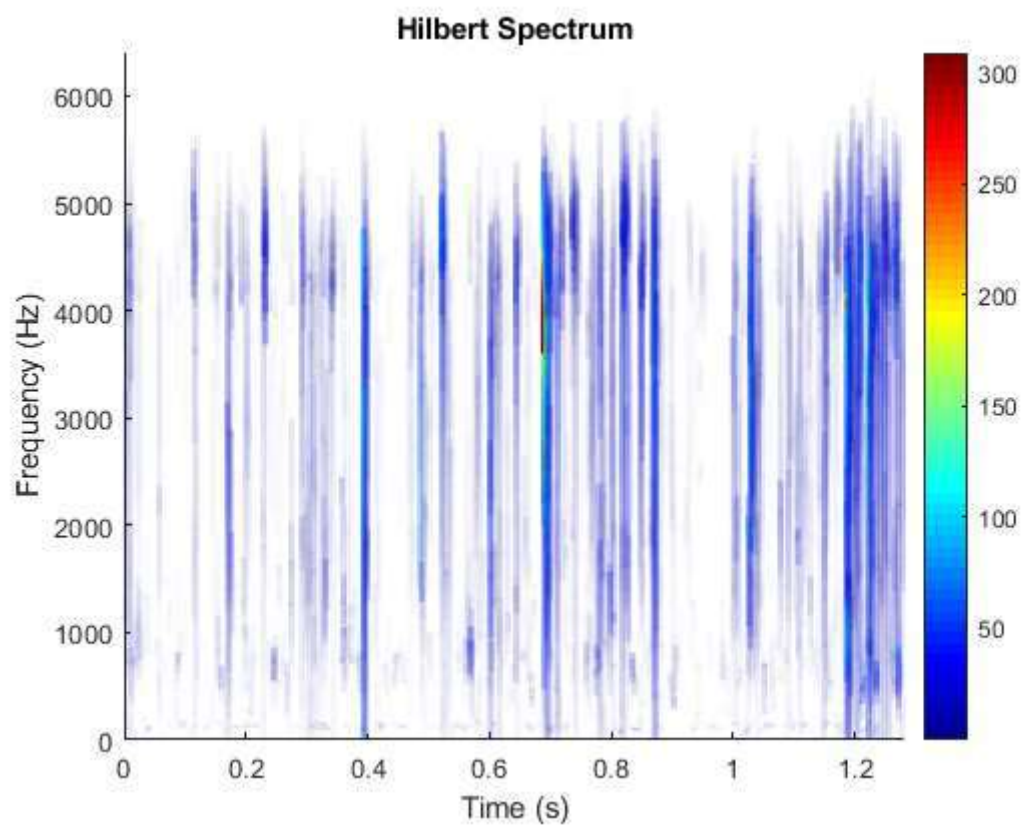
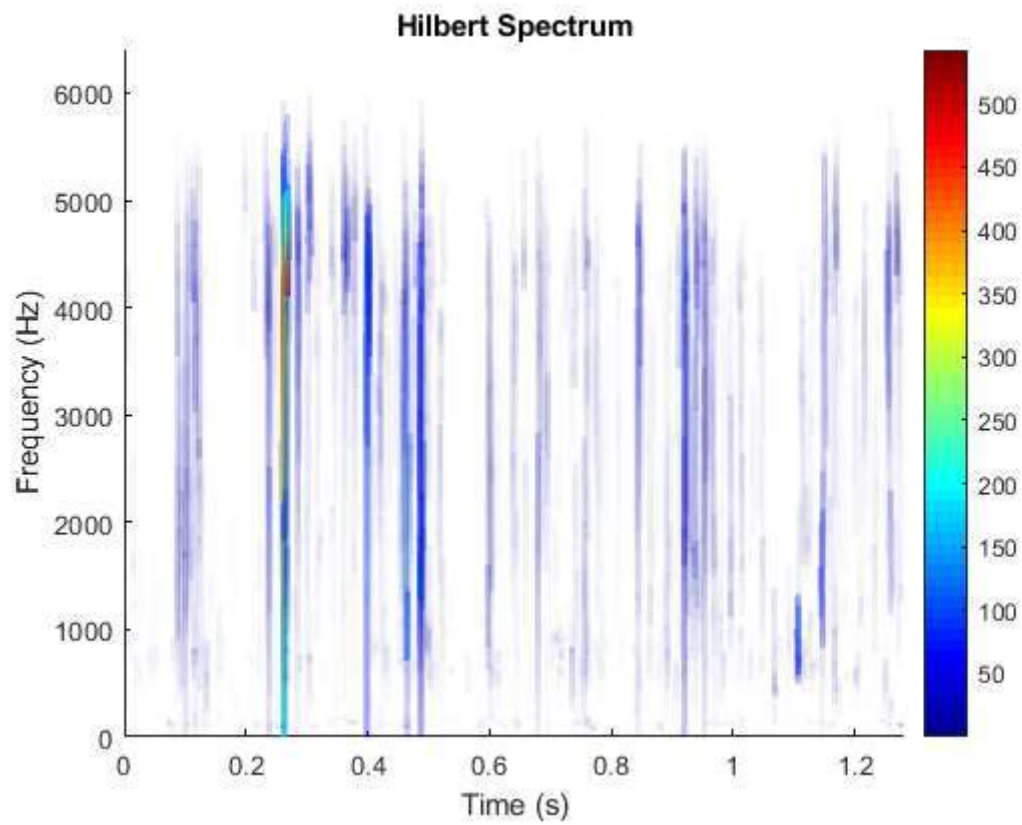


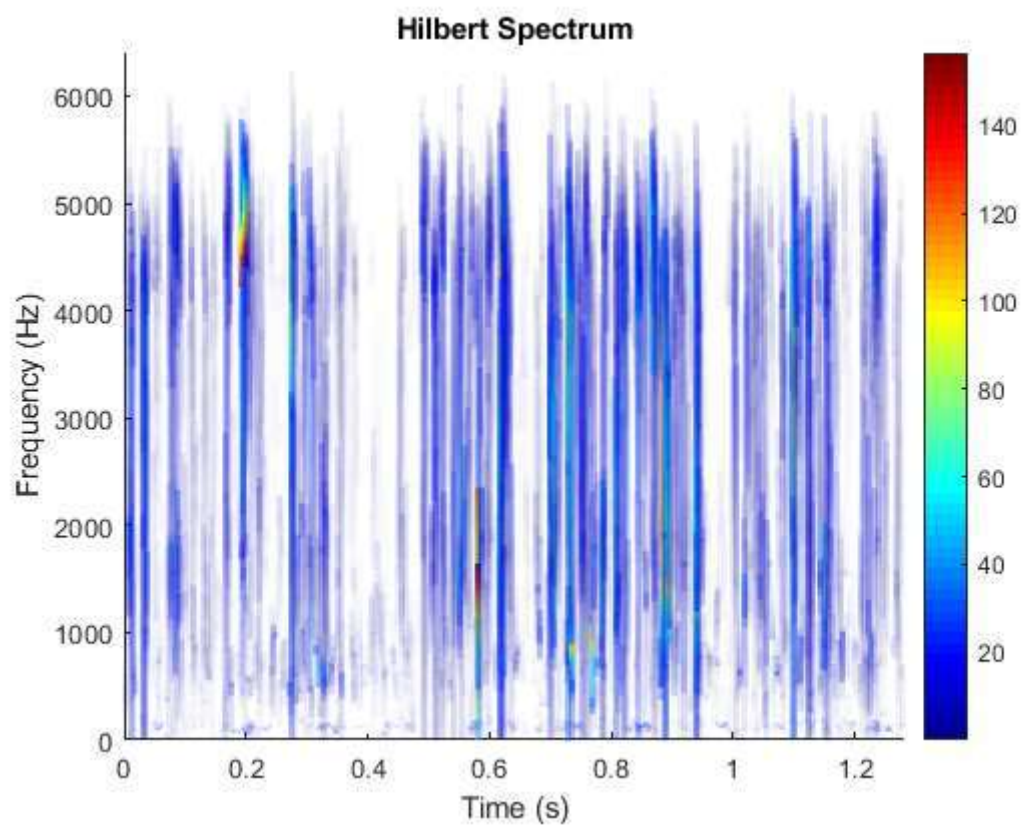
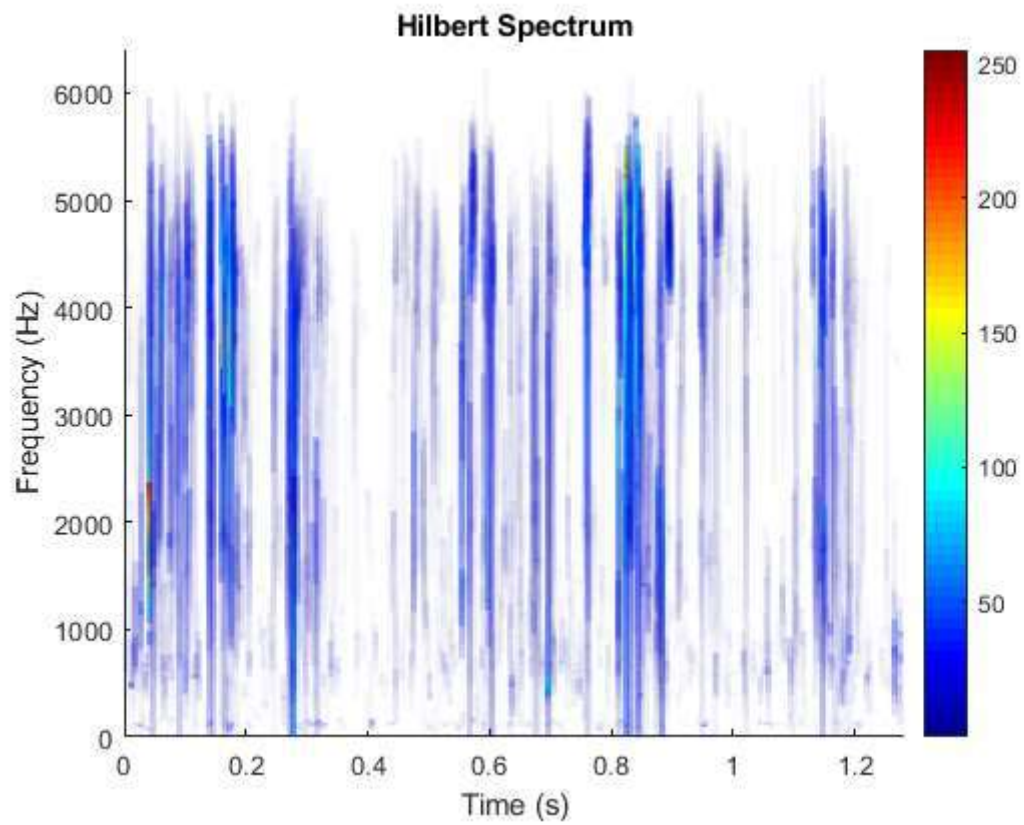


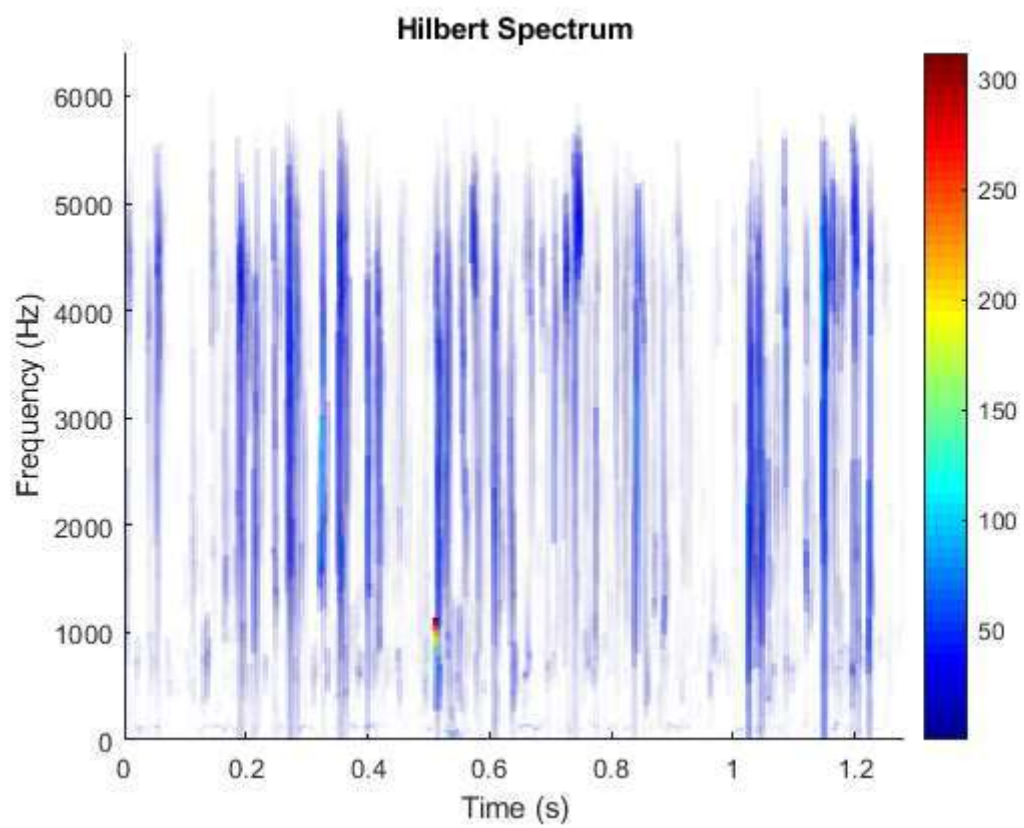
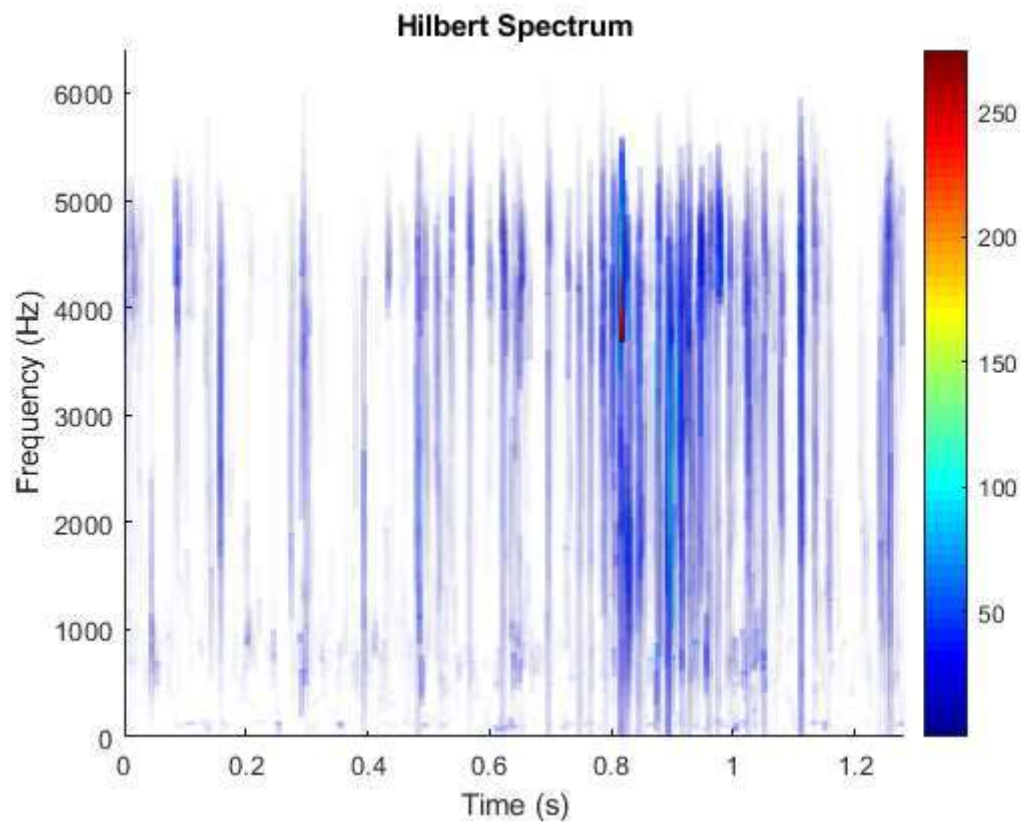


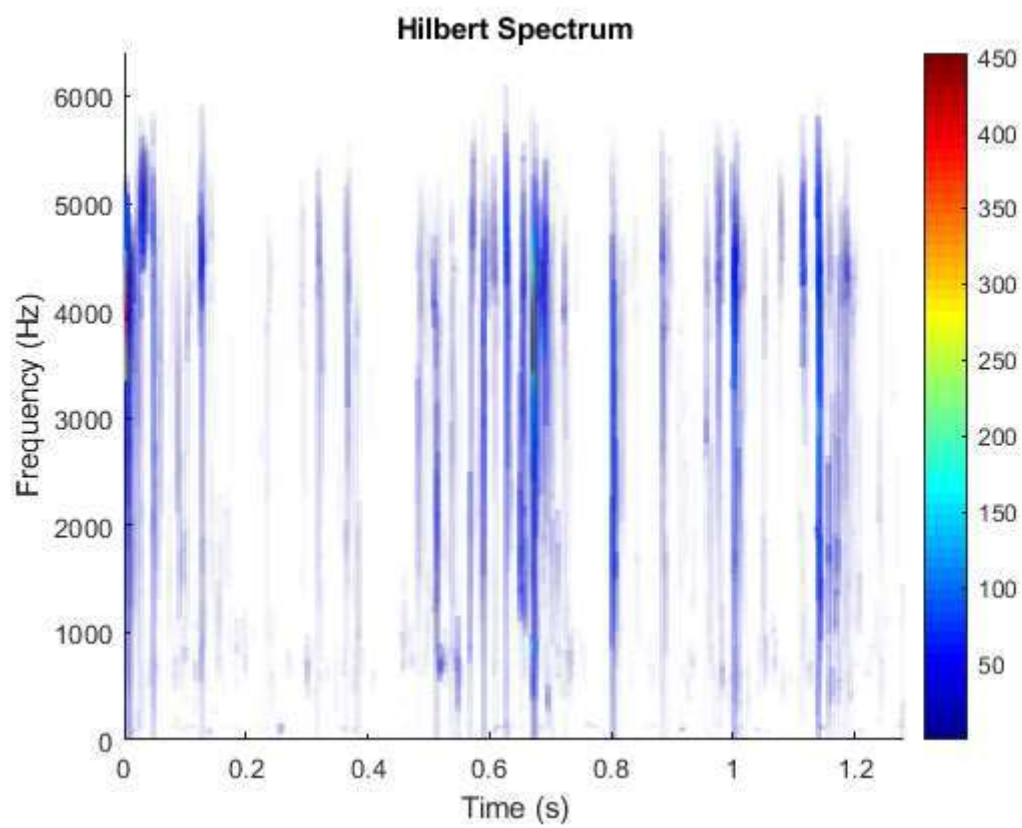
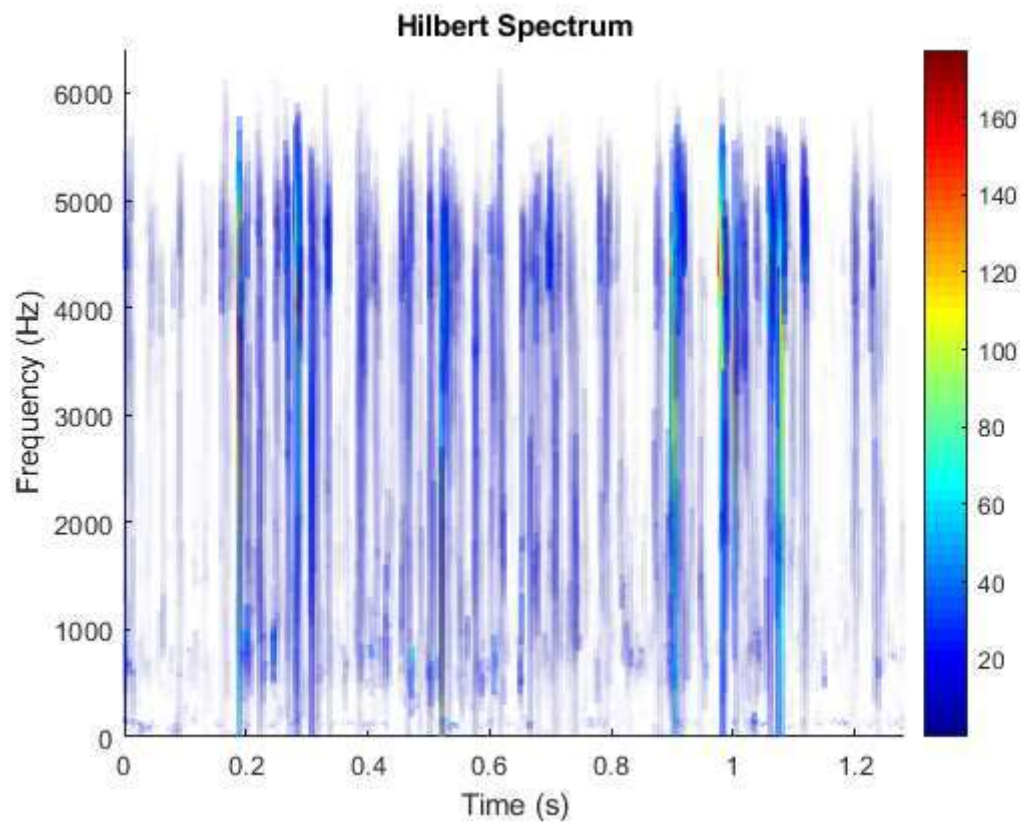


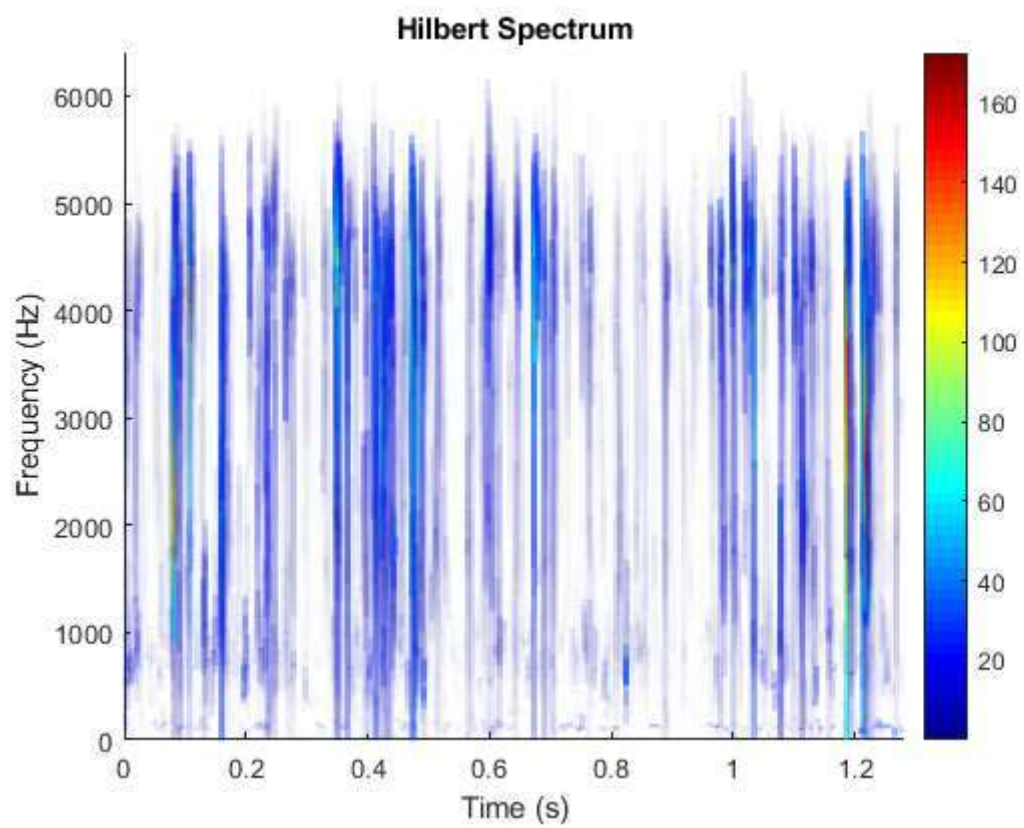
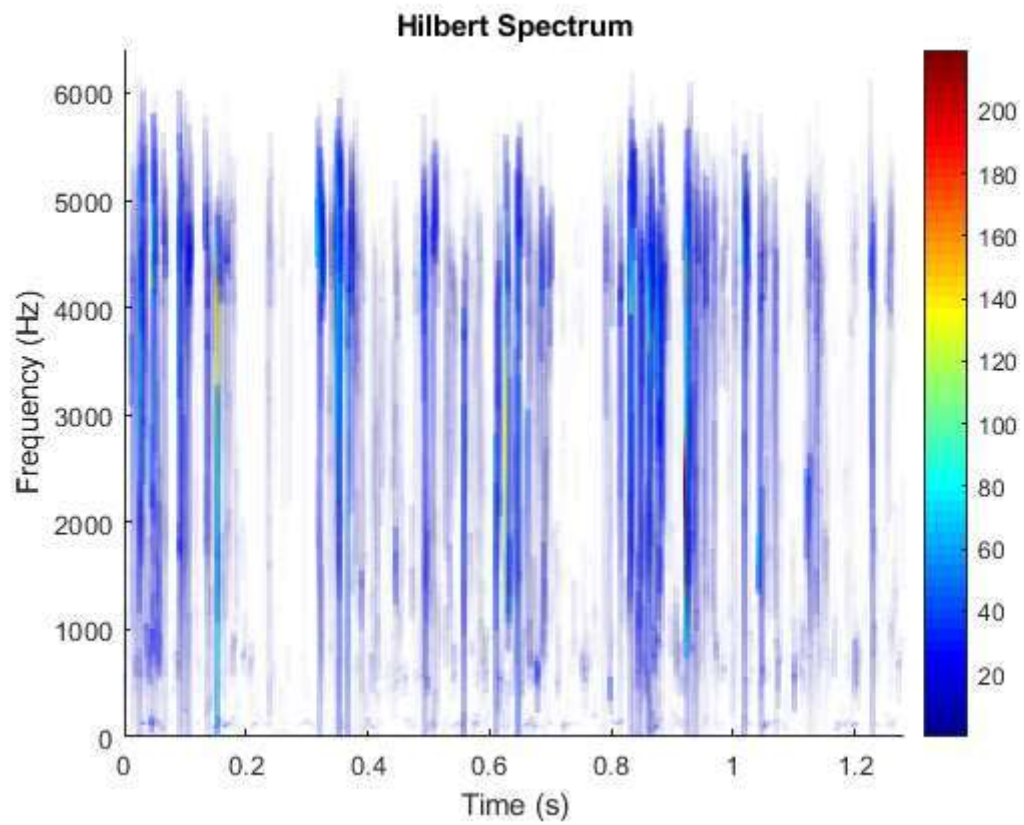


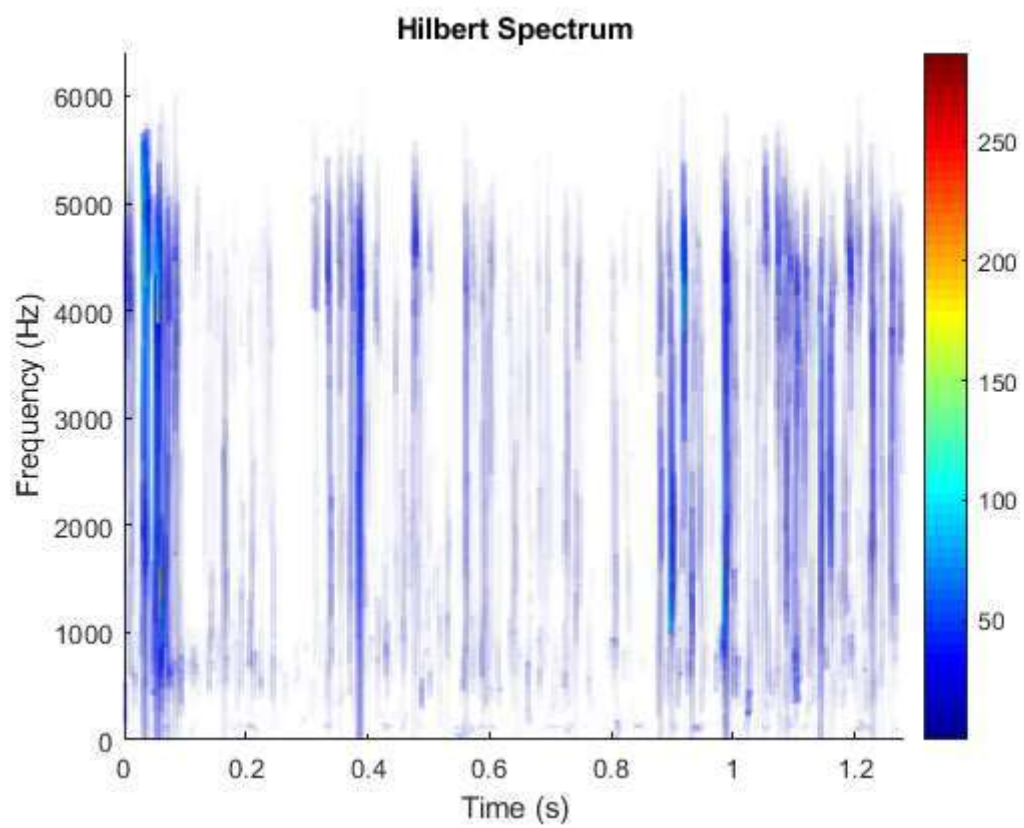
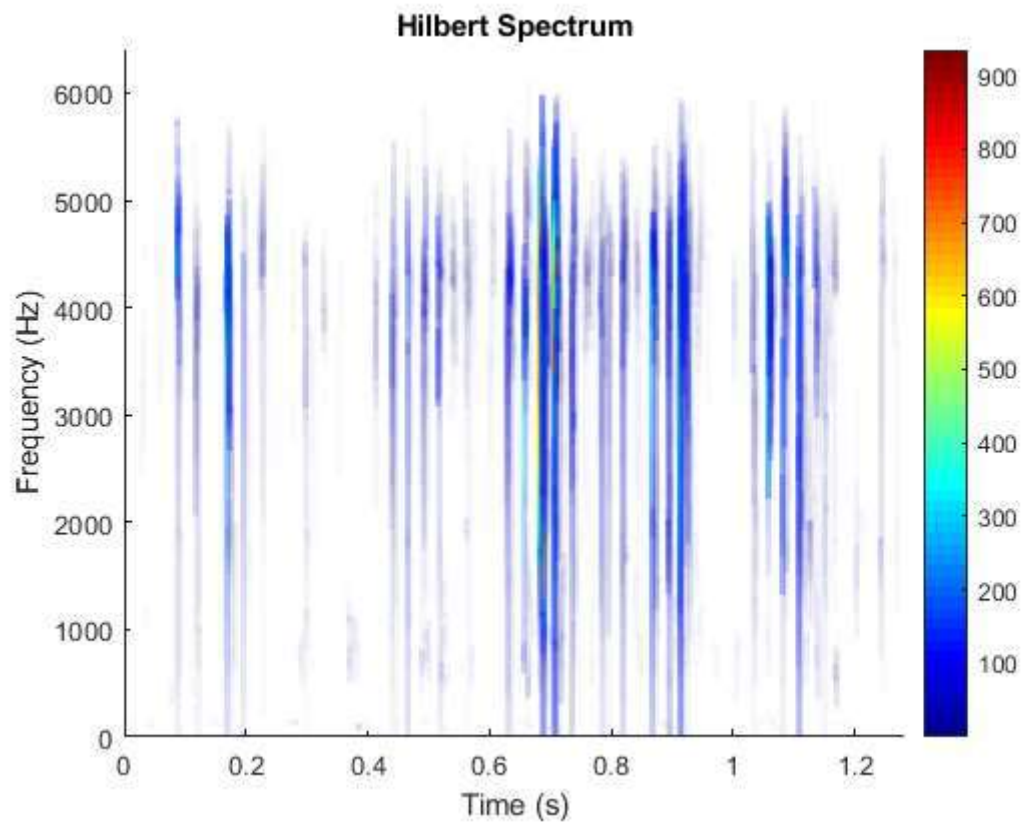


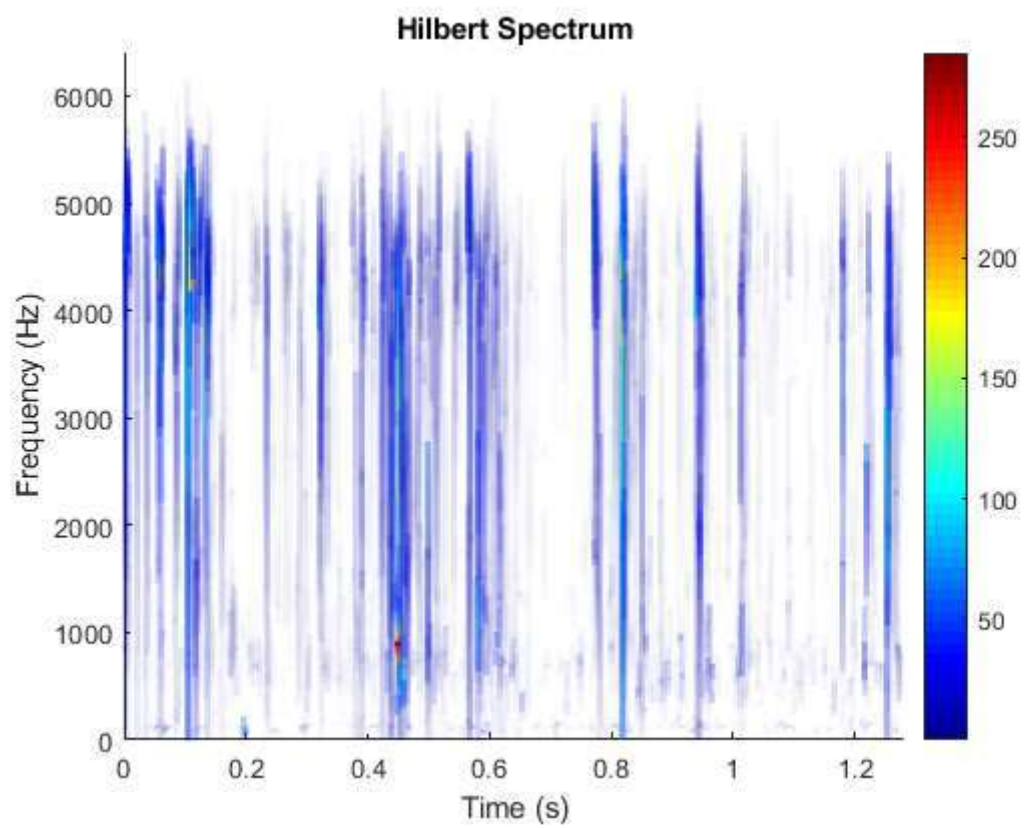
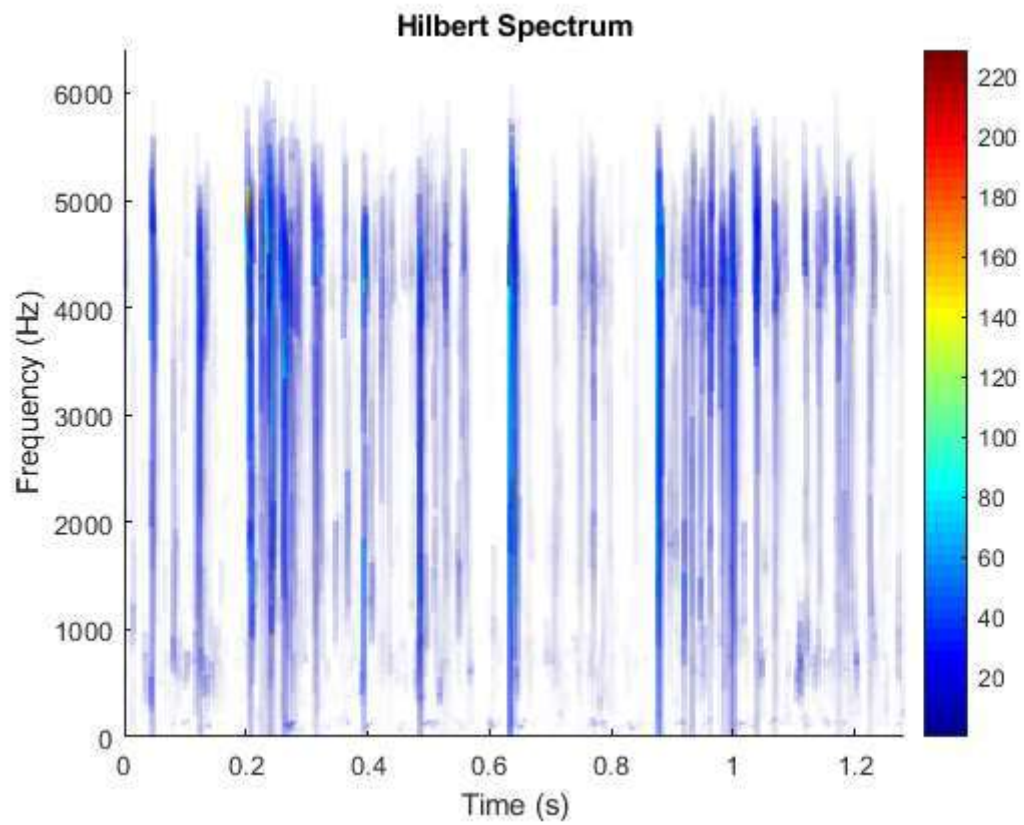


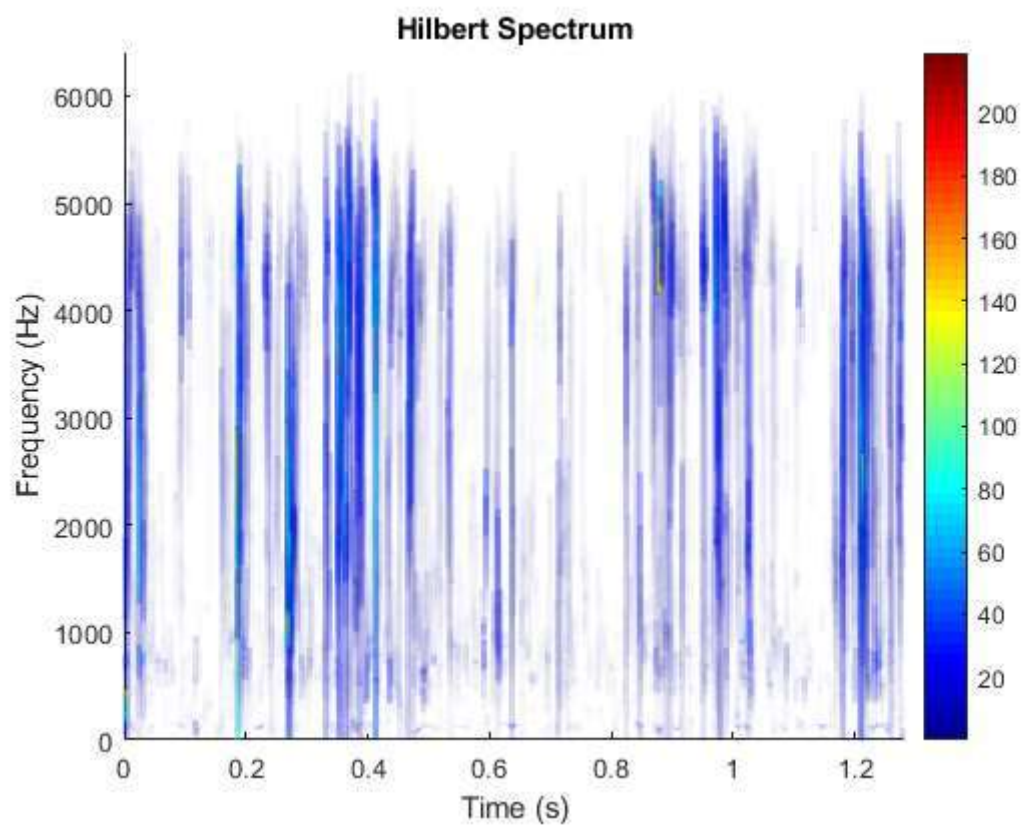
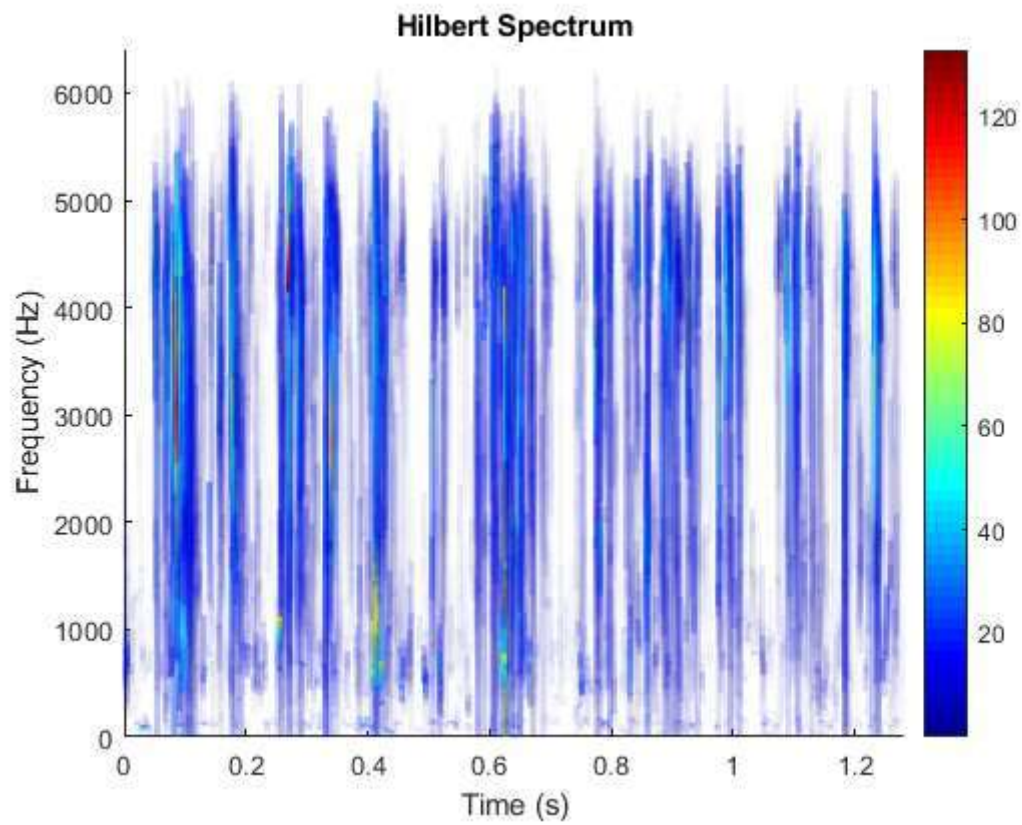


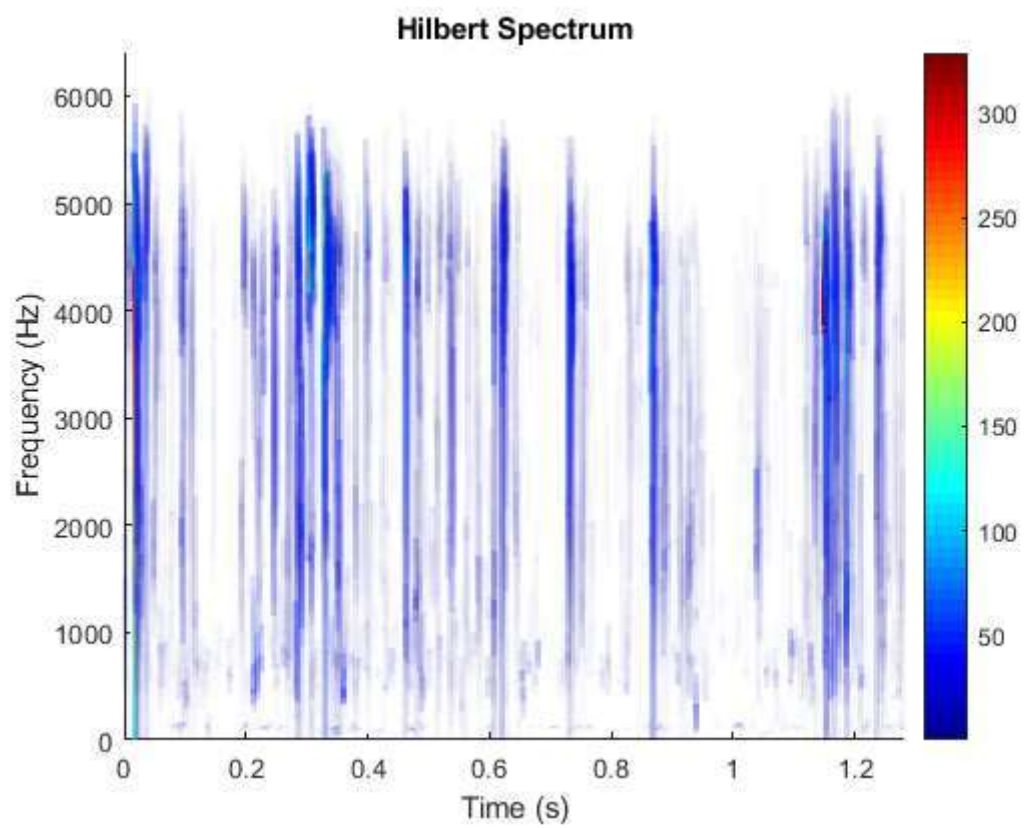
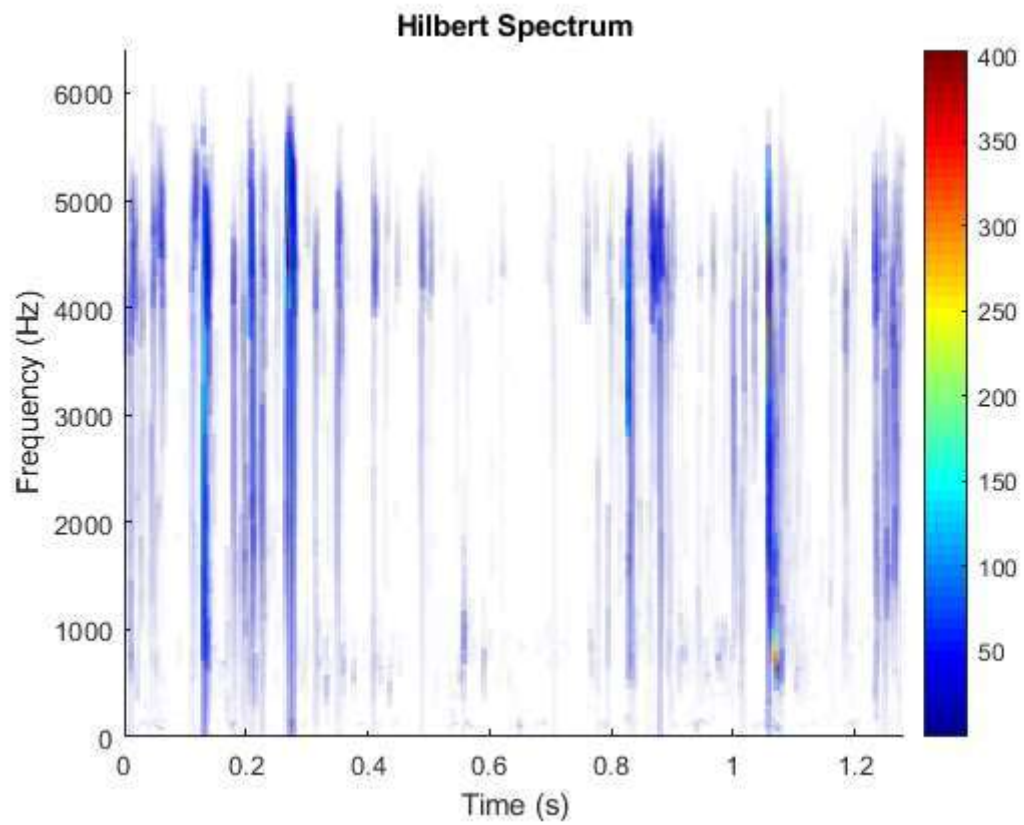


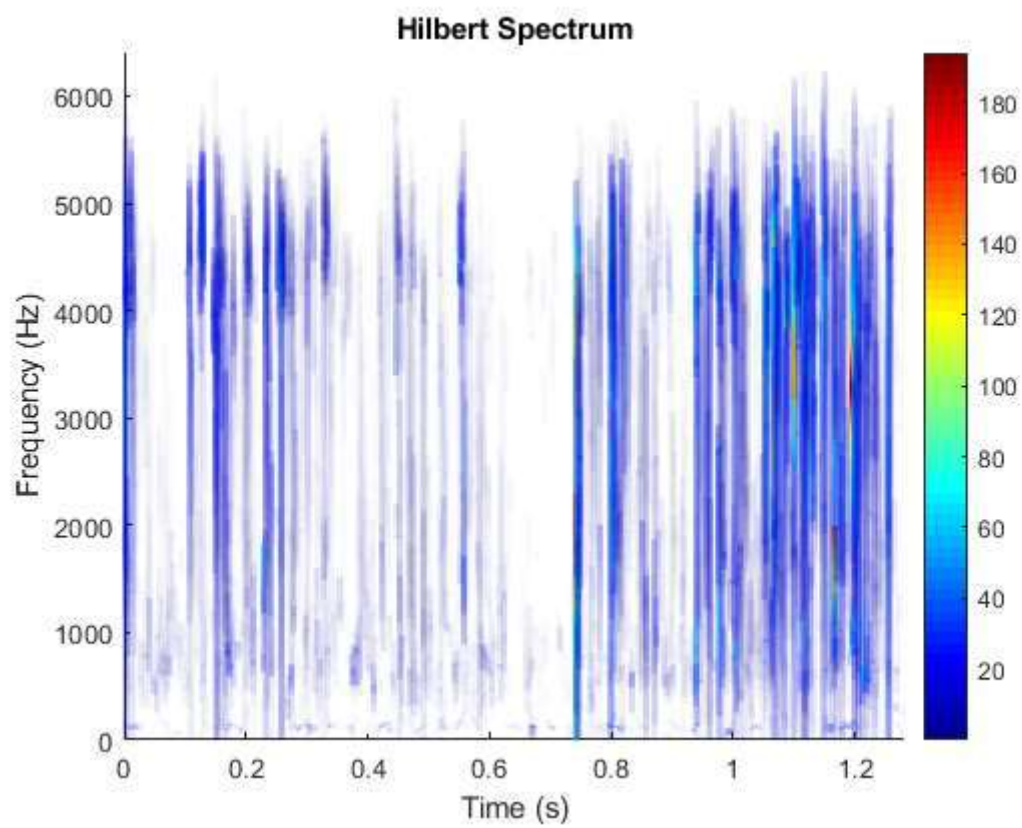
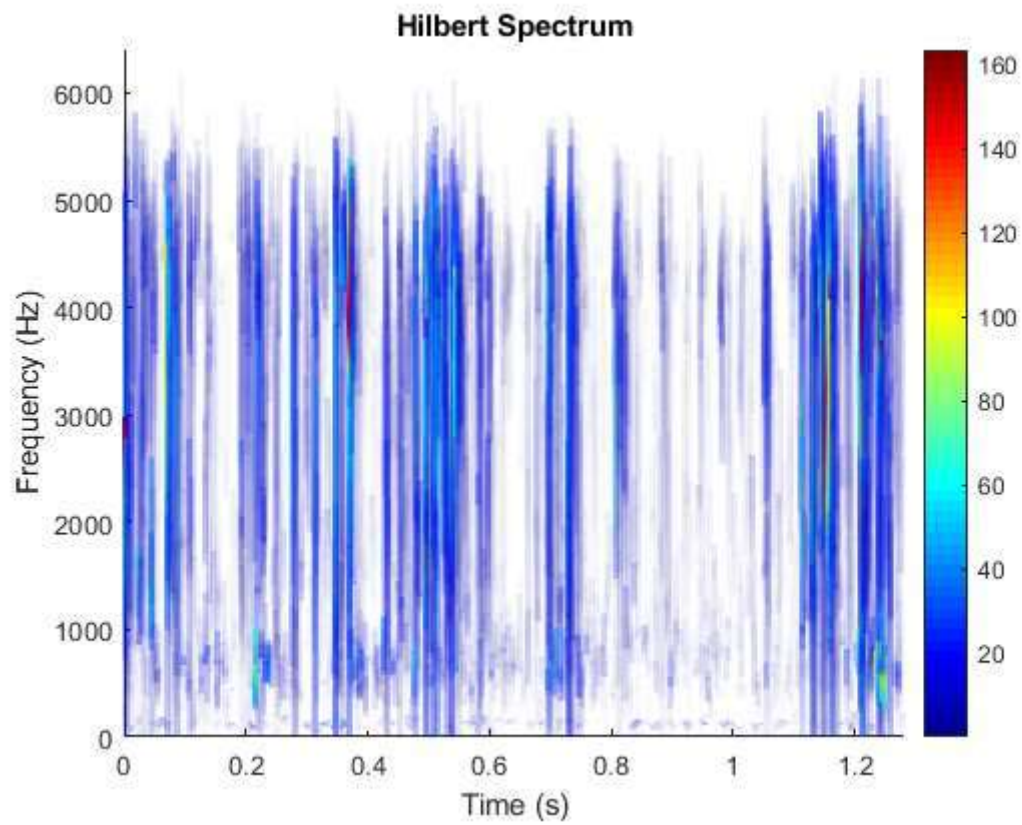


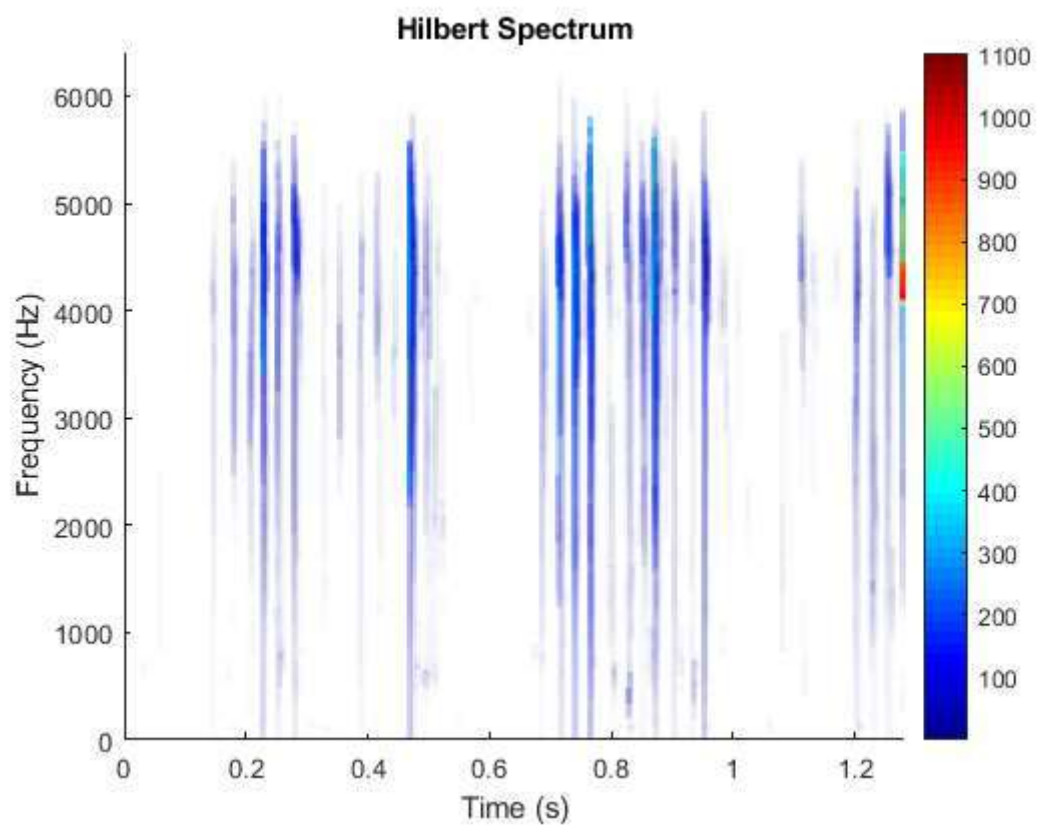
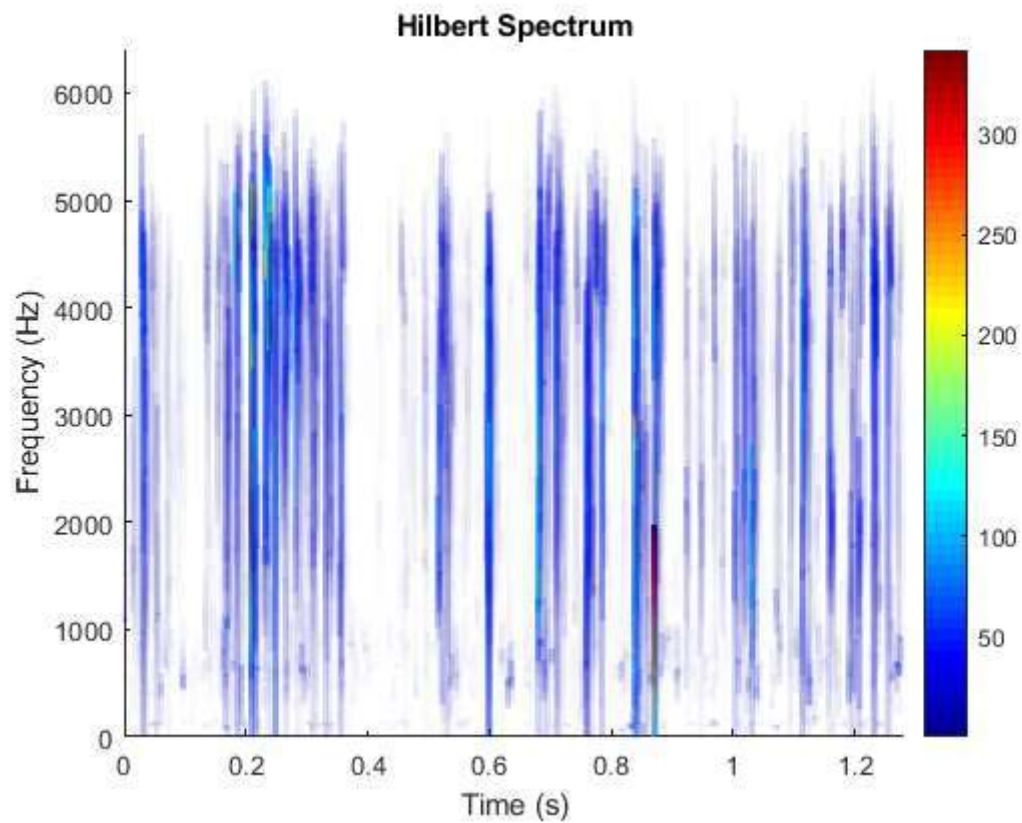


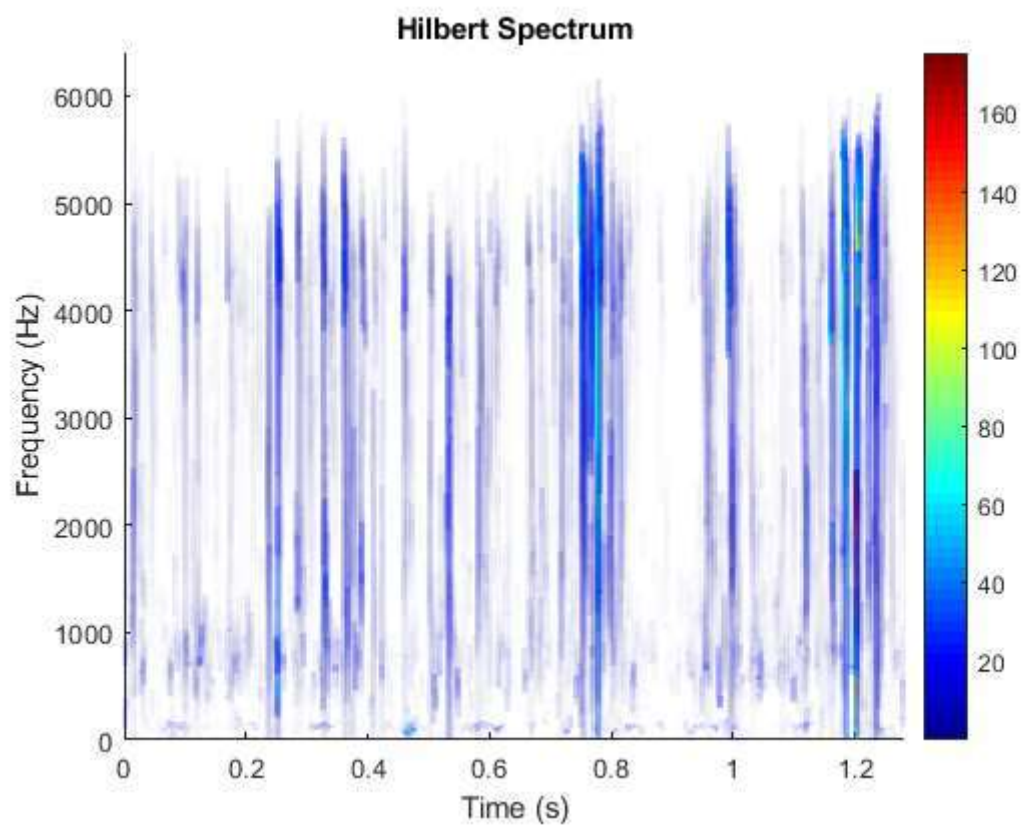
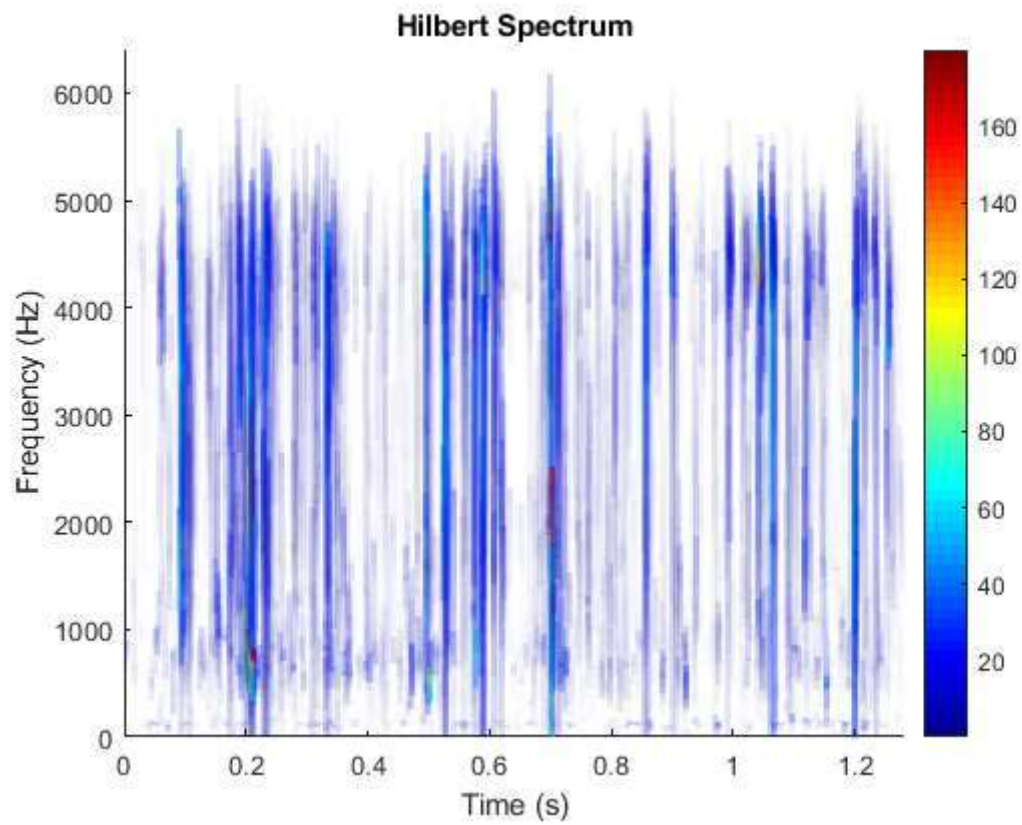


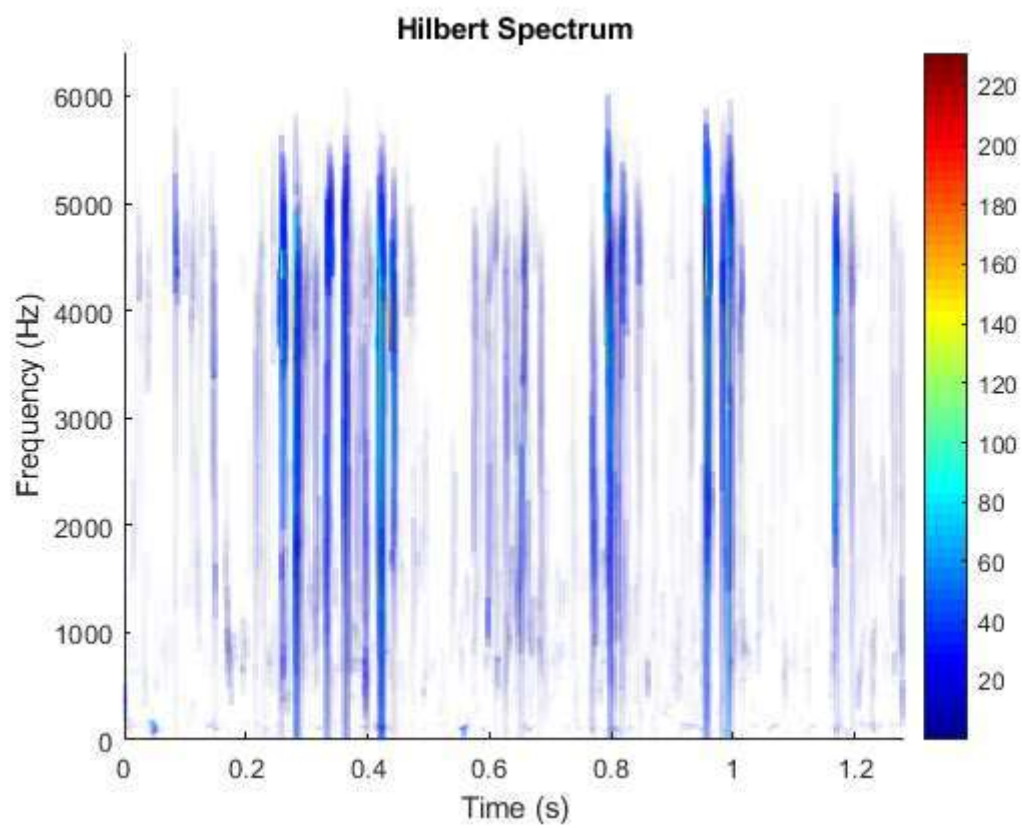
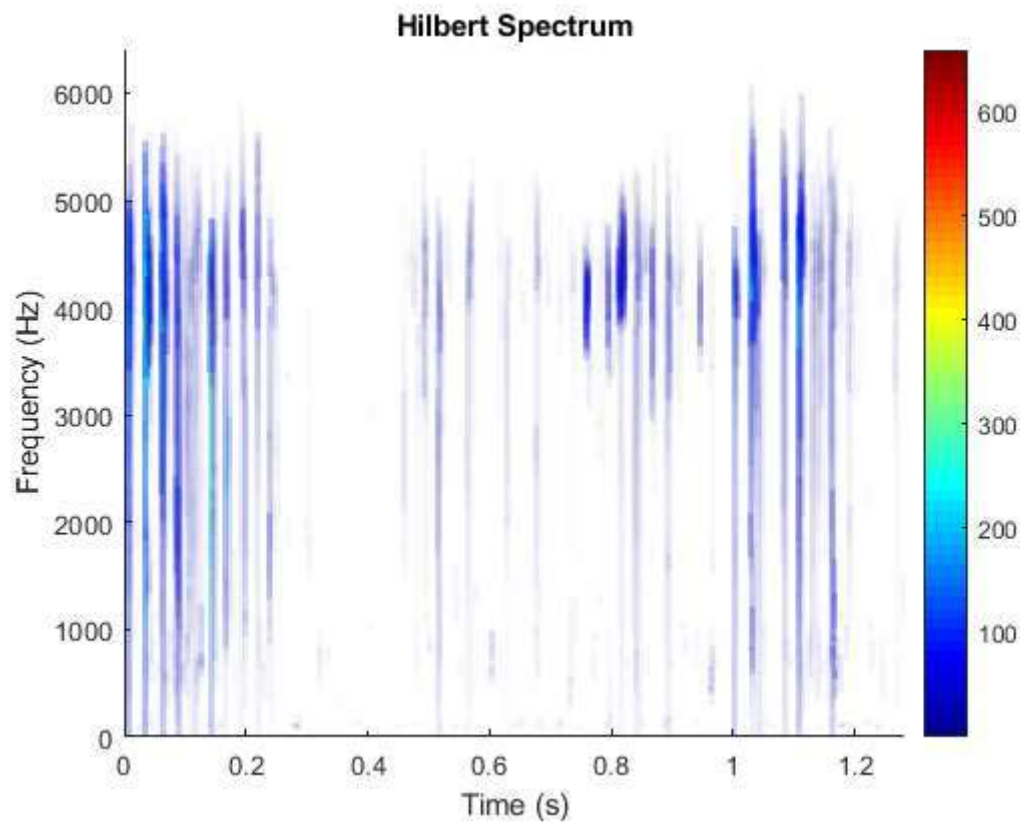




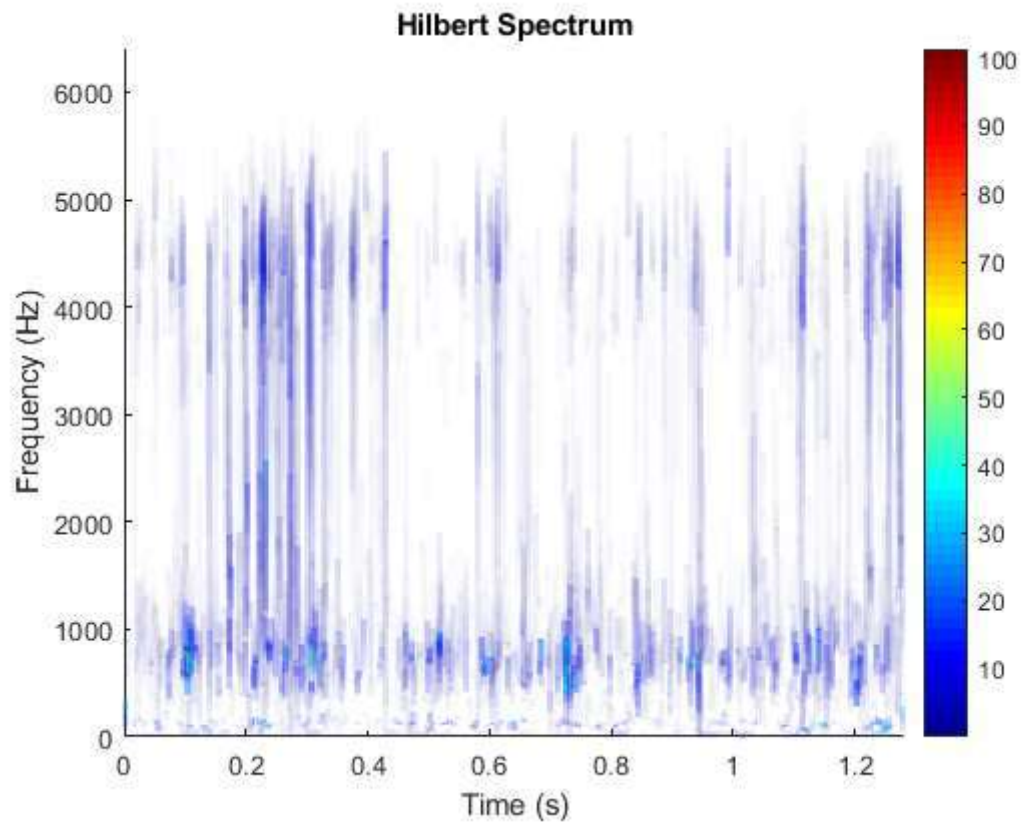


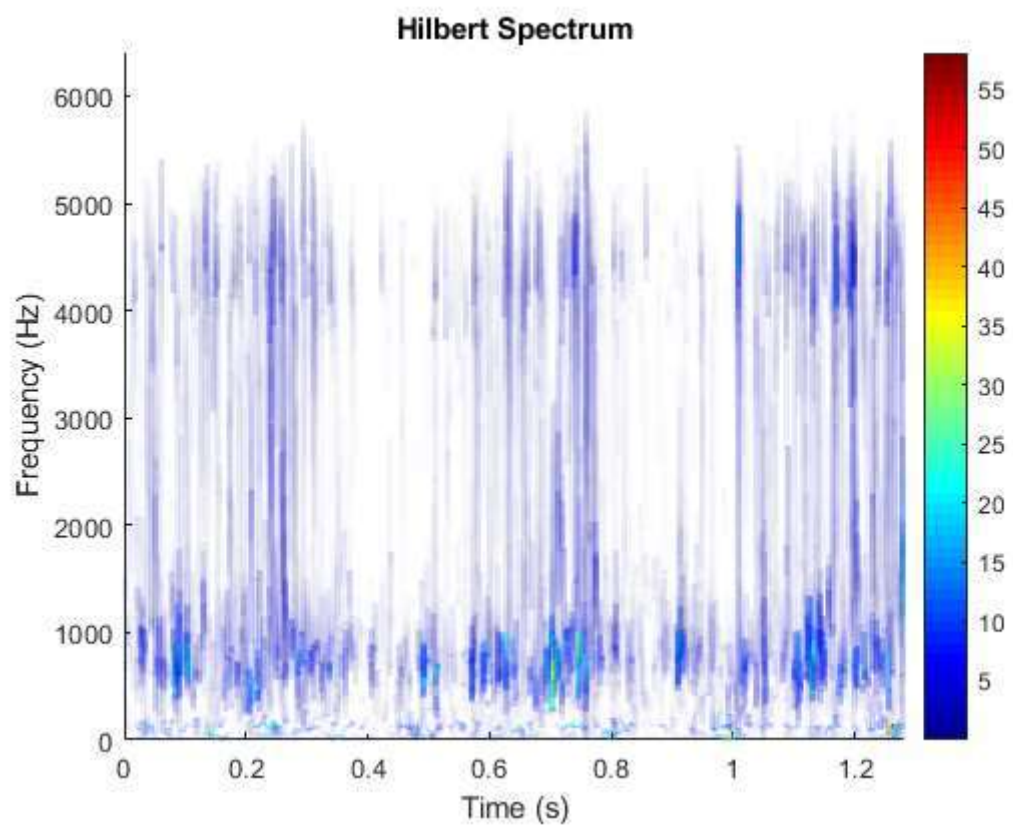
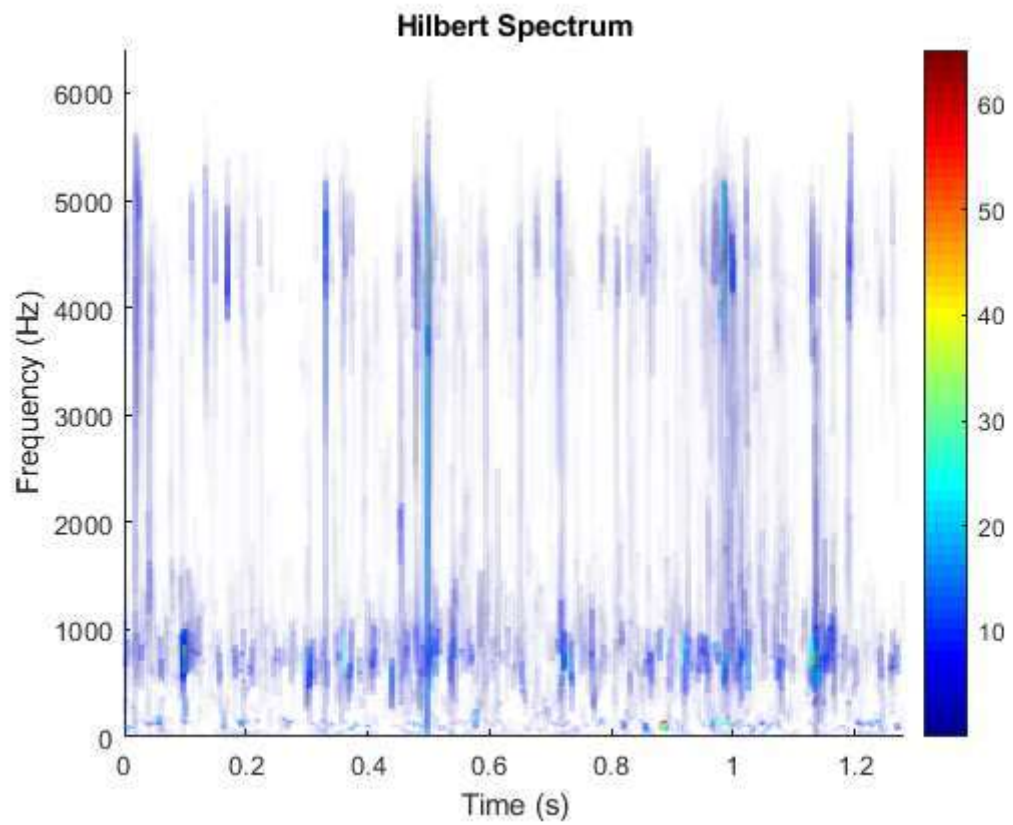


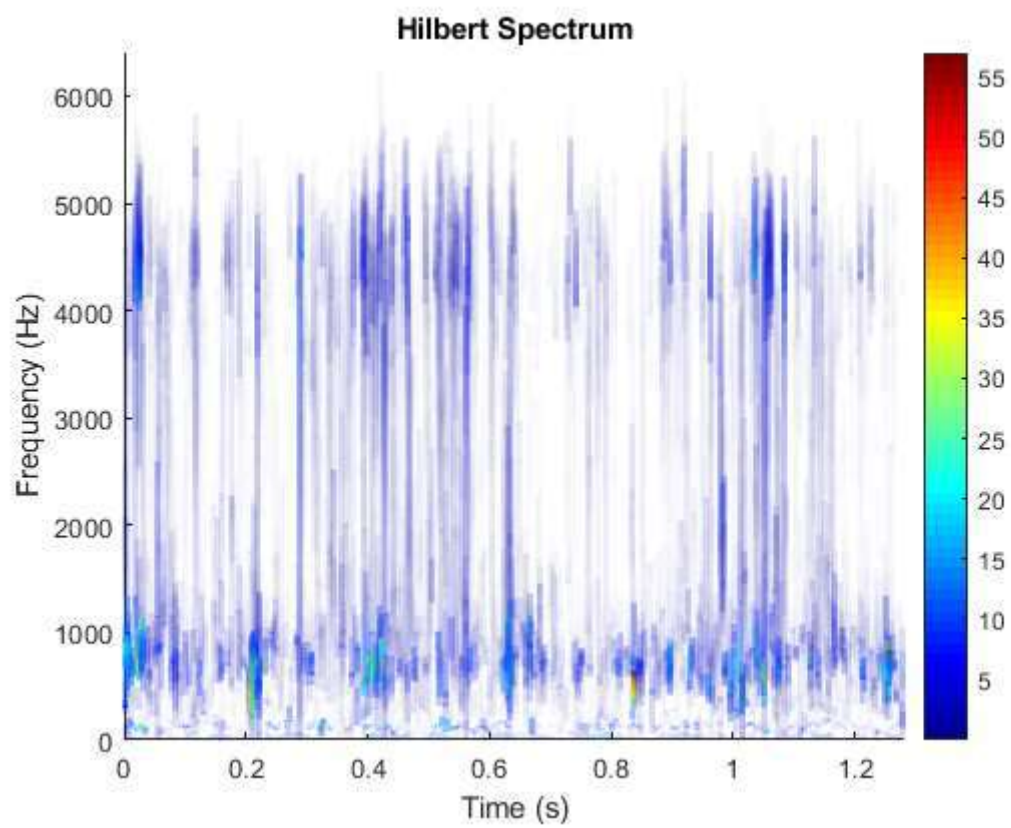
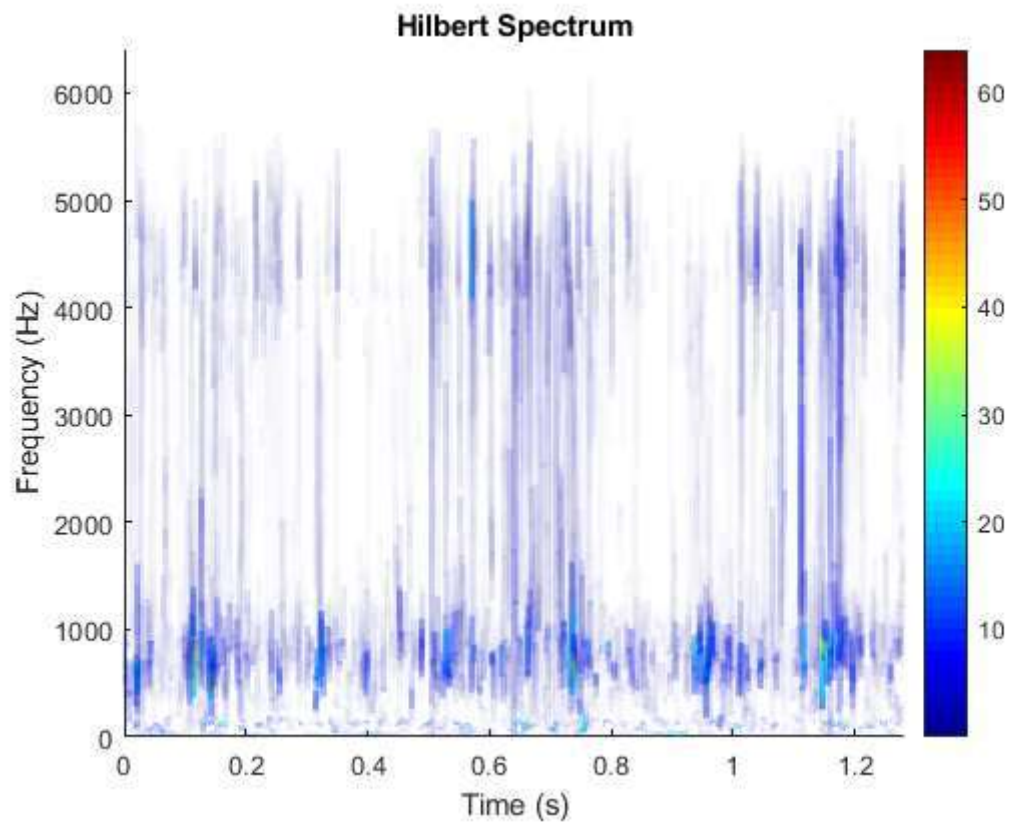


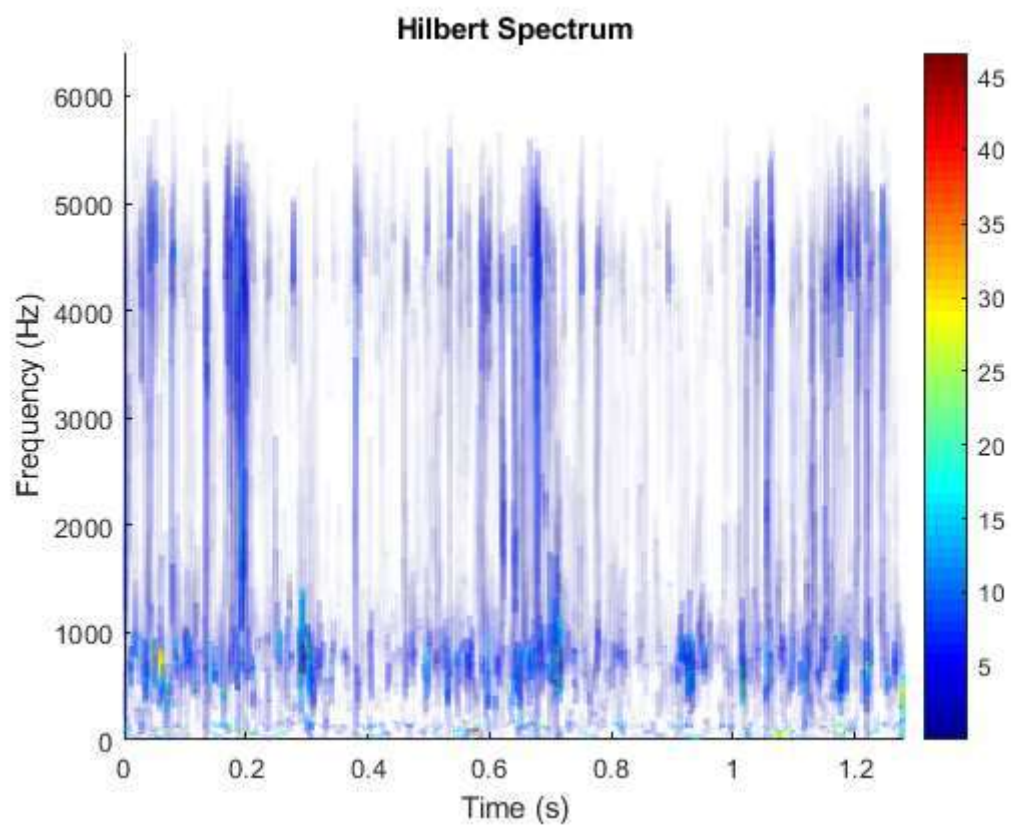
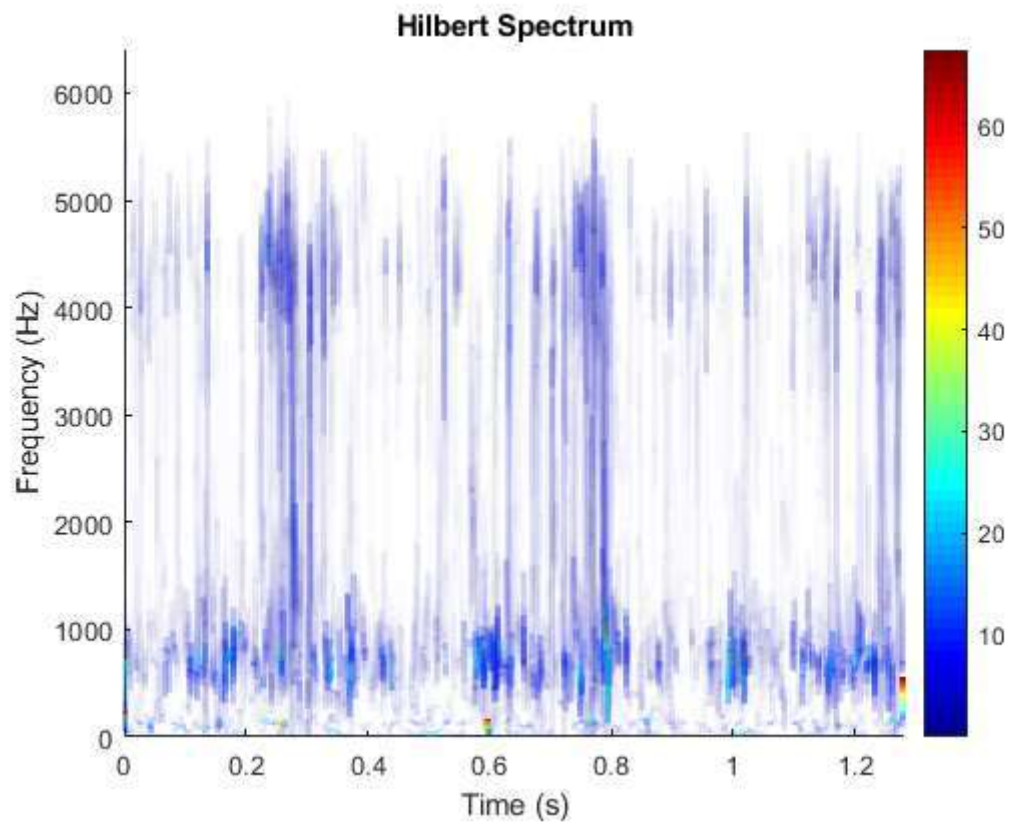


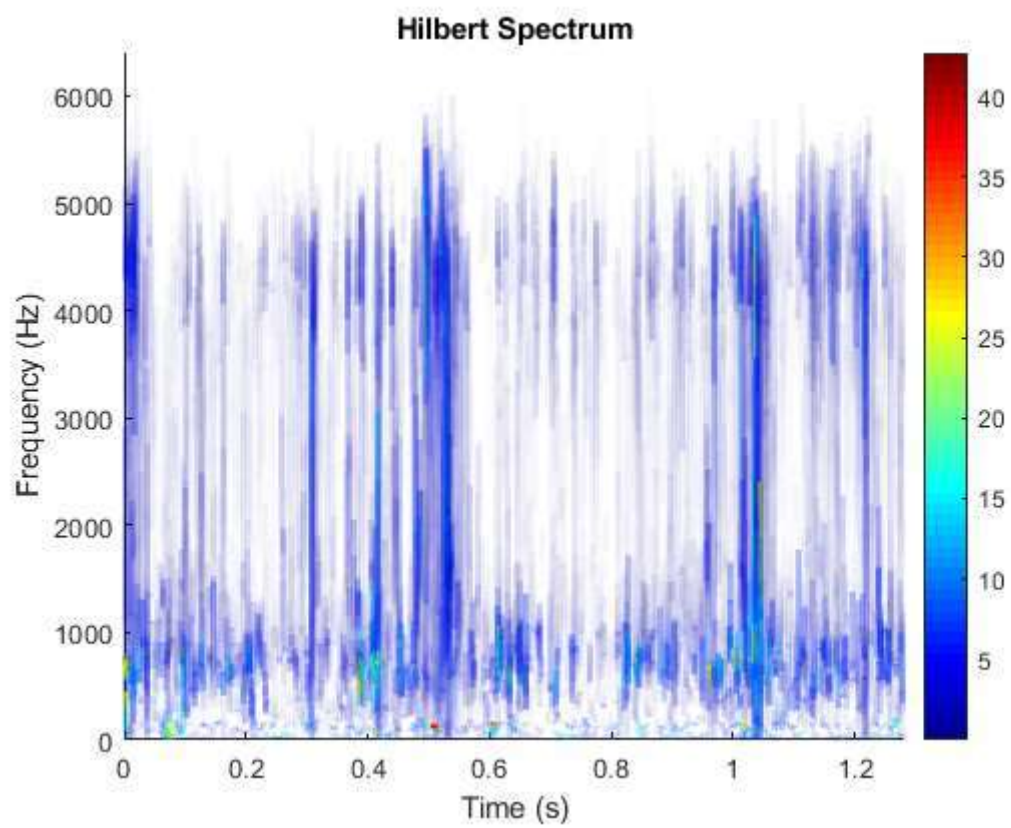
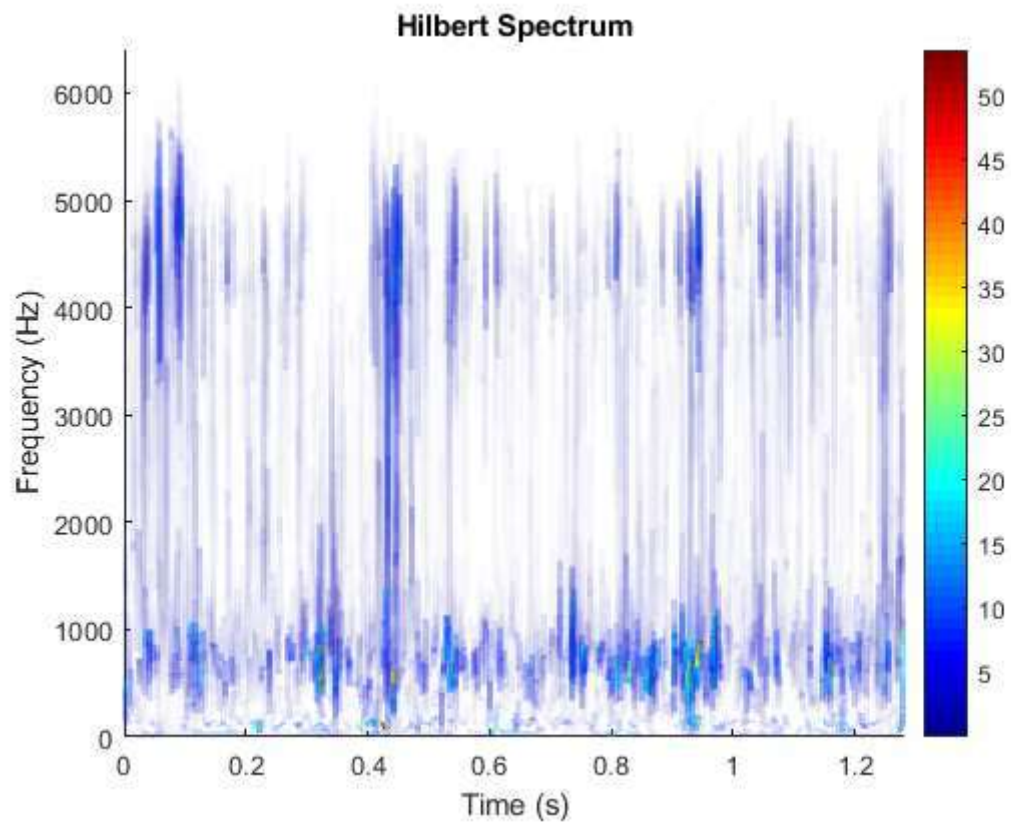
Eje con fisura 3 dirección longitudinal

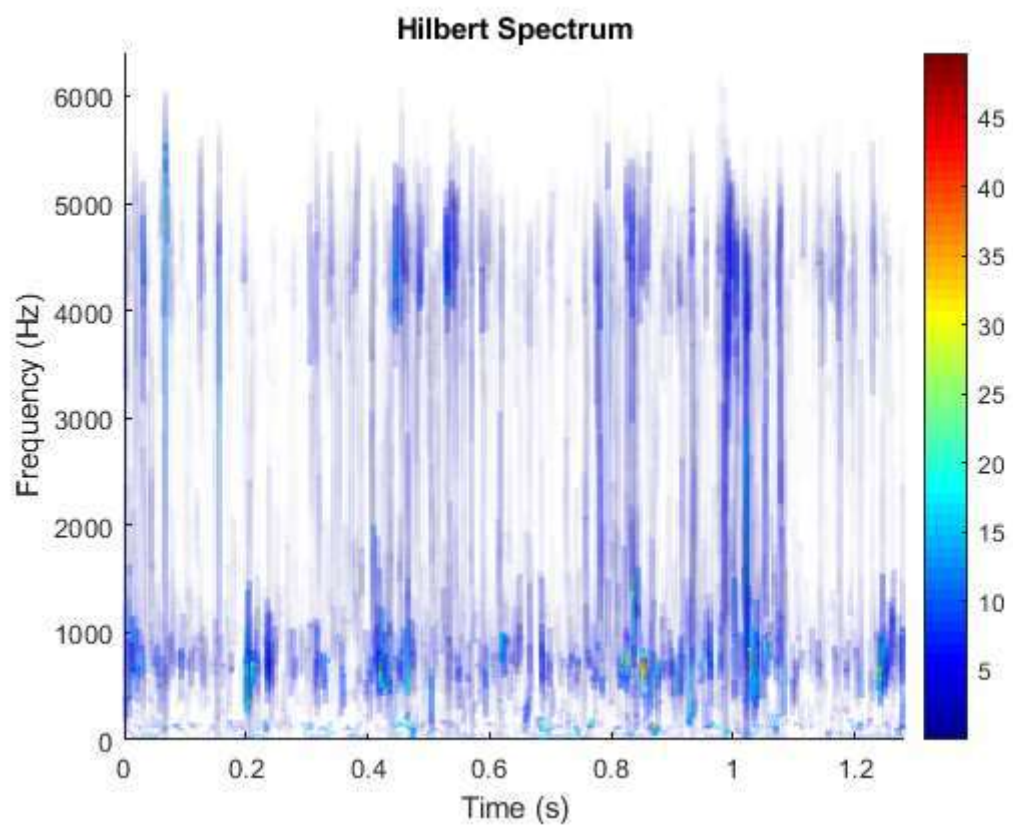
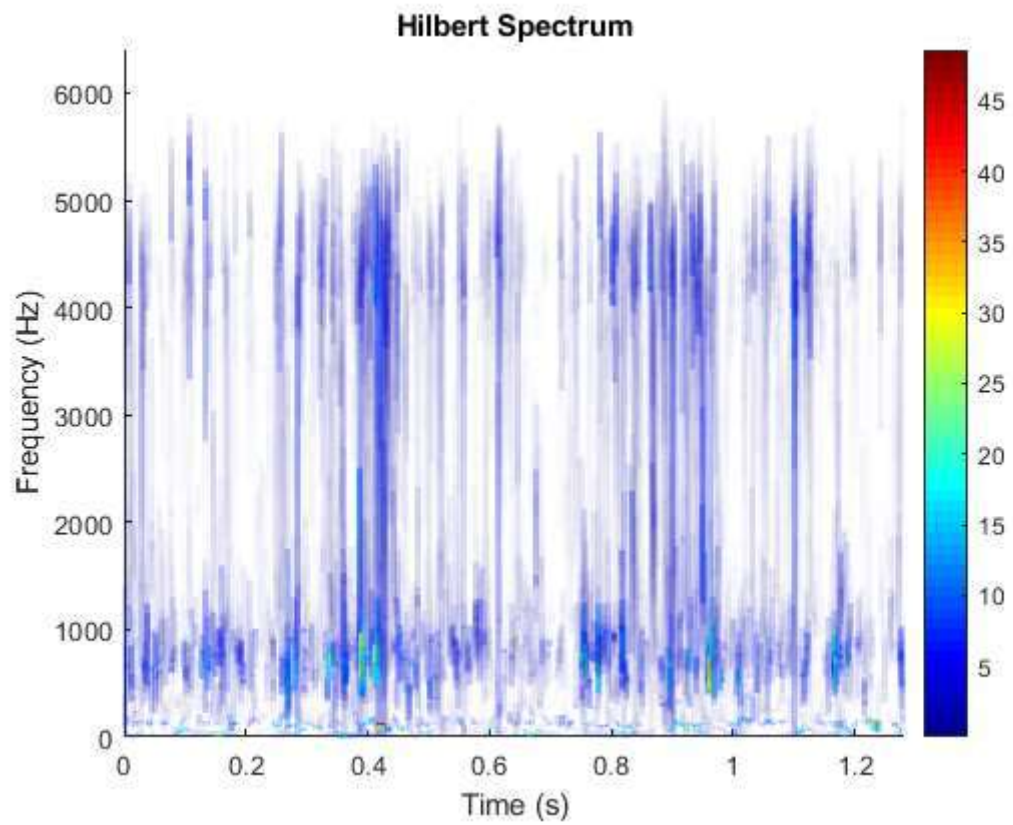


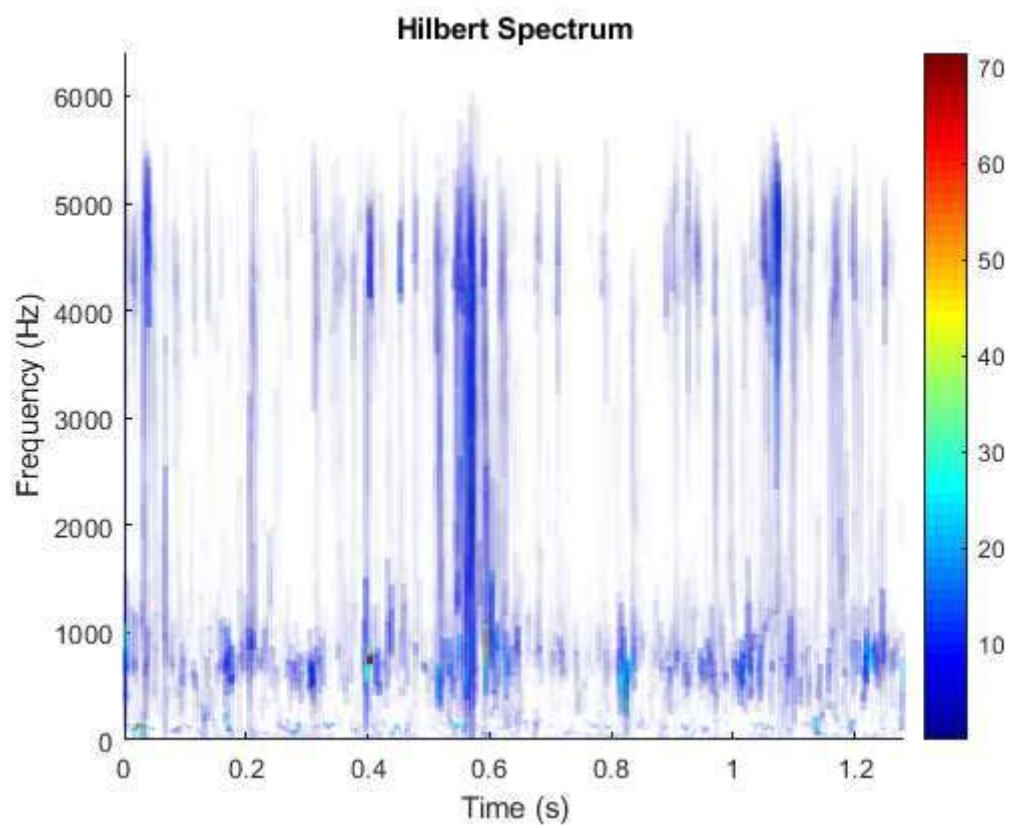
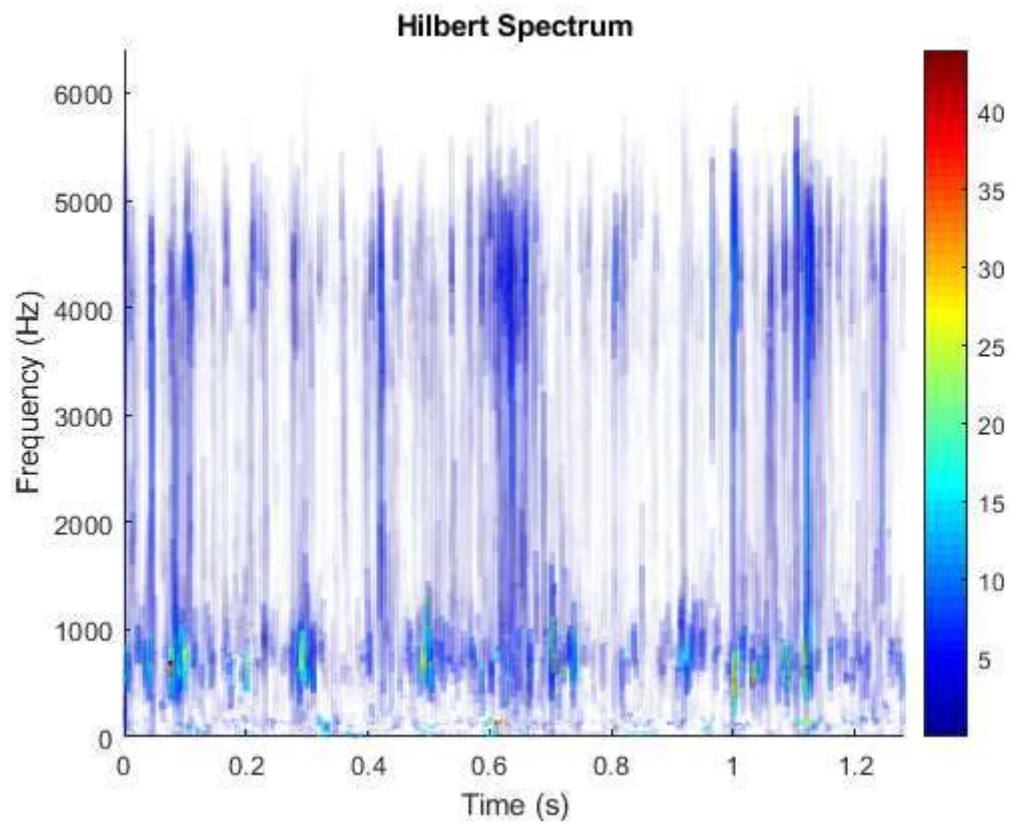


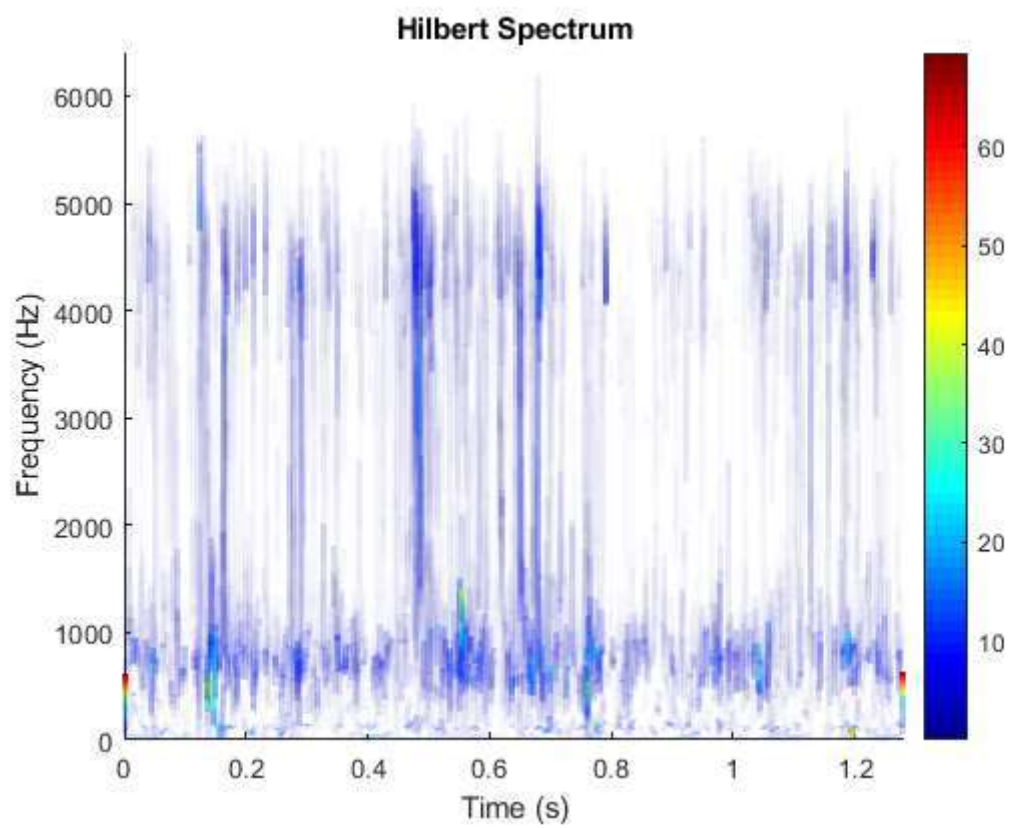
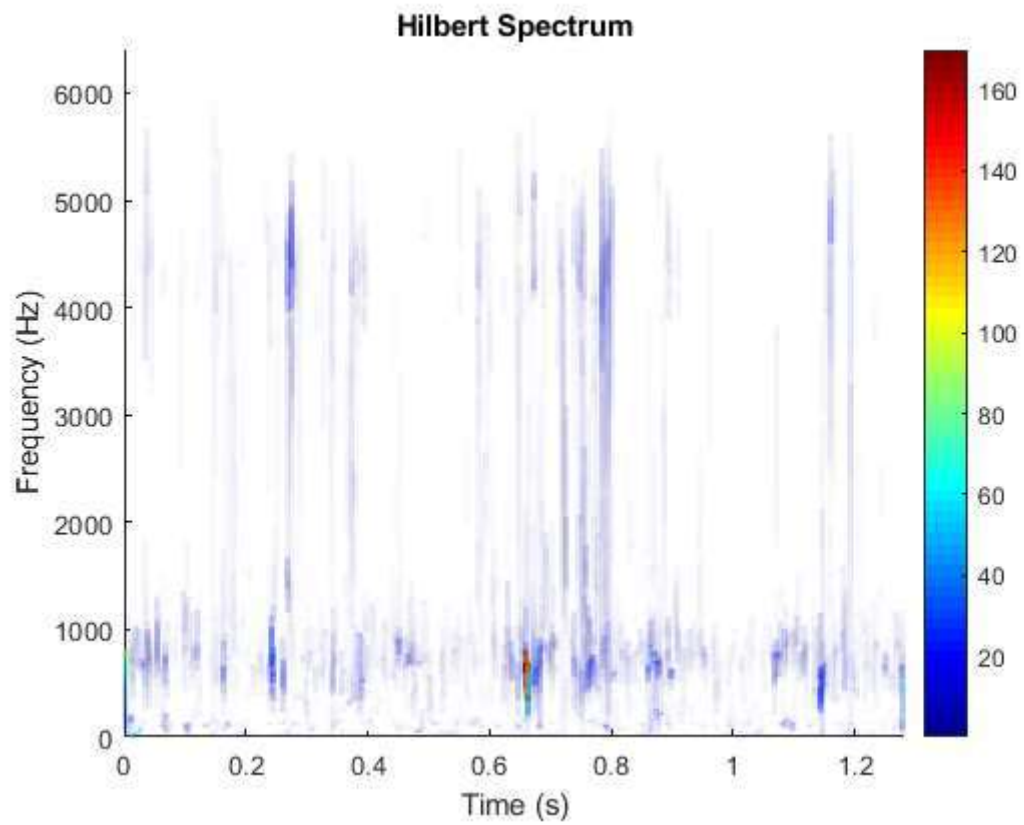


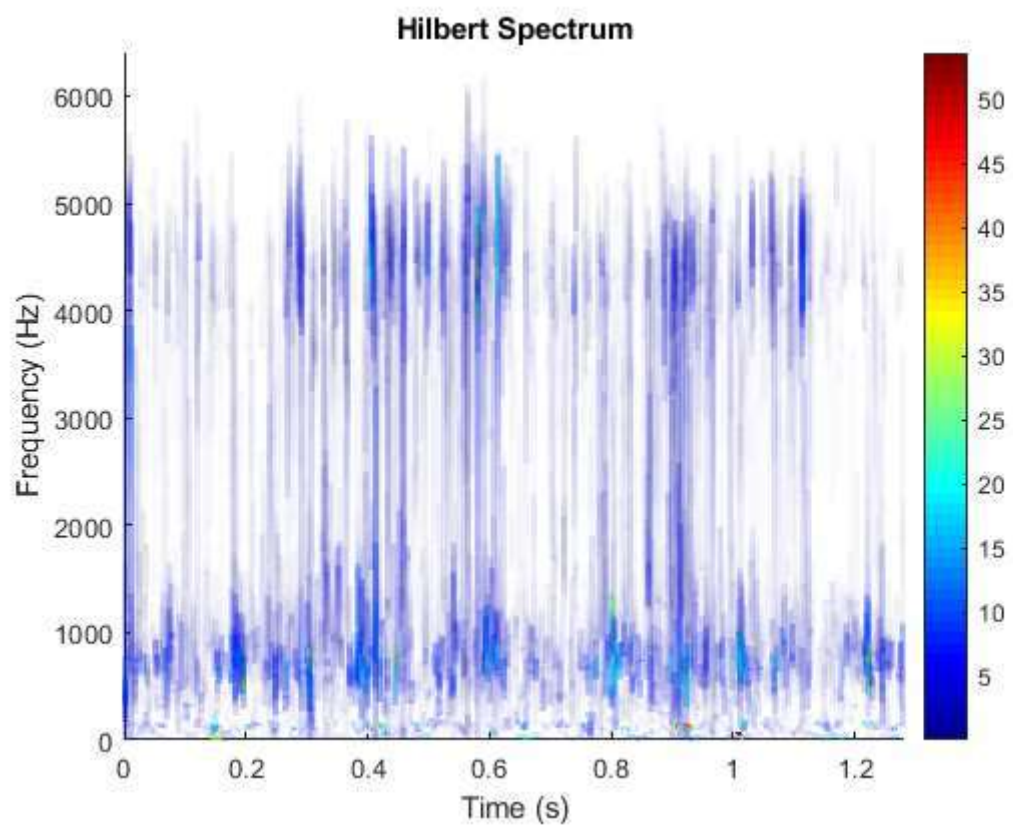
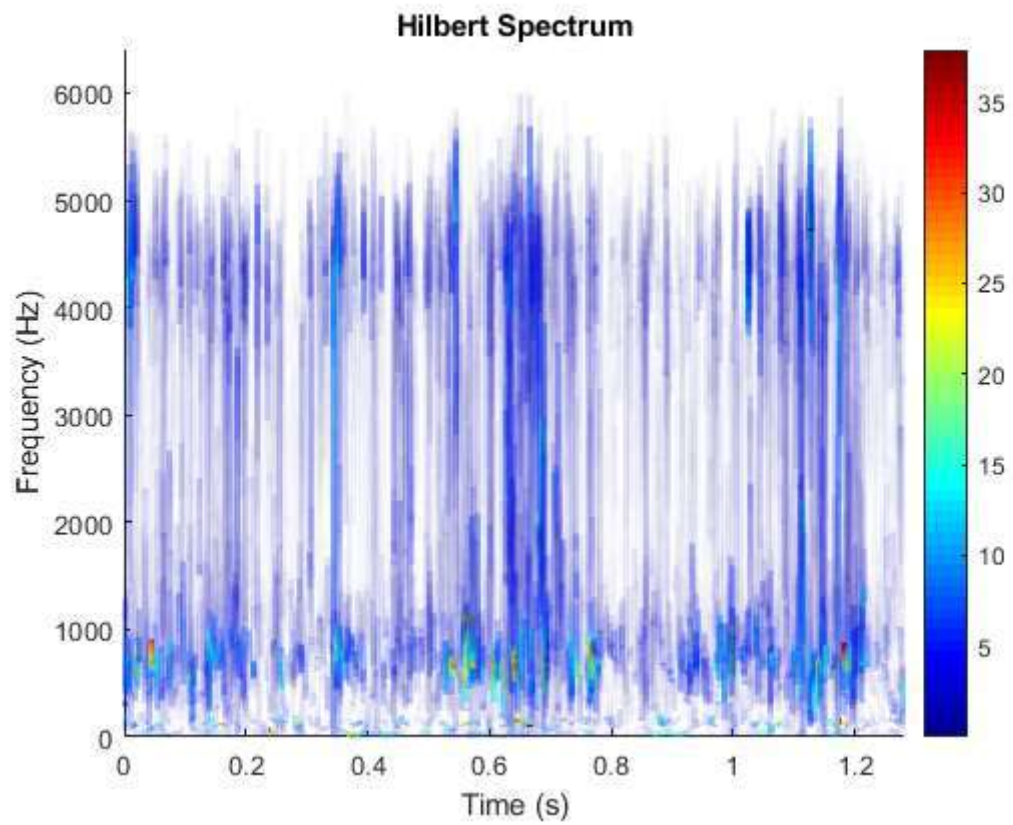


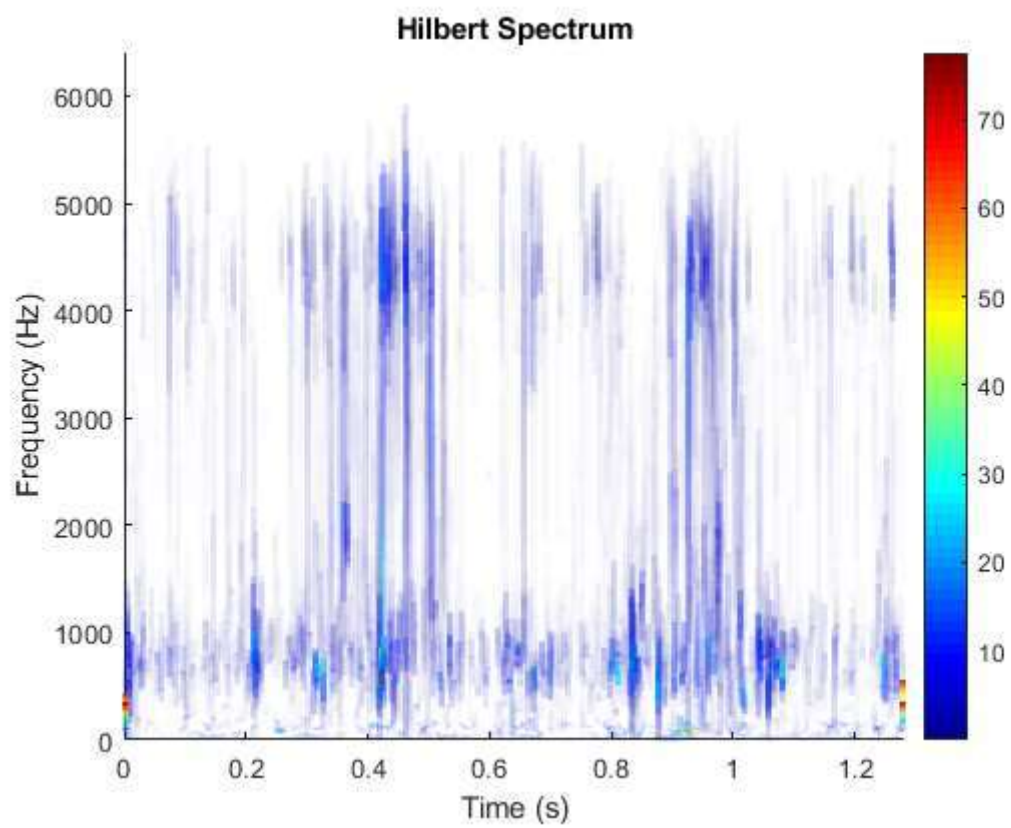
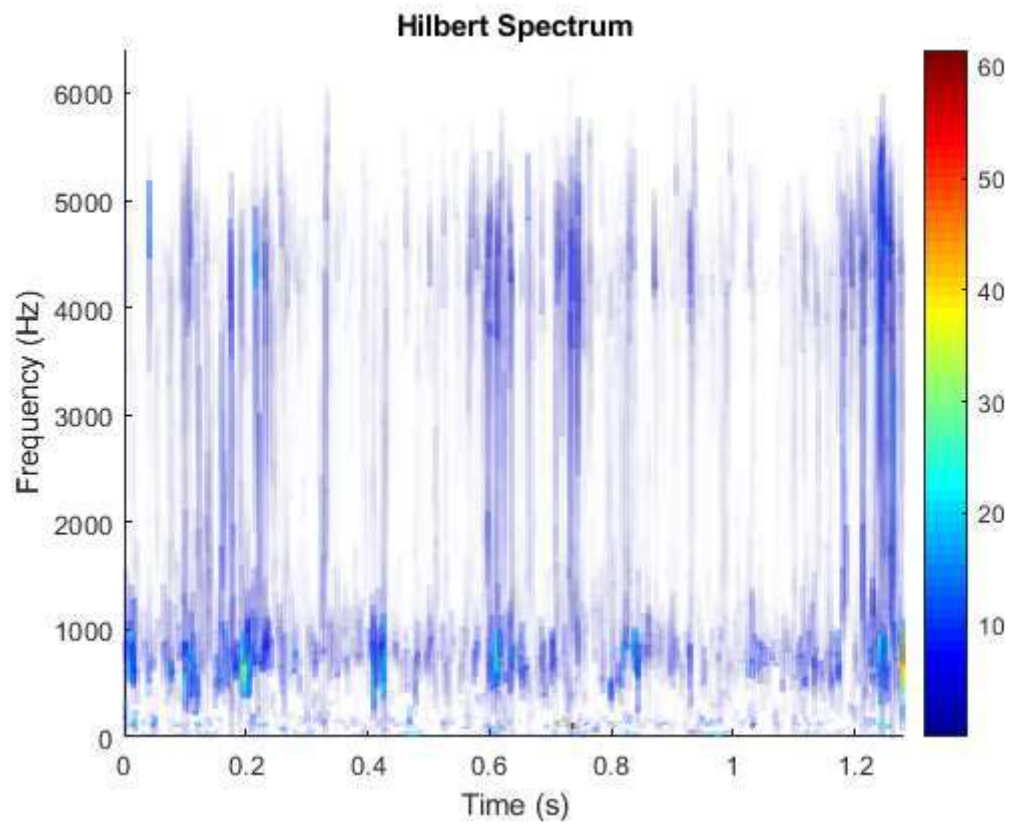


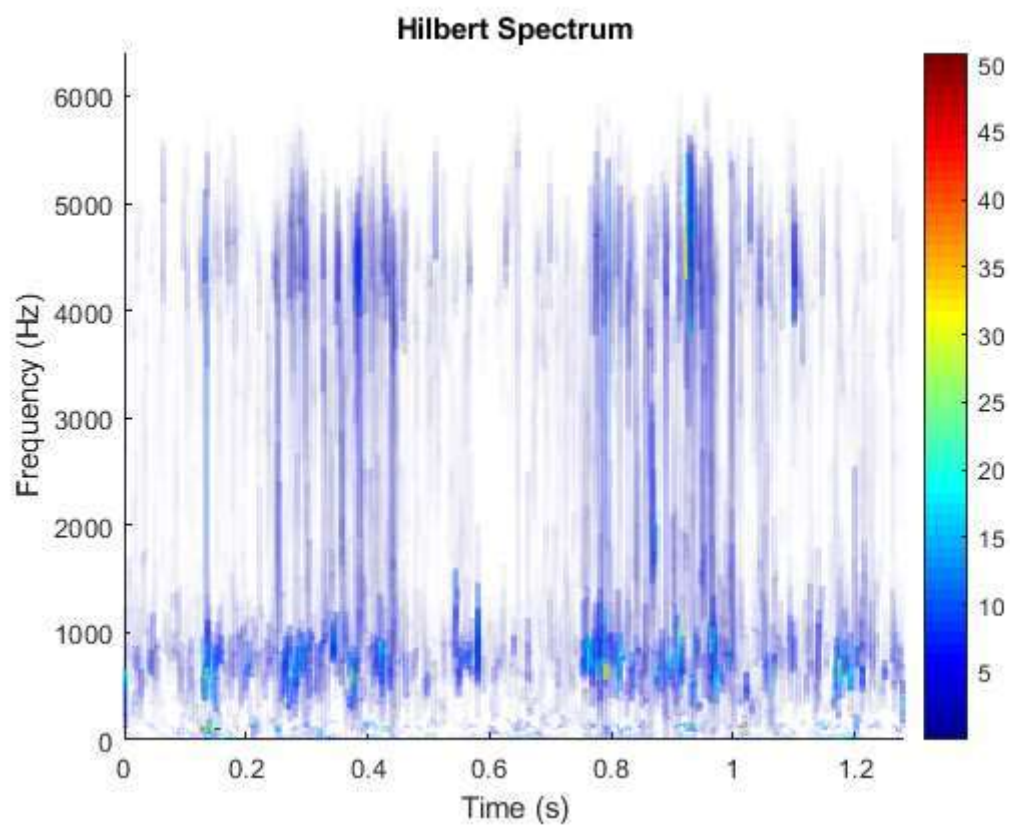
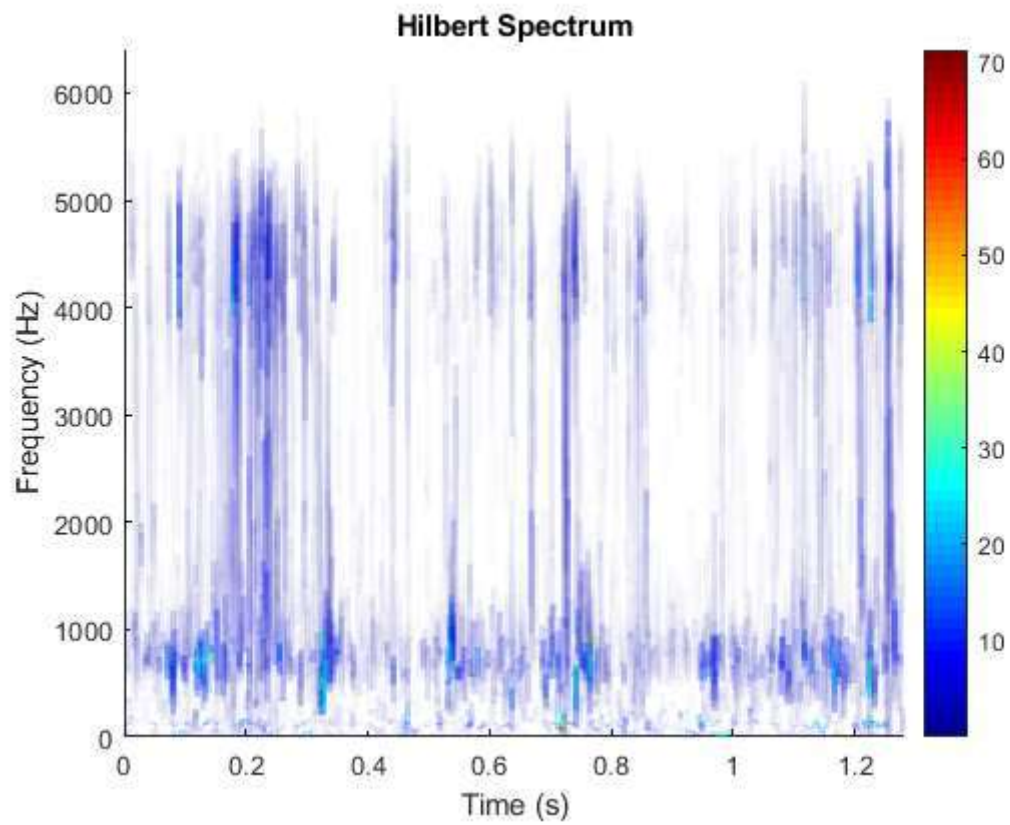


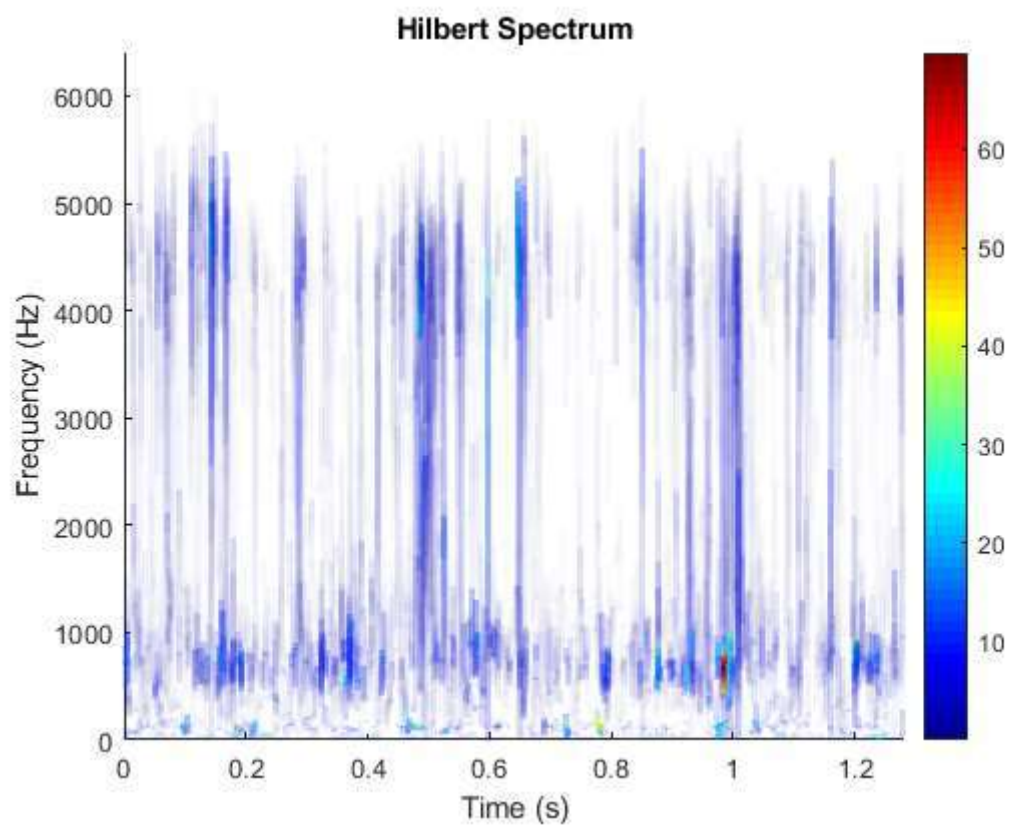
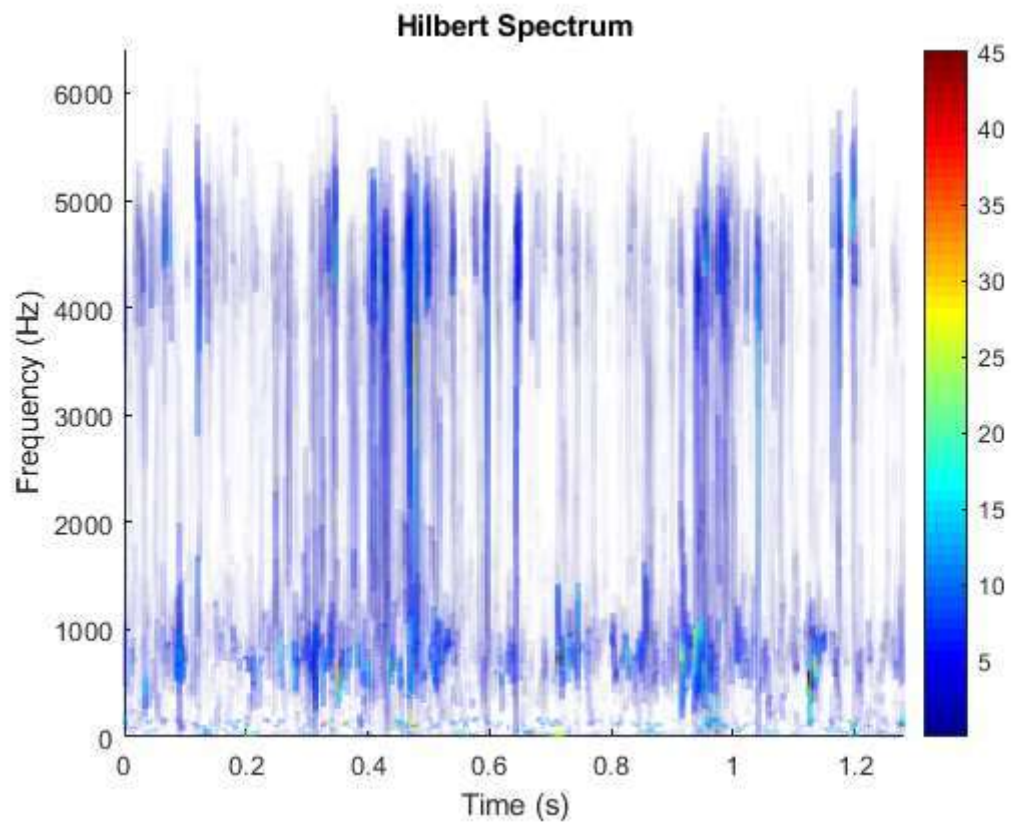


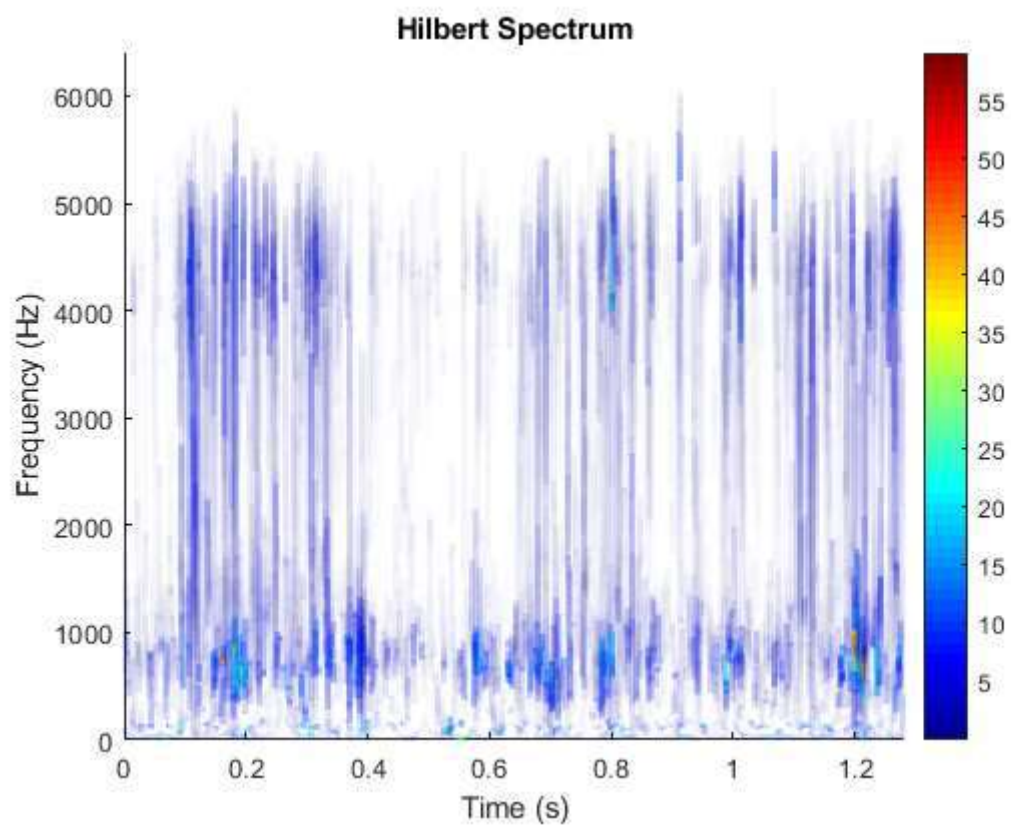
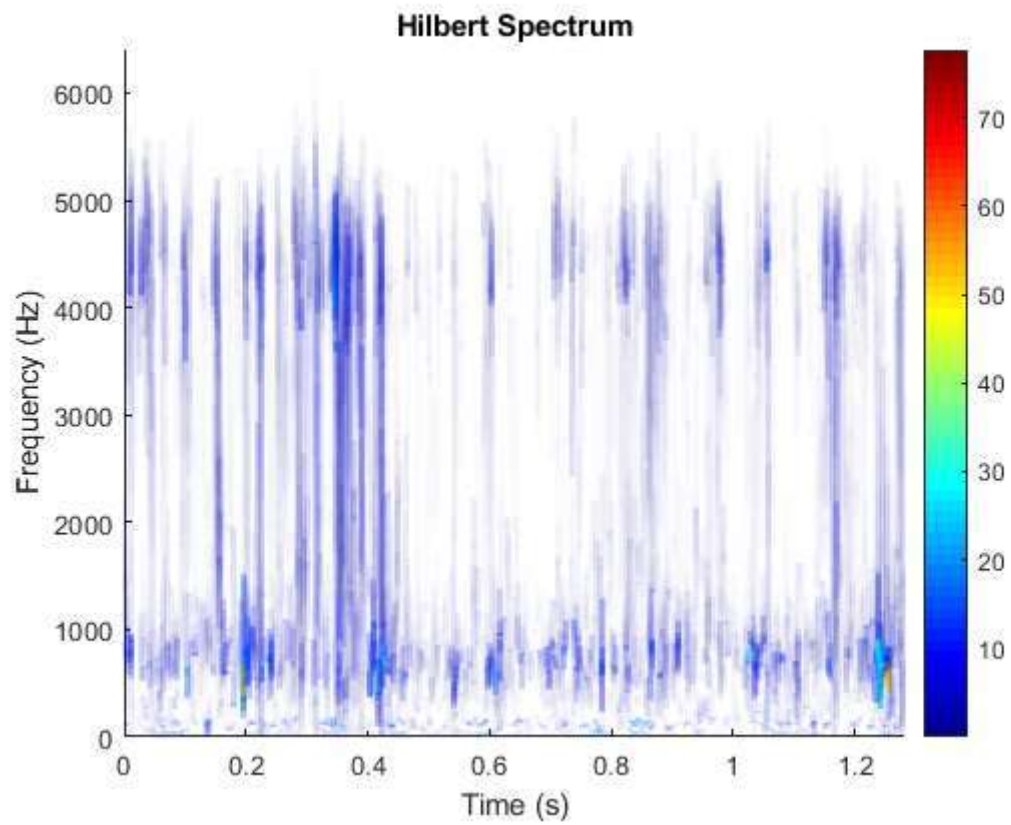


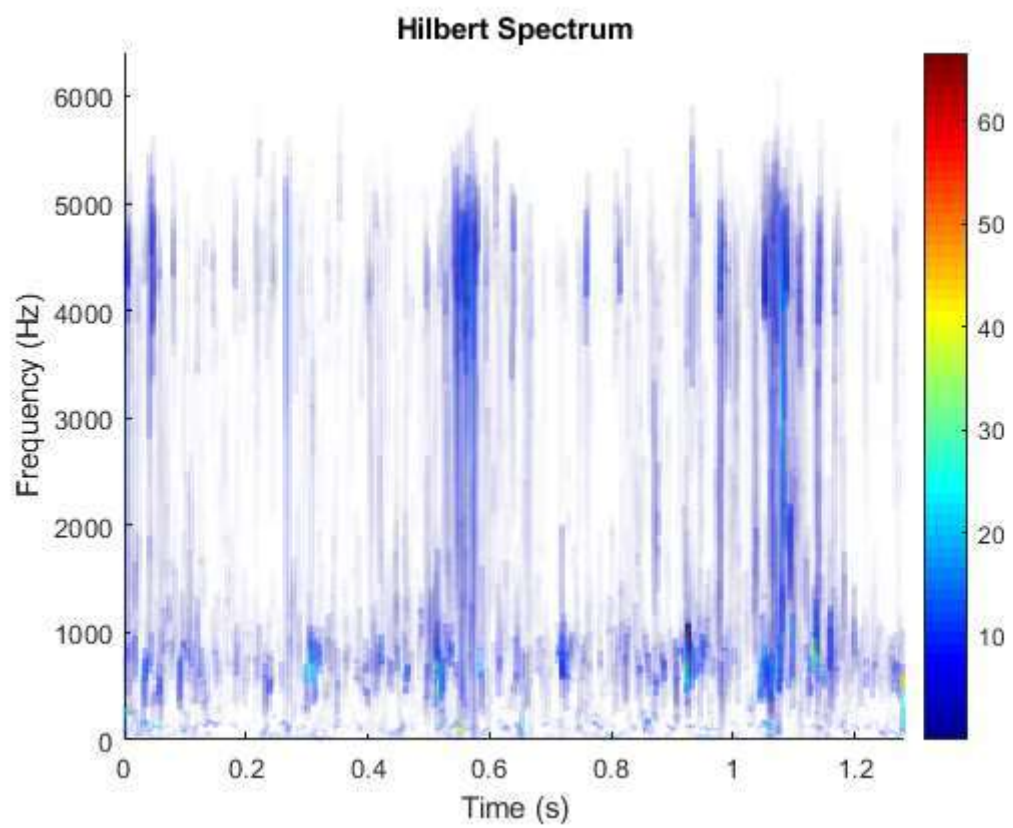
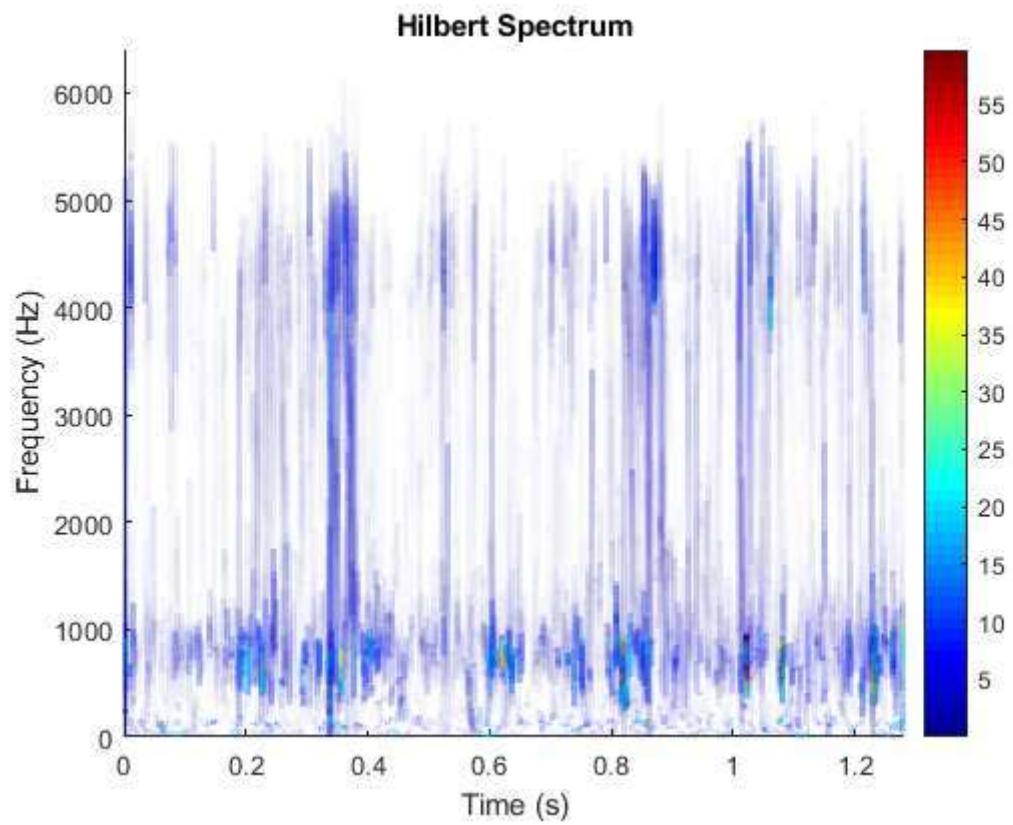


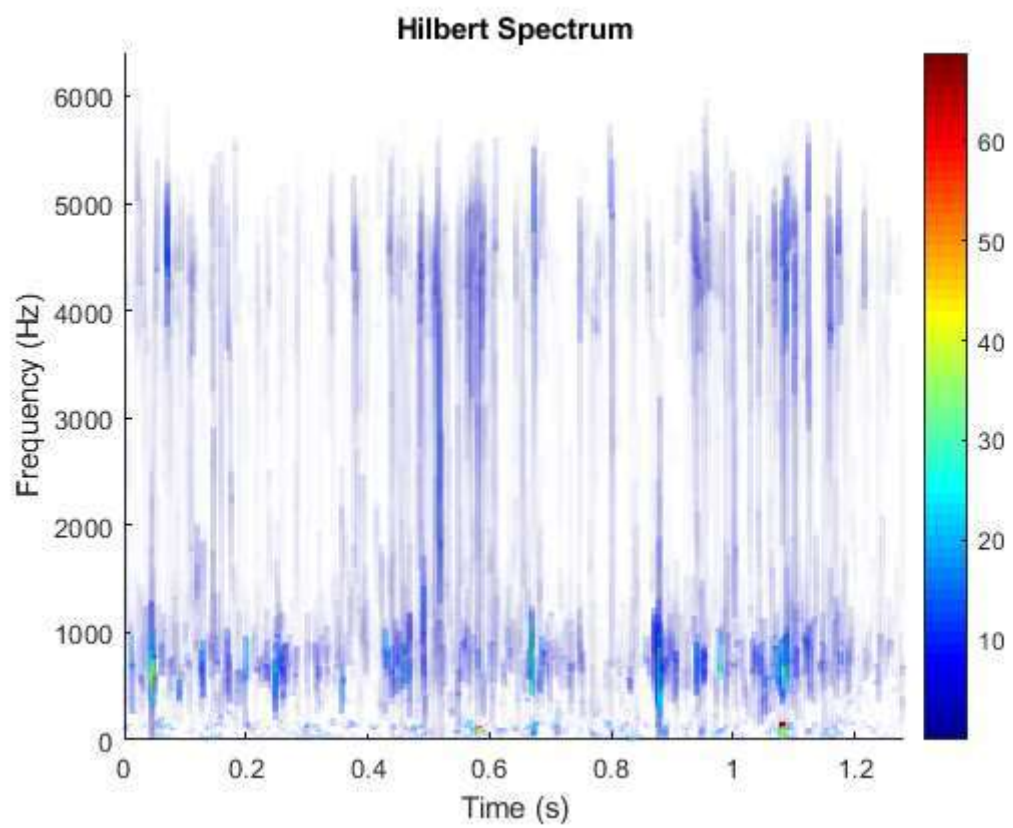
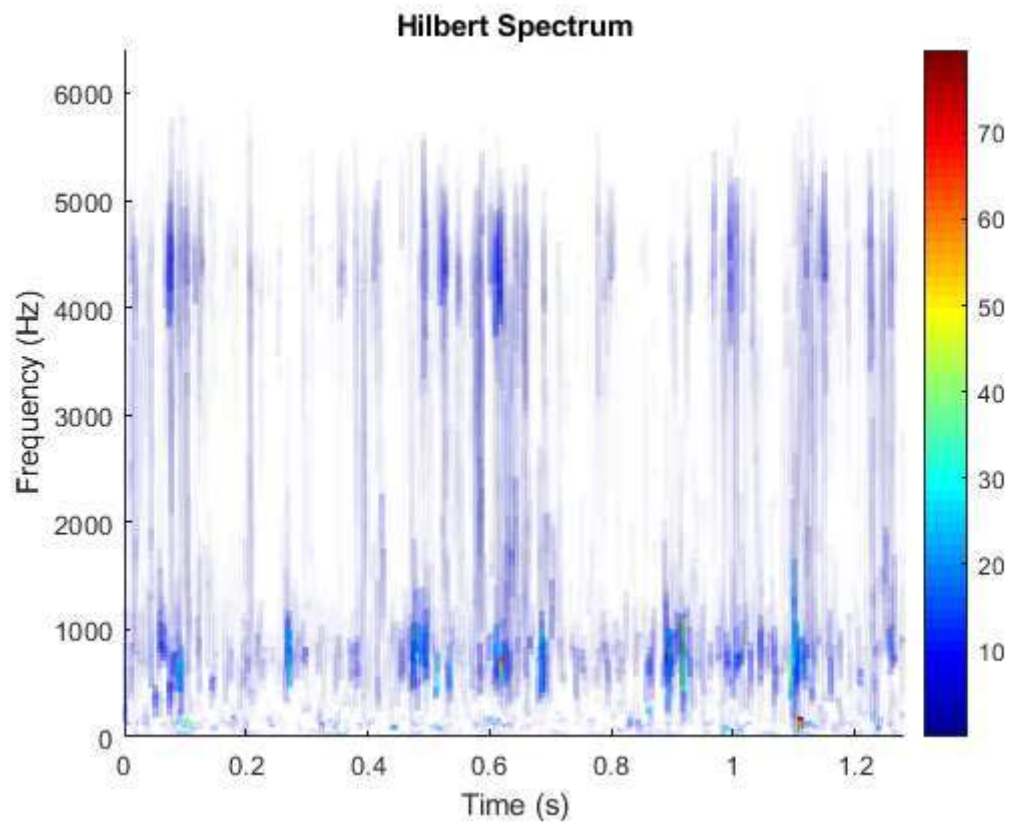


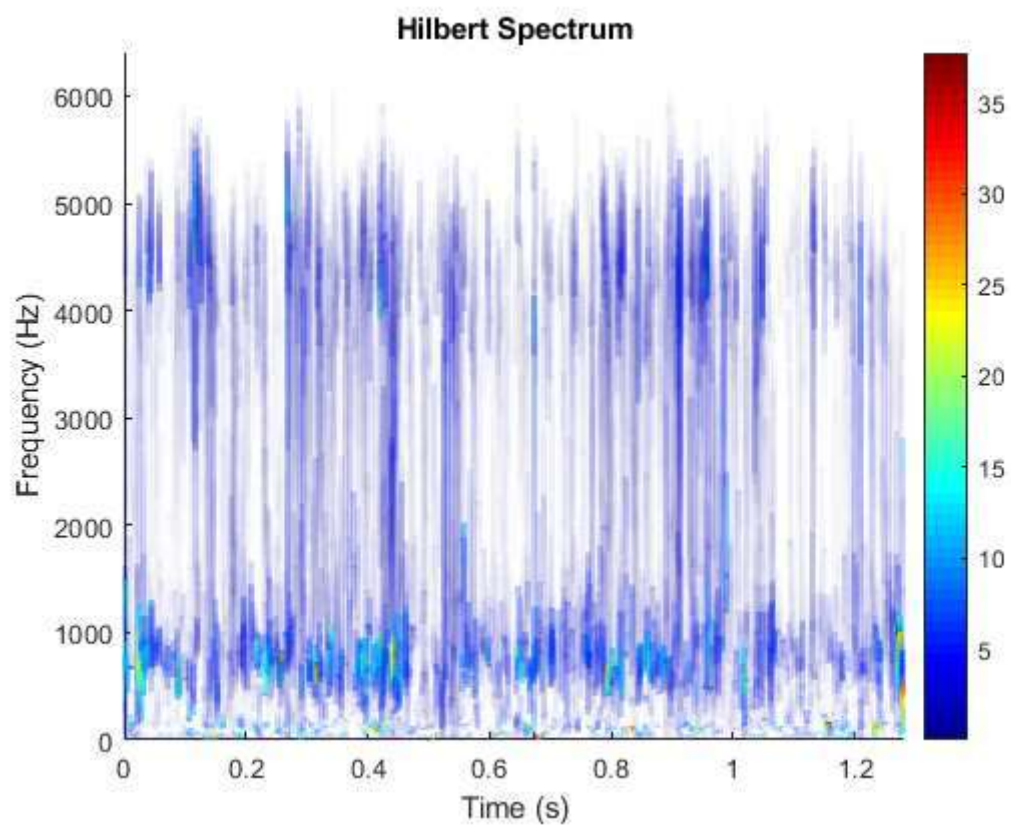
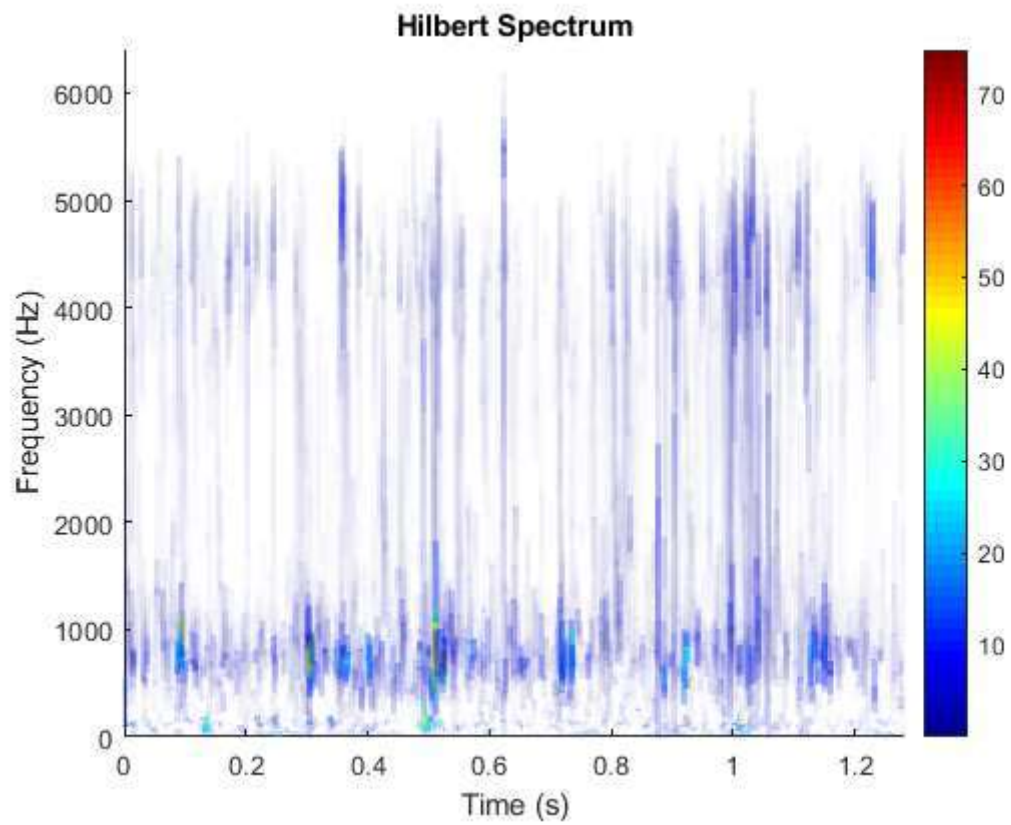


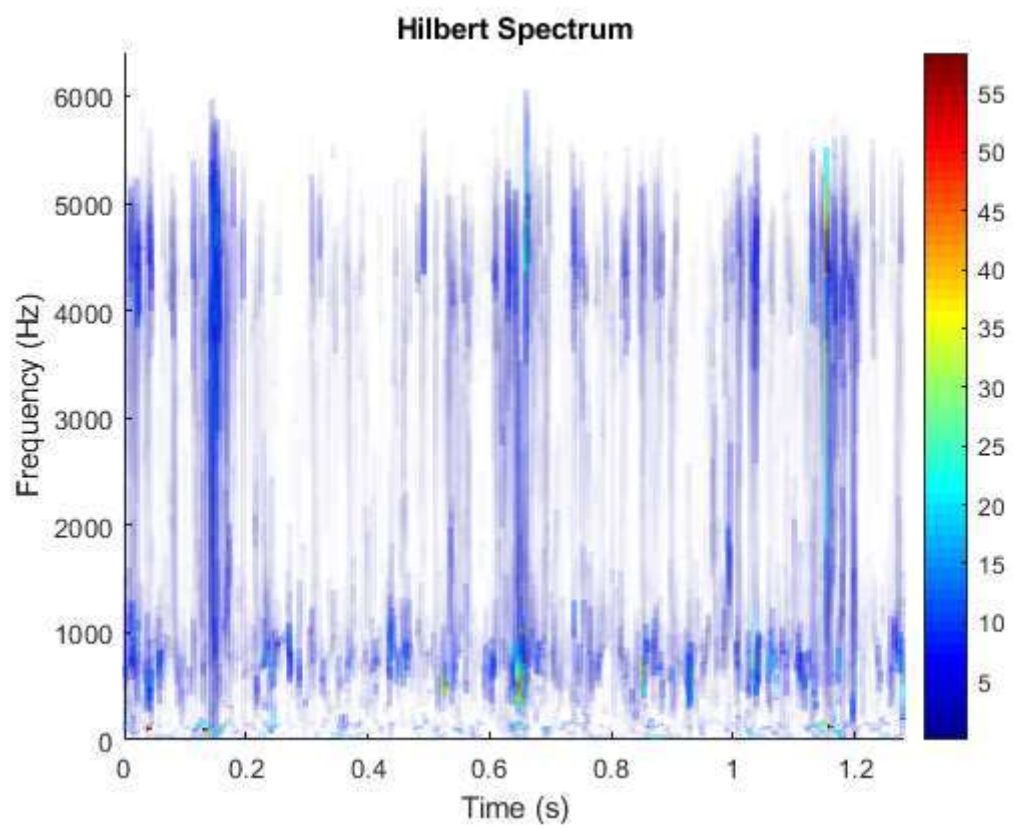
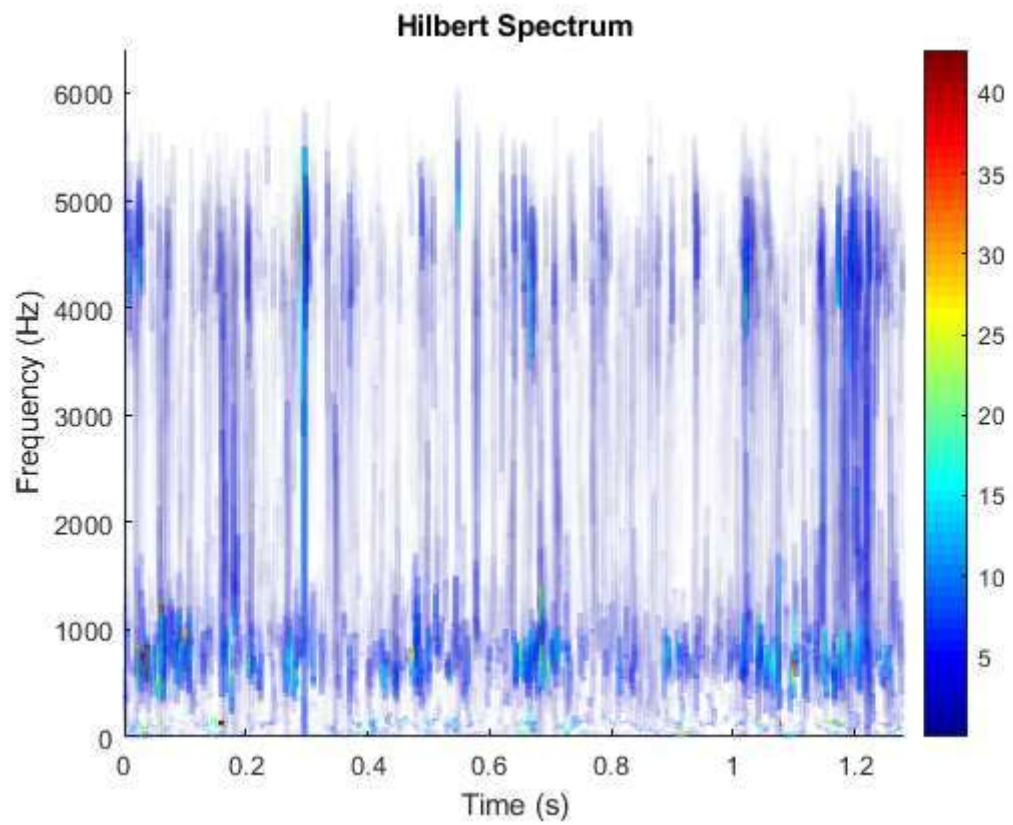


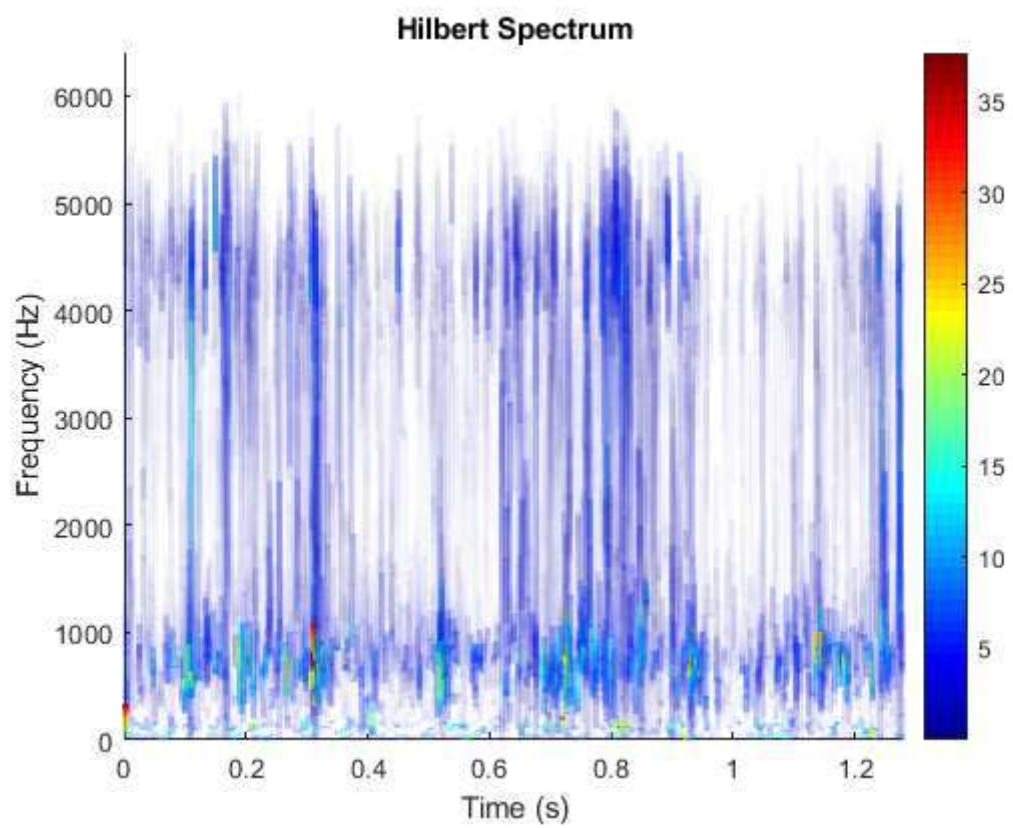
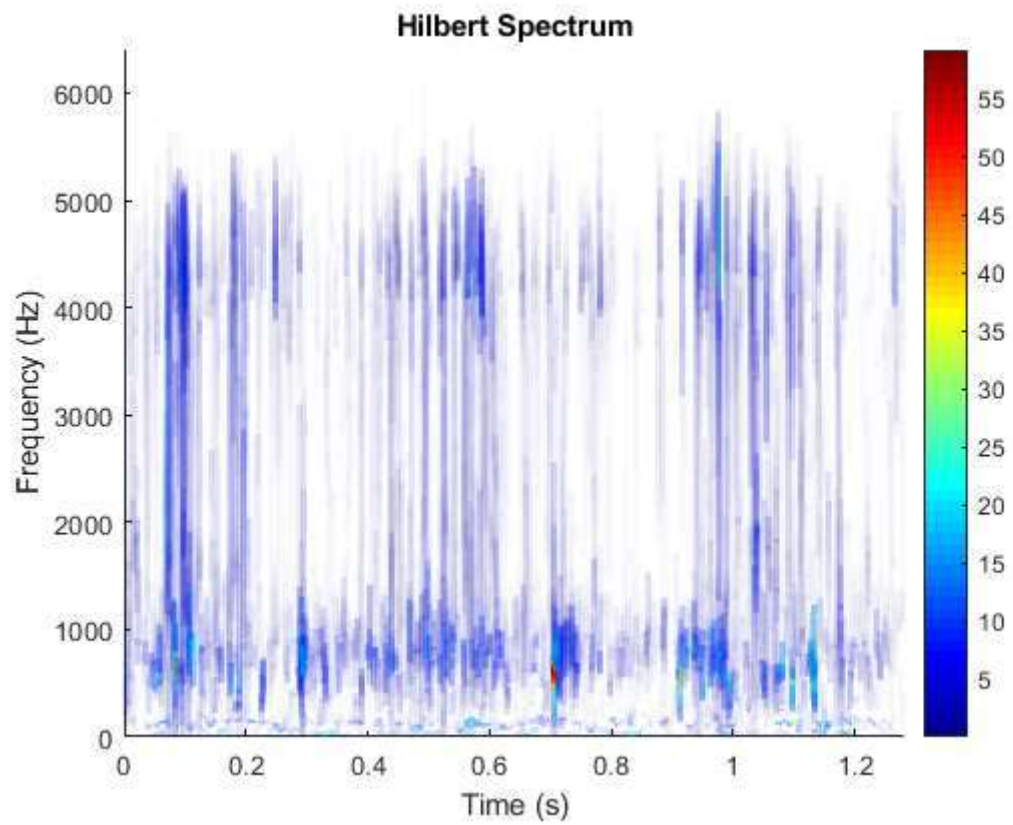


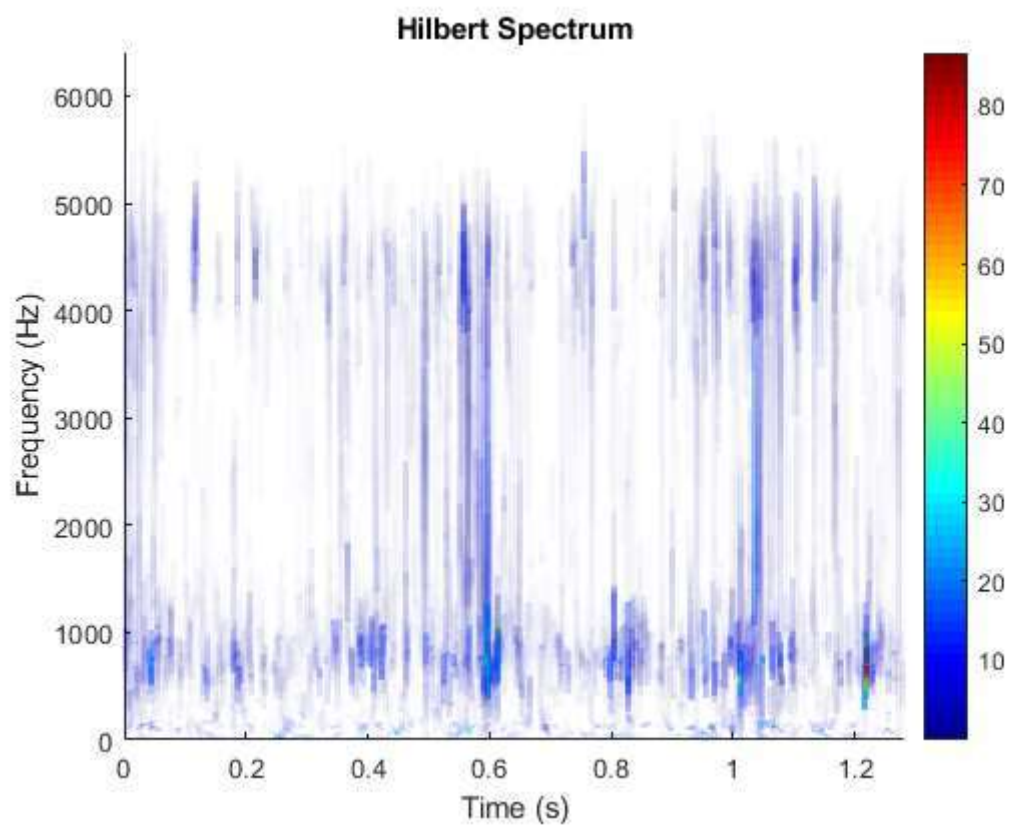
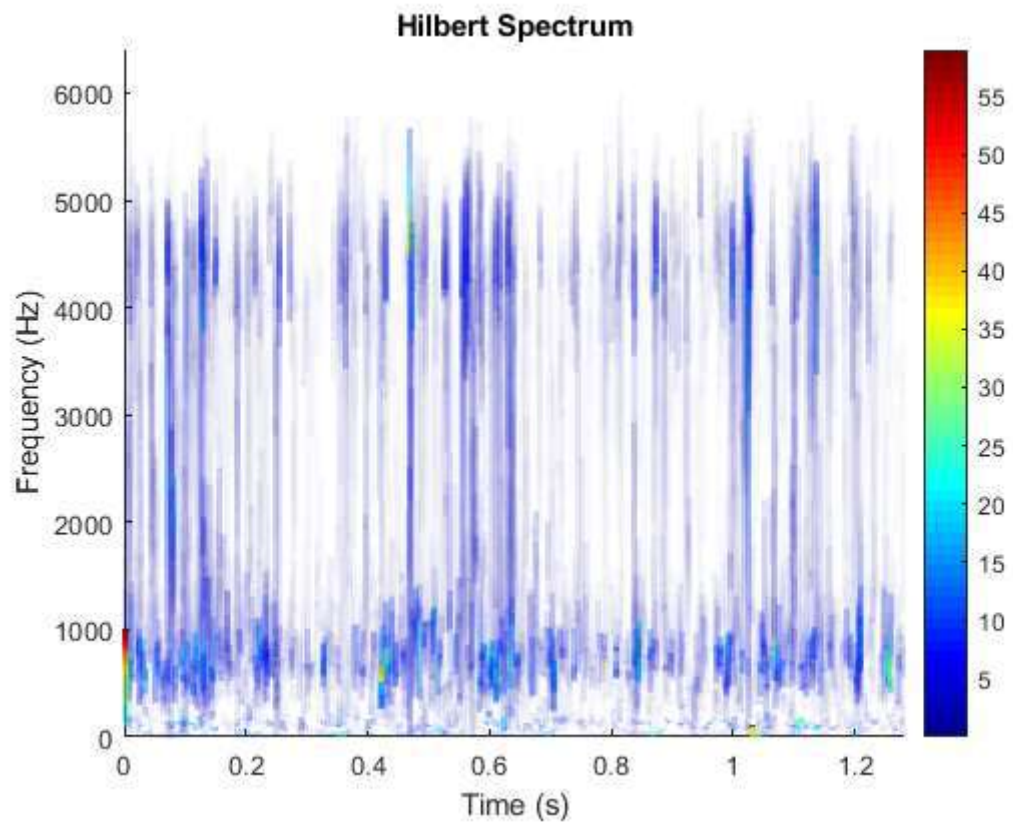


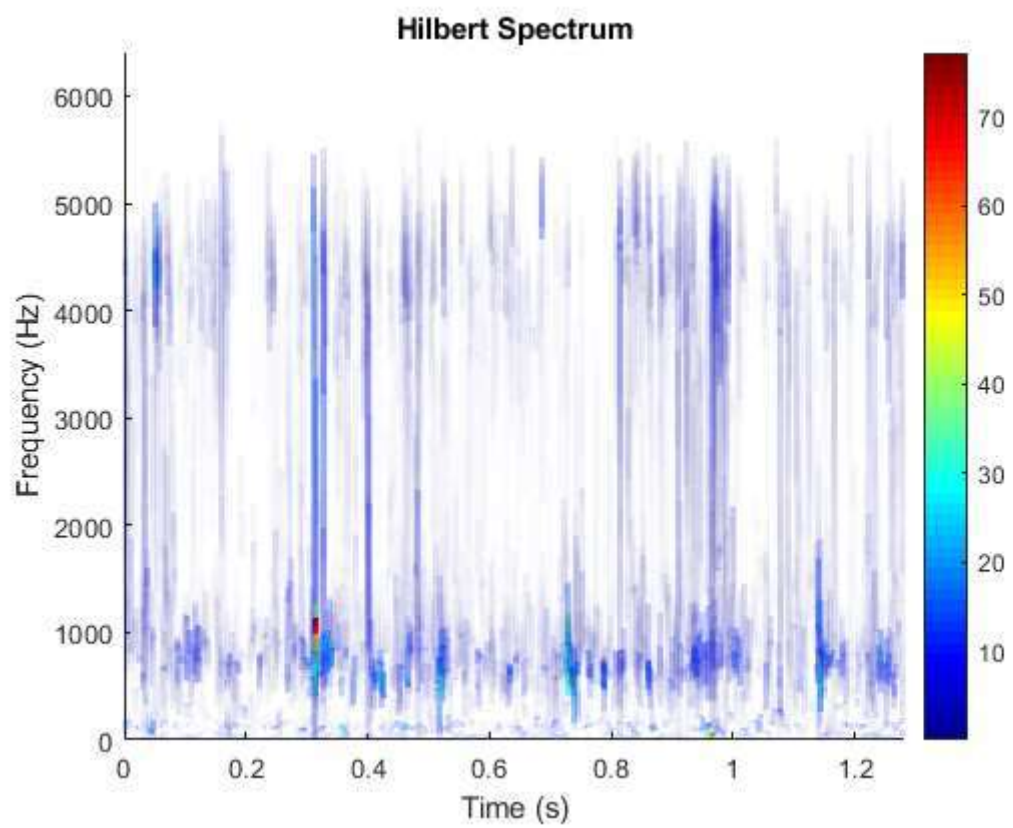
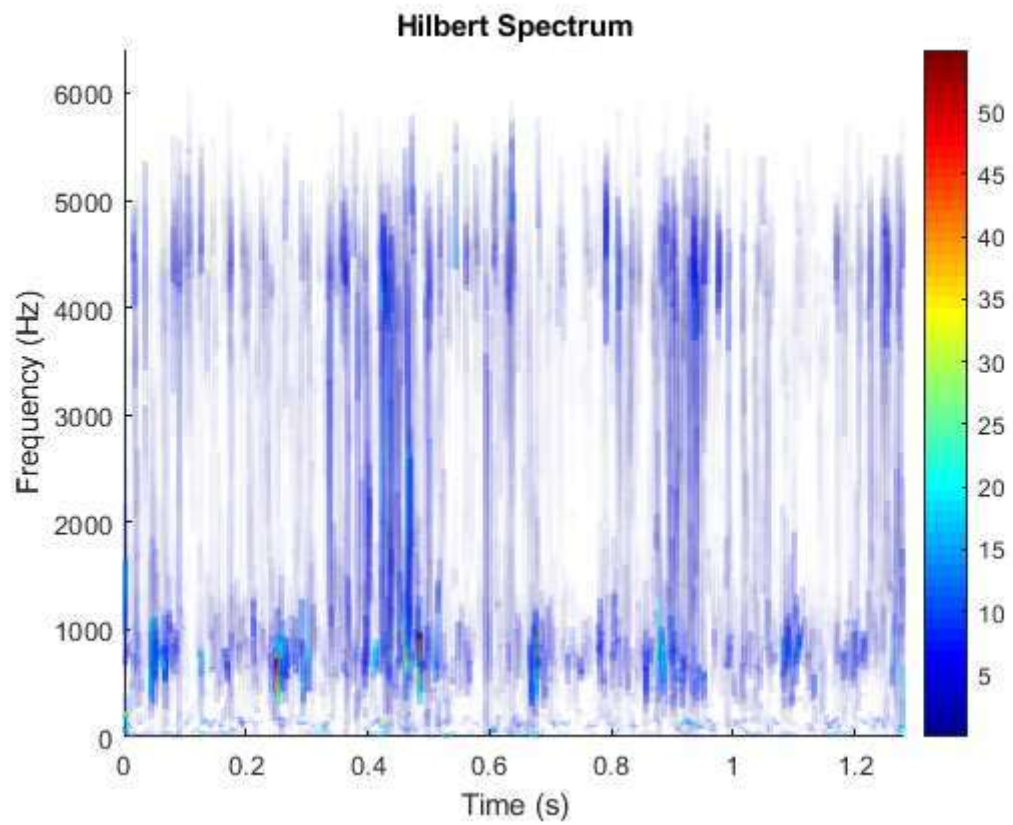


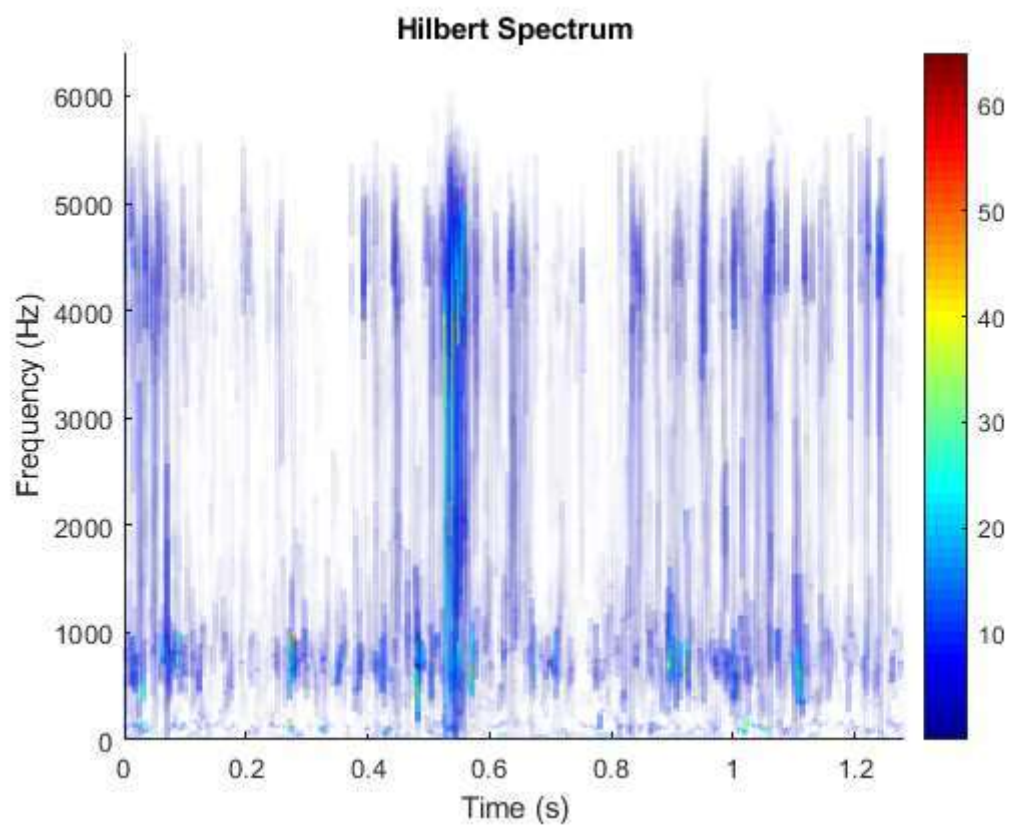
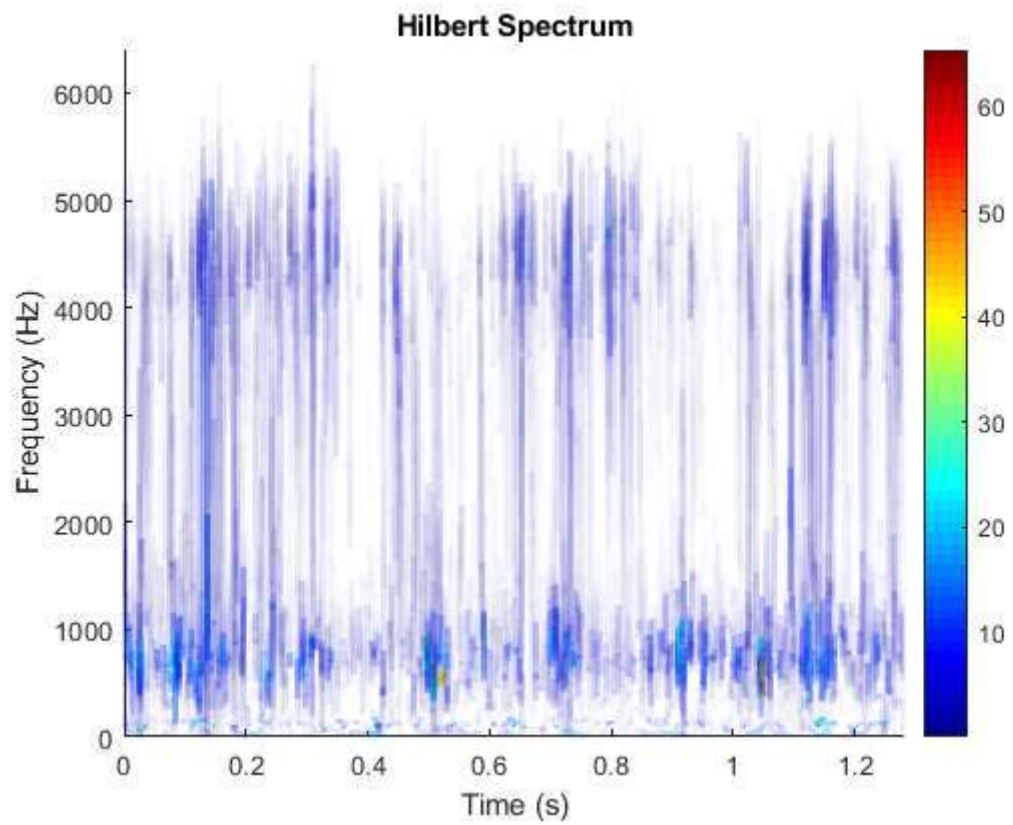


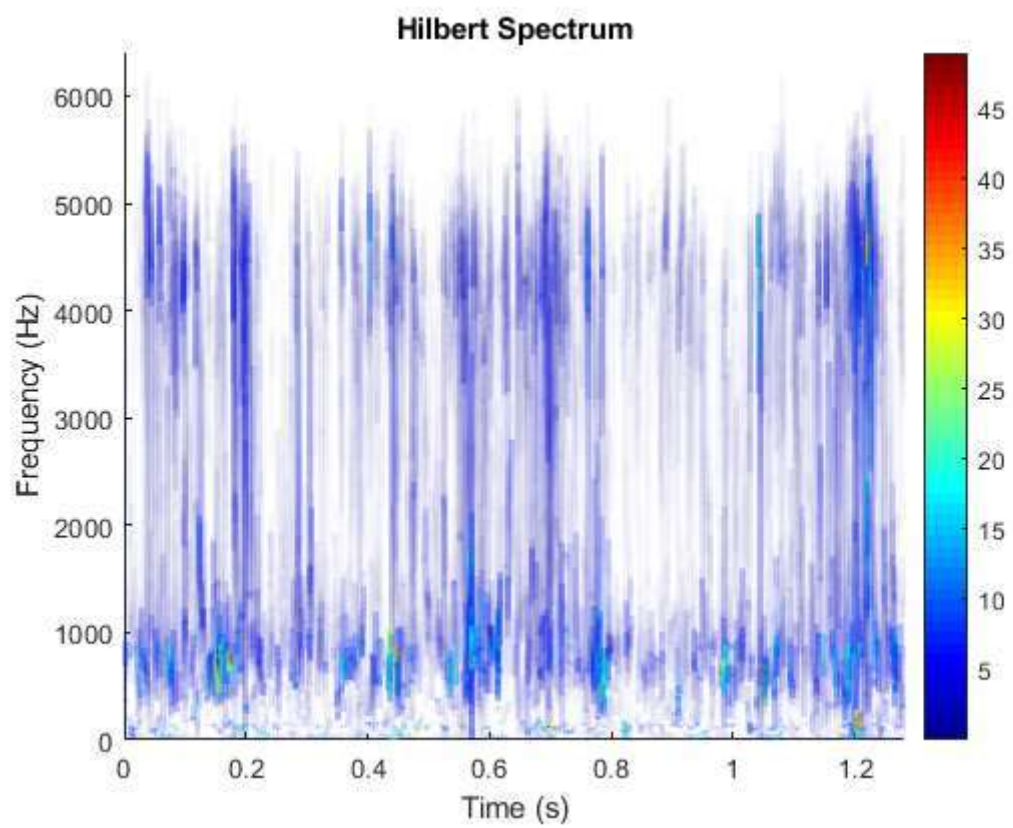
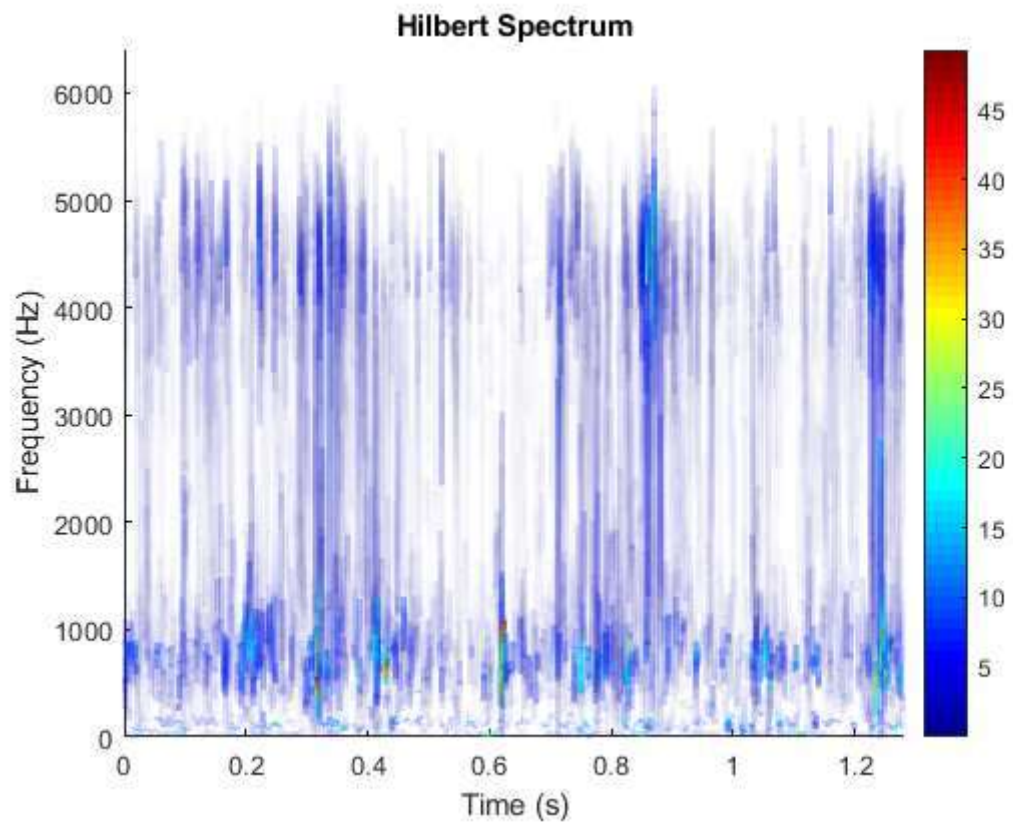


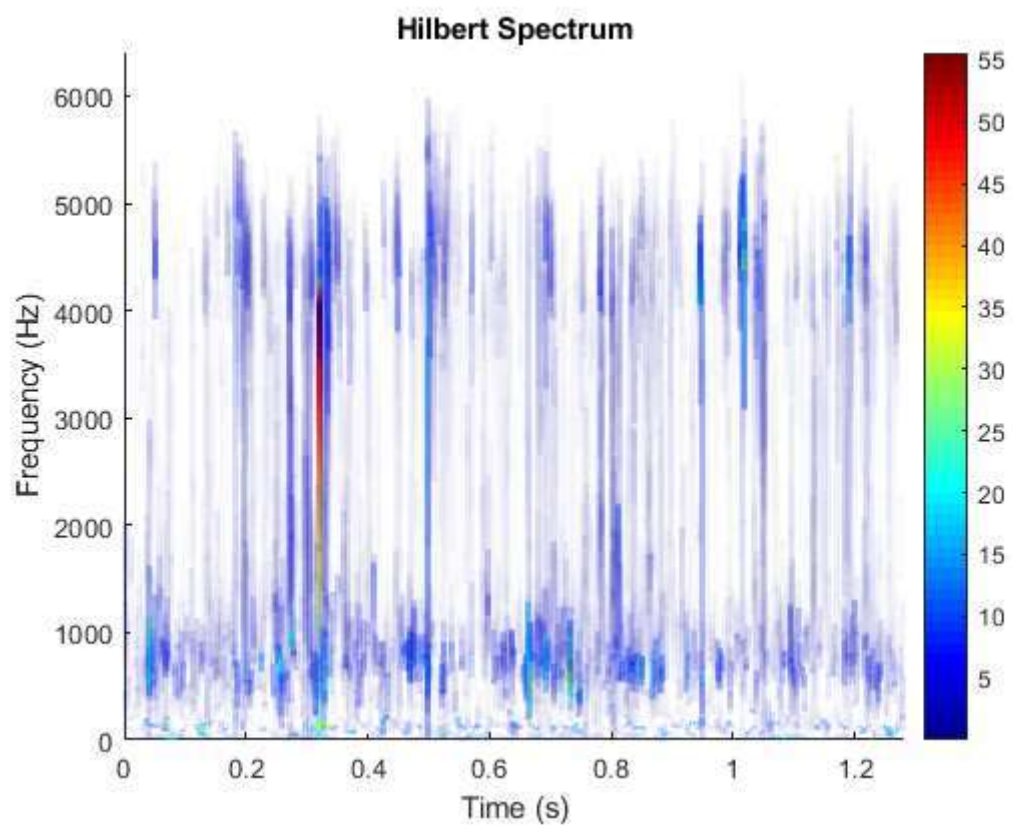
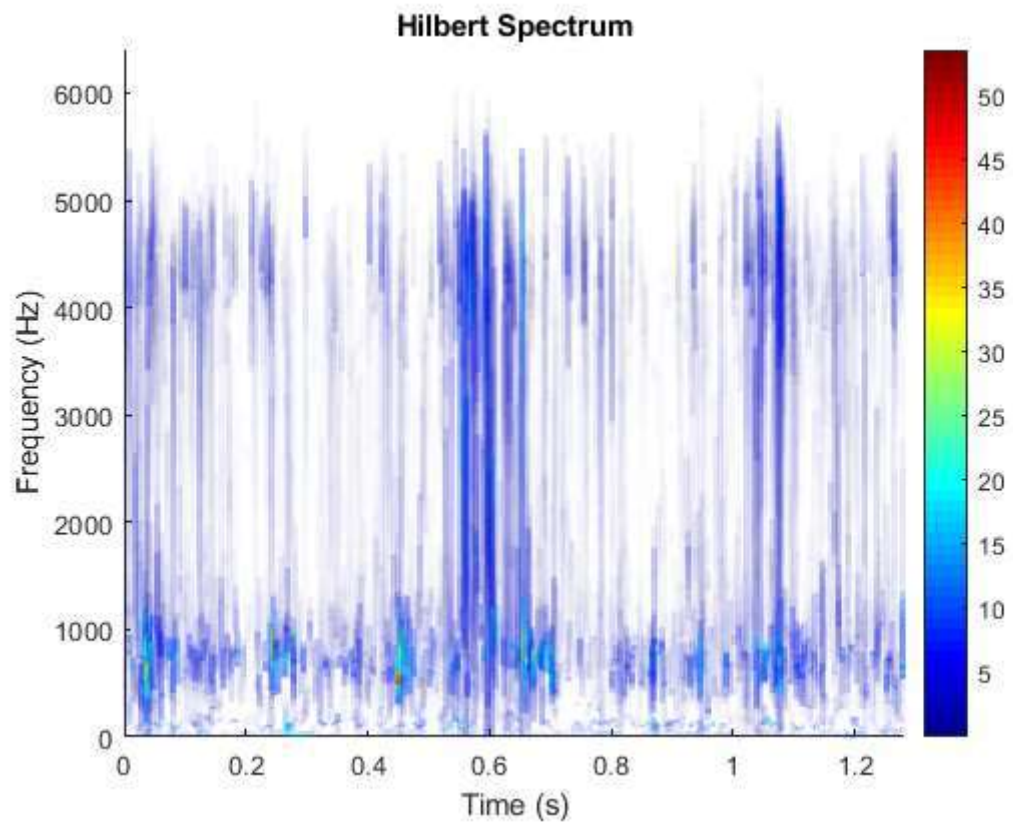


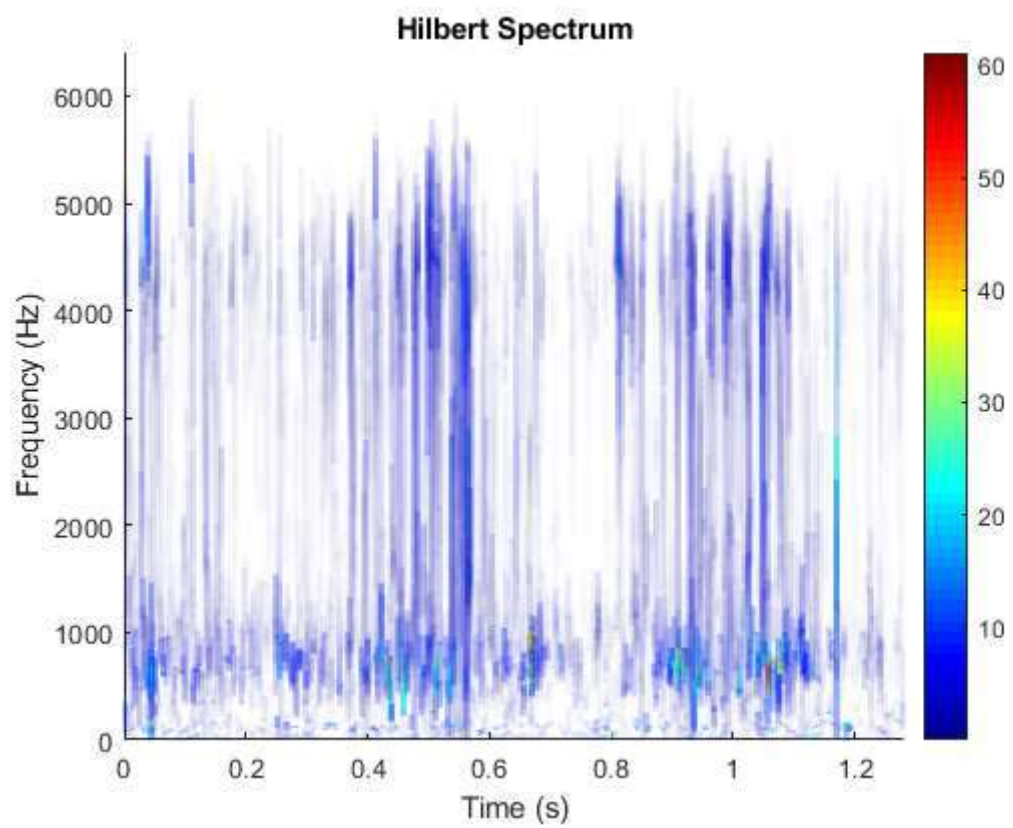
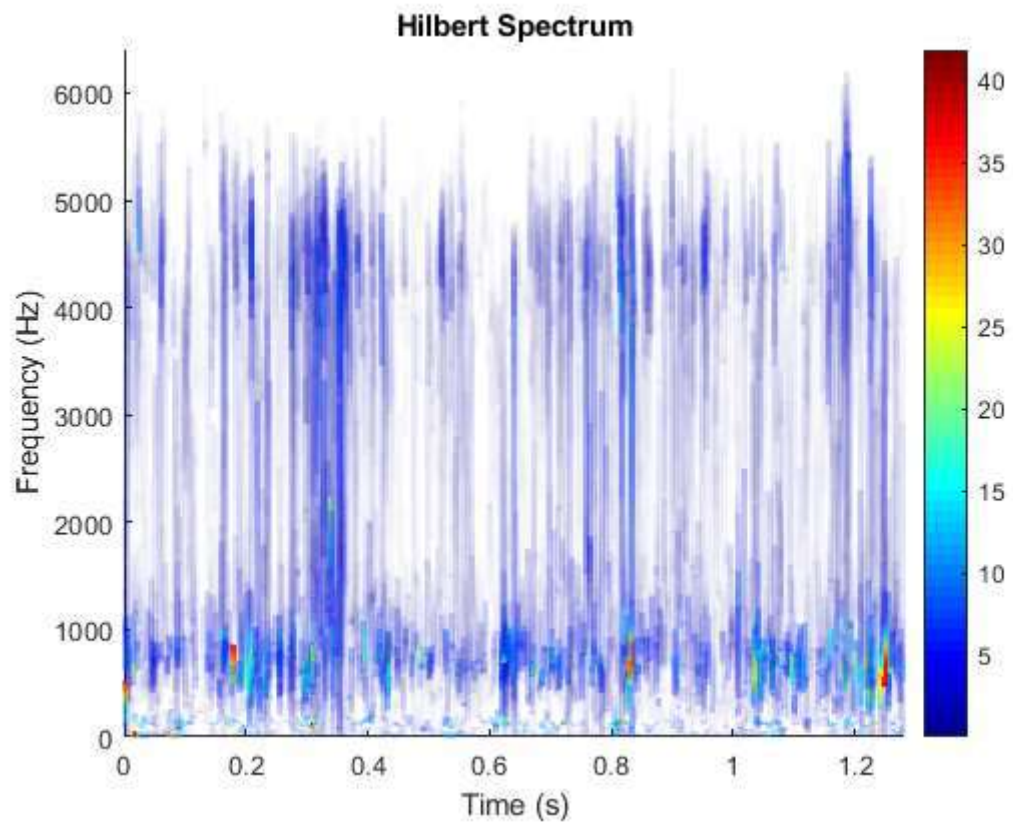


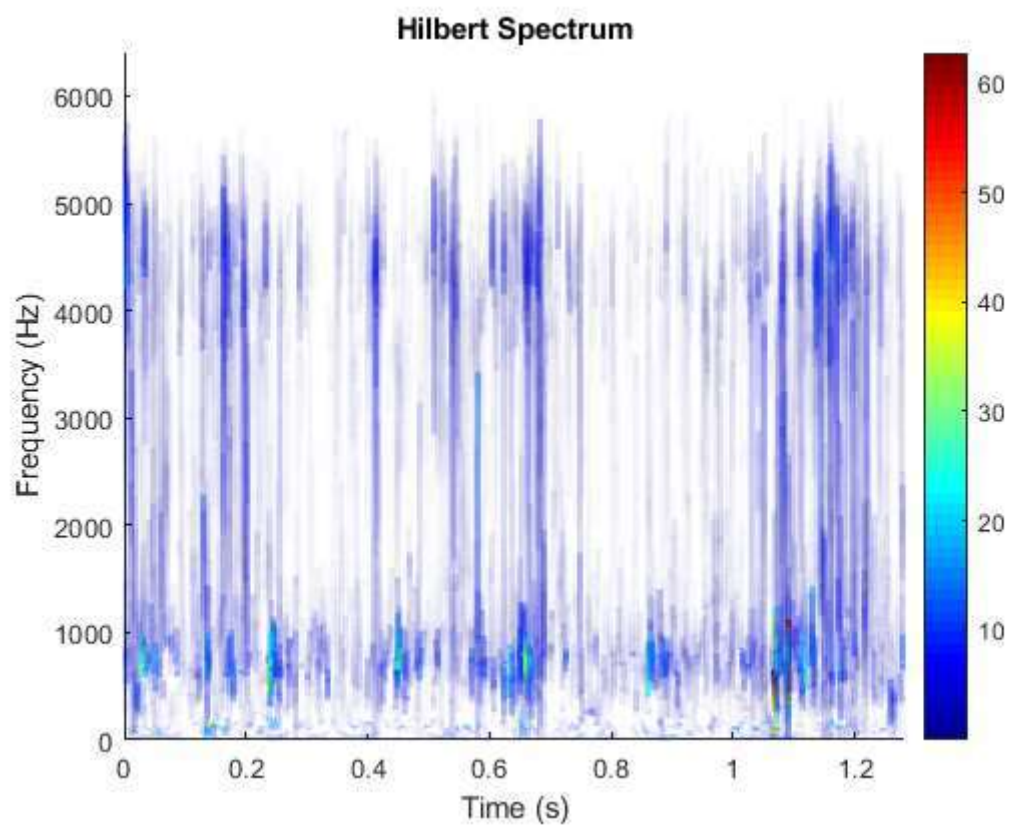
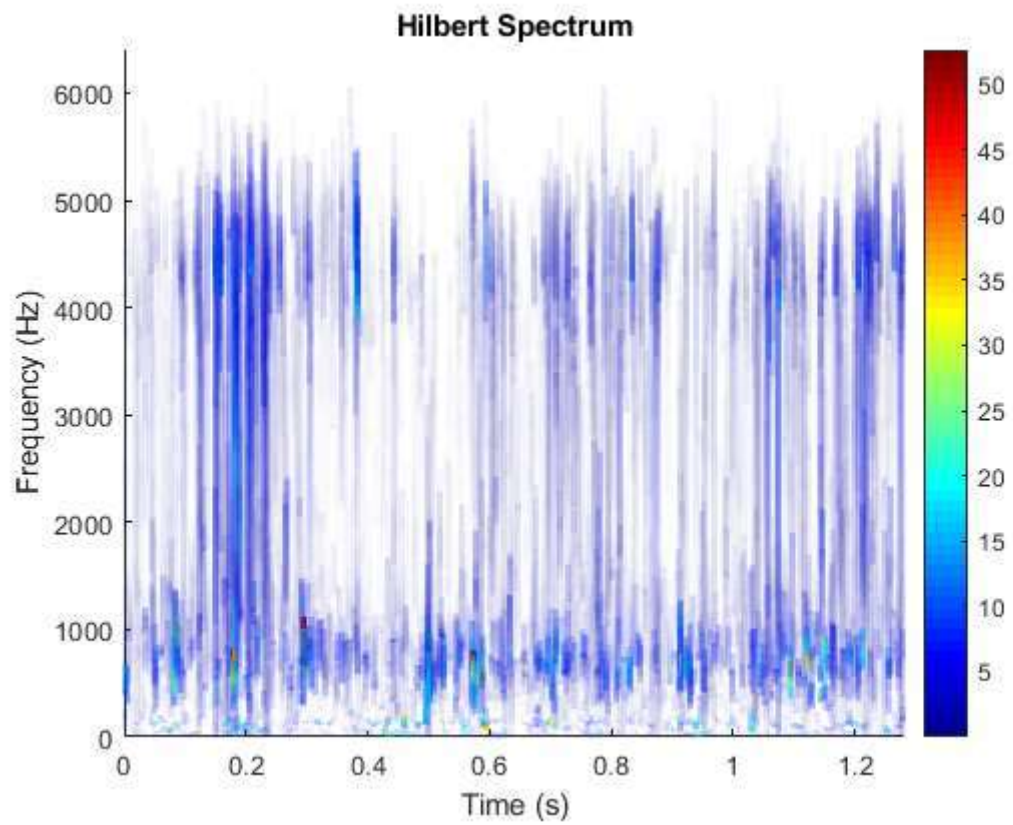


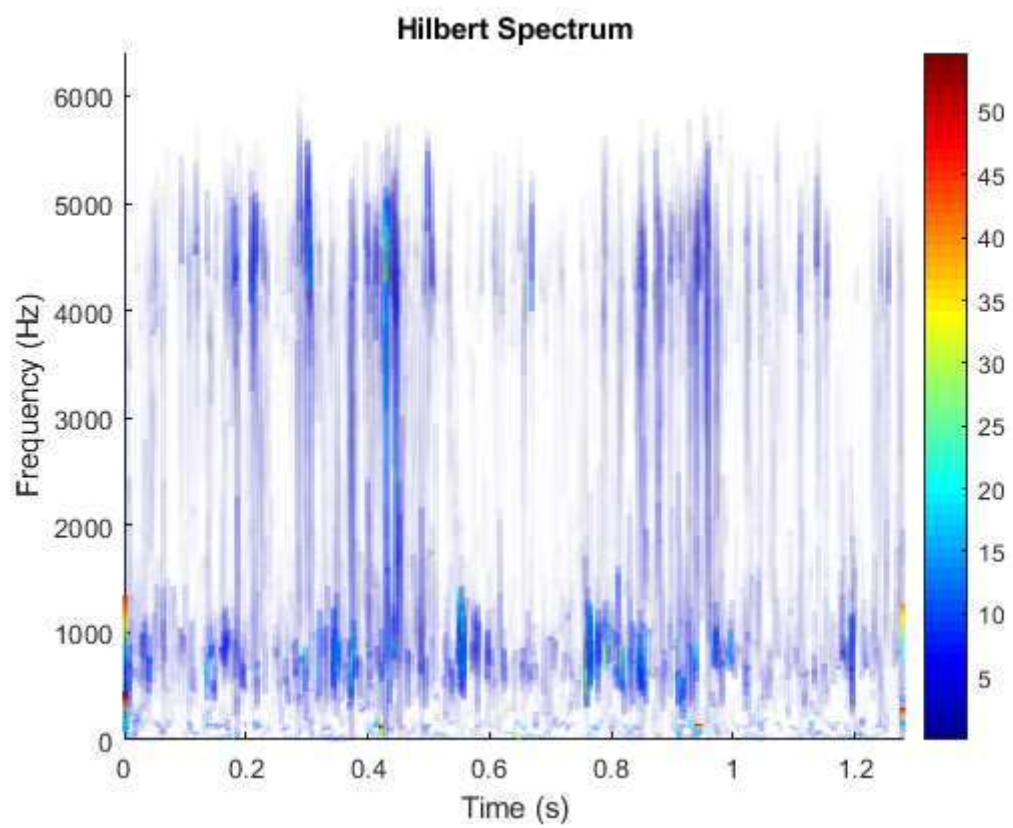
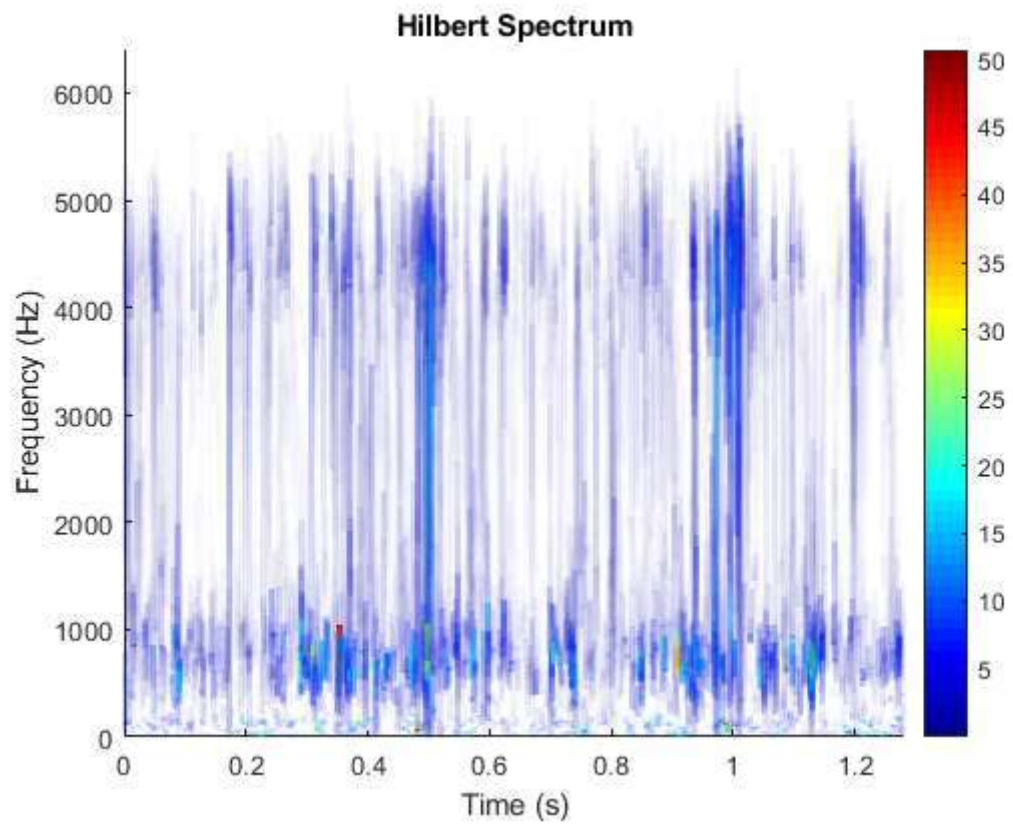


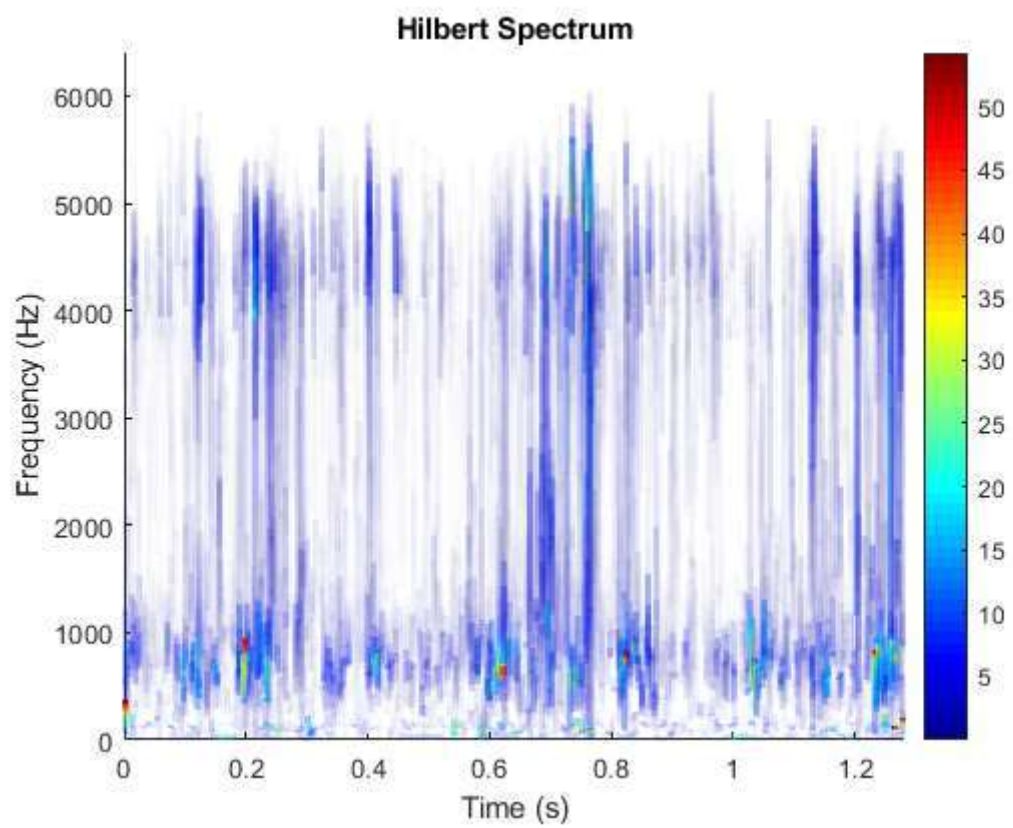
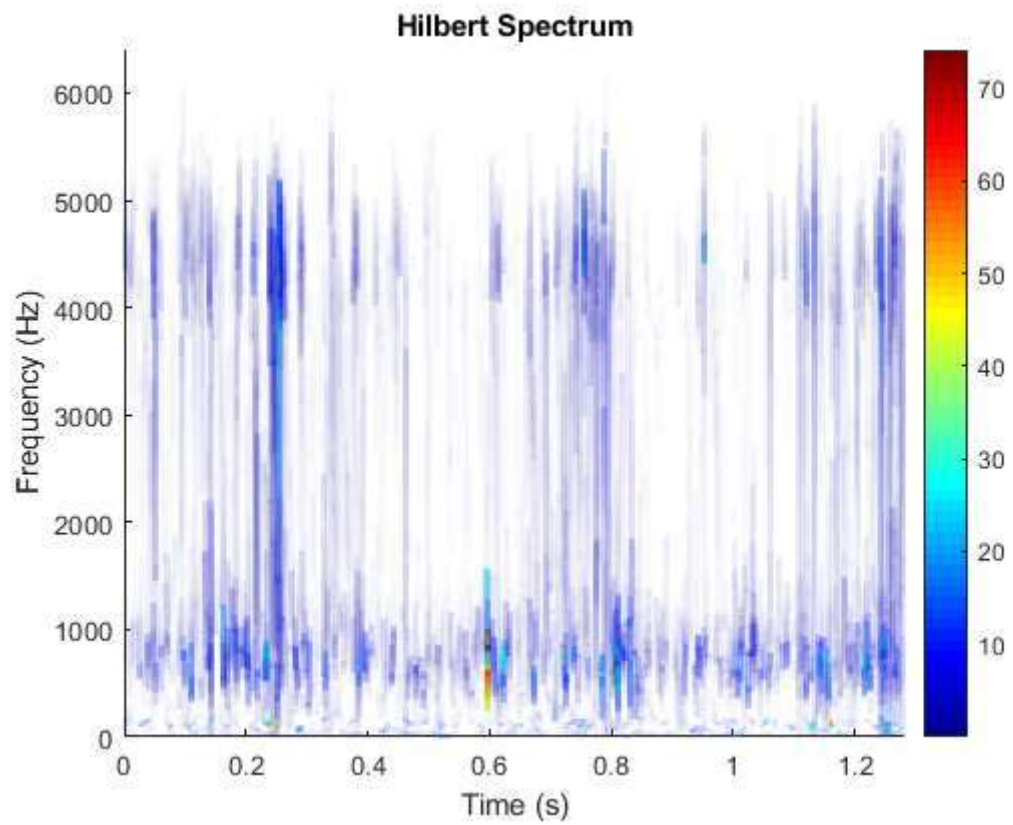


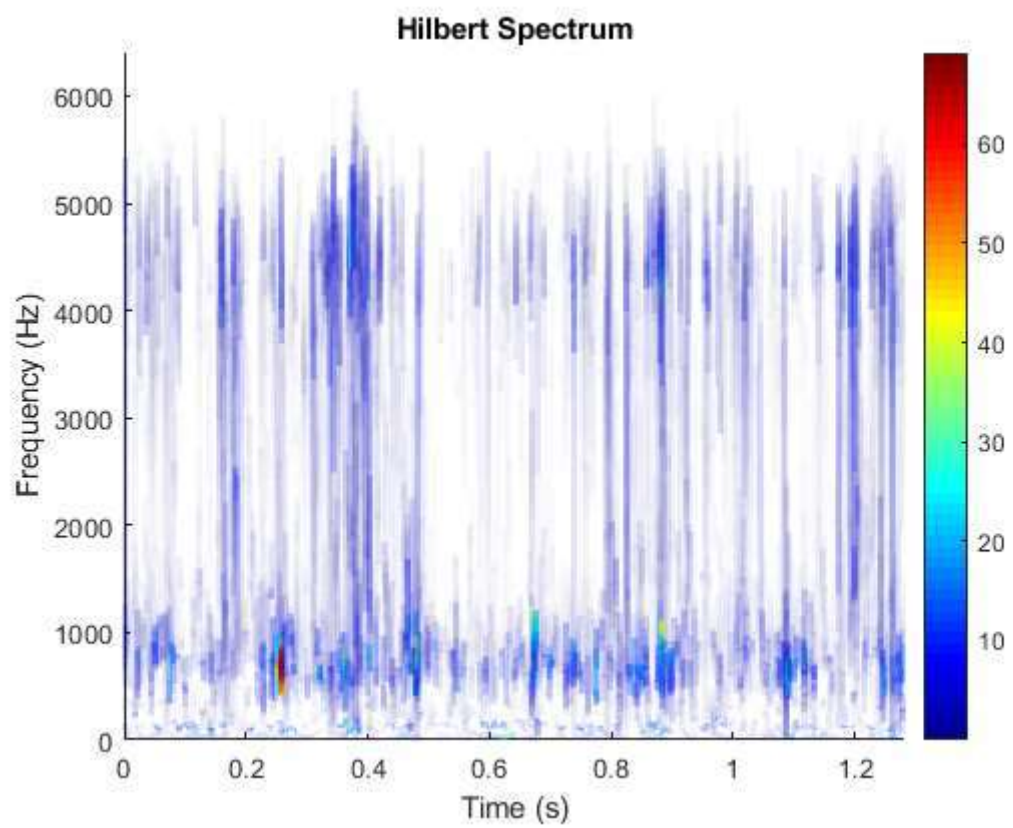
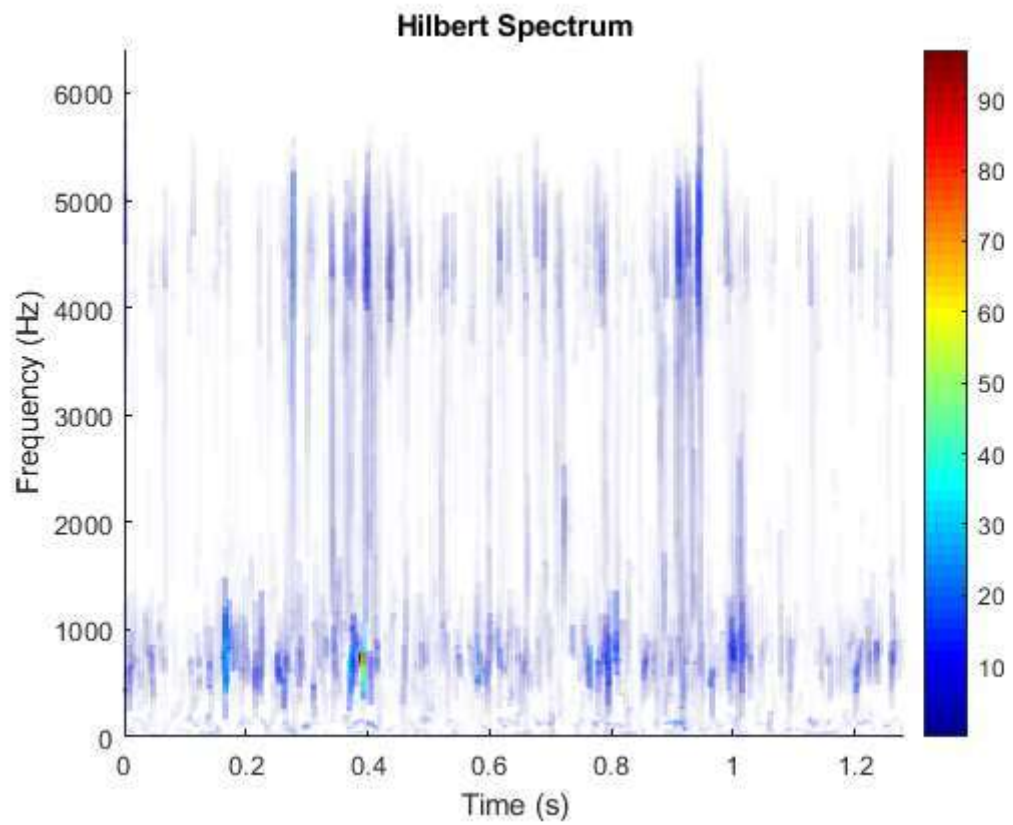


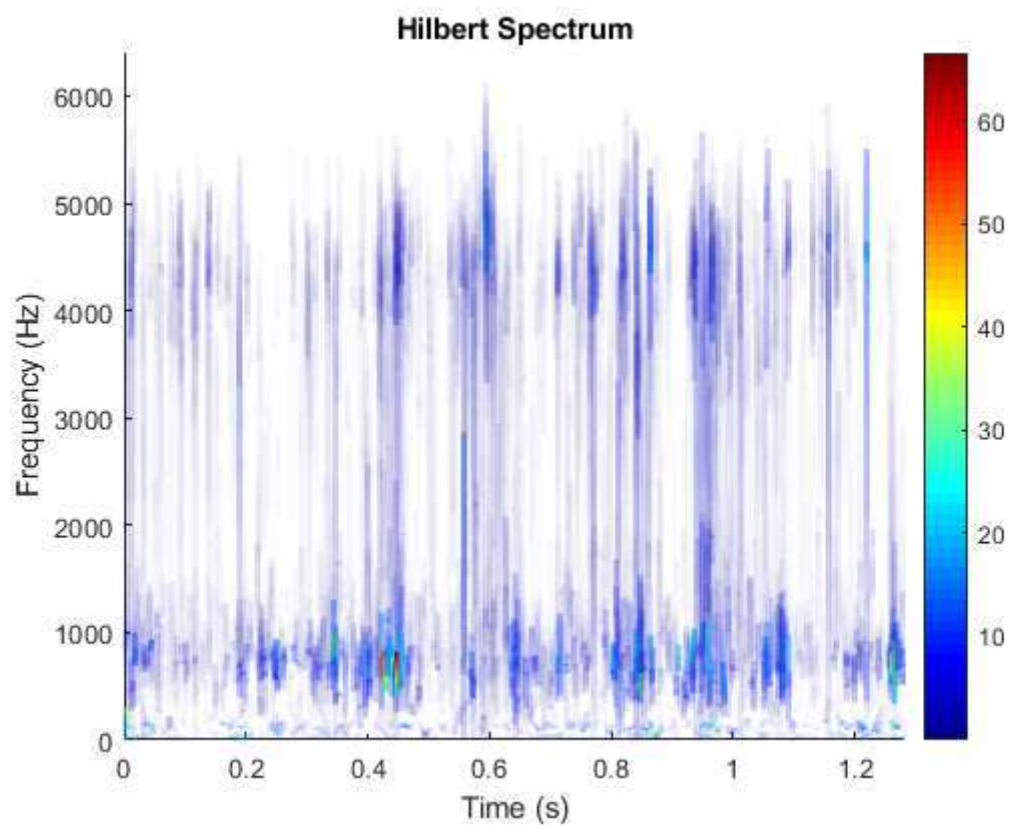
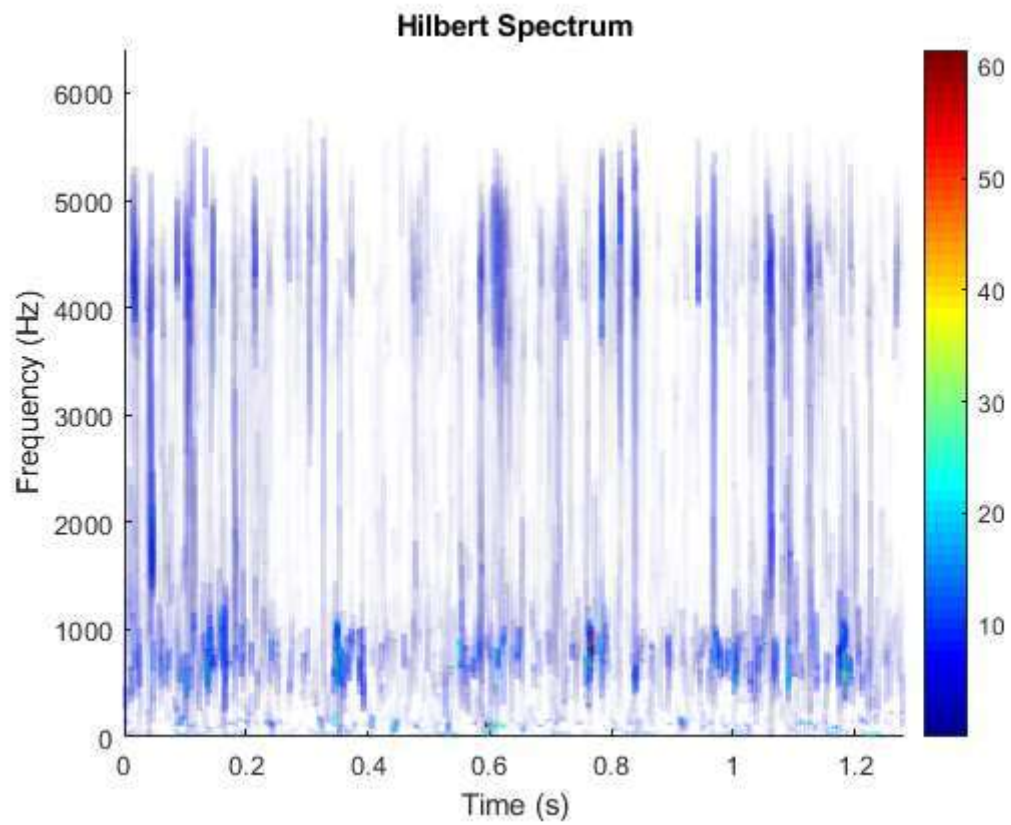


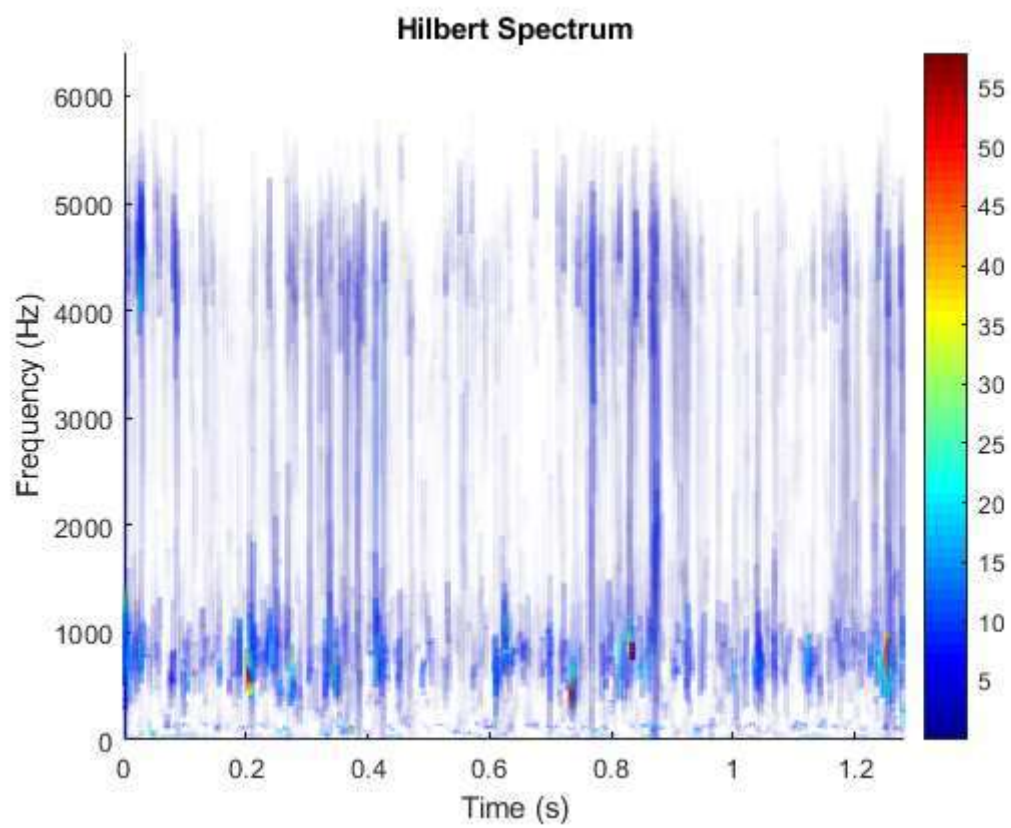
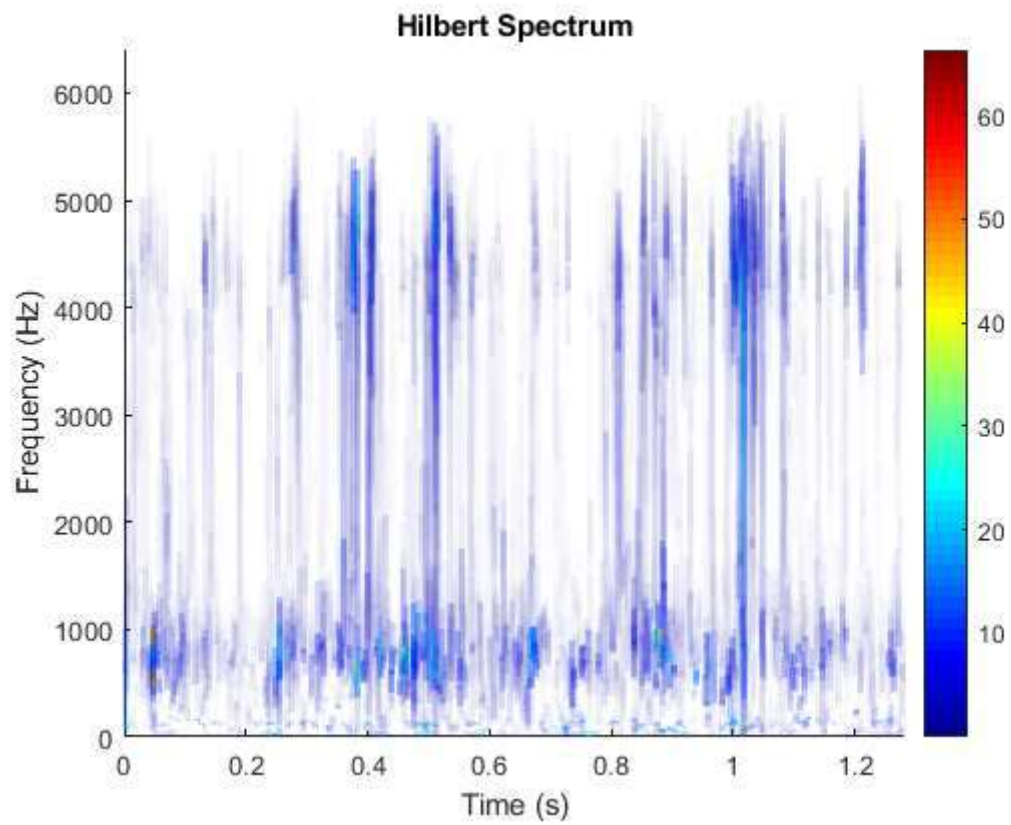


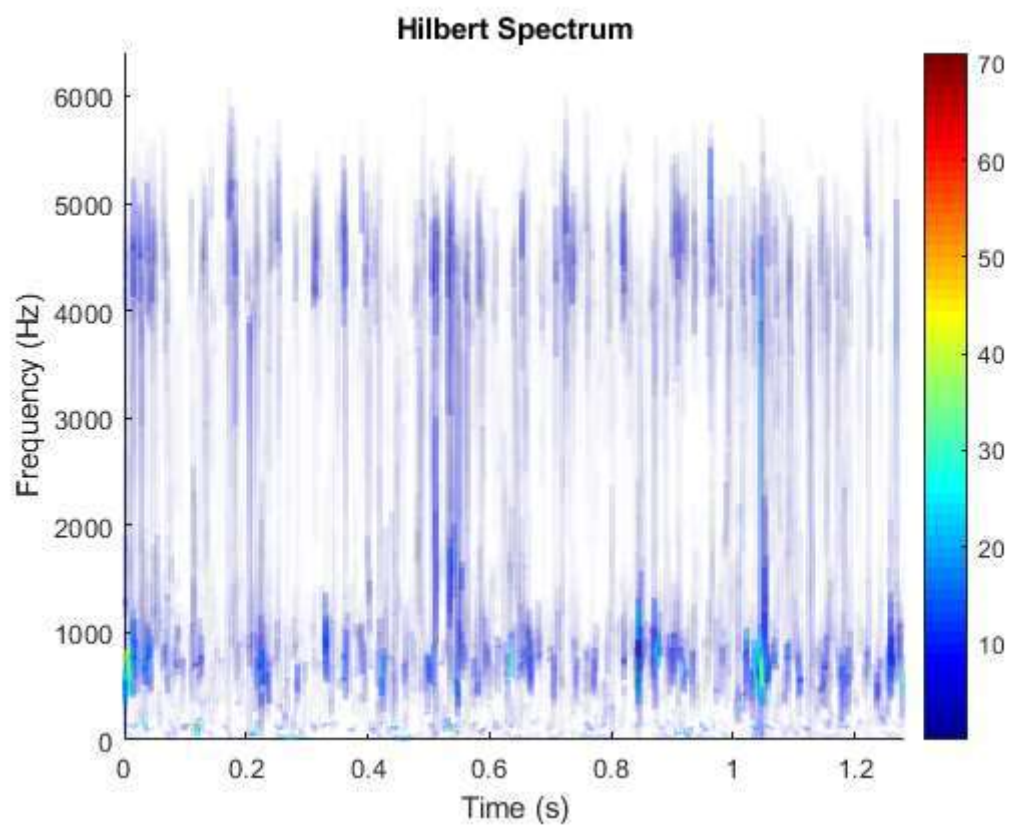
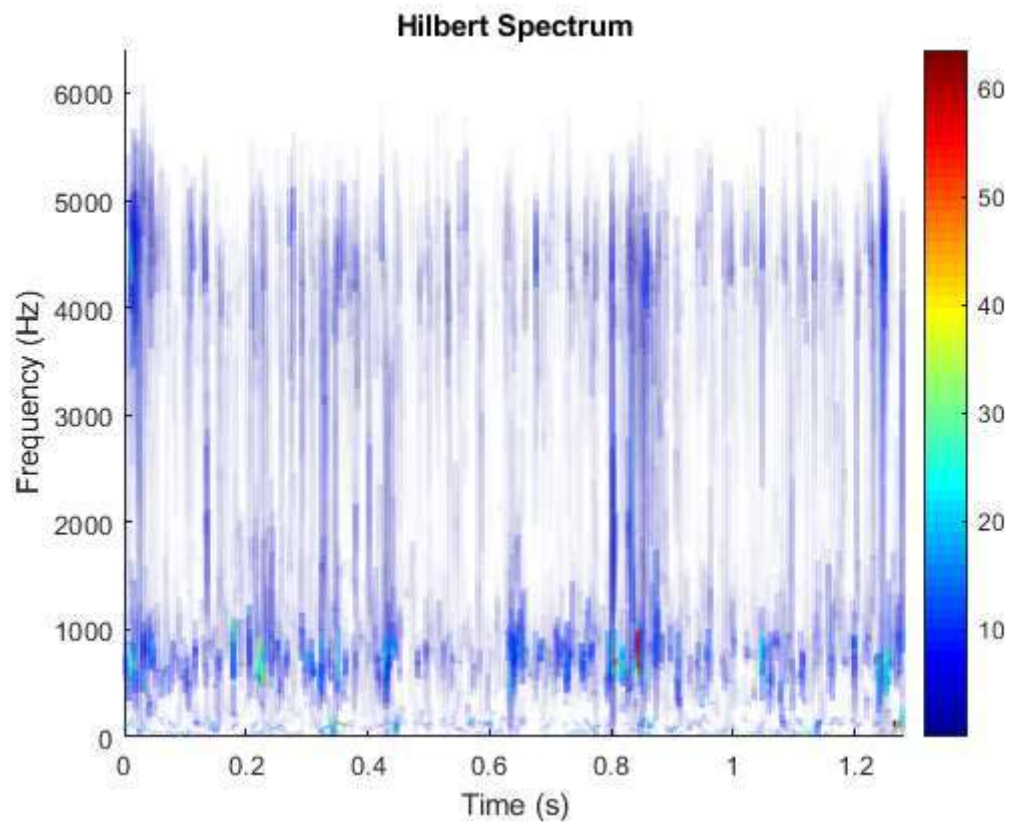


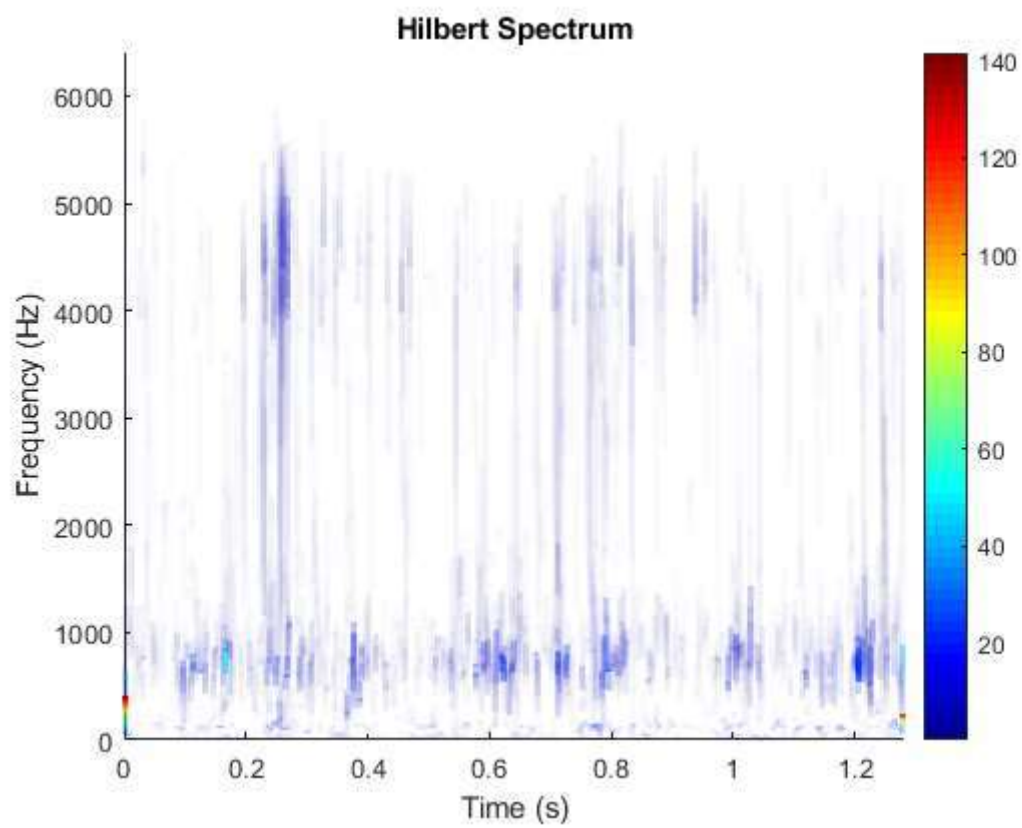
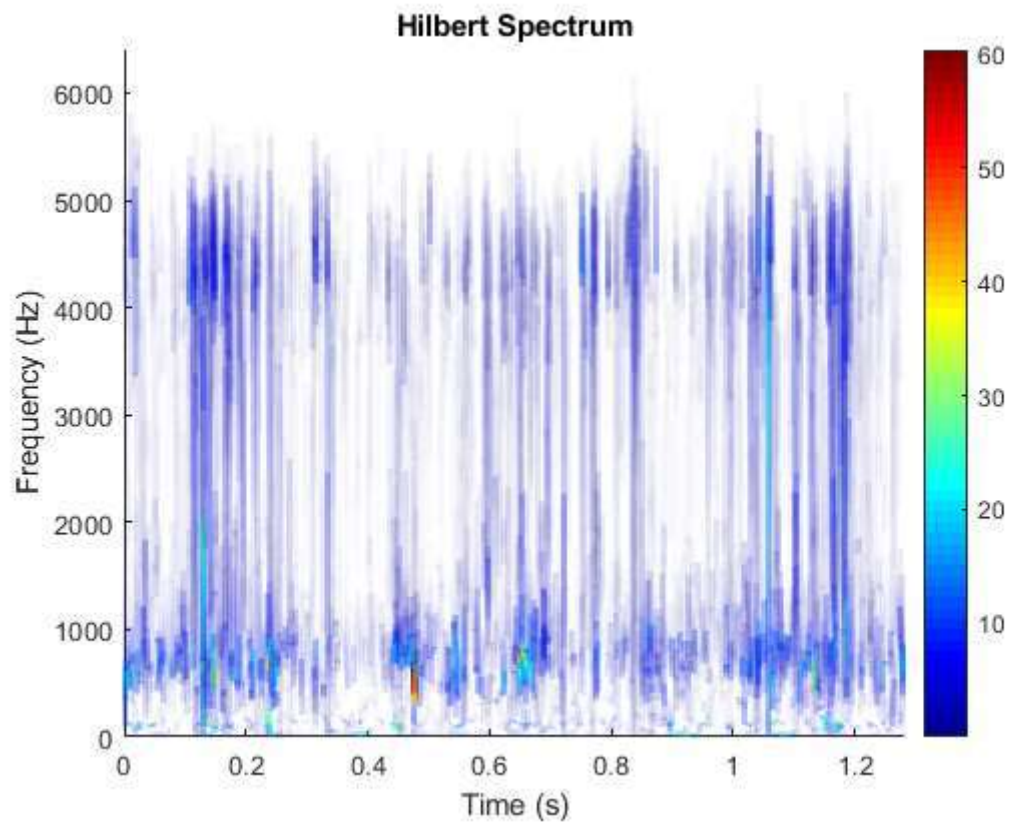


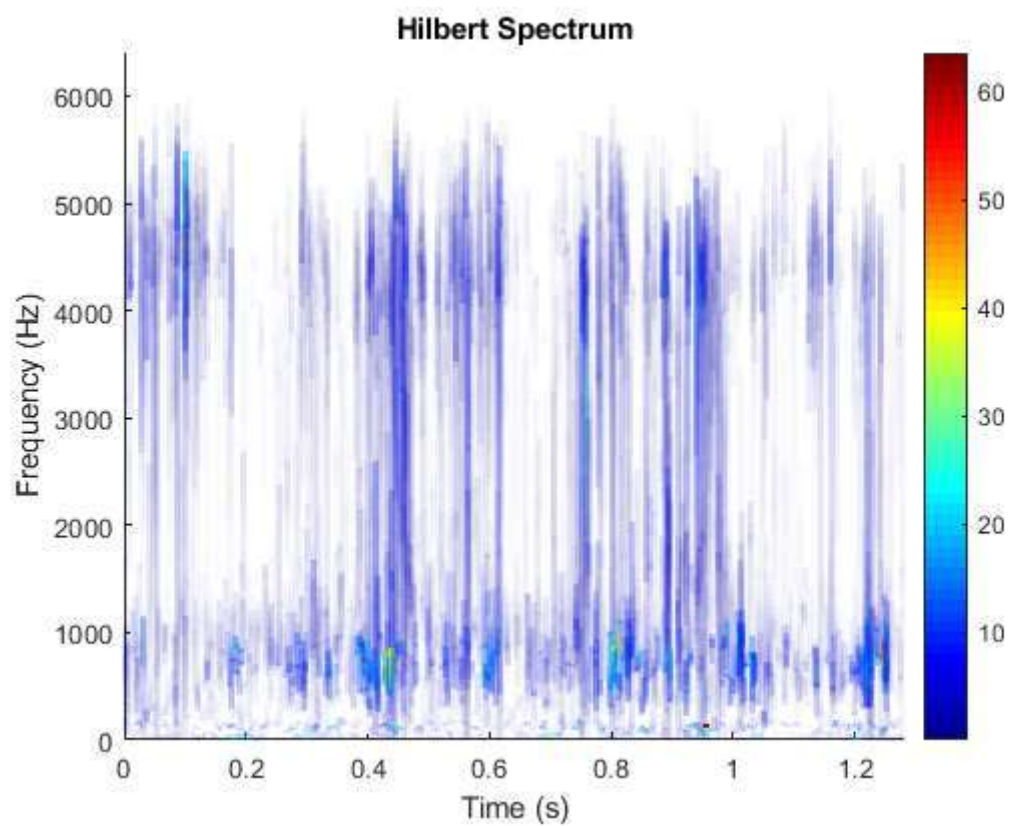
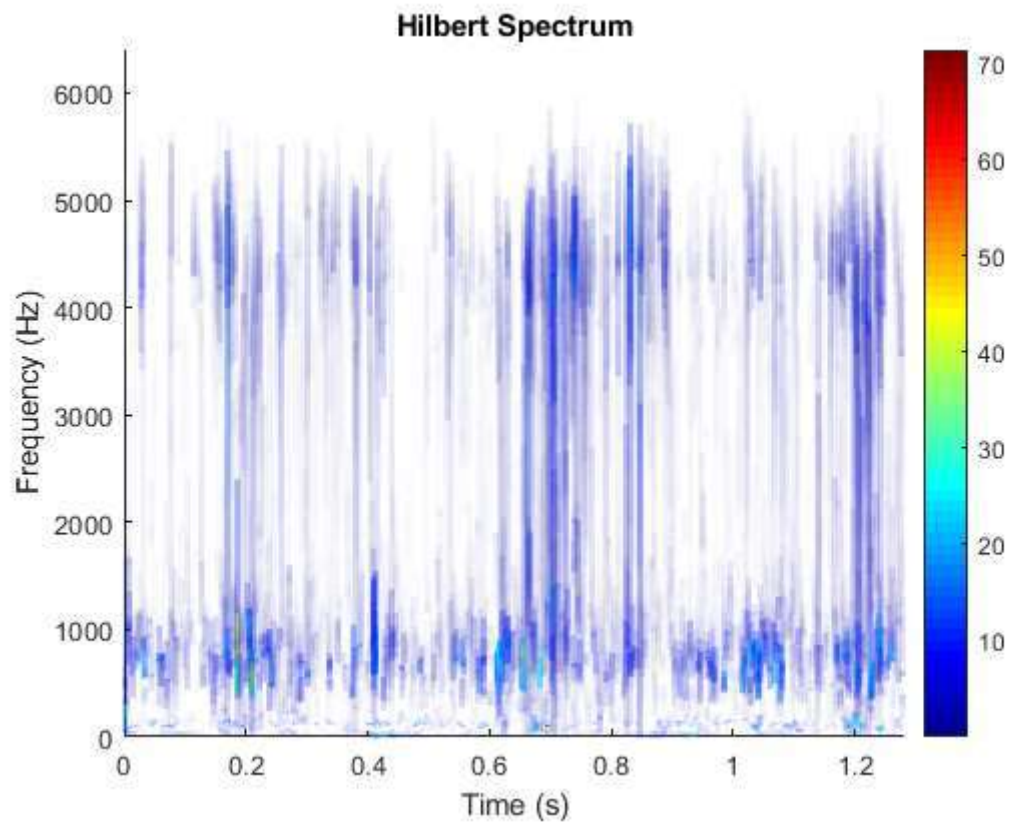


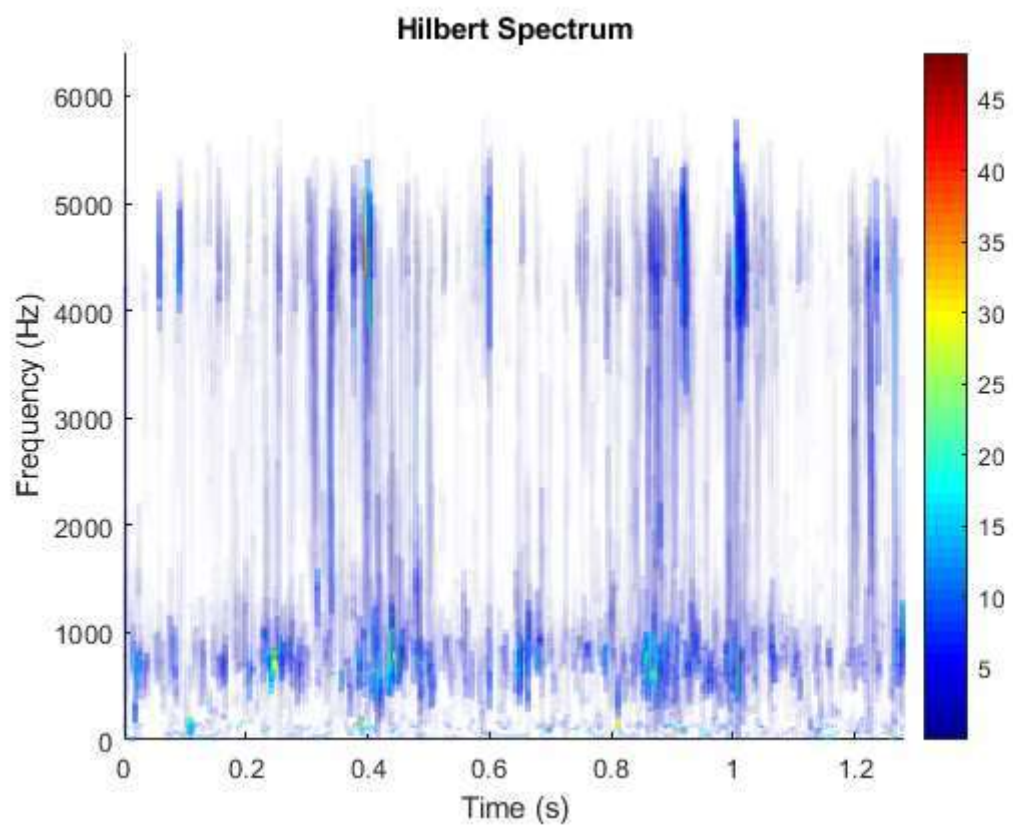
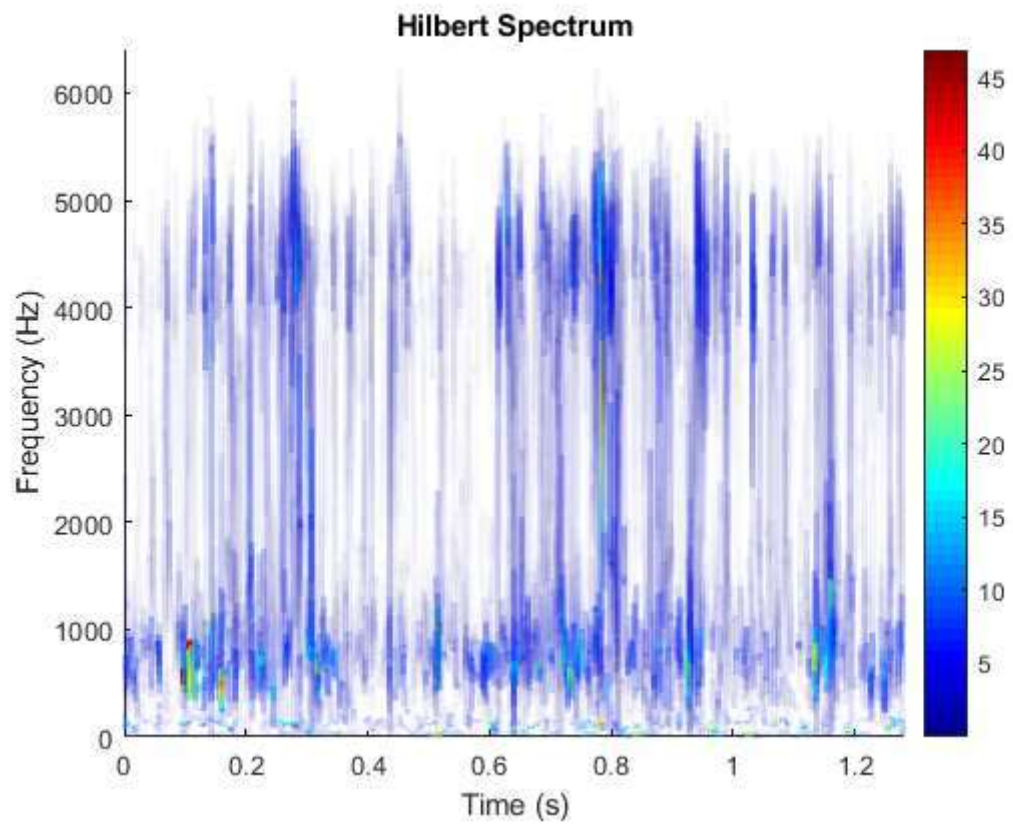


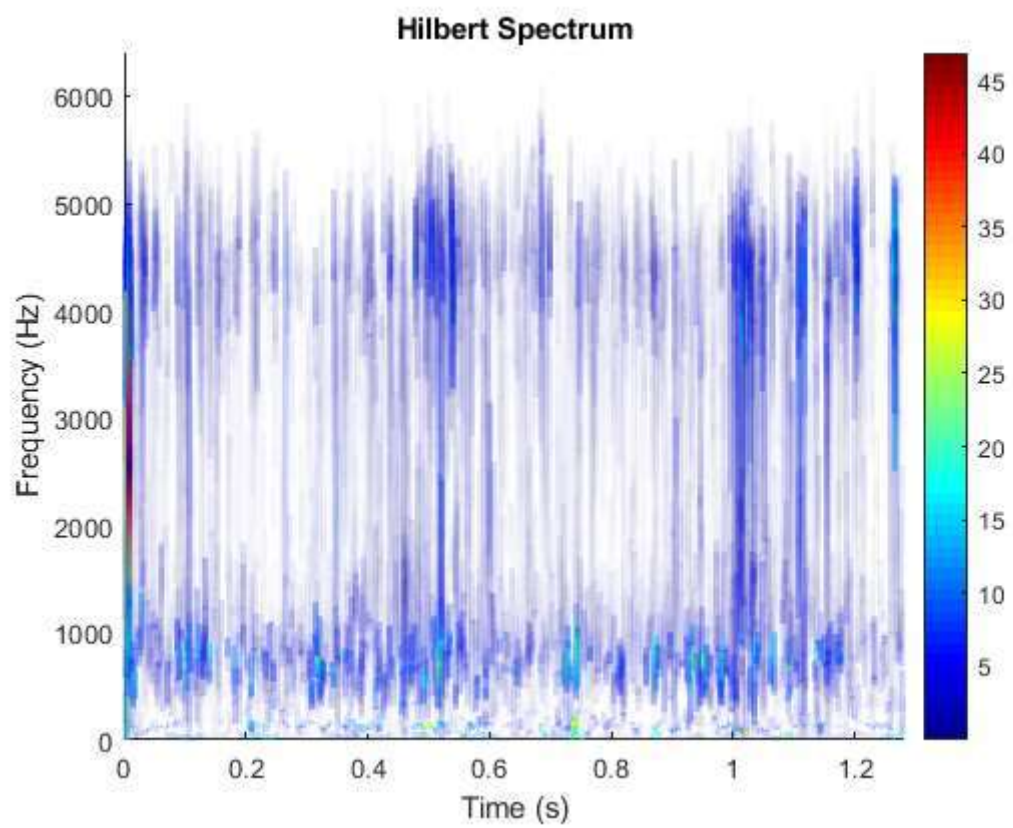
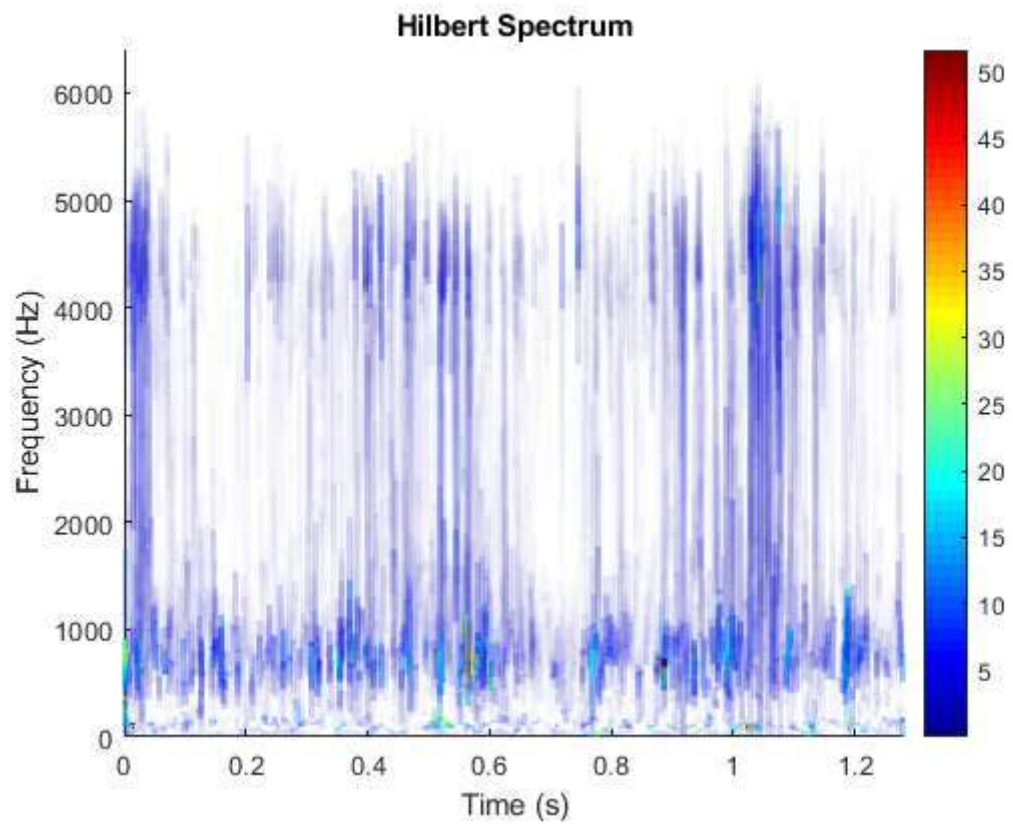


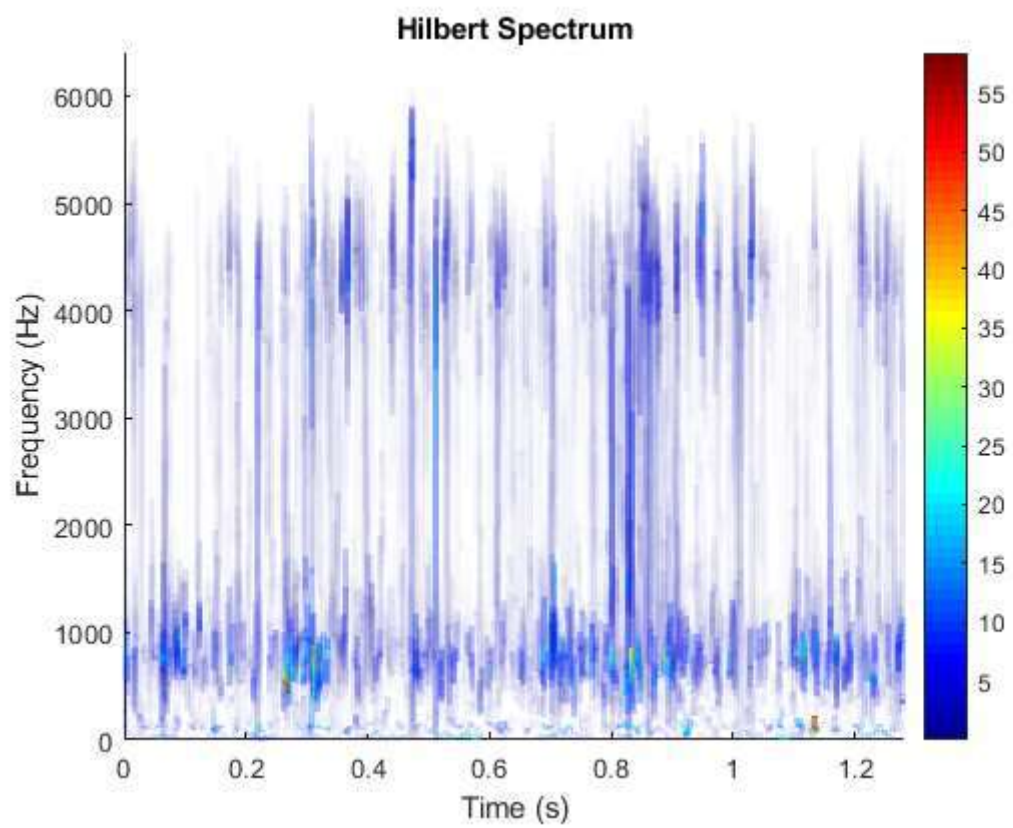
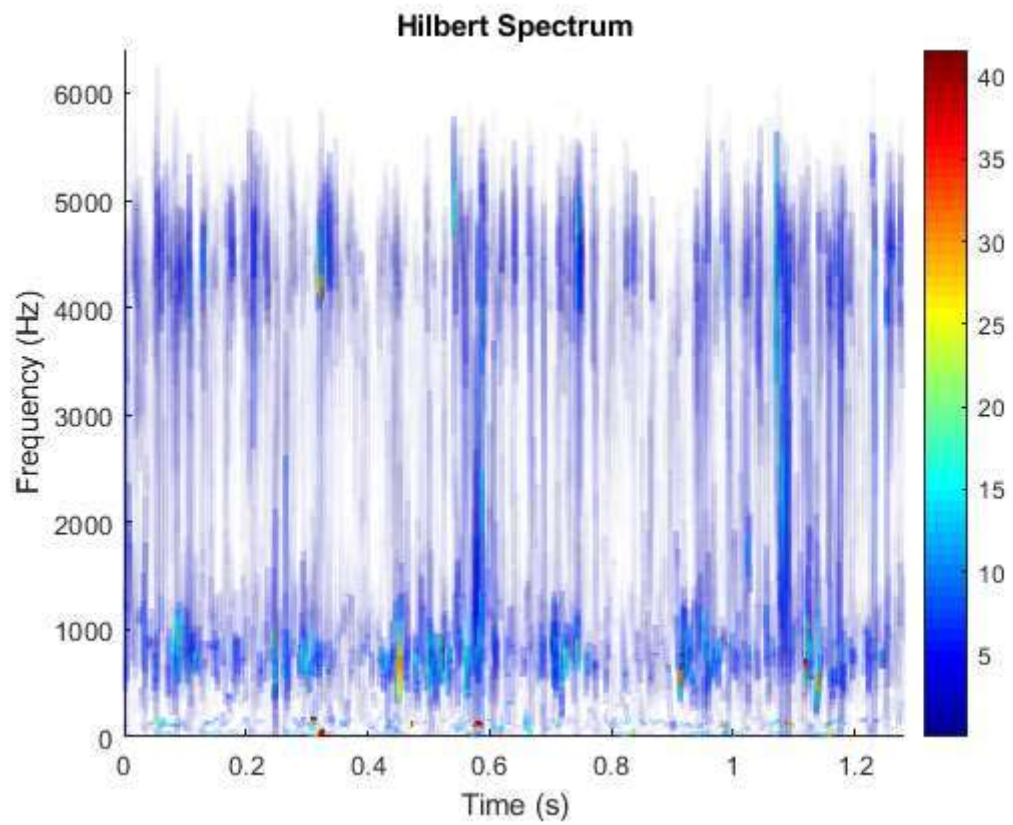


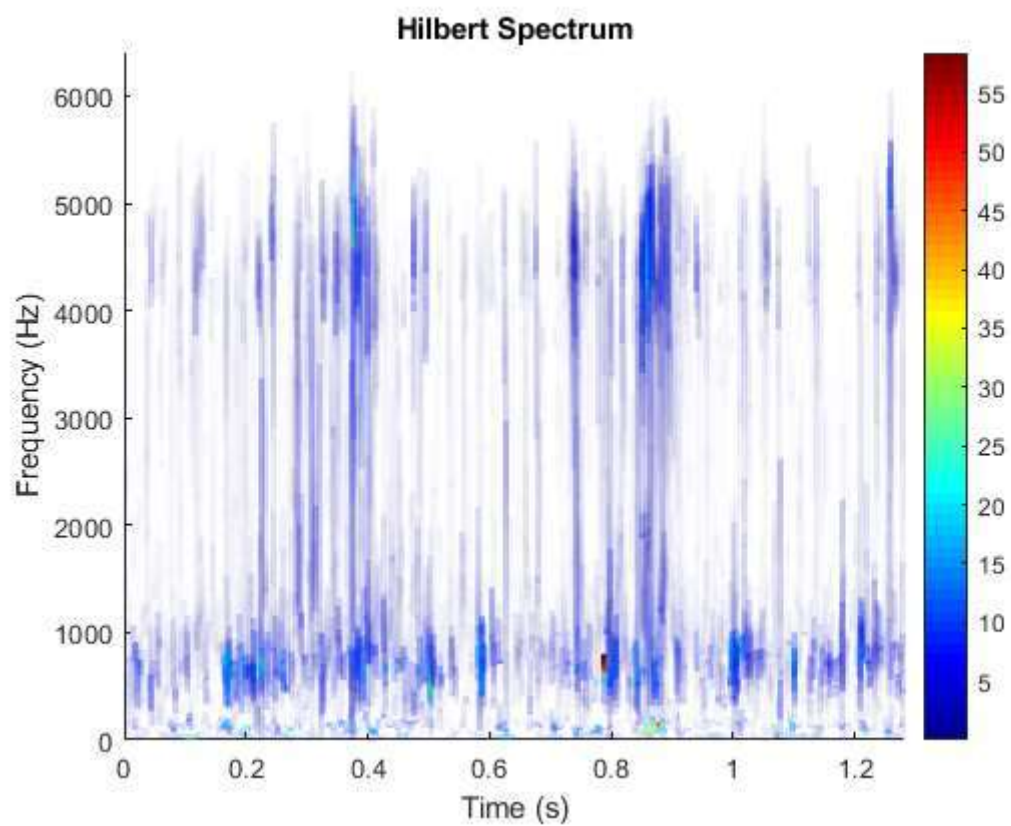
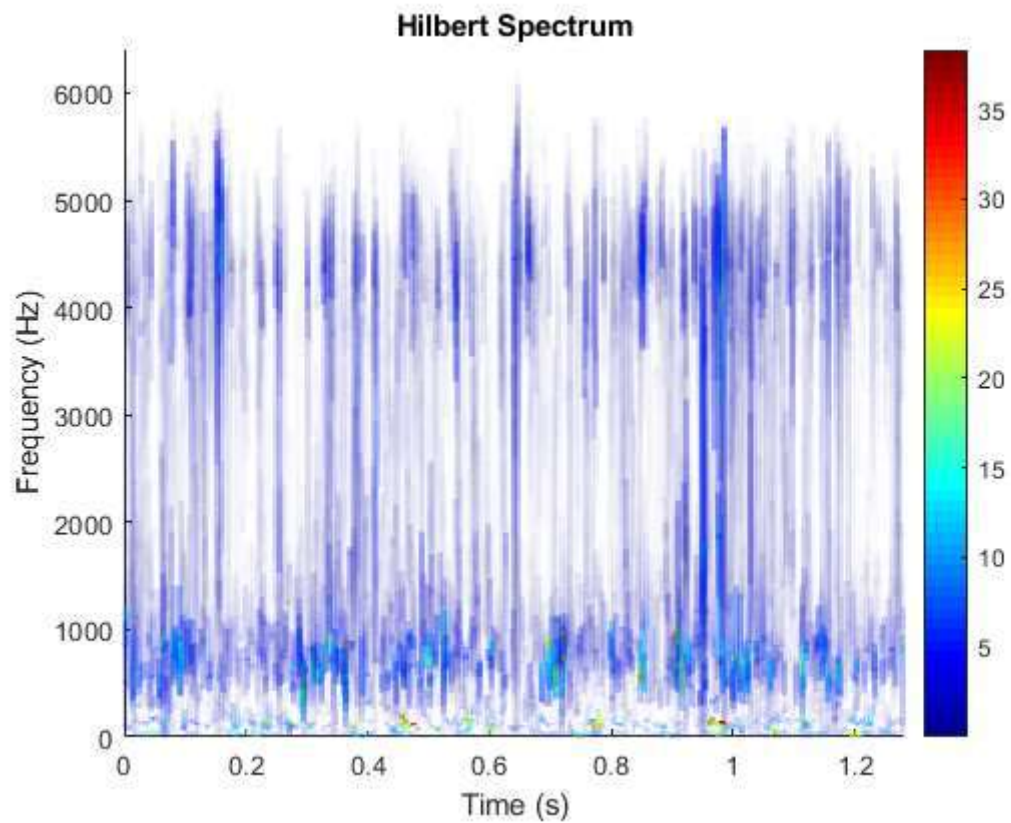




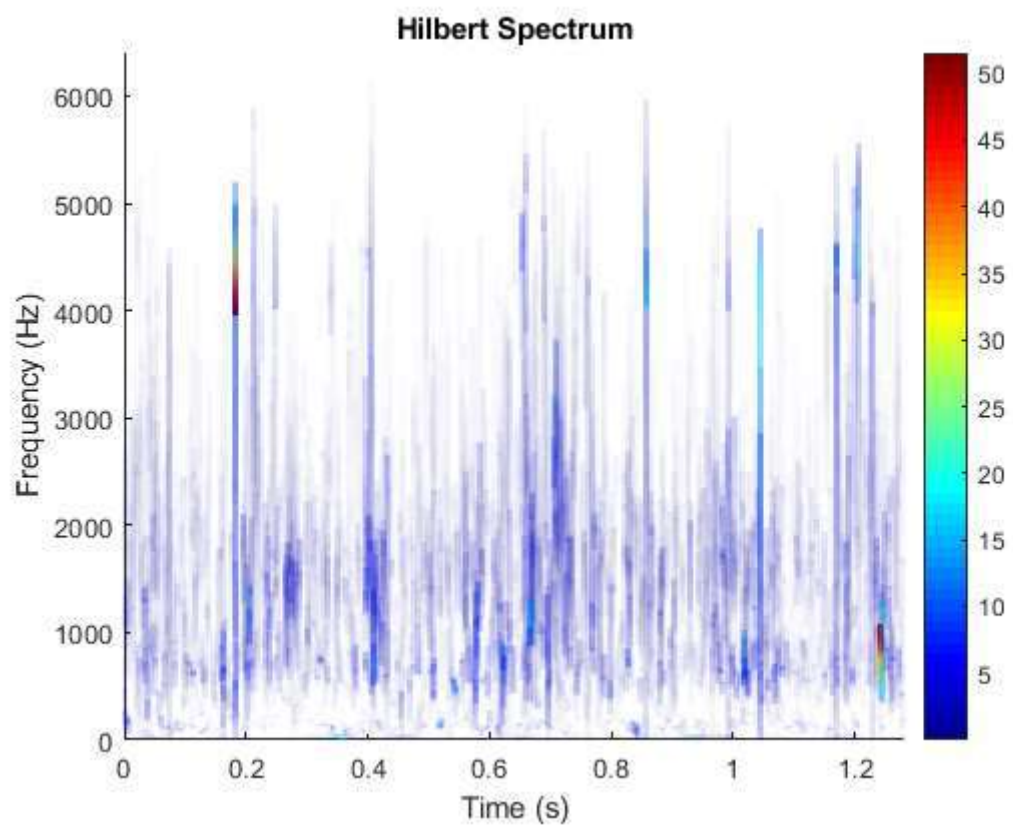
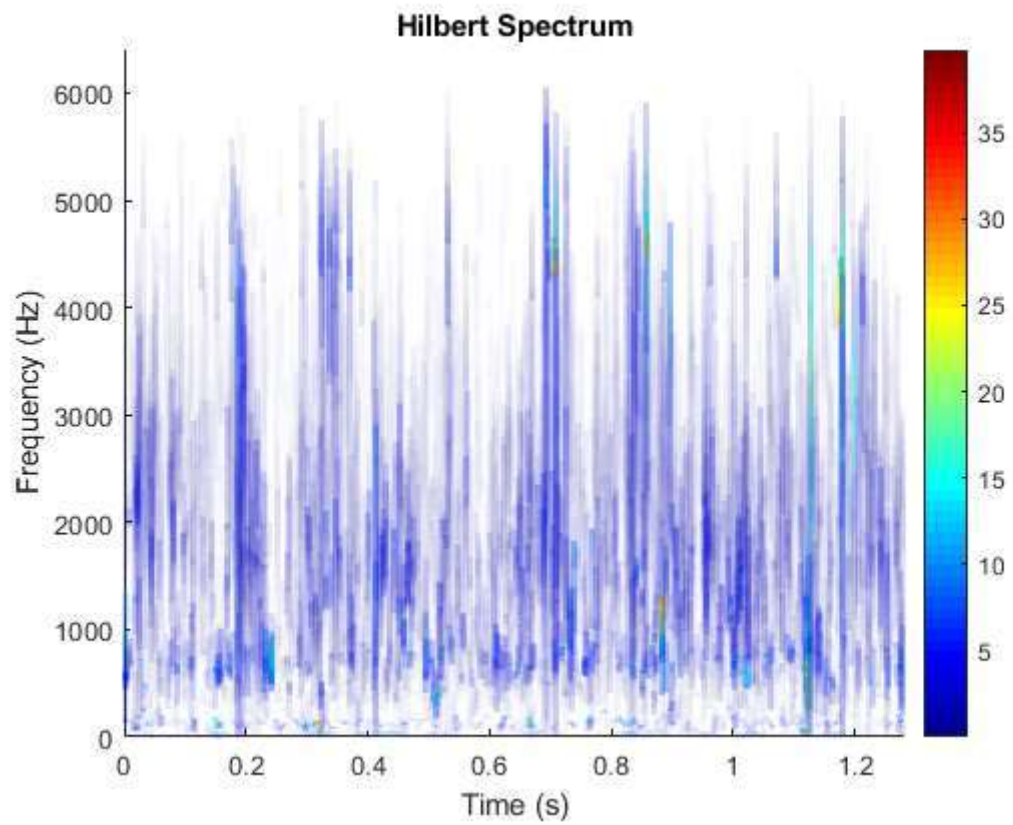


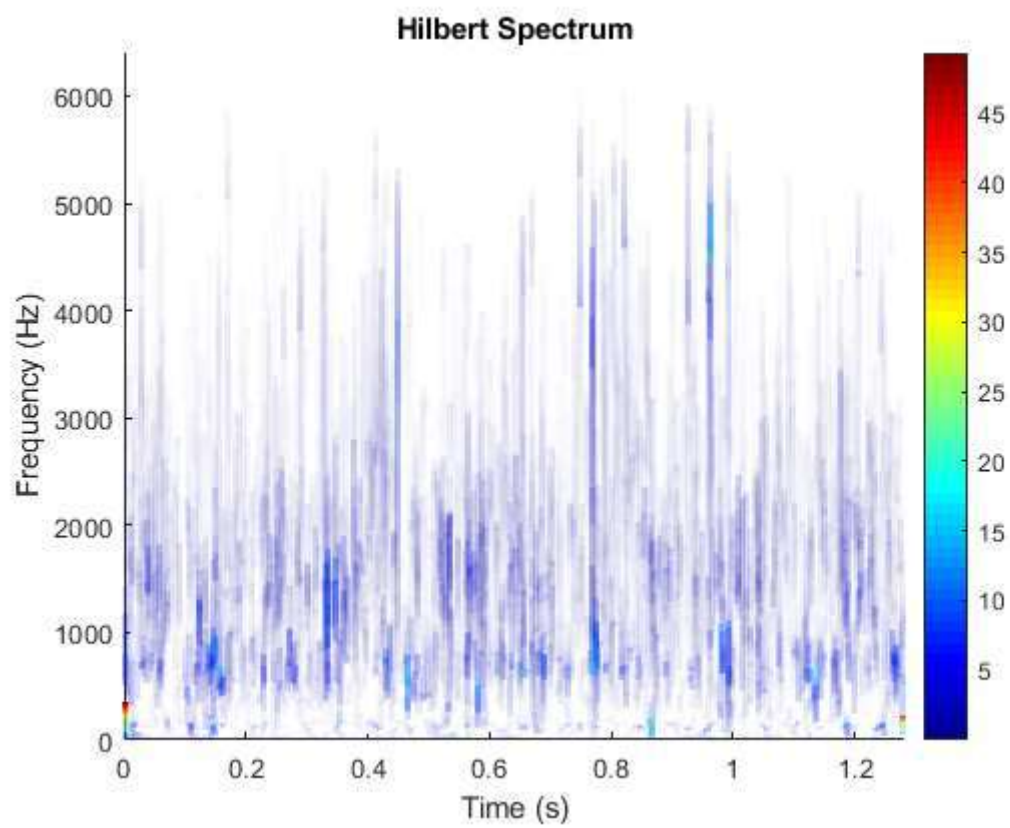
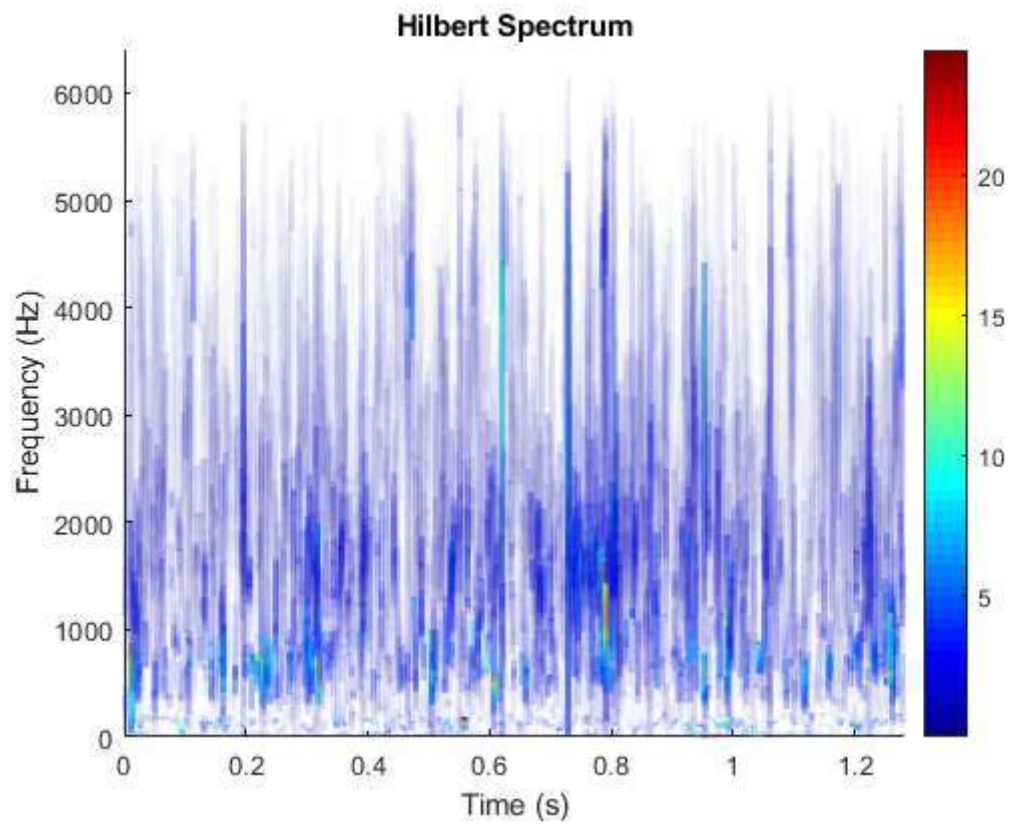


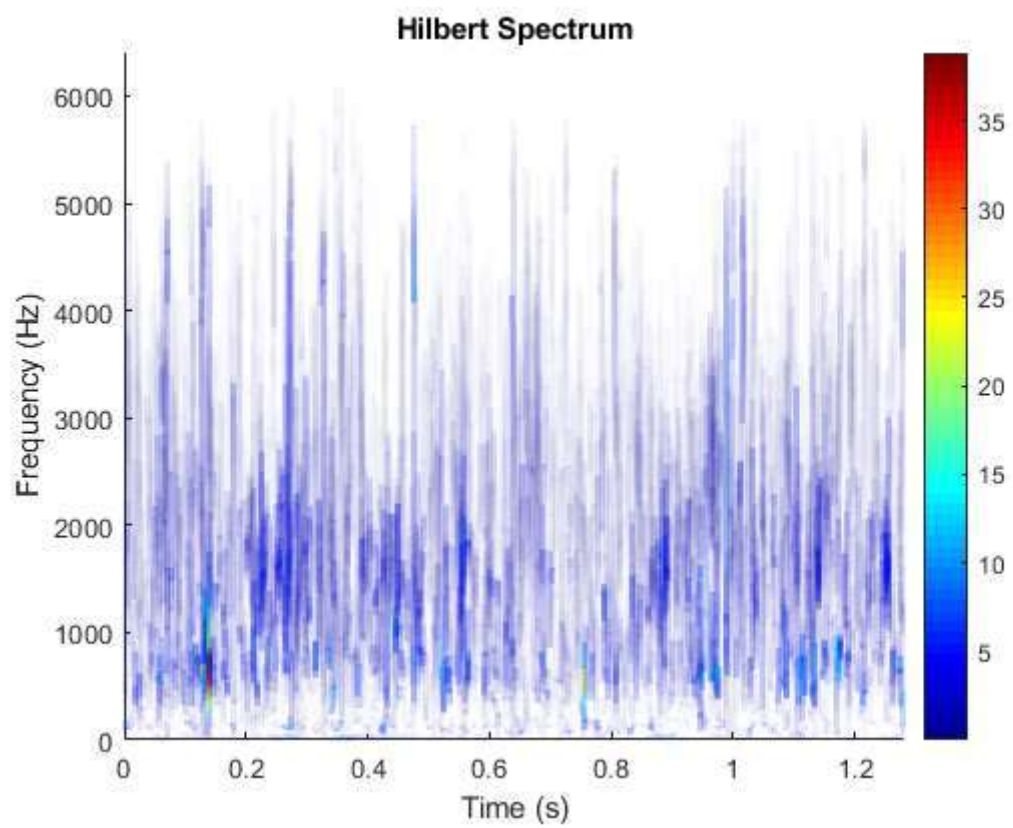
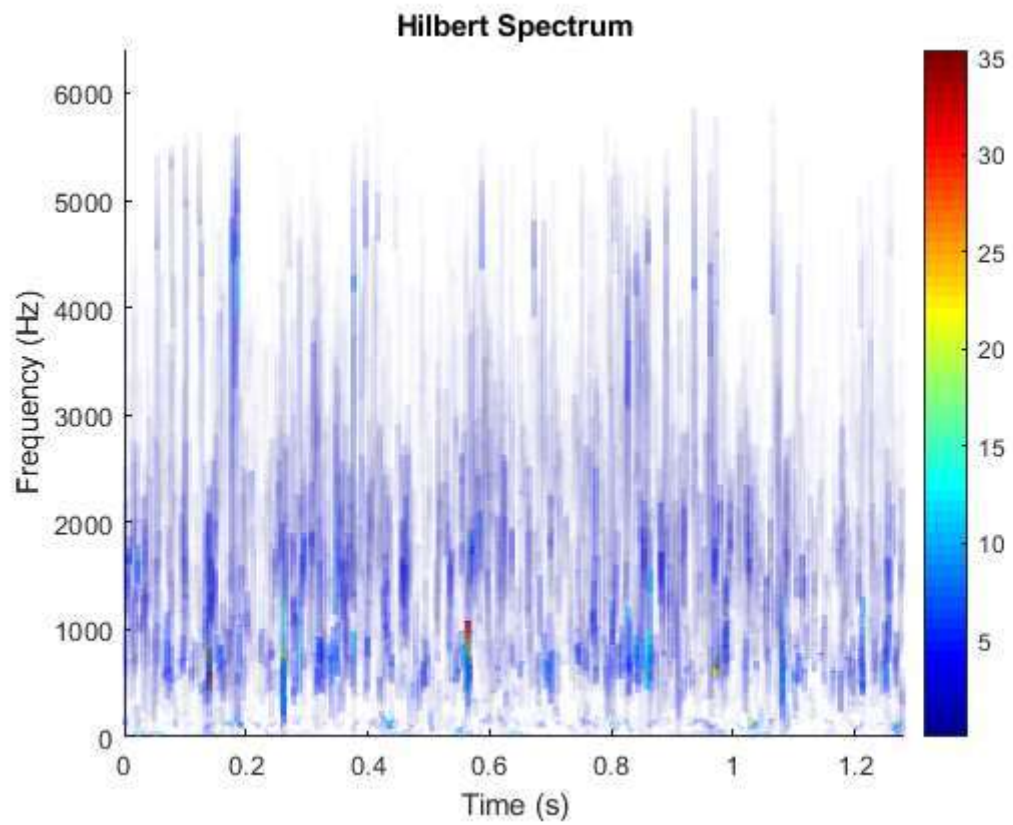


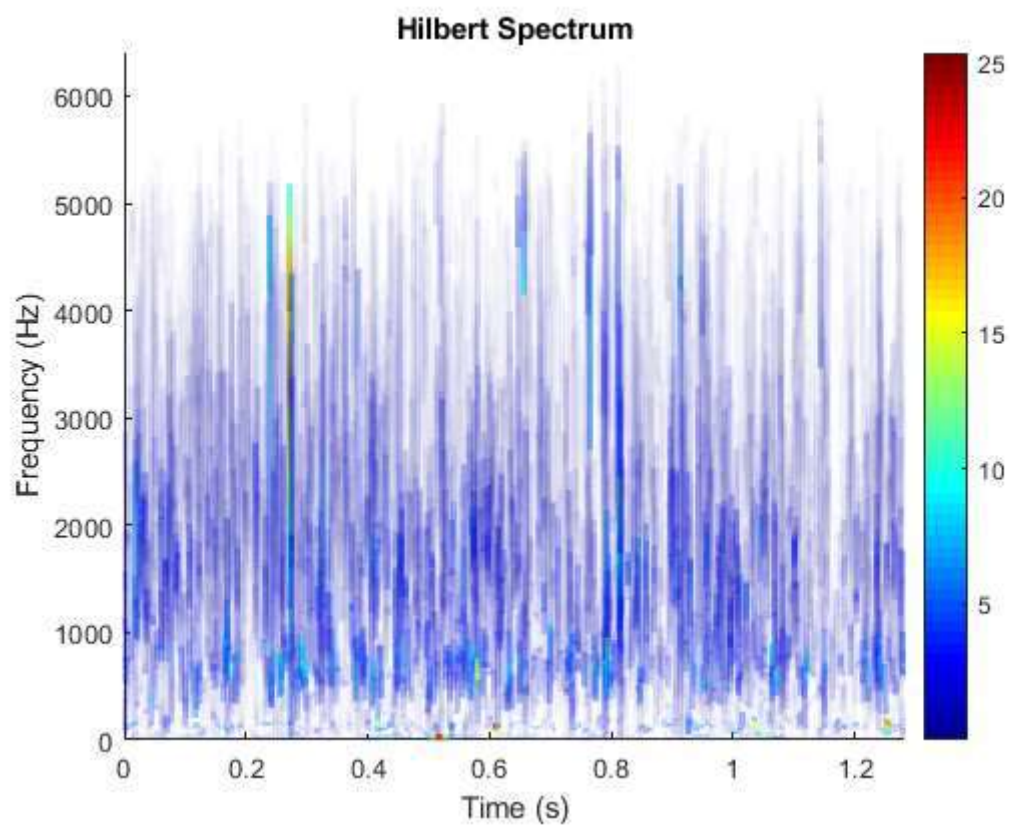
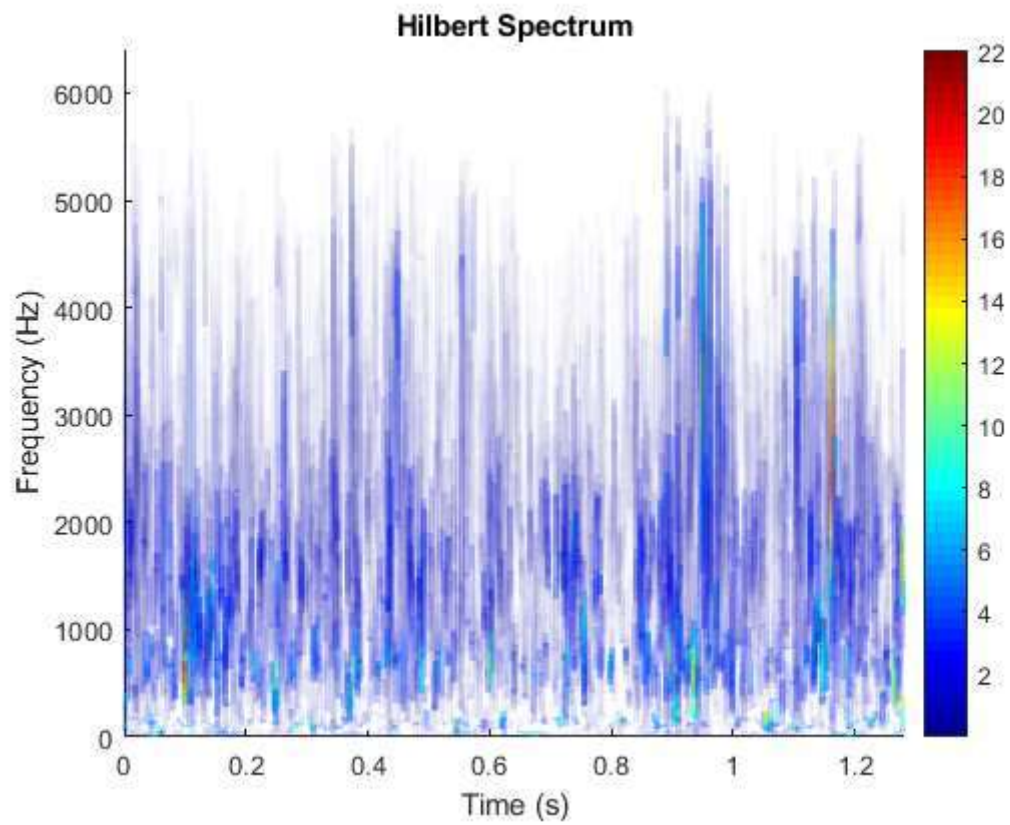


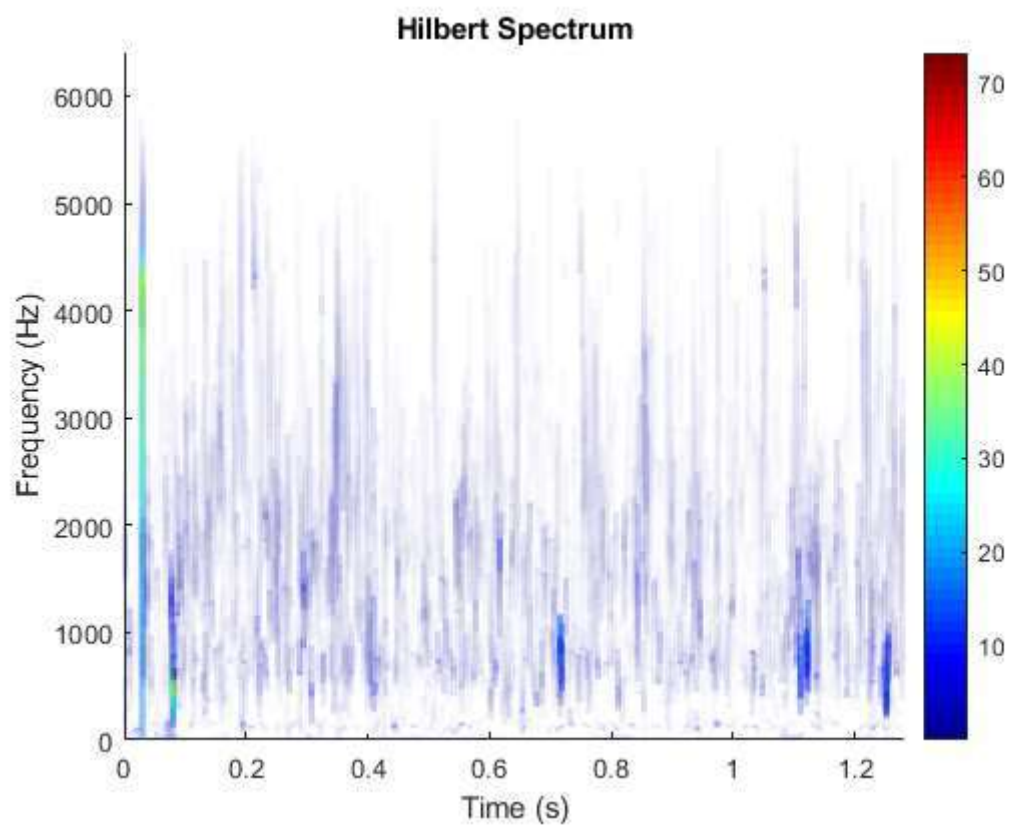
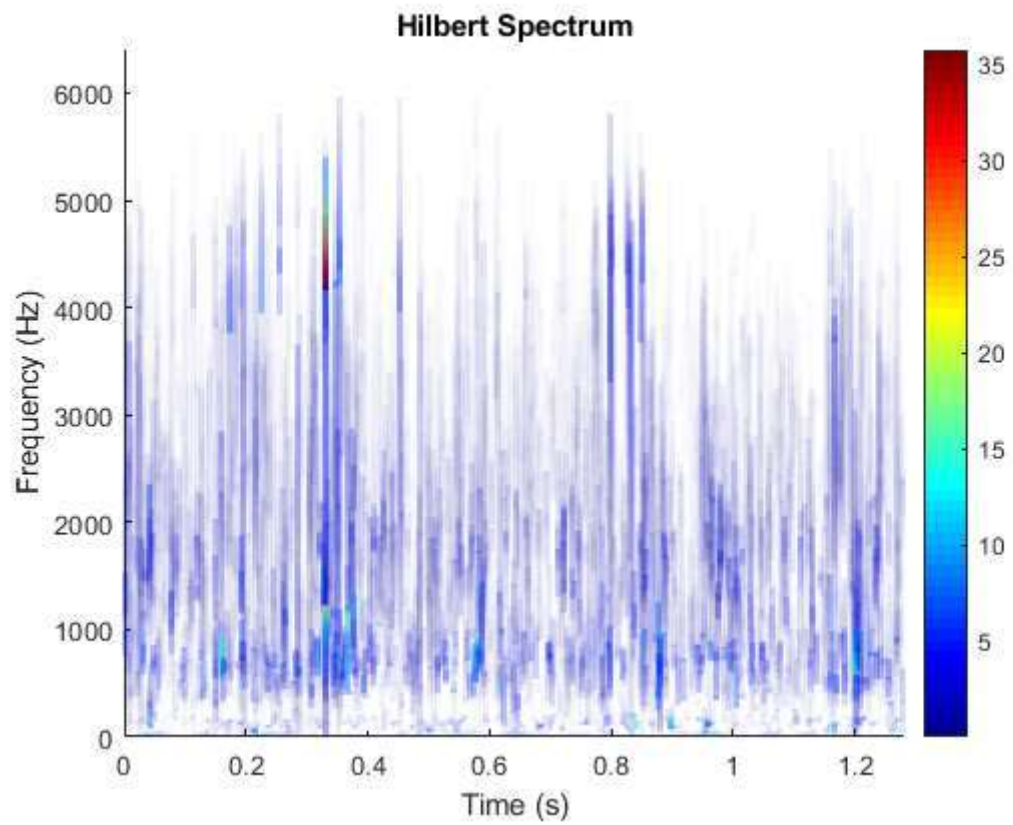
Eje sano dirección vertical

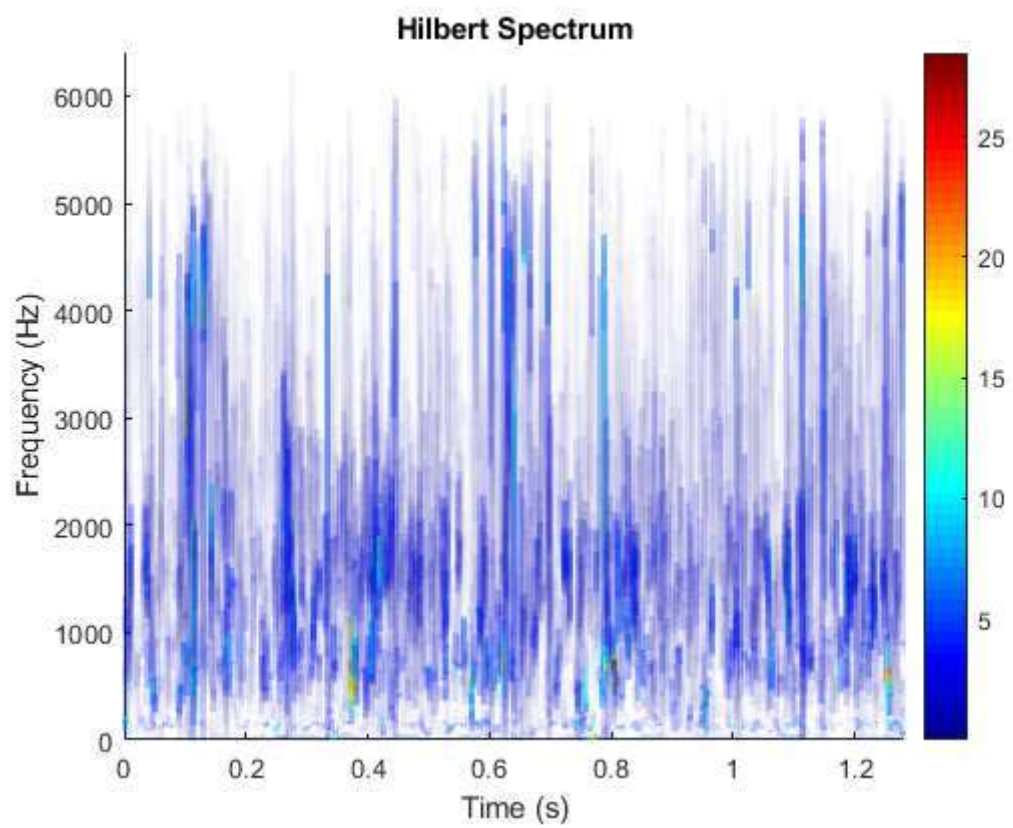
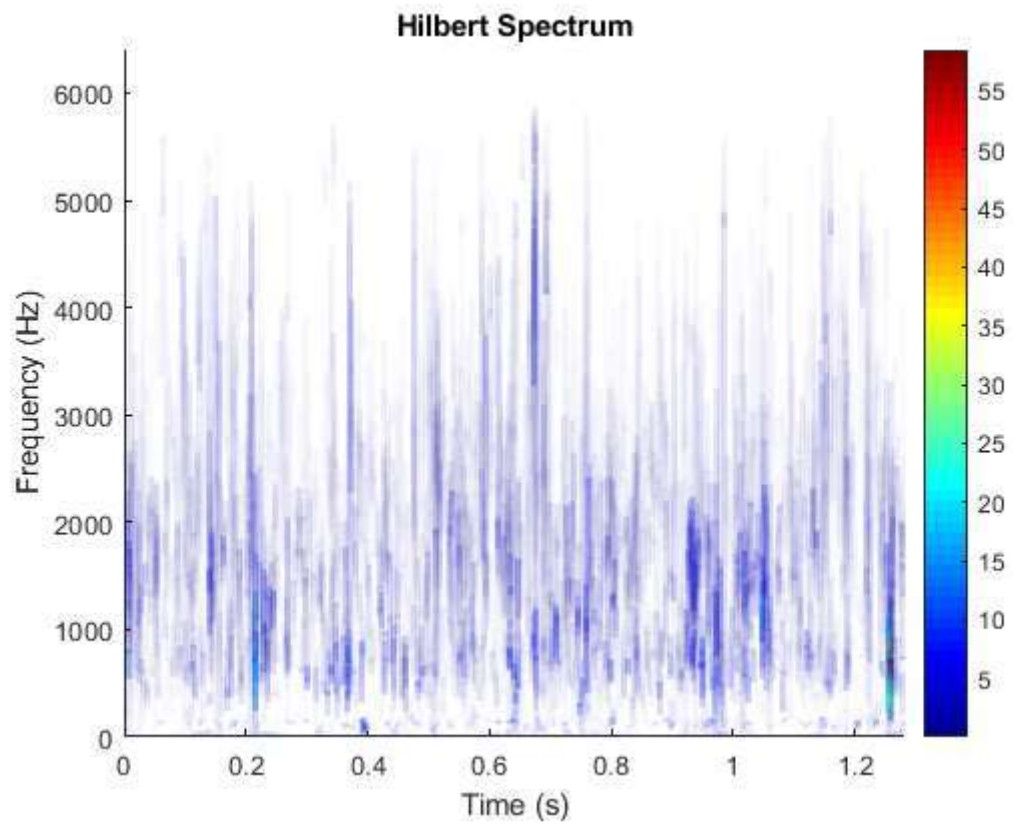


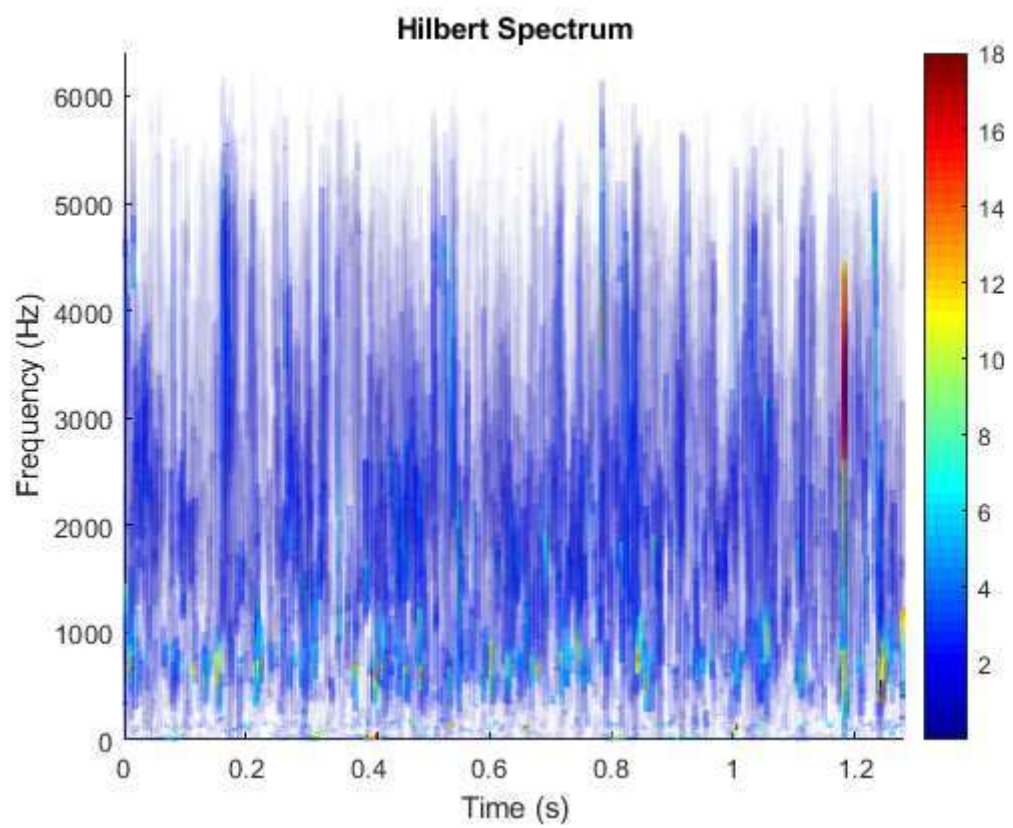
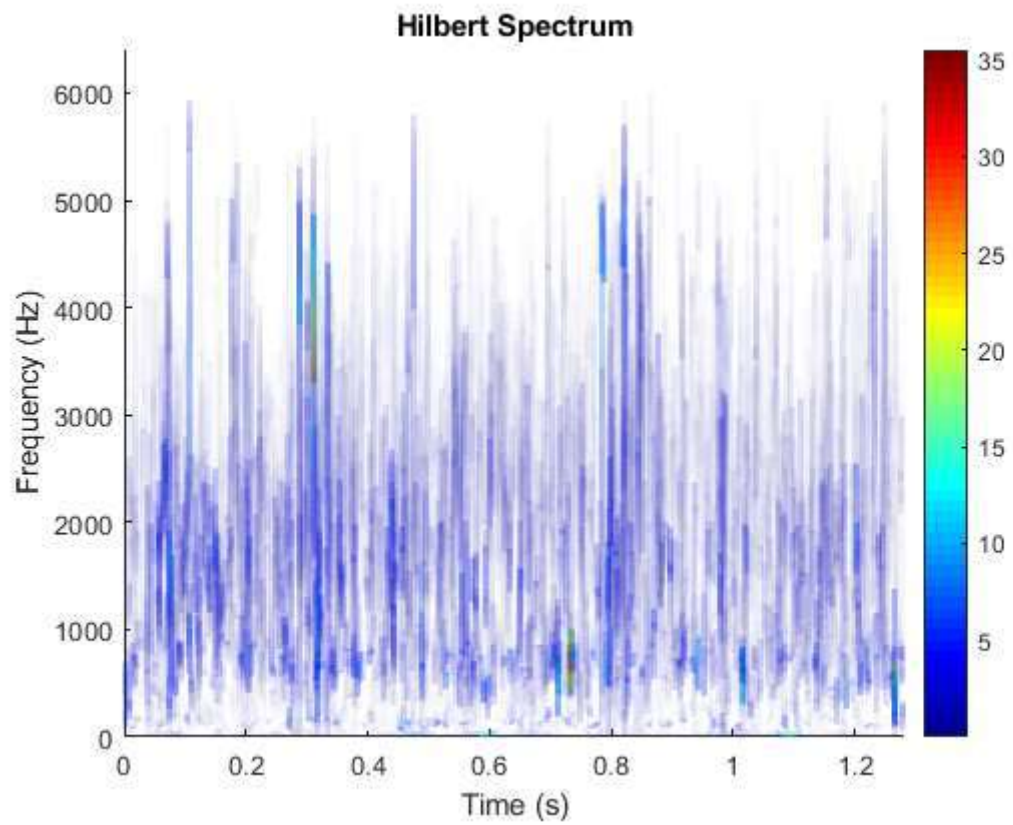


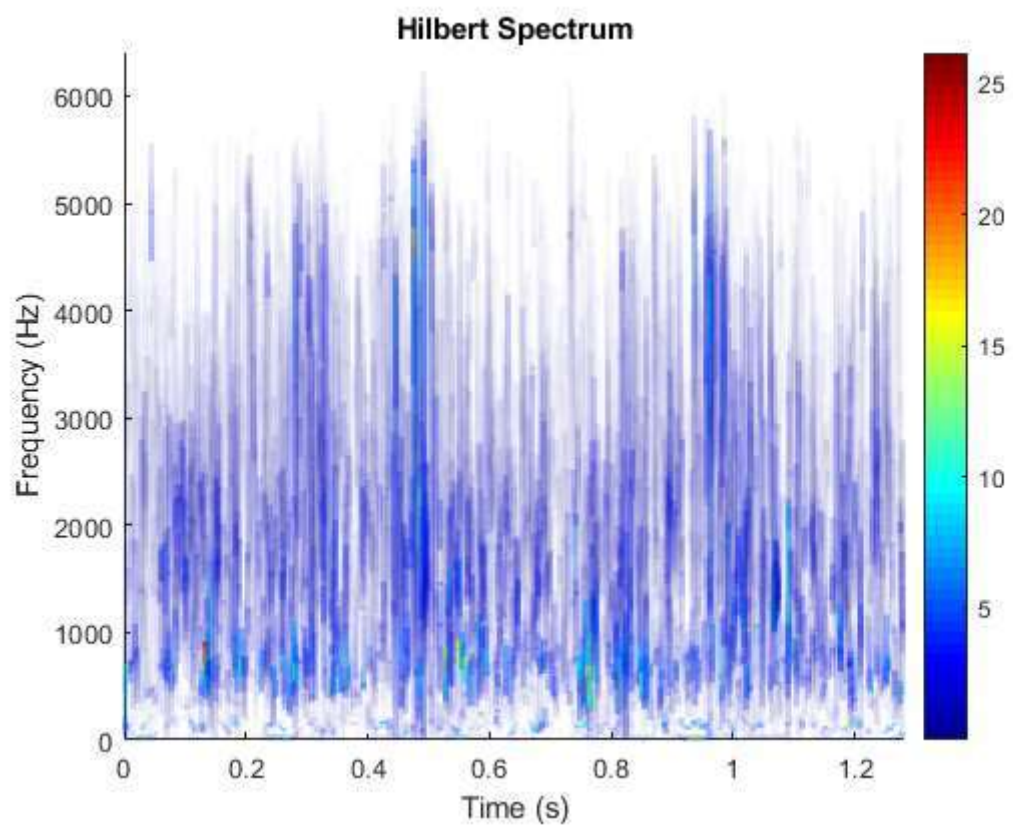
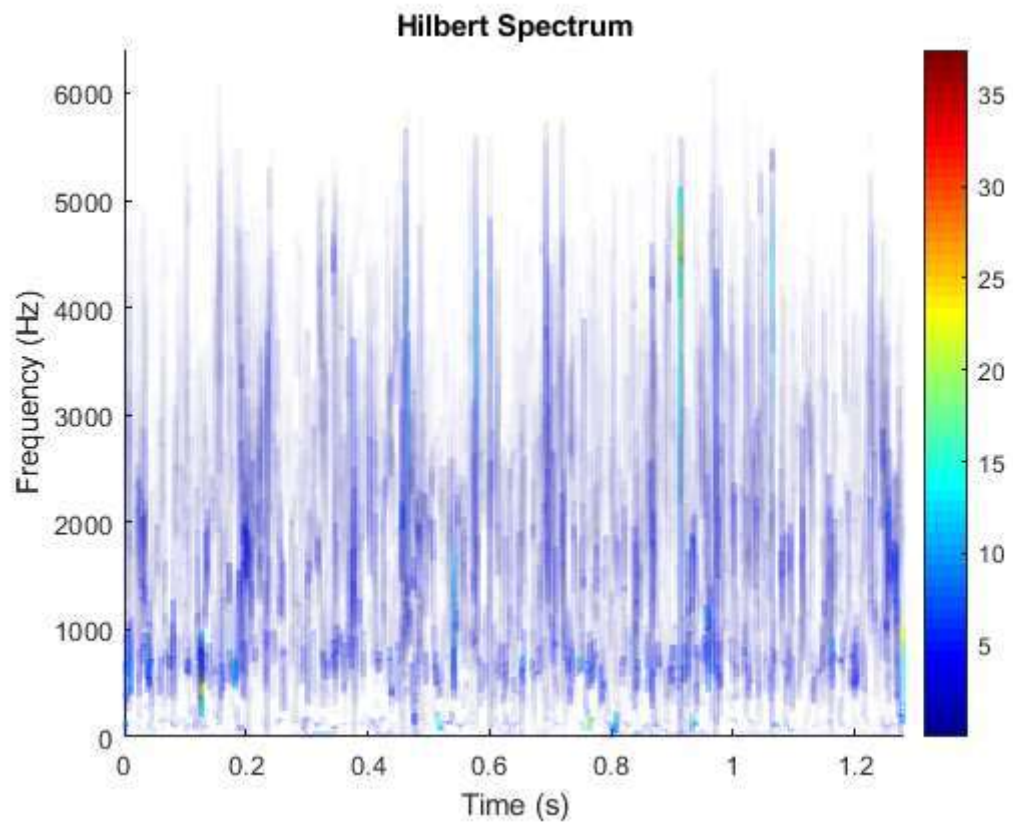


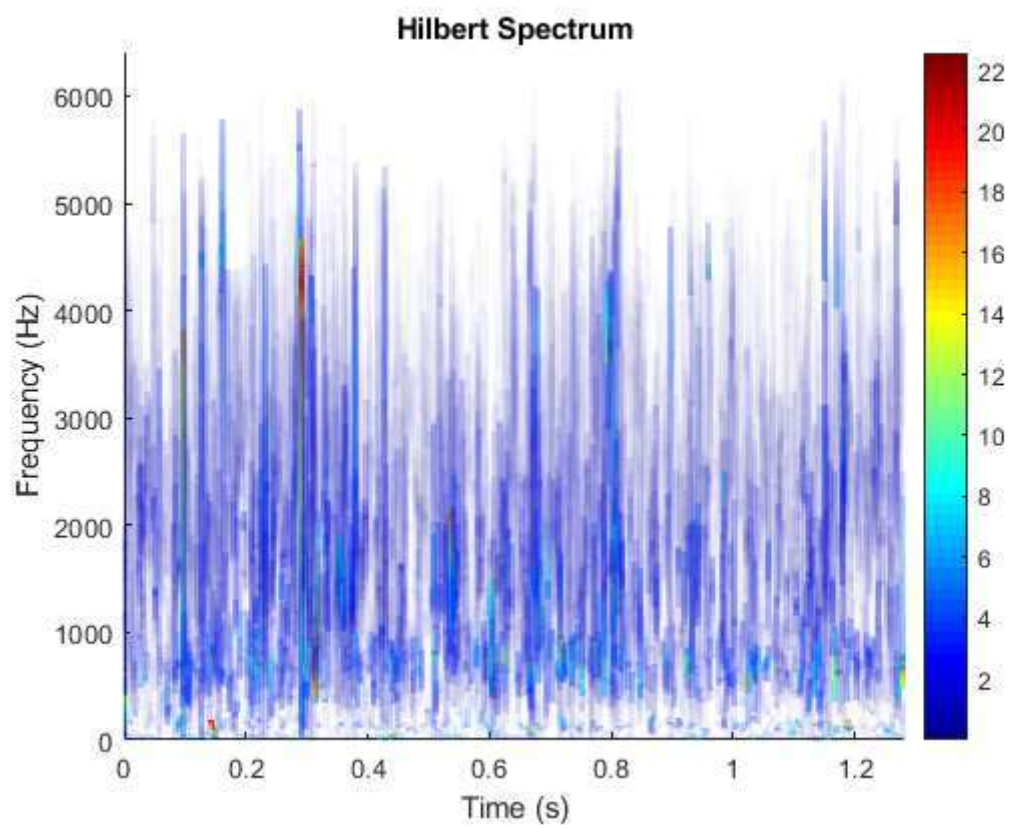
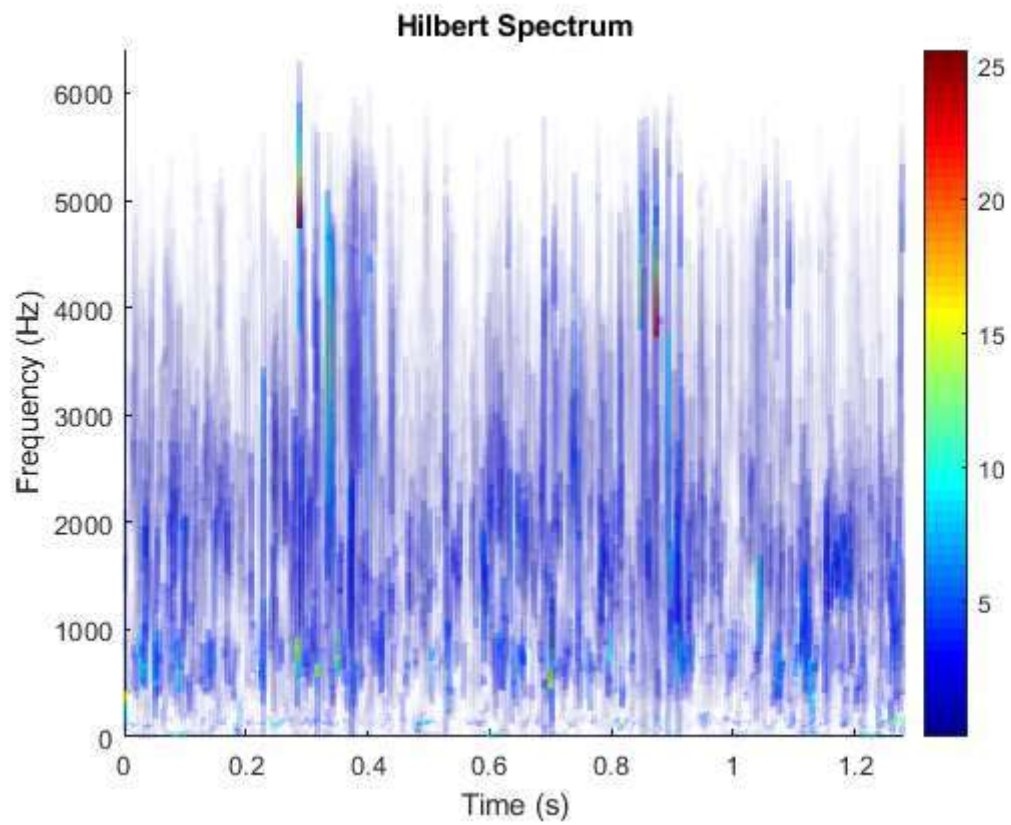


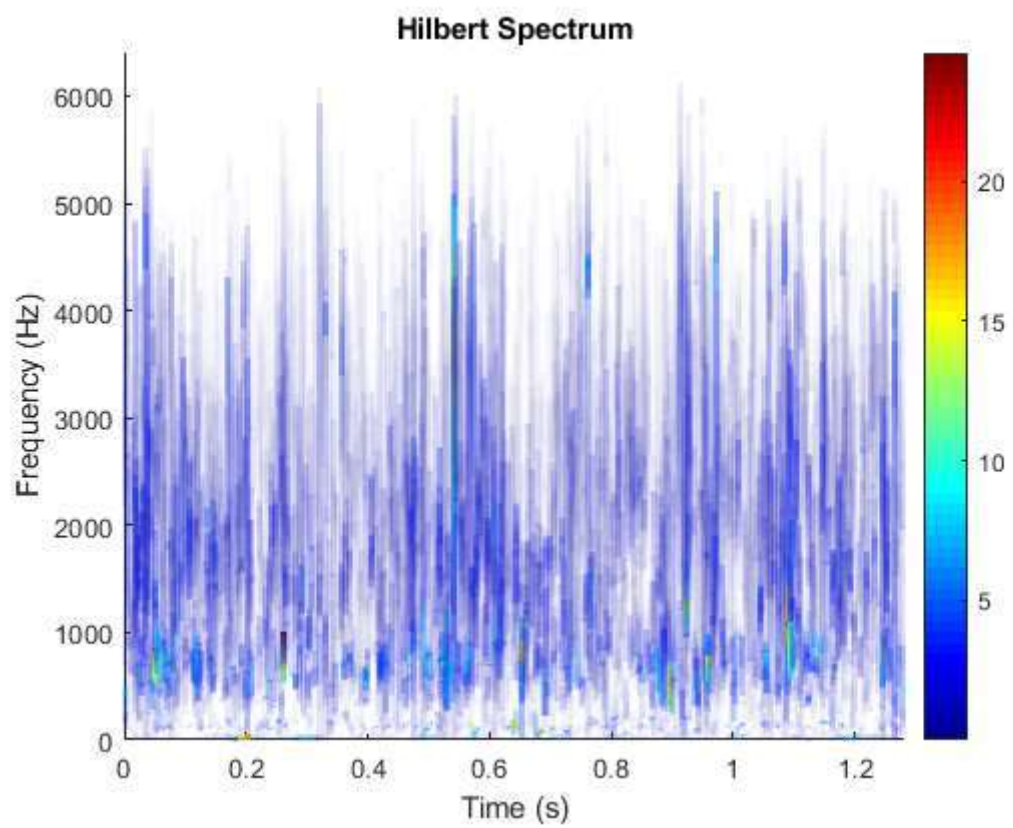
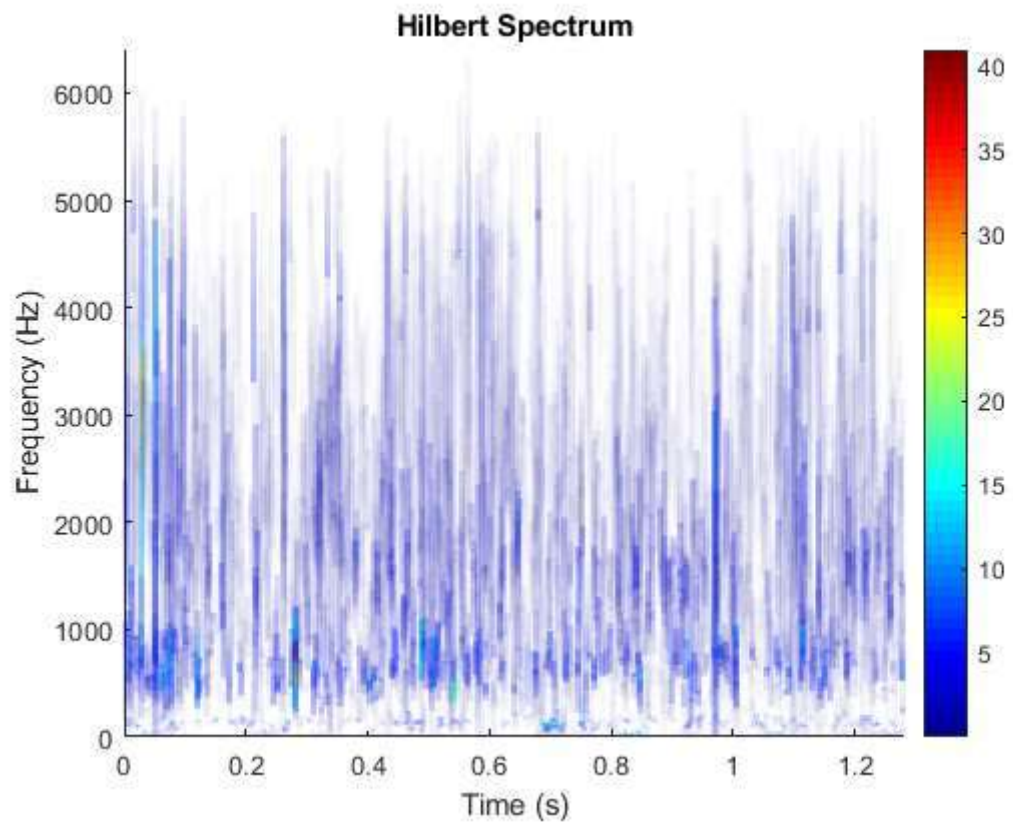


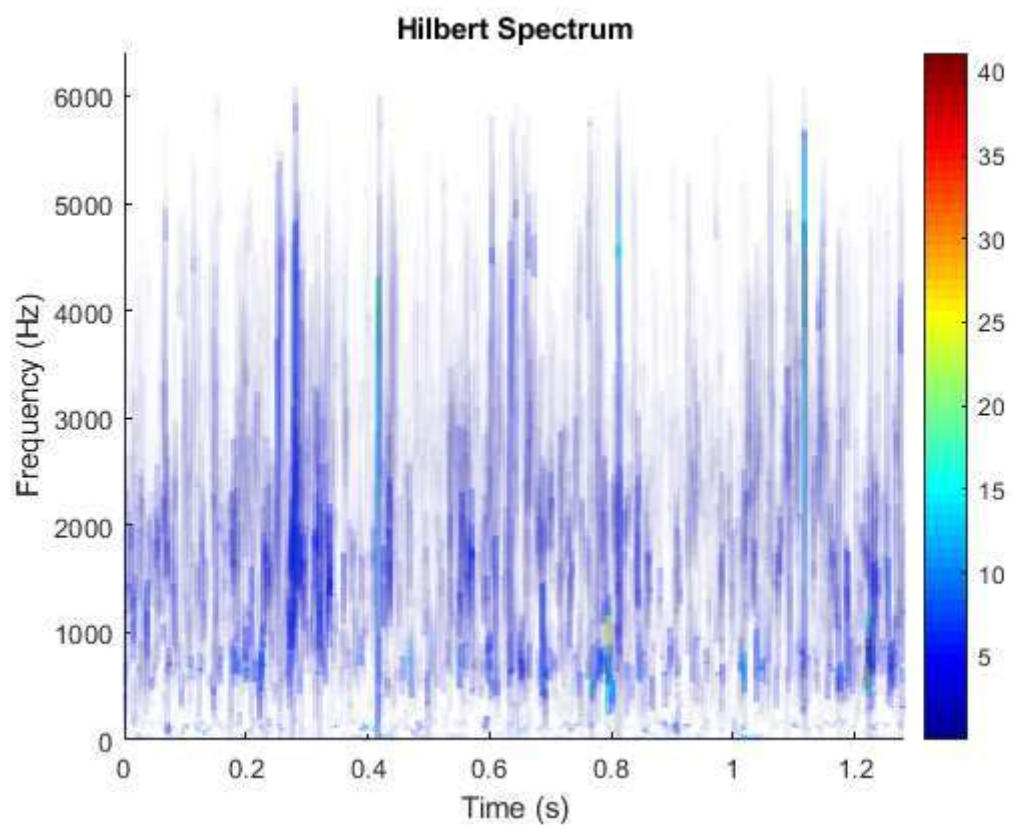
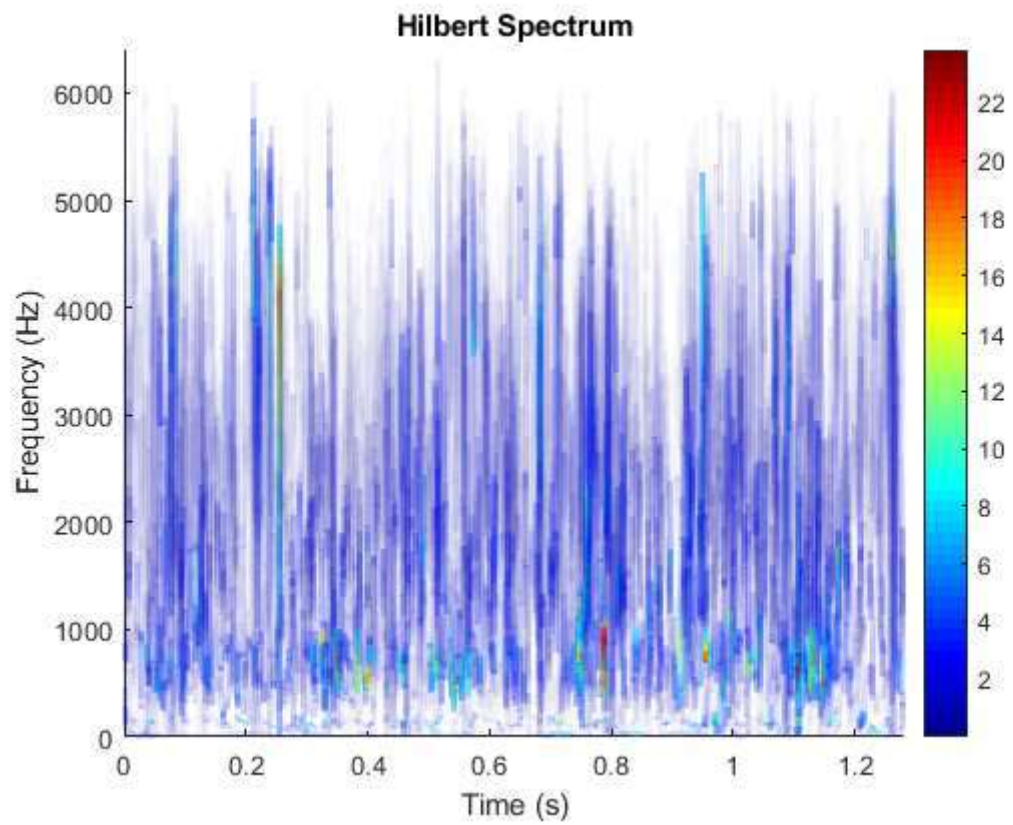


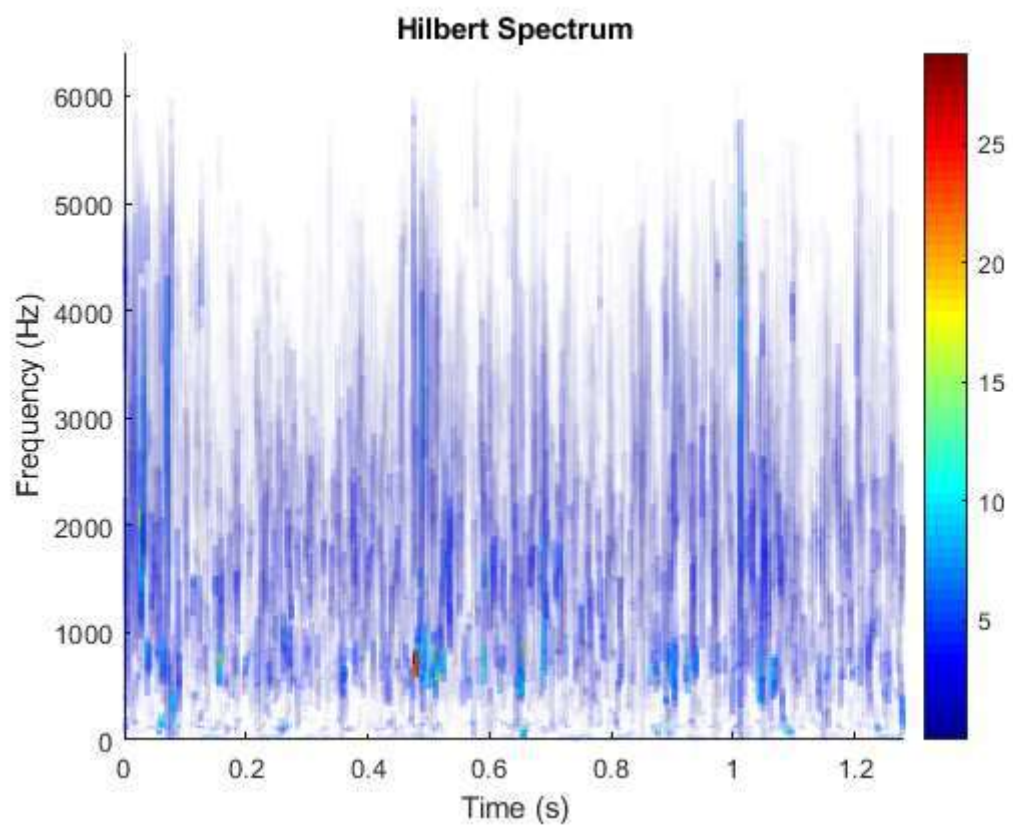
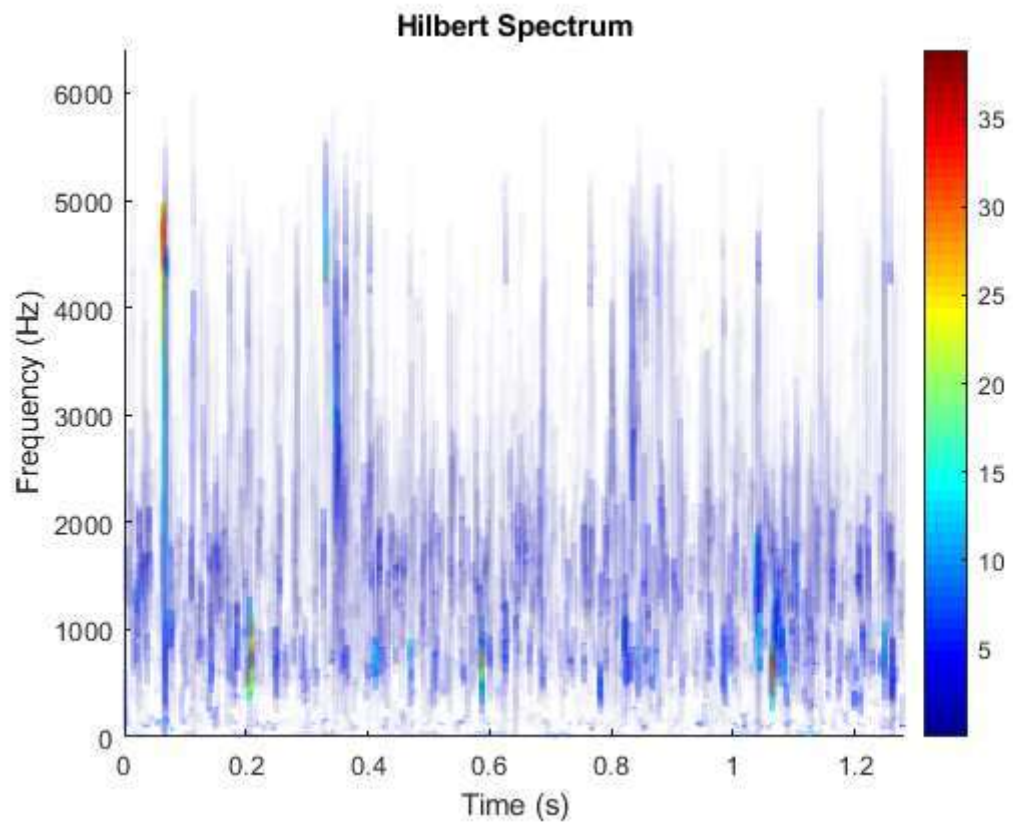


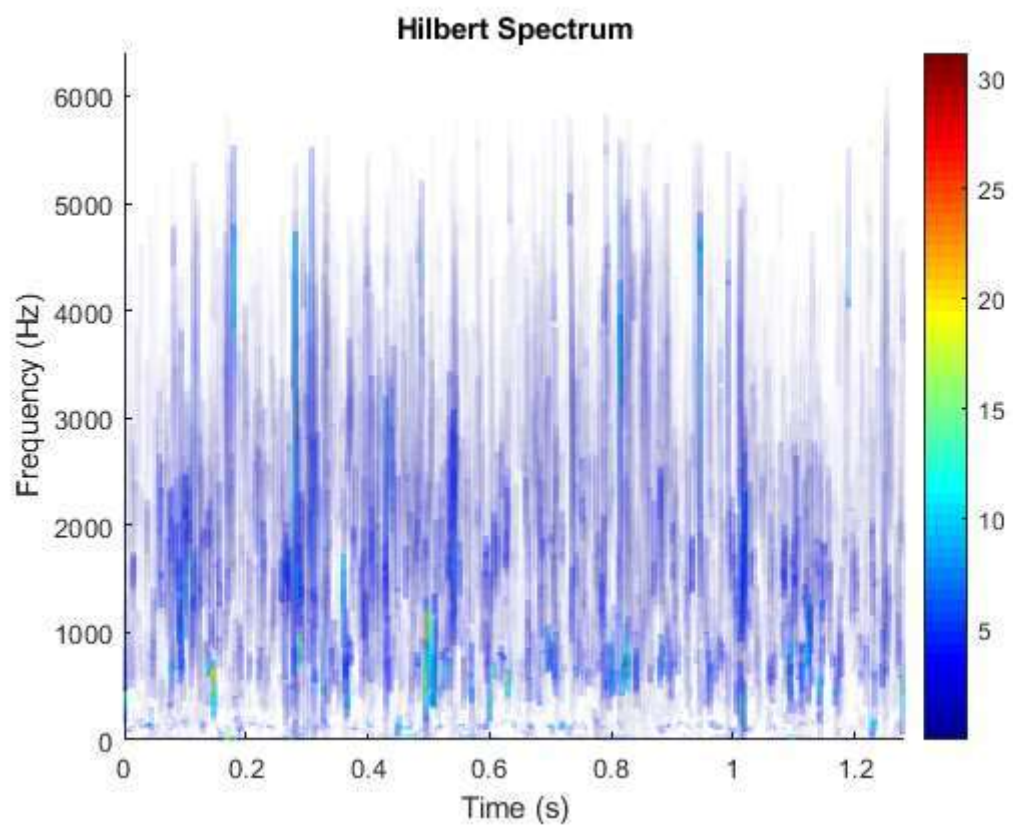
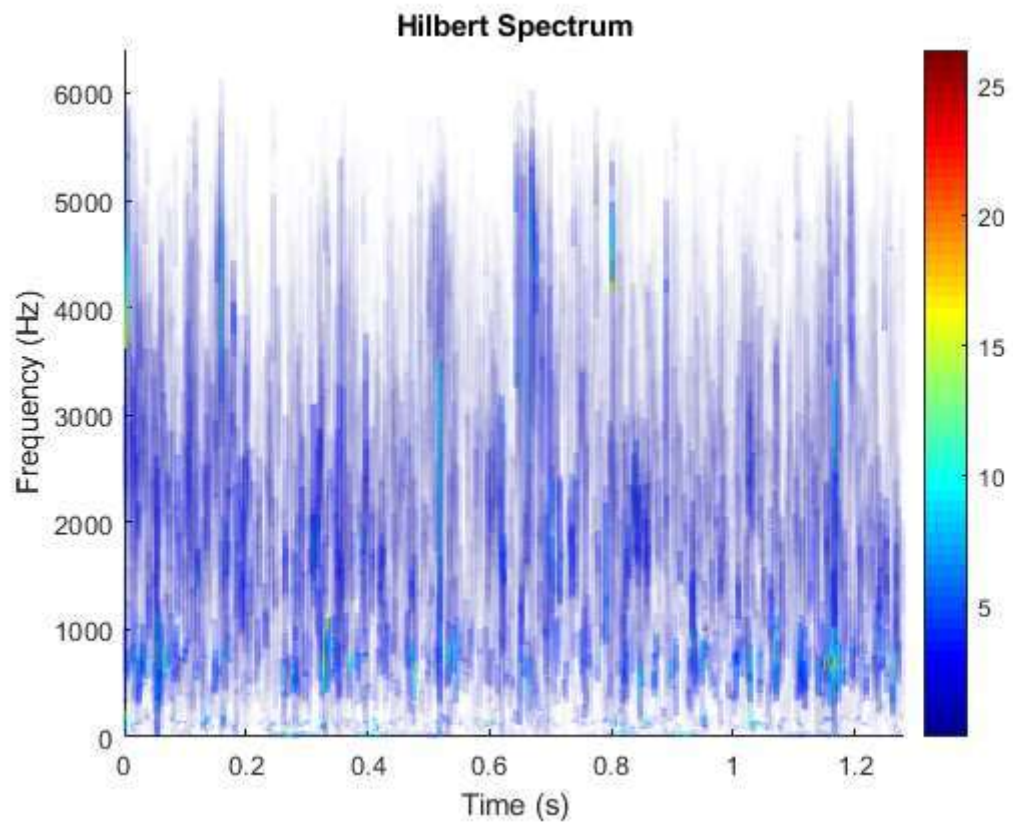


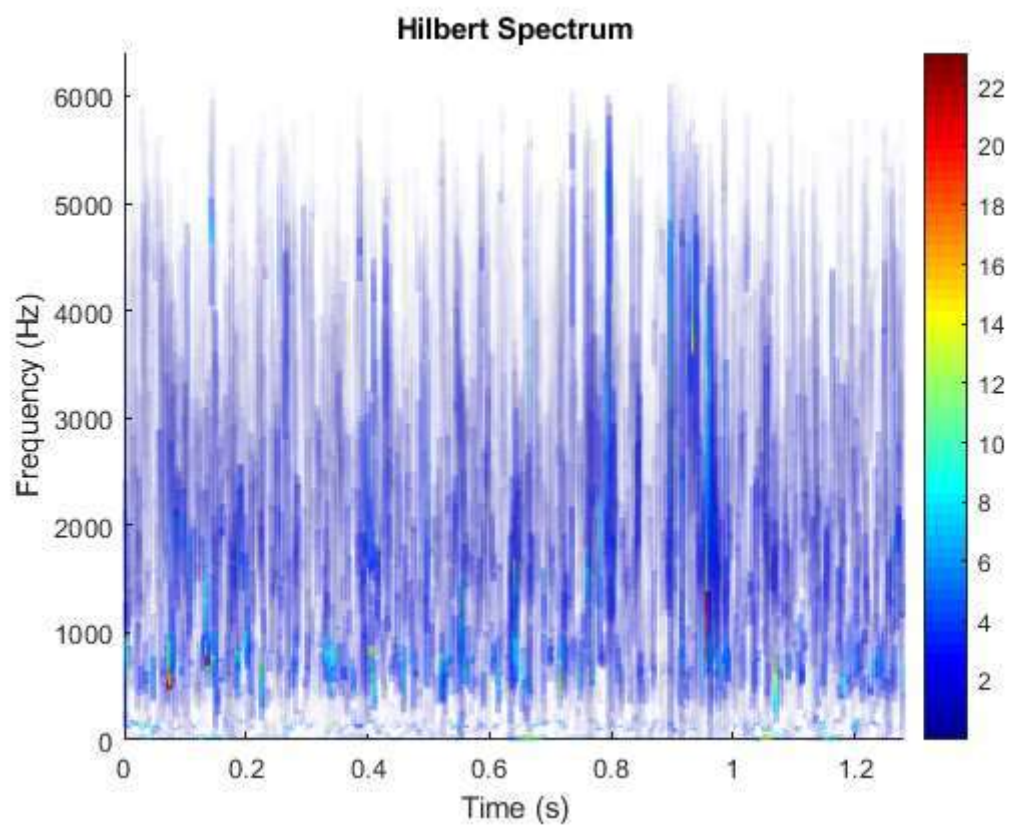
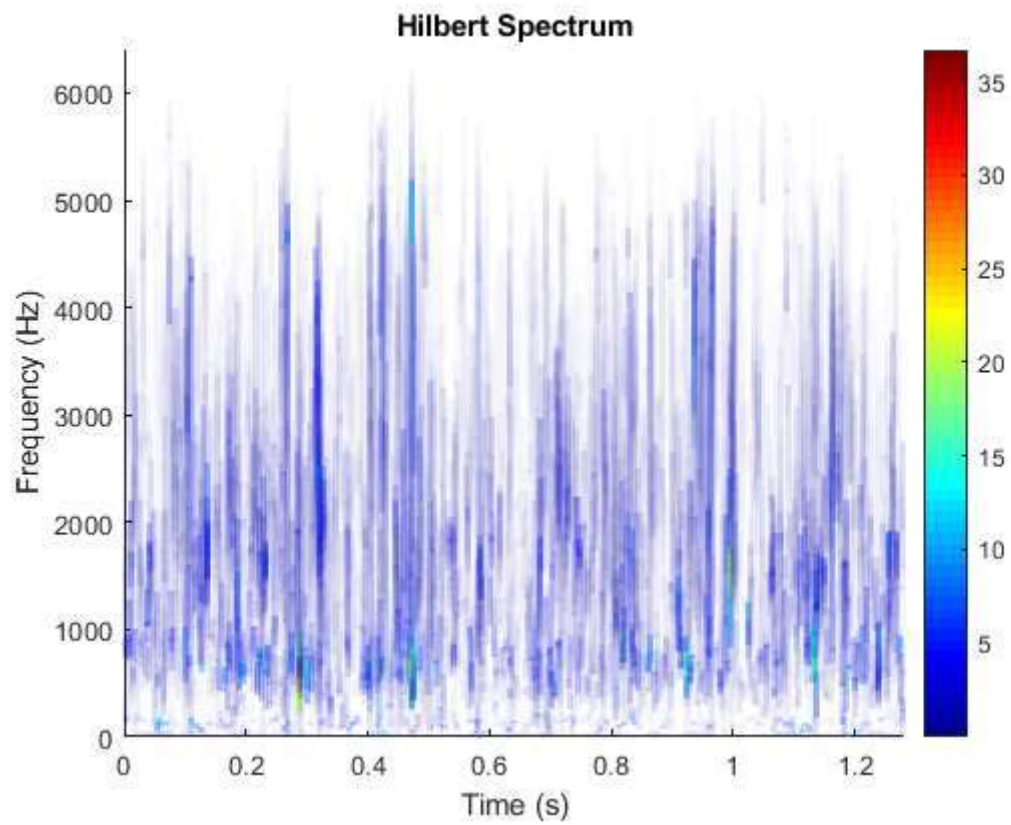


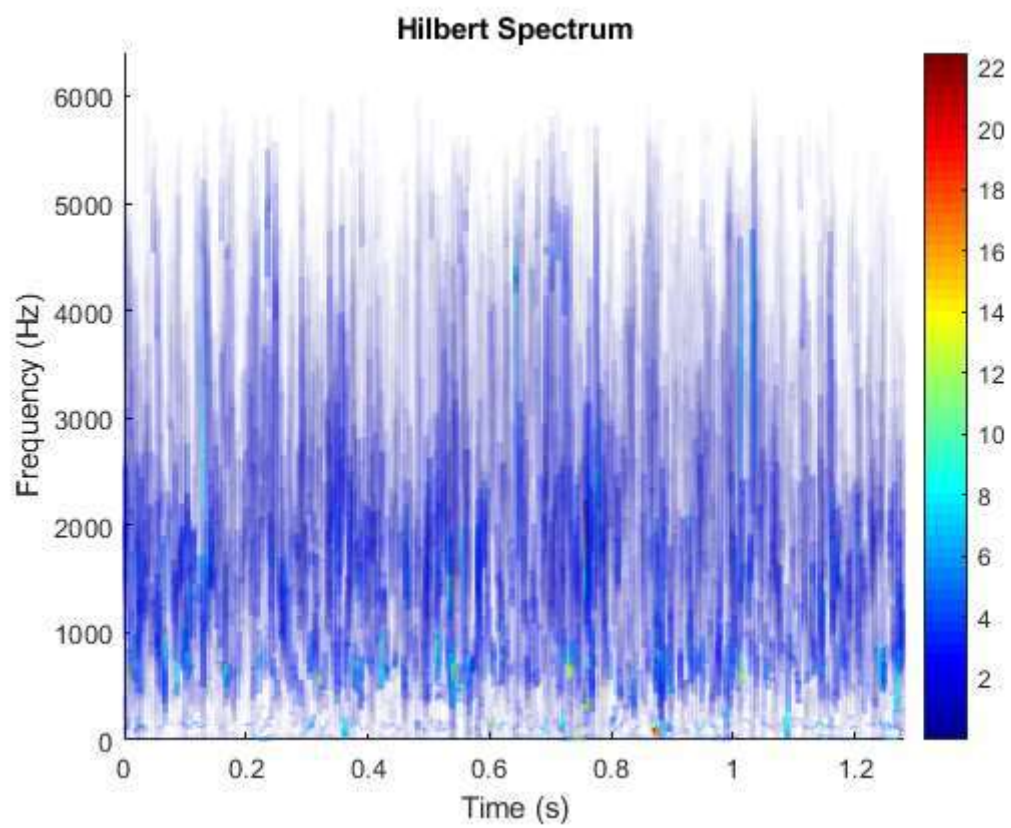
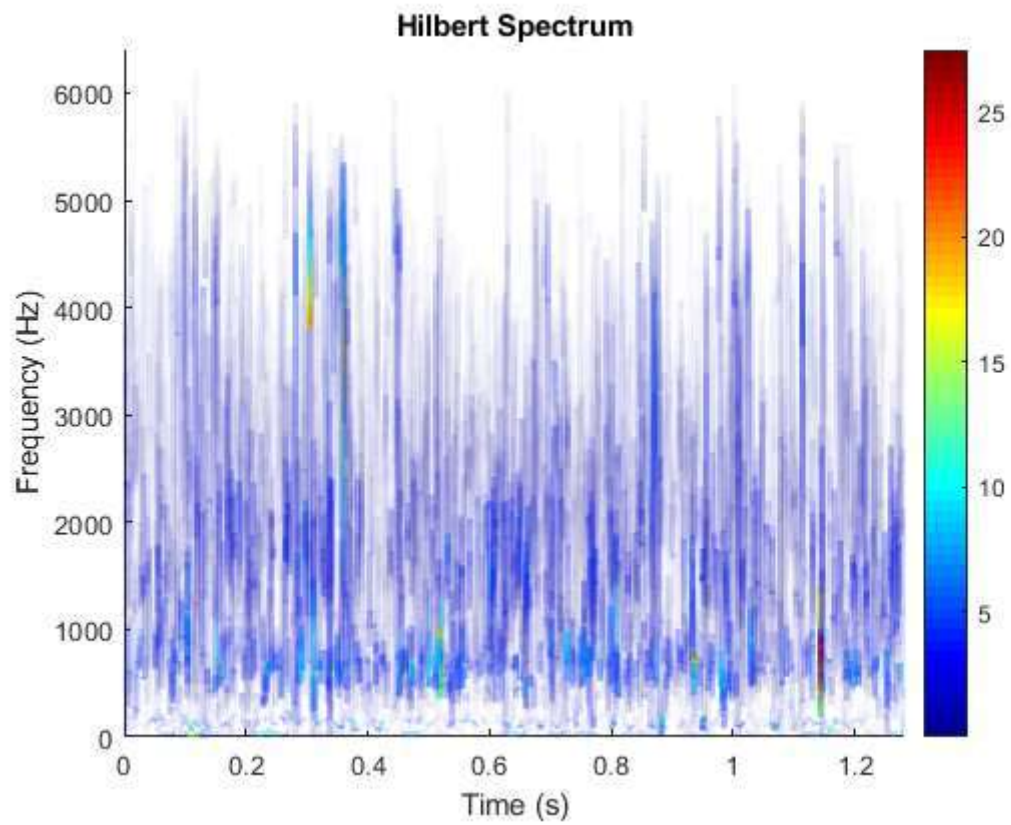


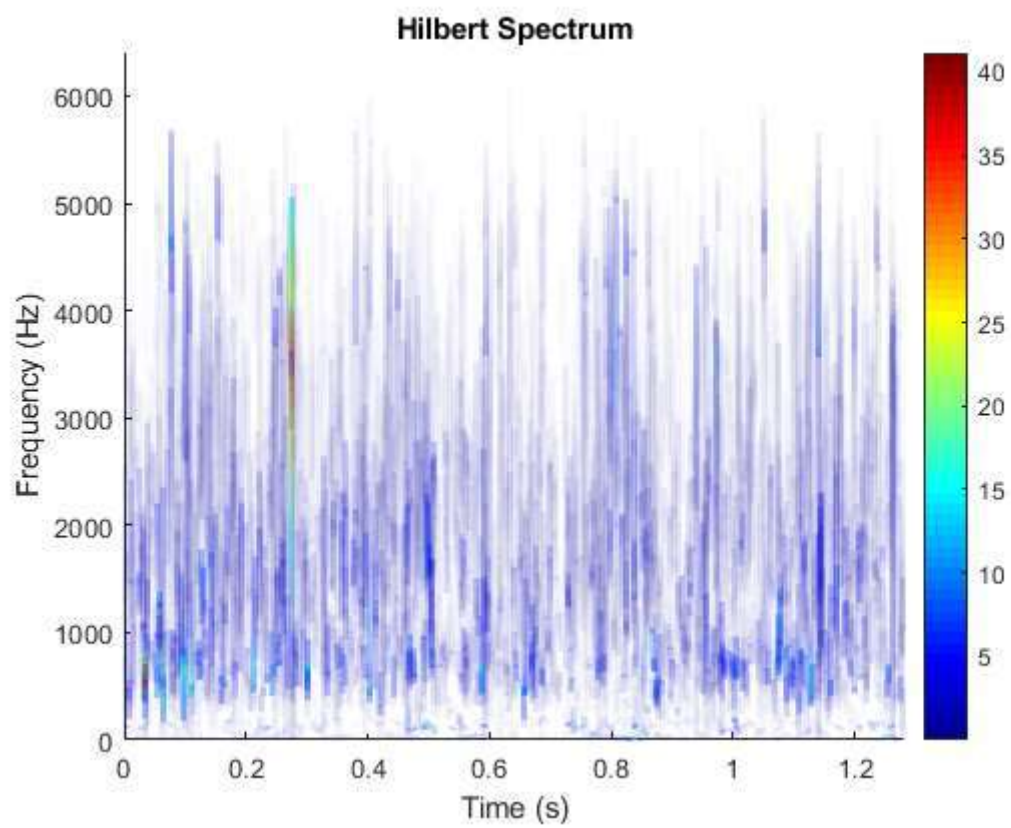
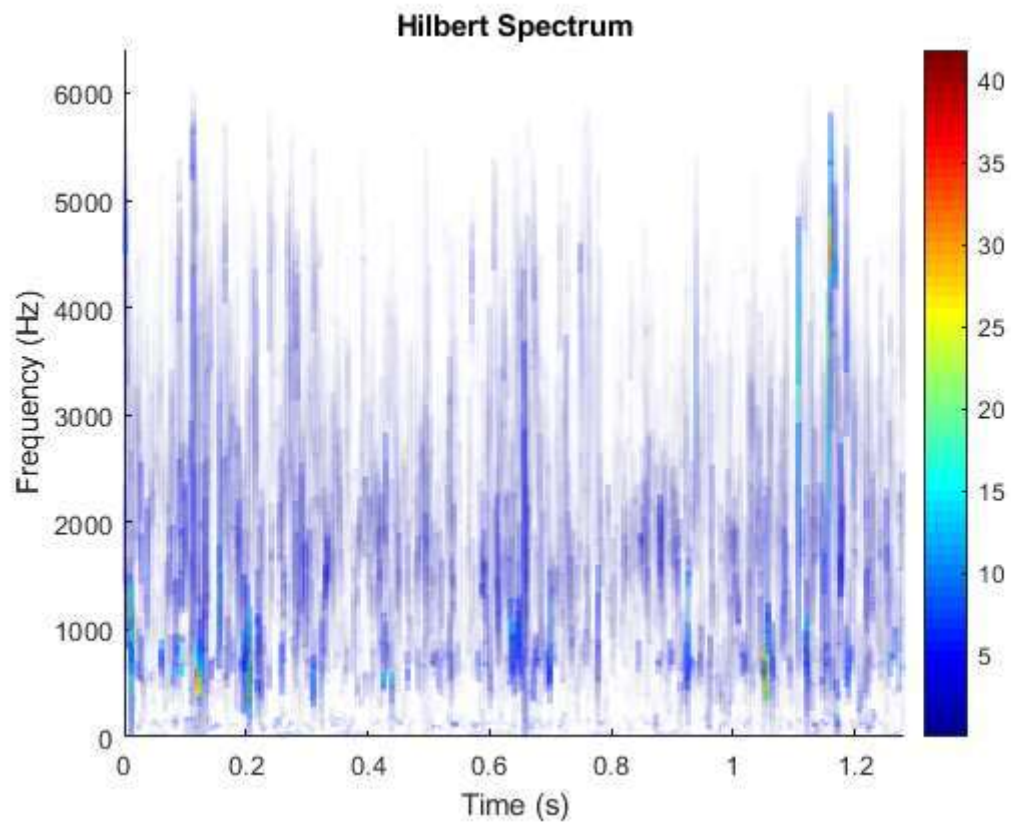


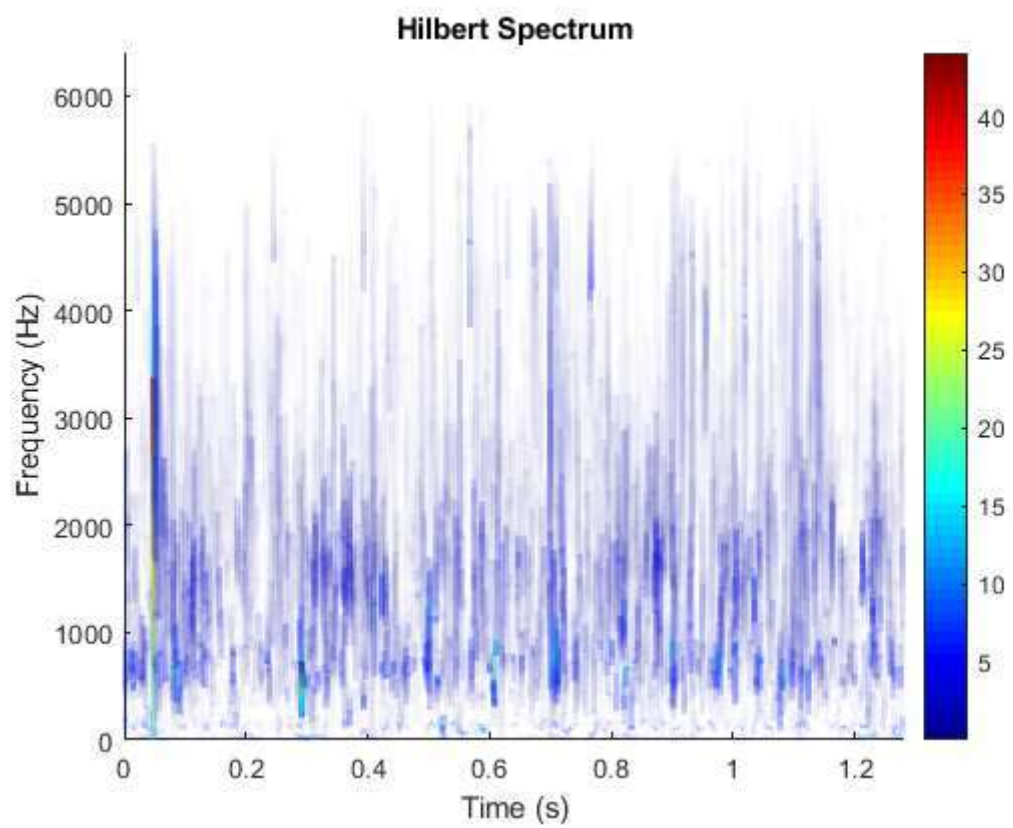
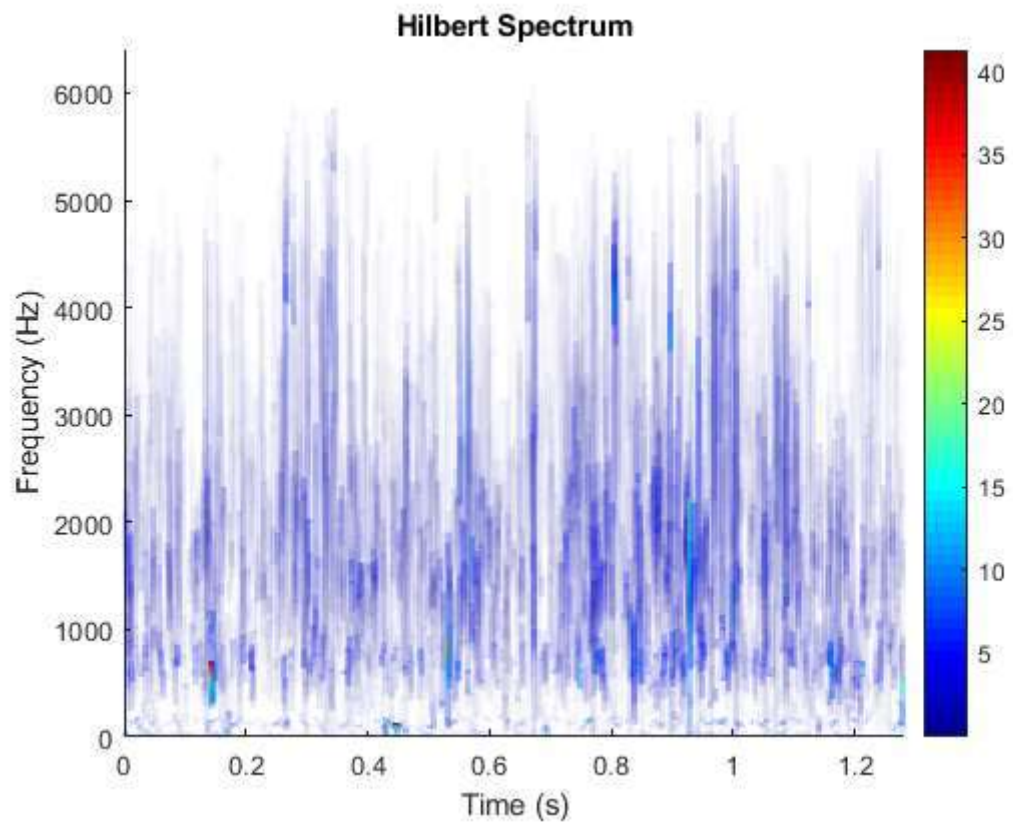


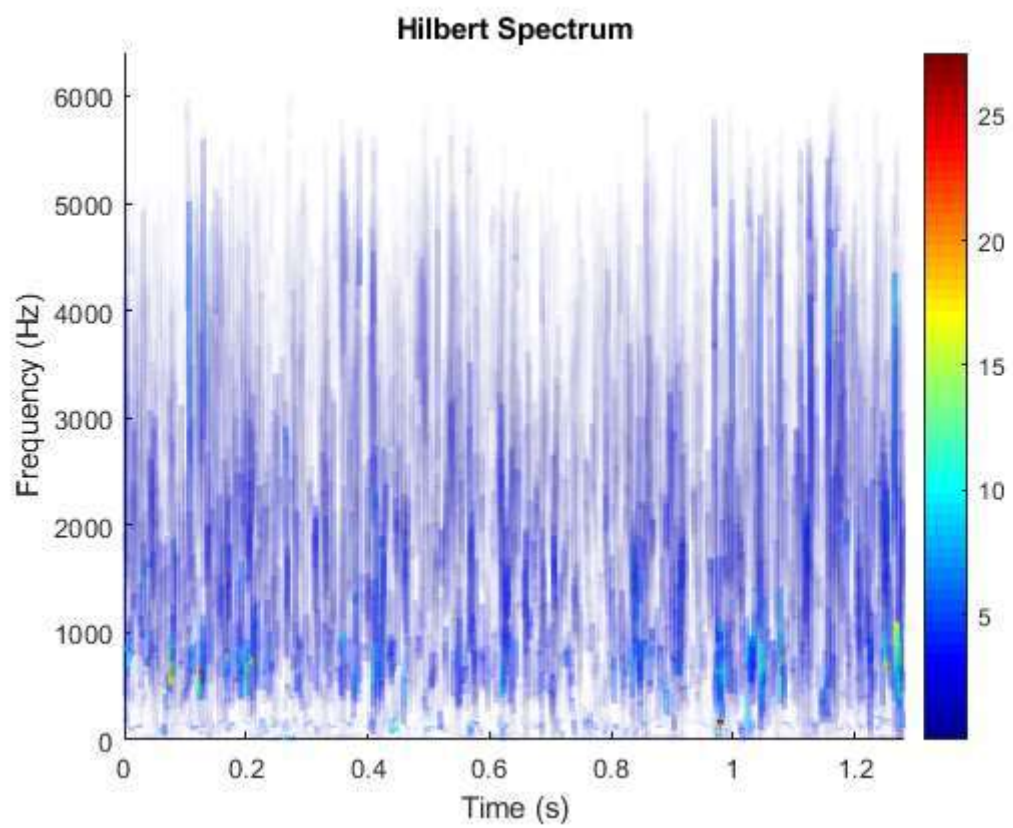
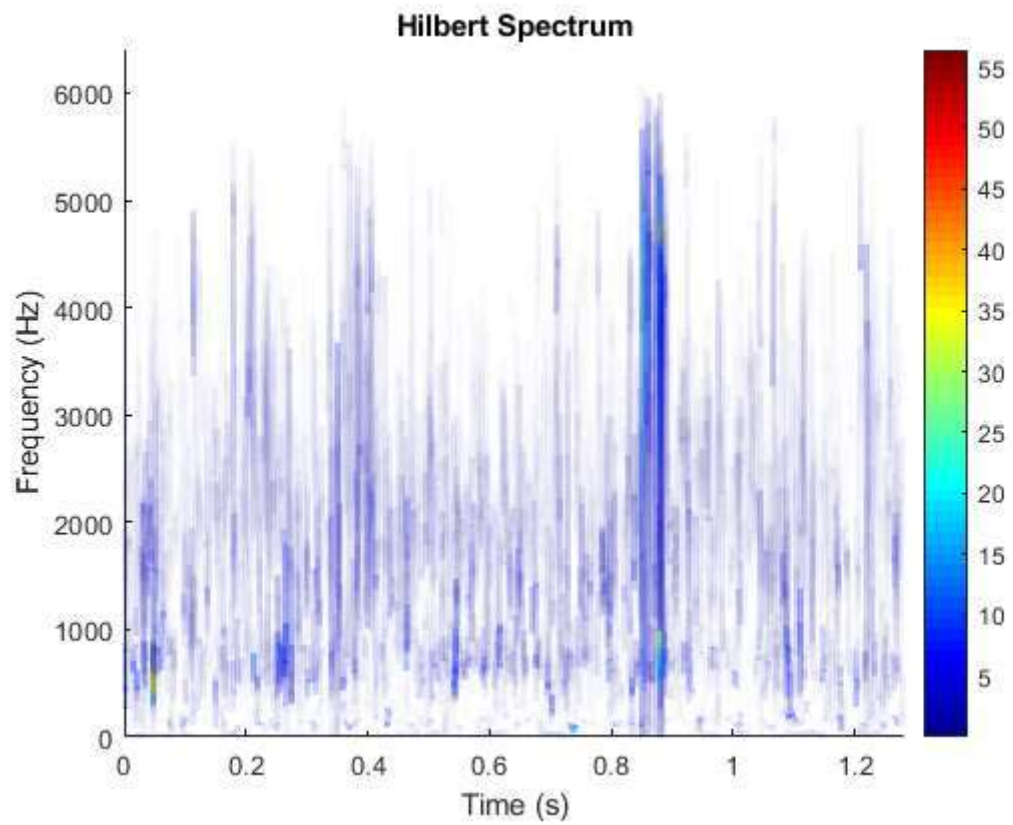


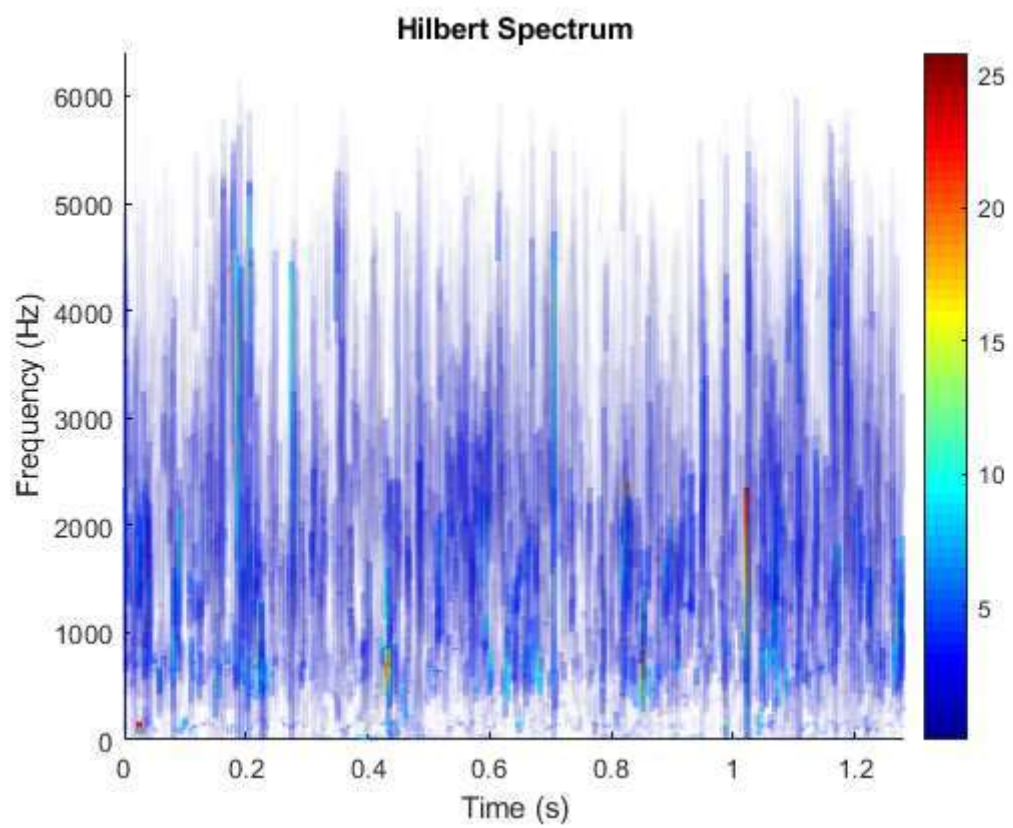
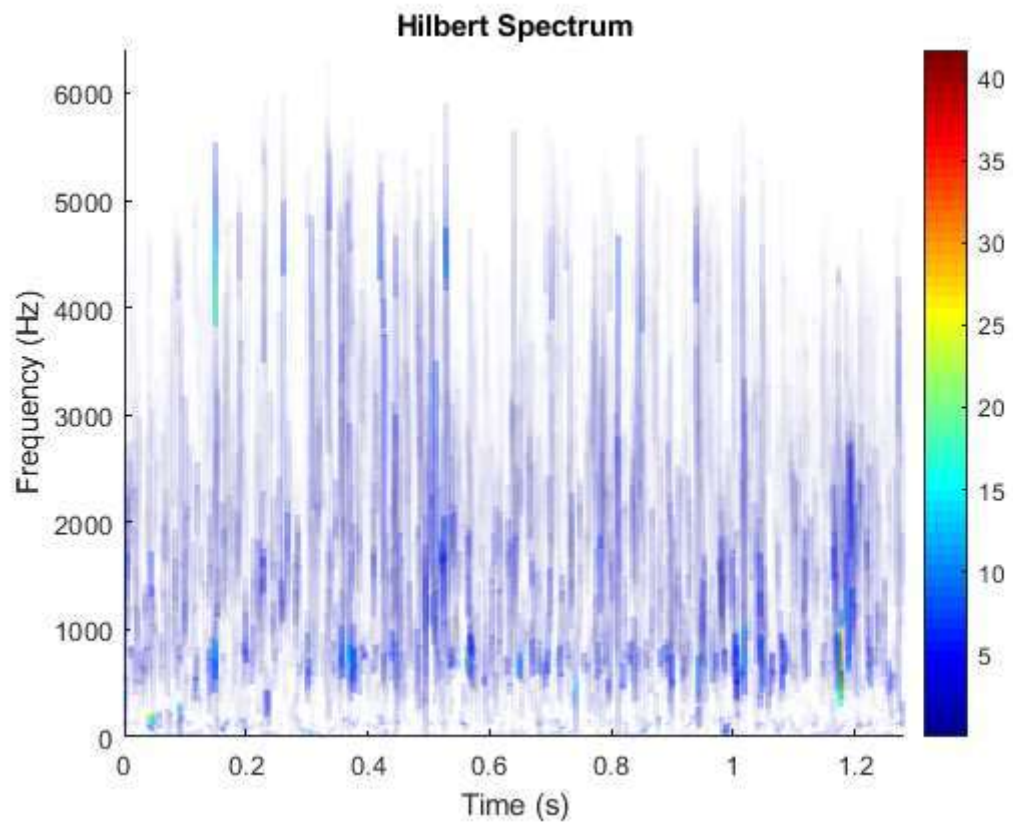


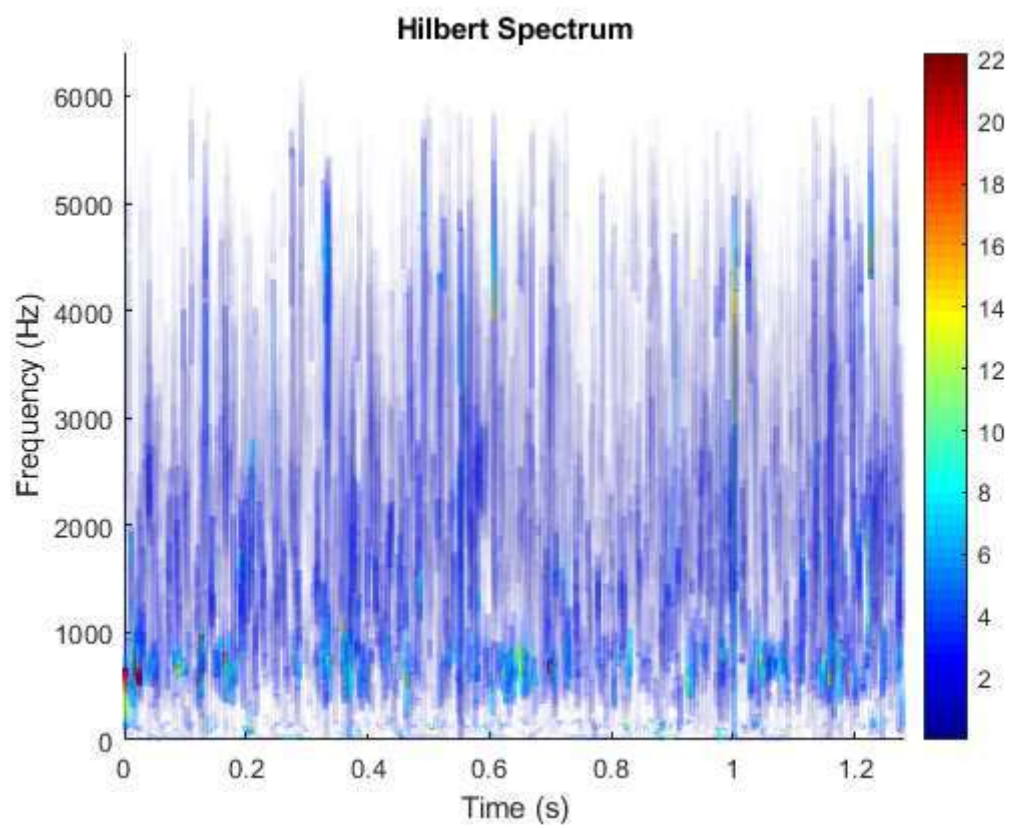
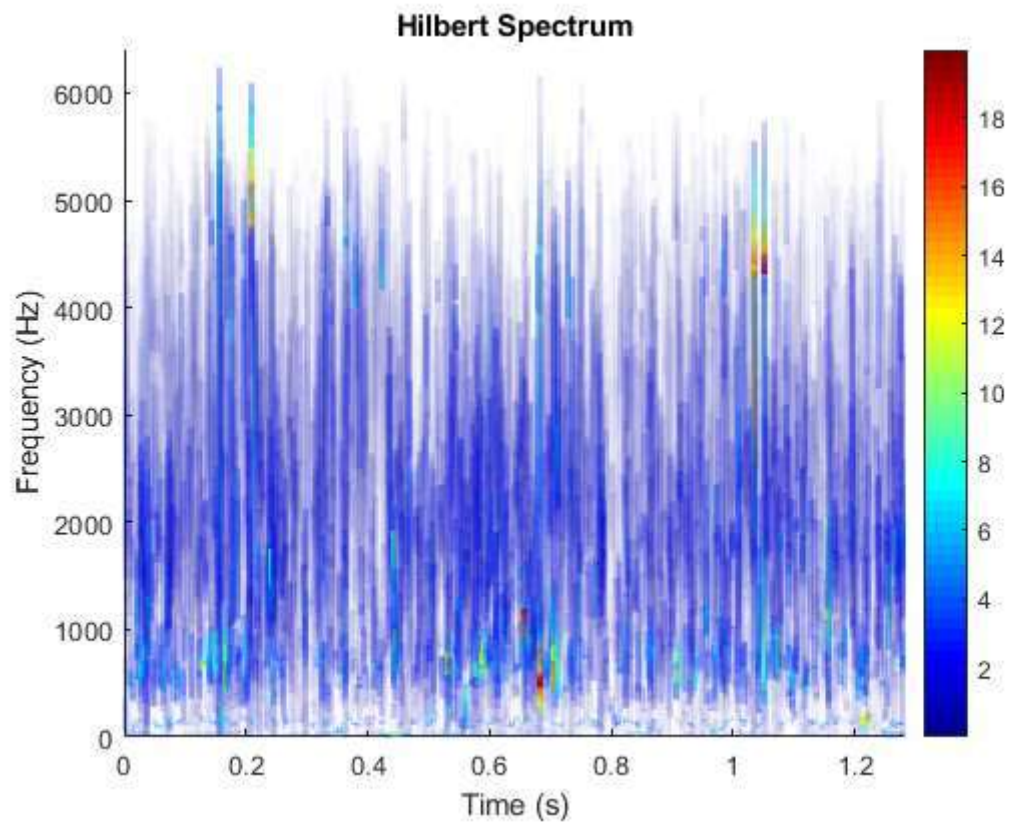


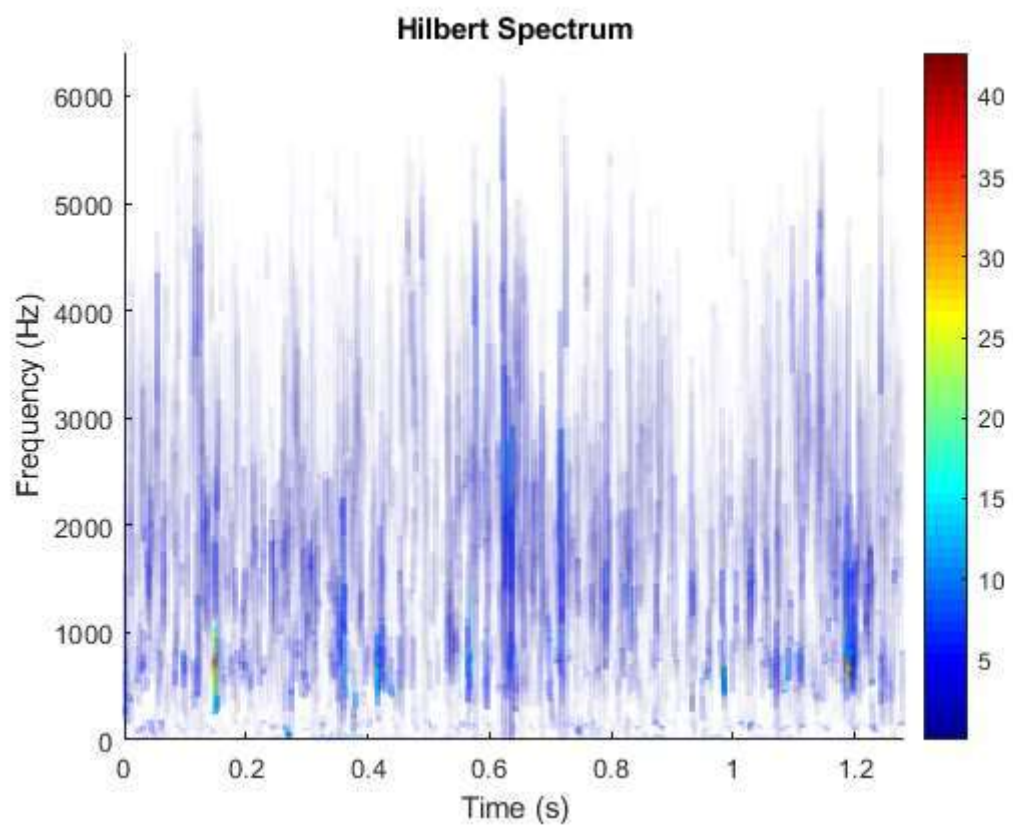
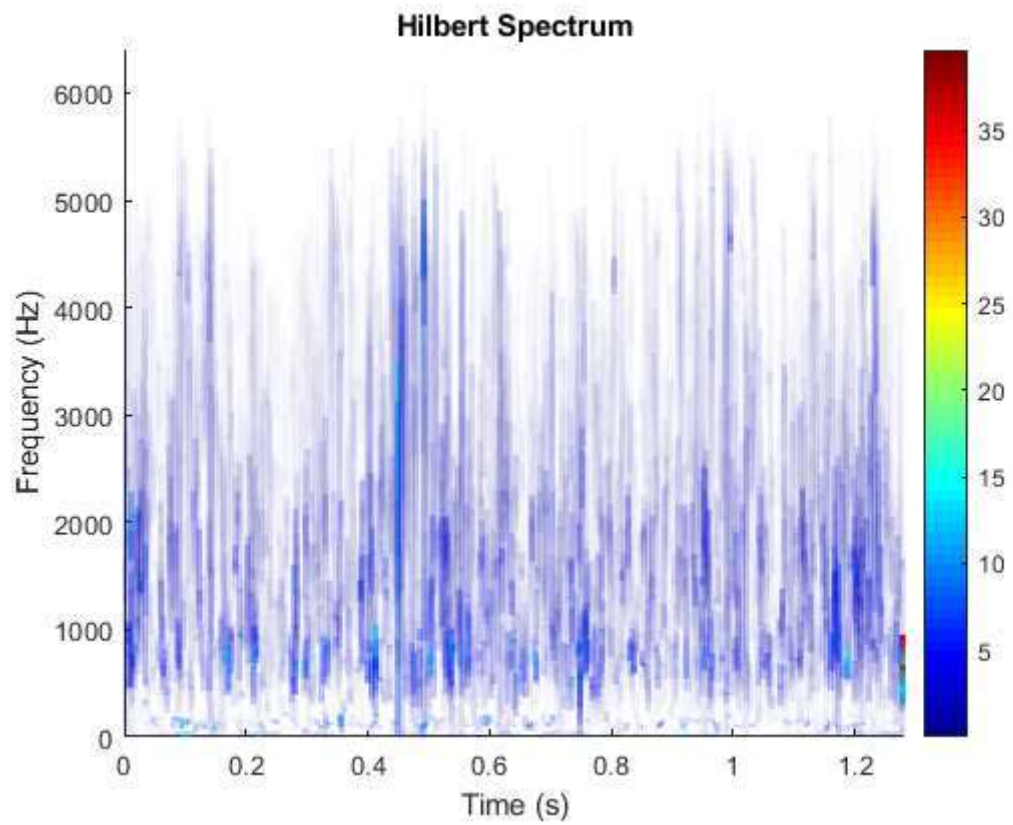


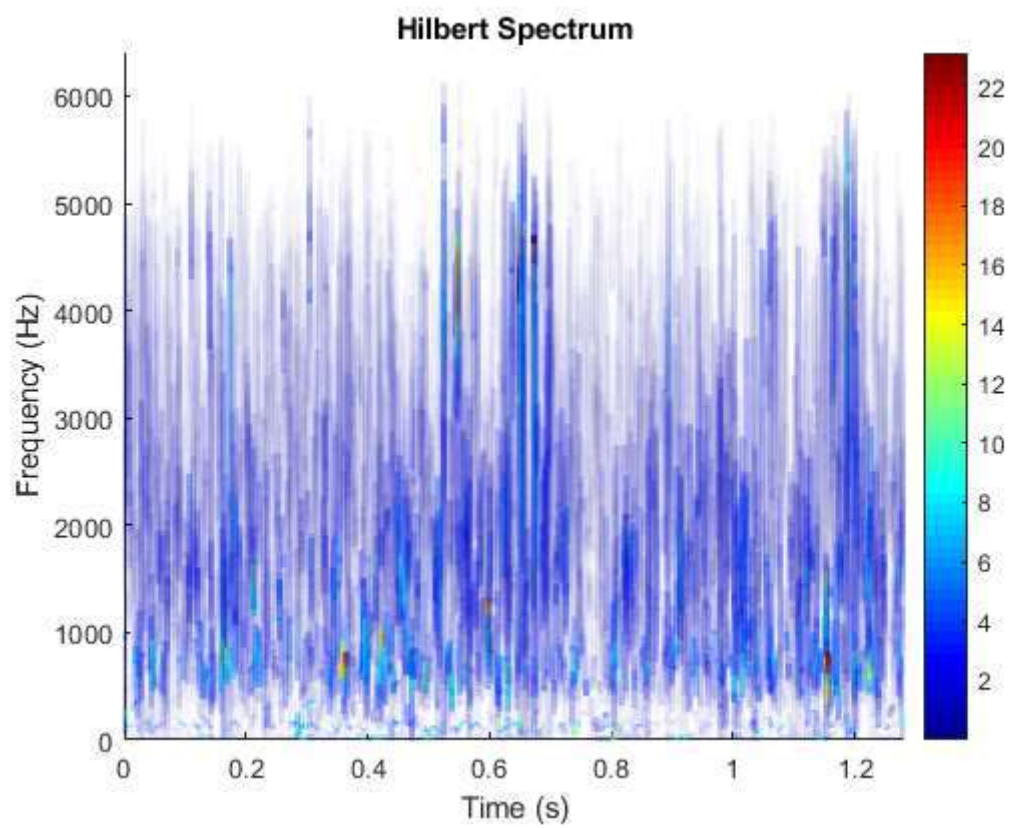
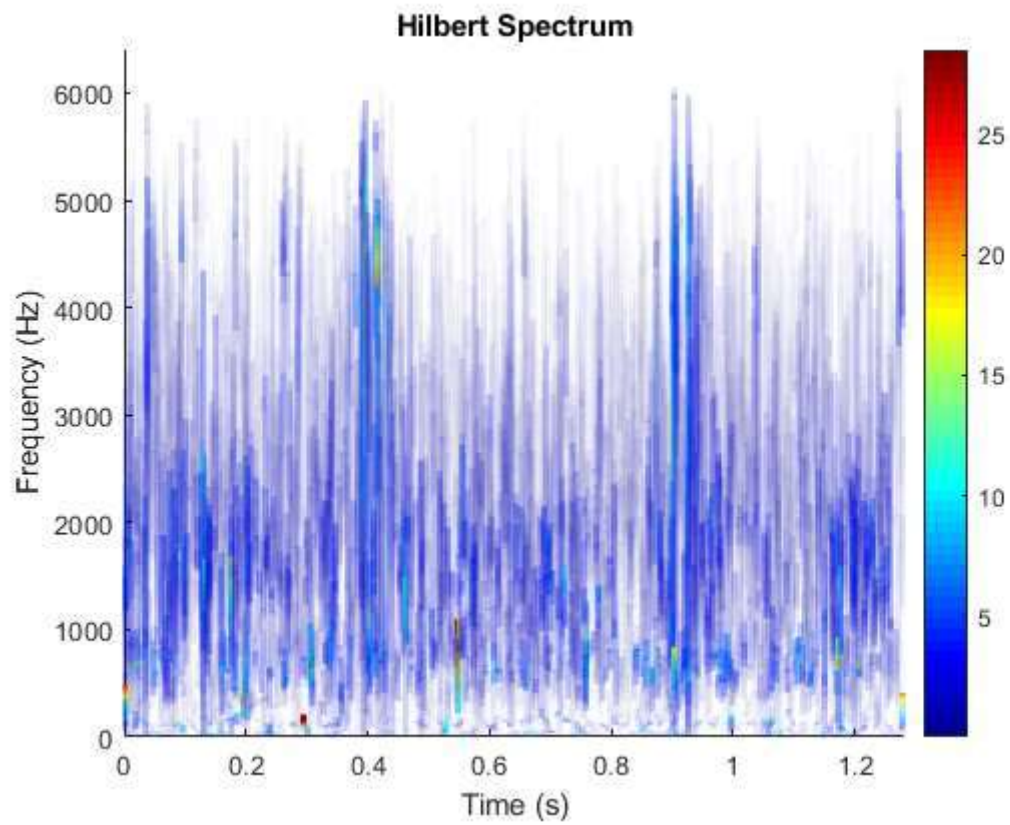


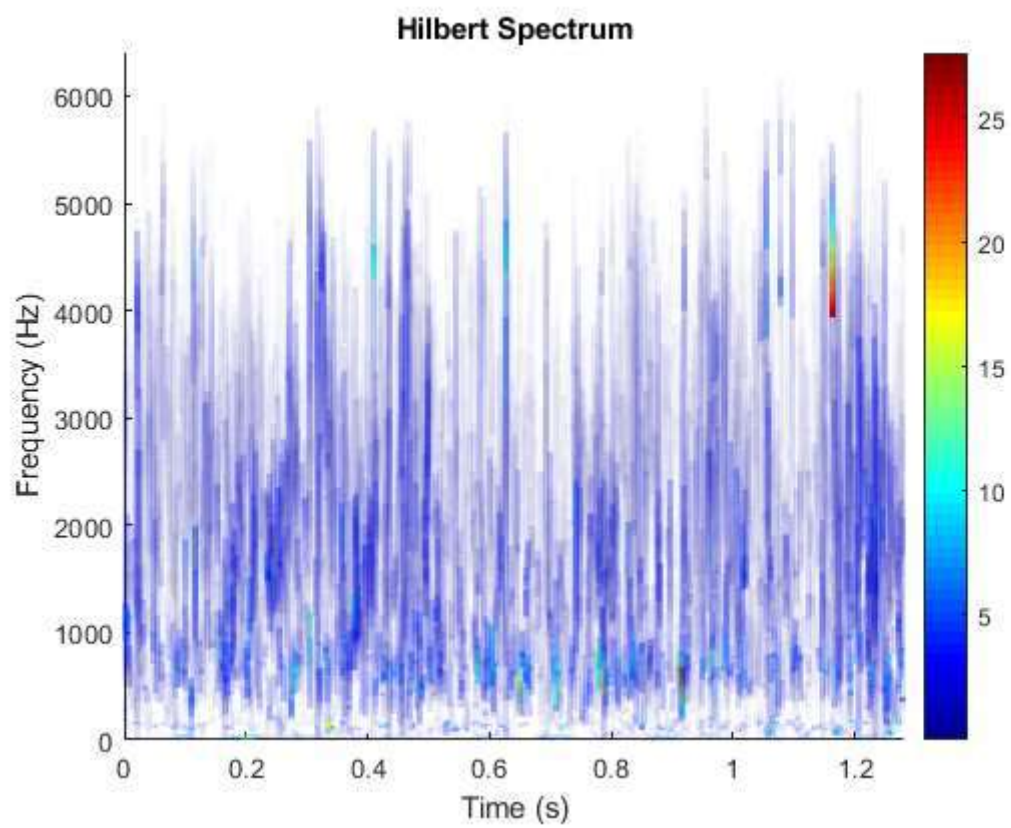
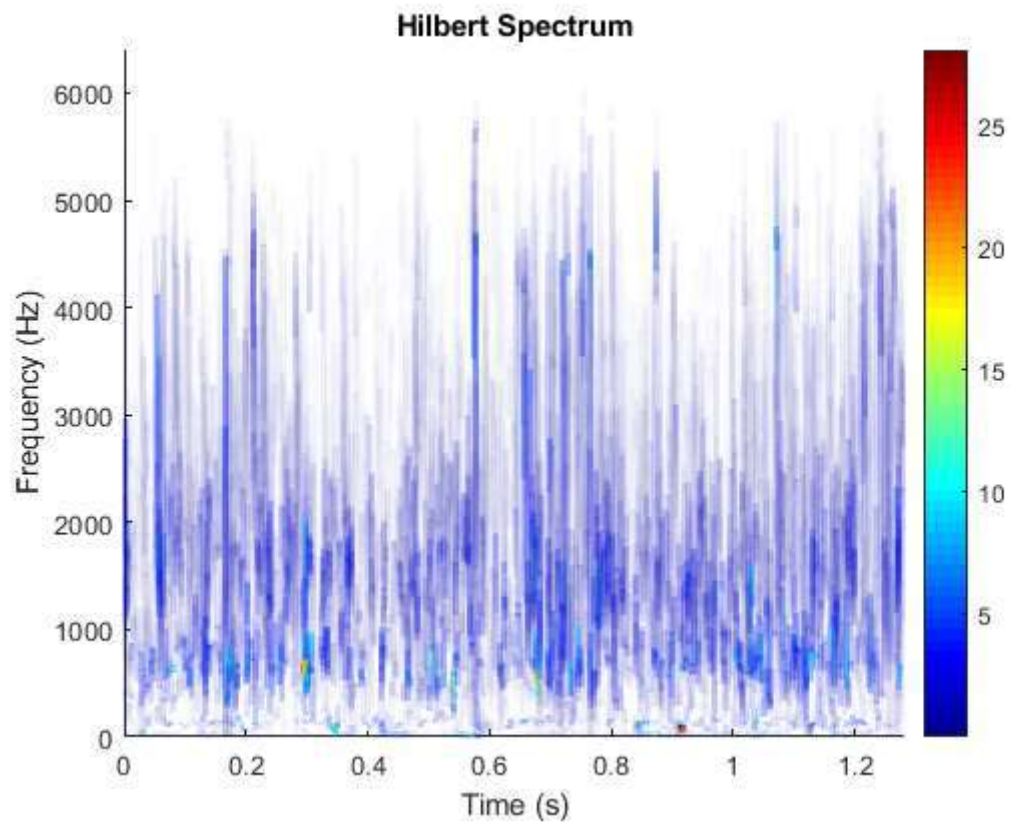


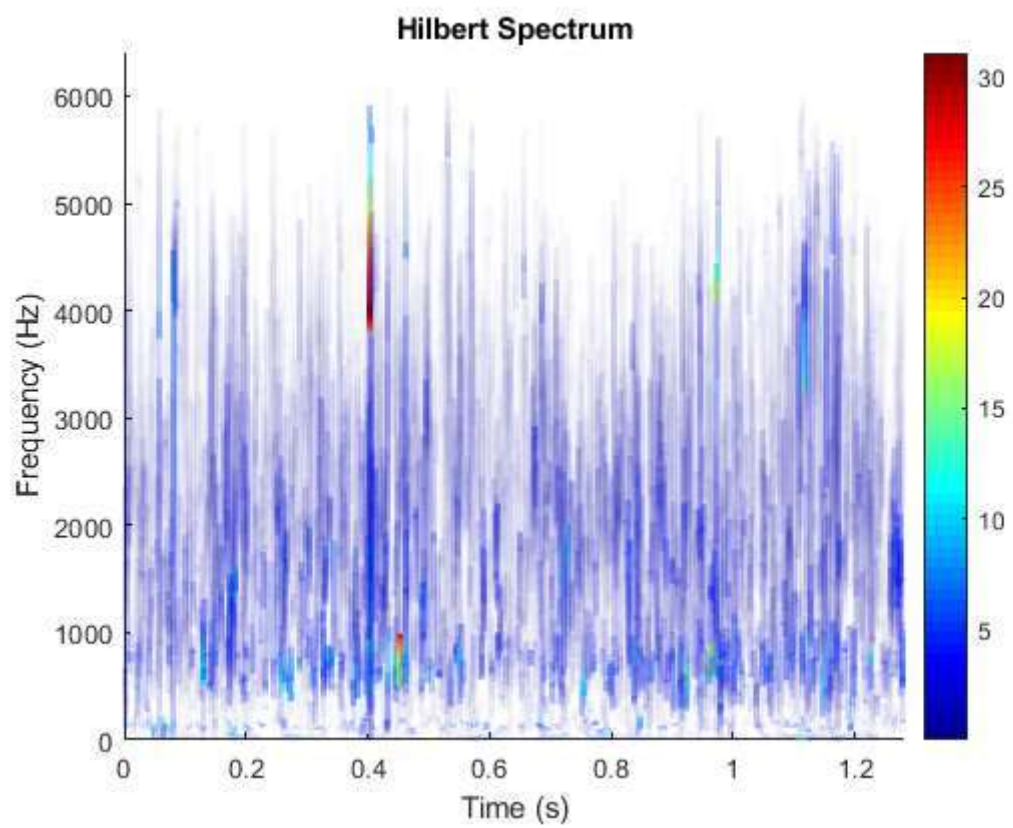
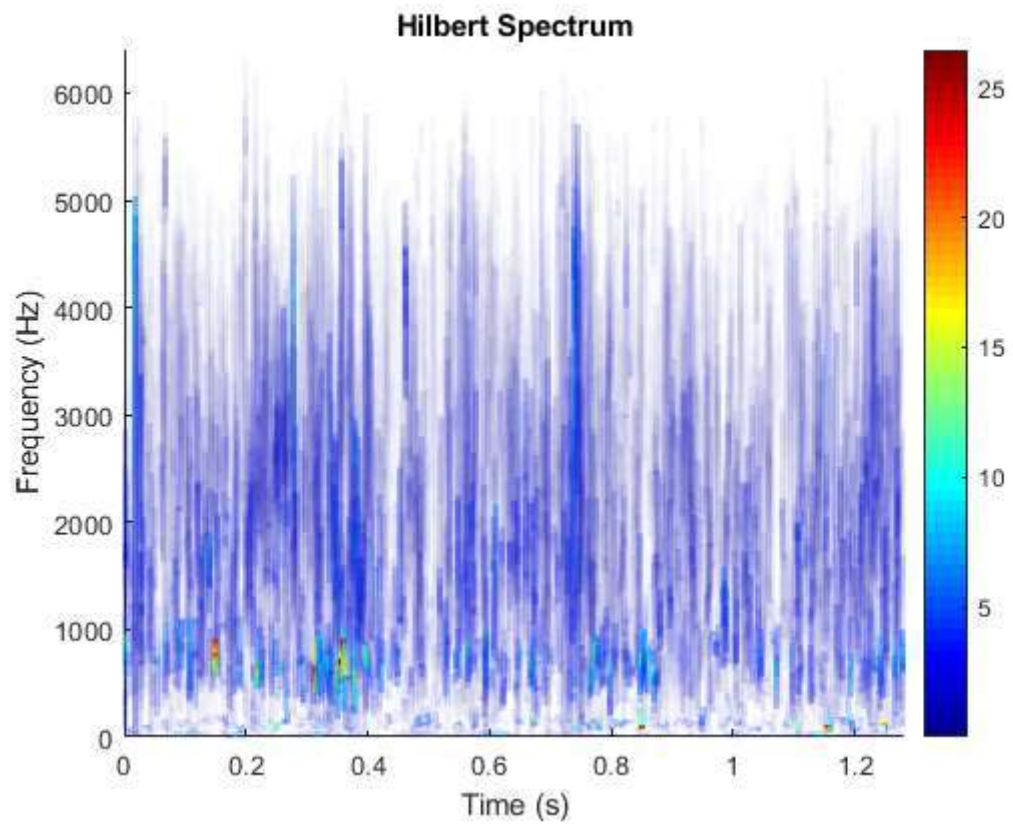


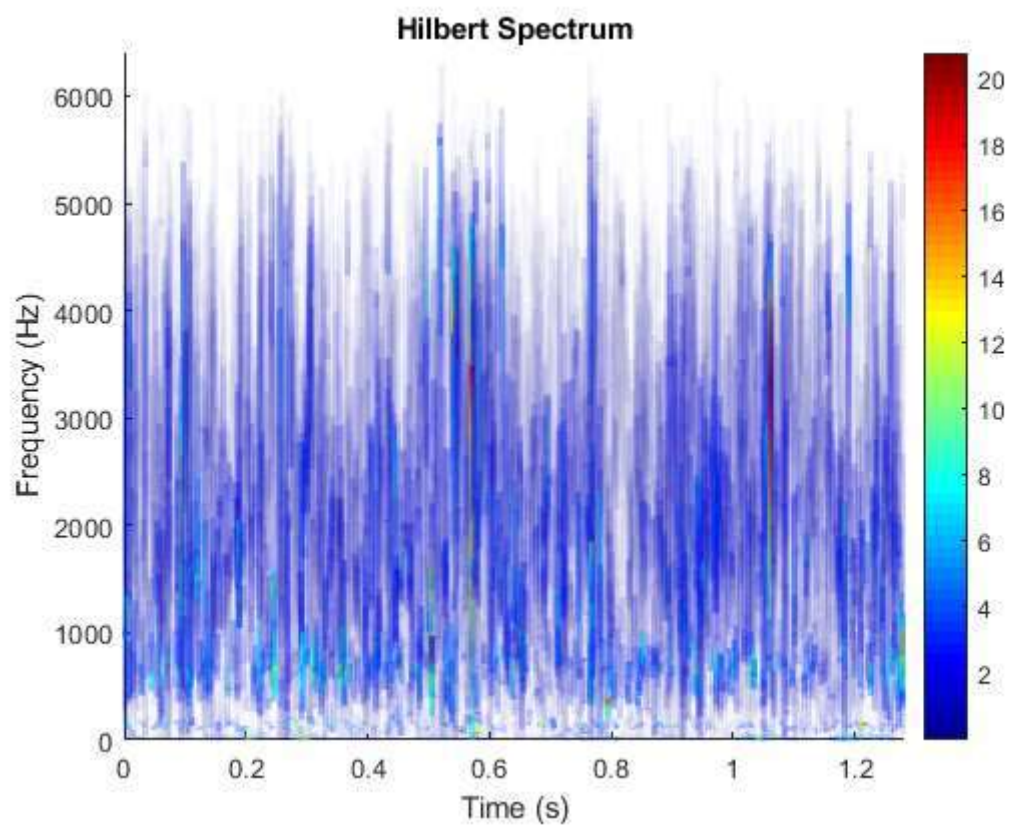
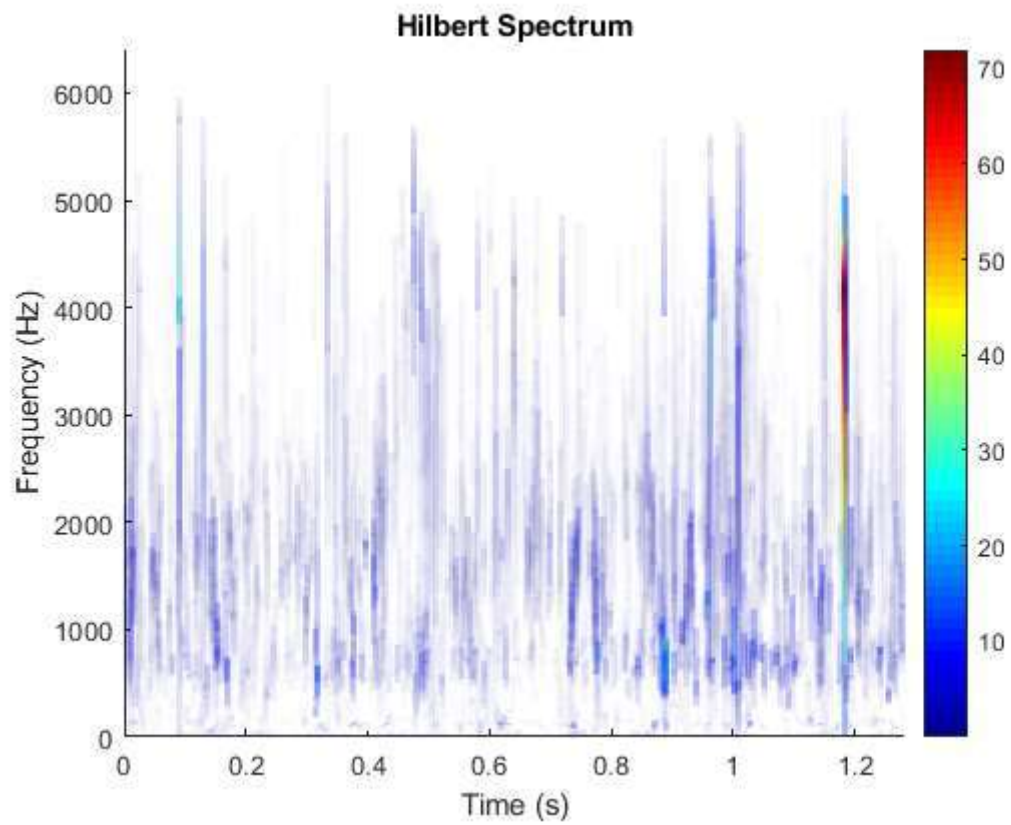


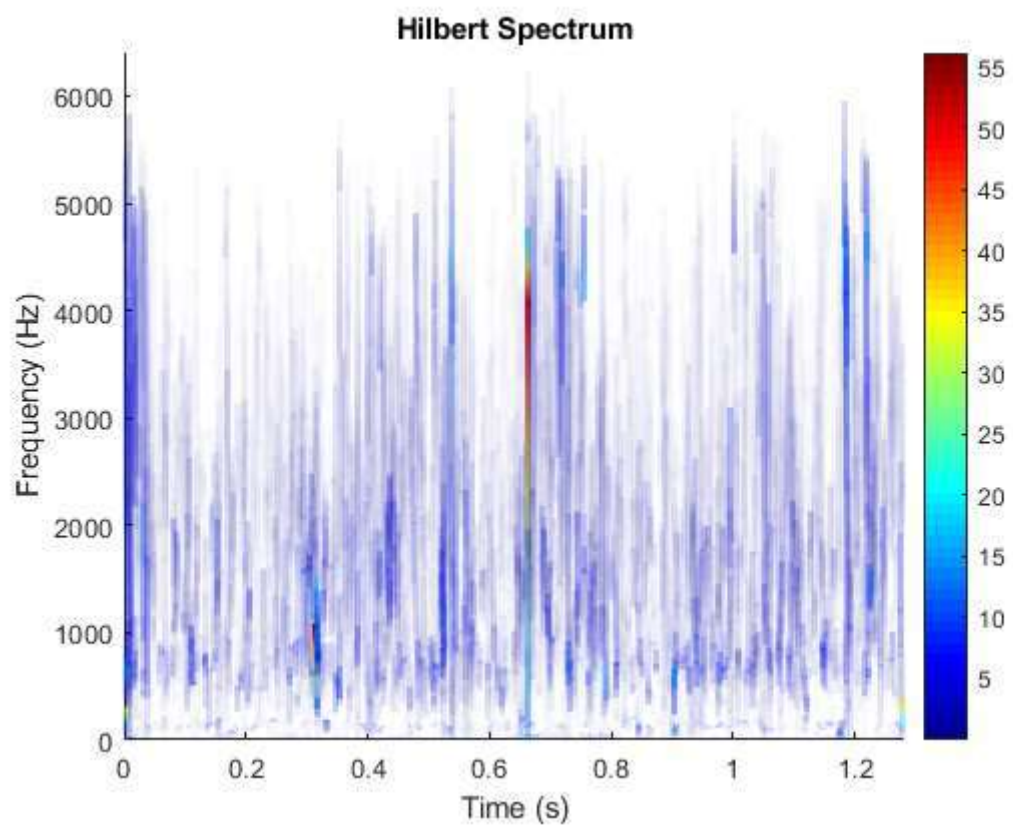
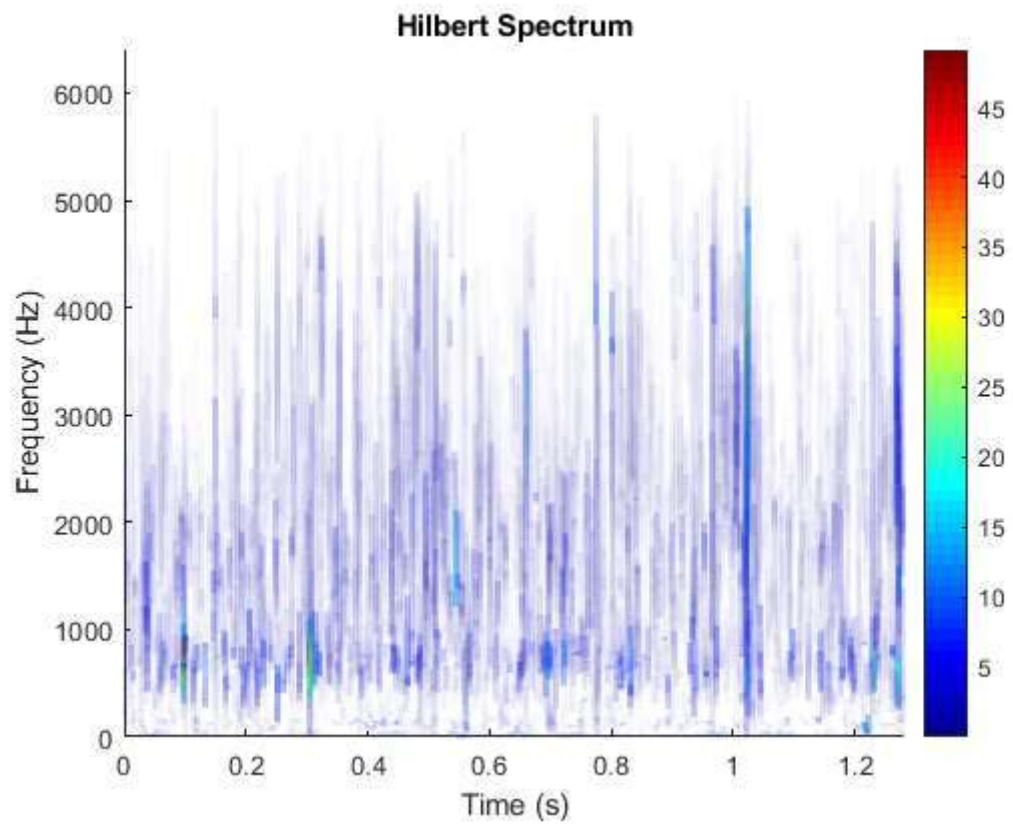


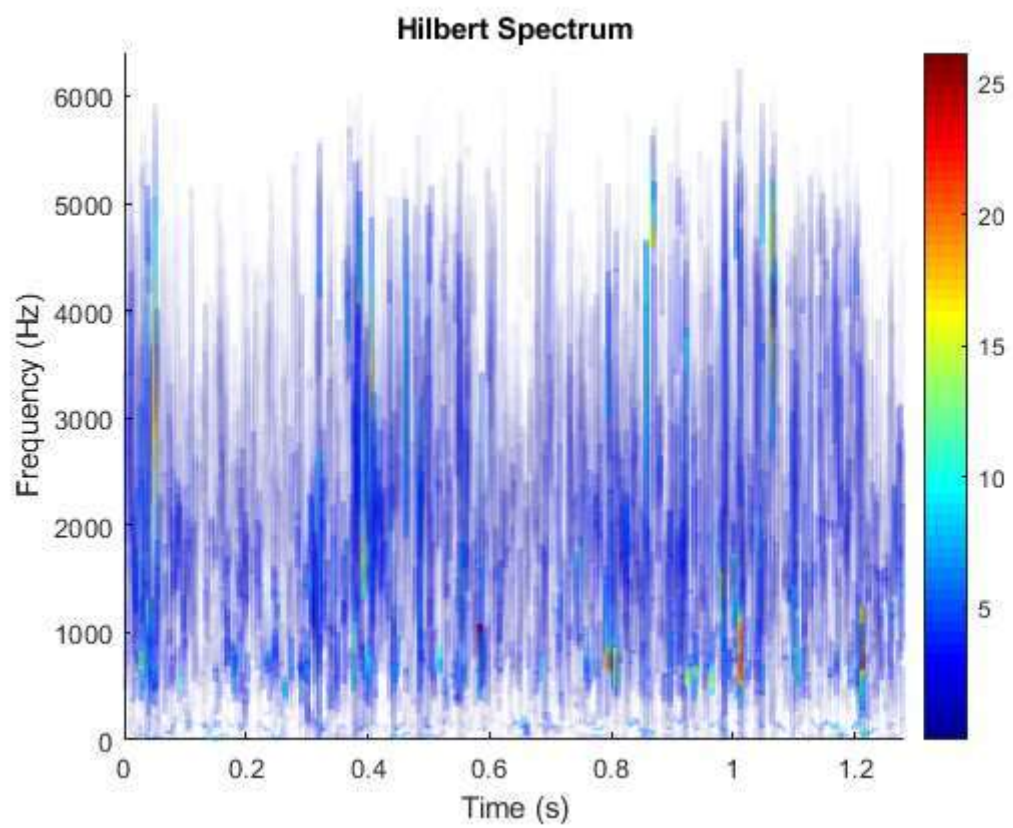
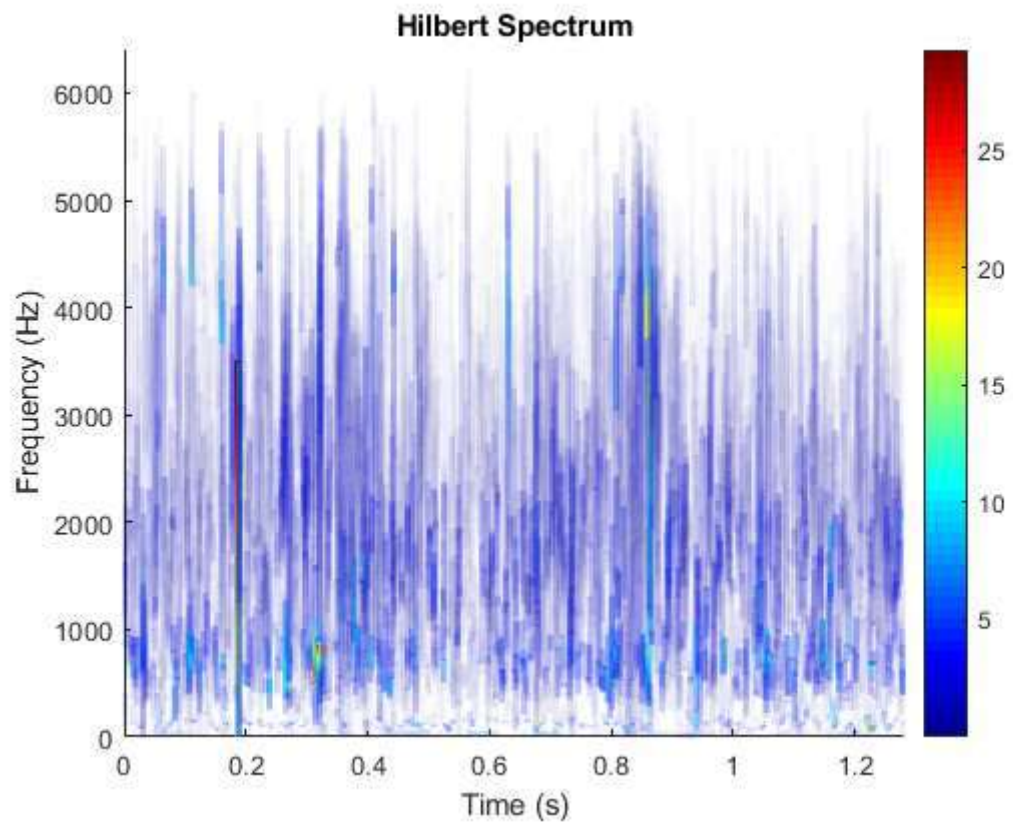


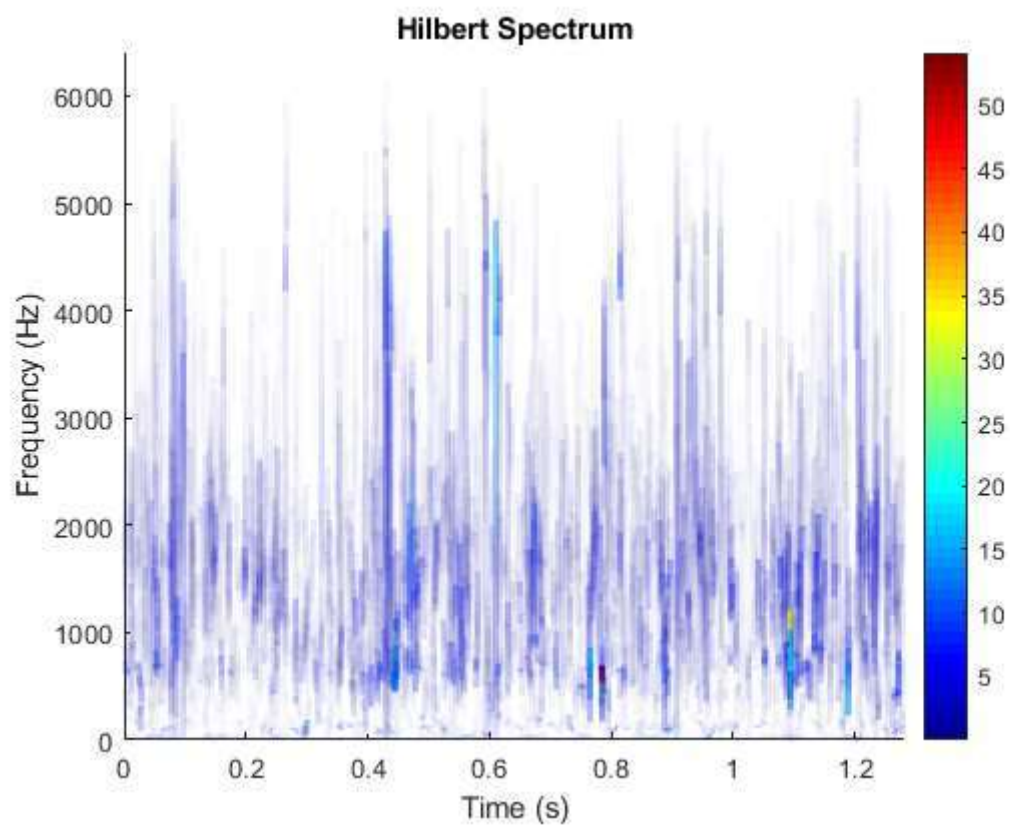
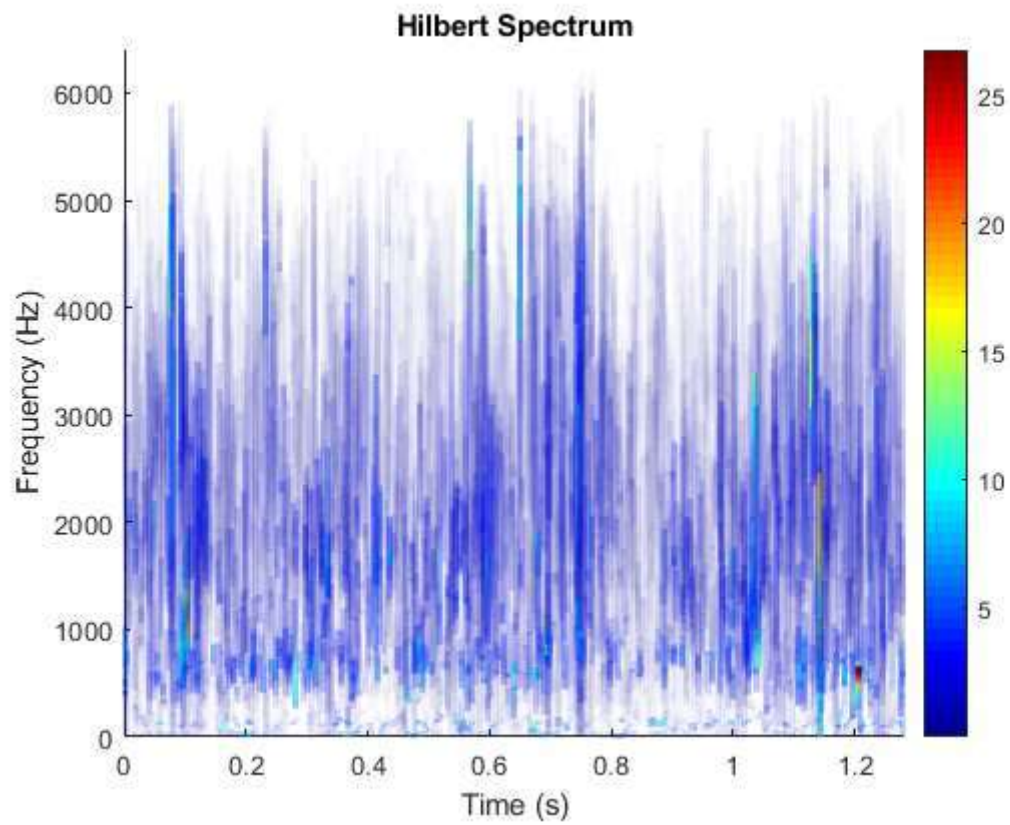


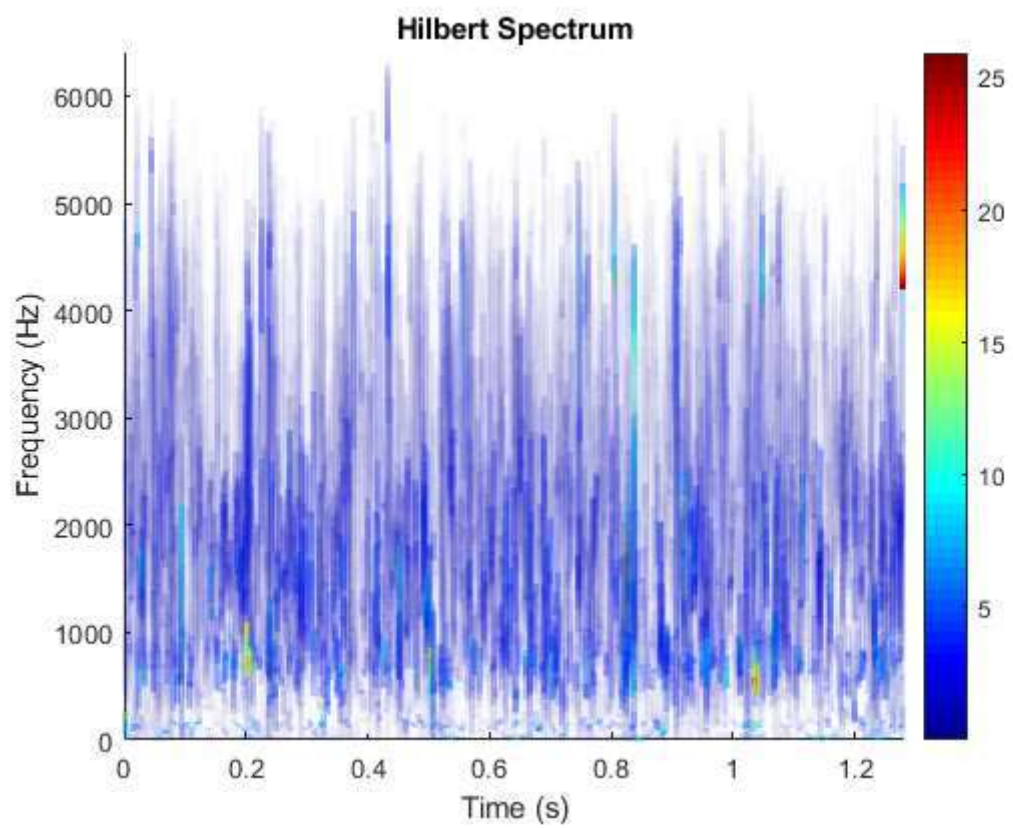
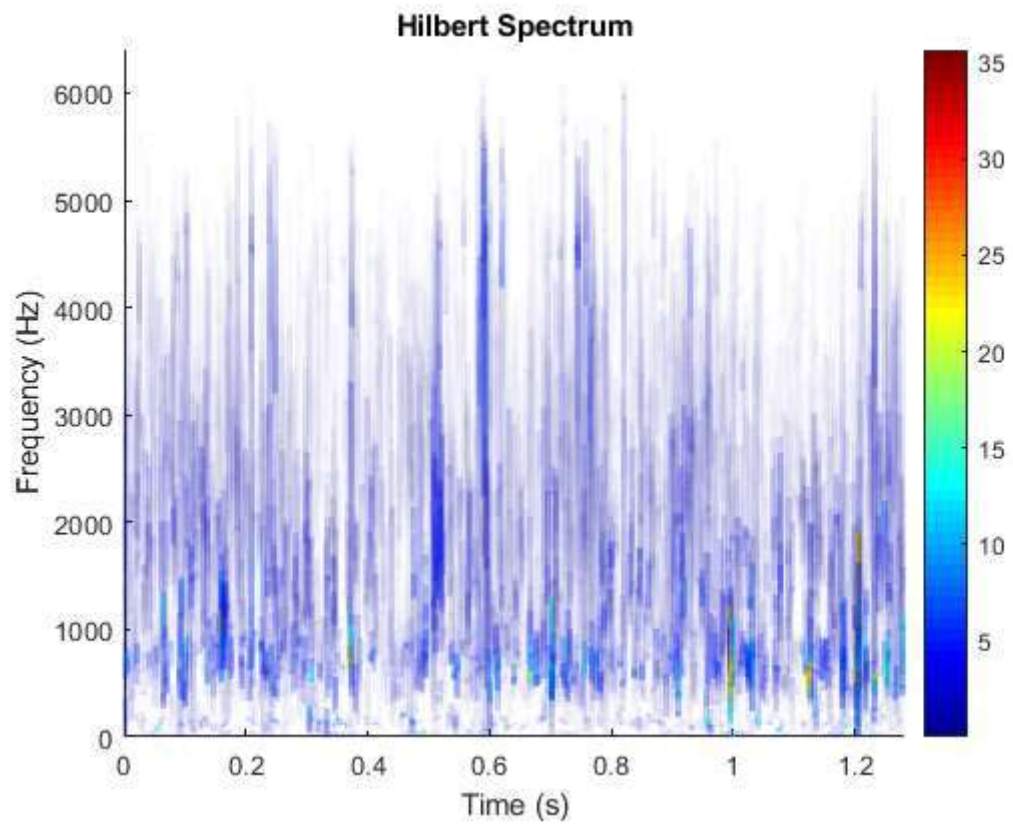


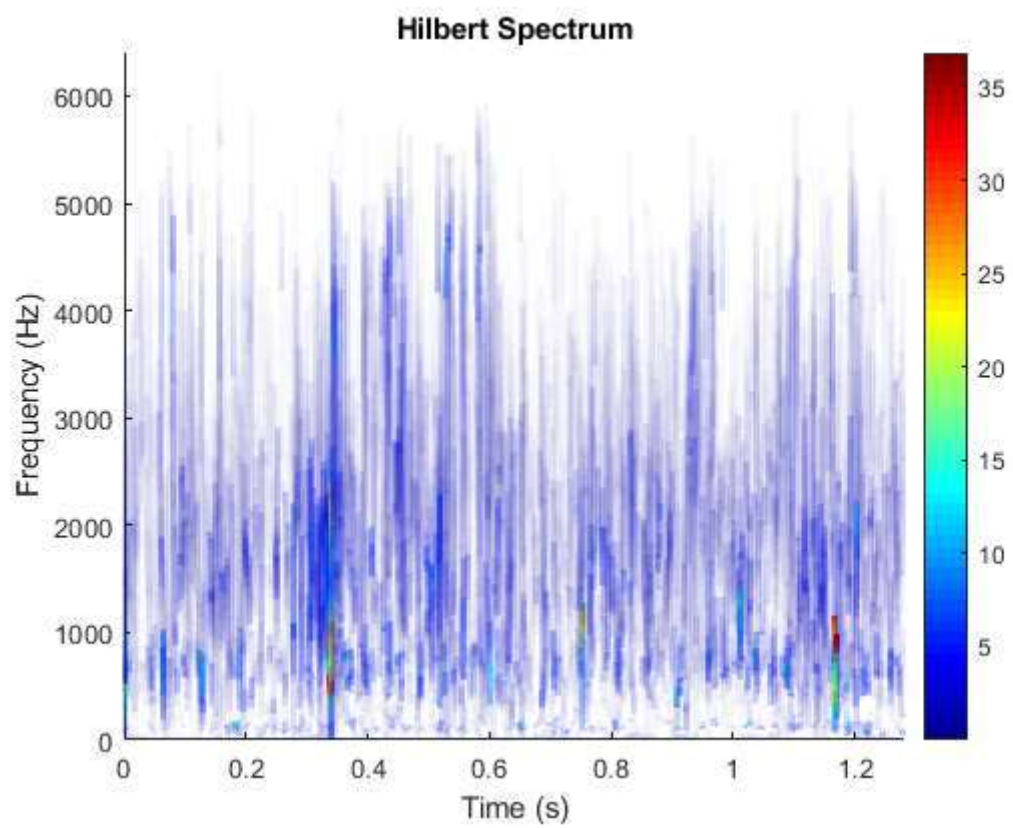
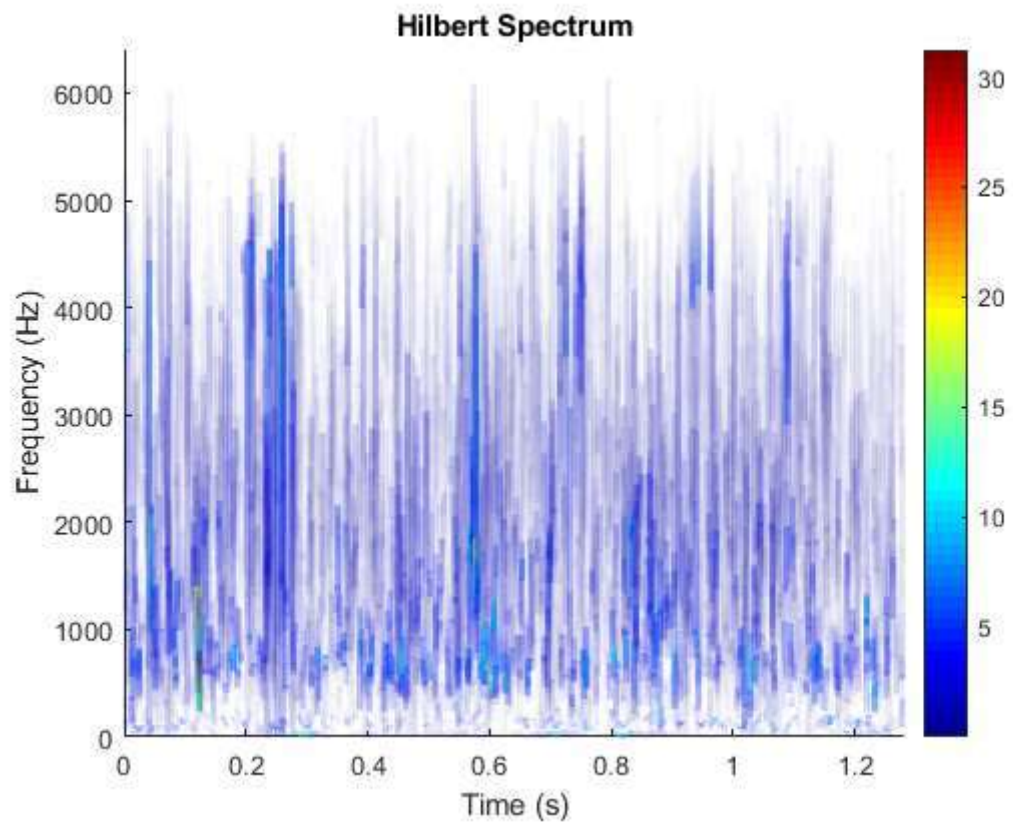


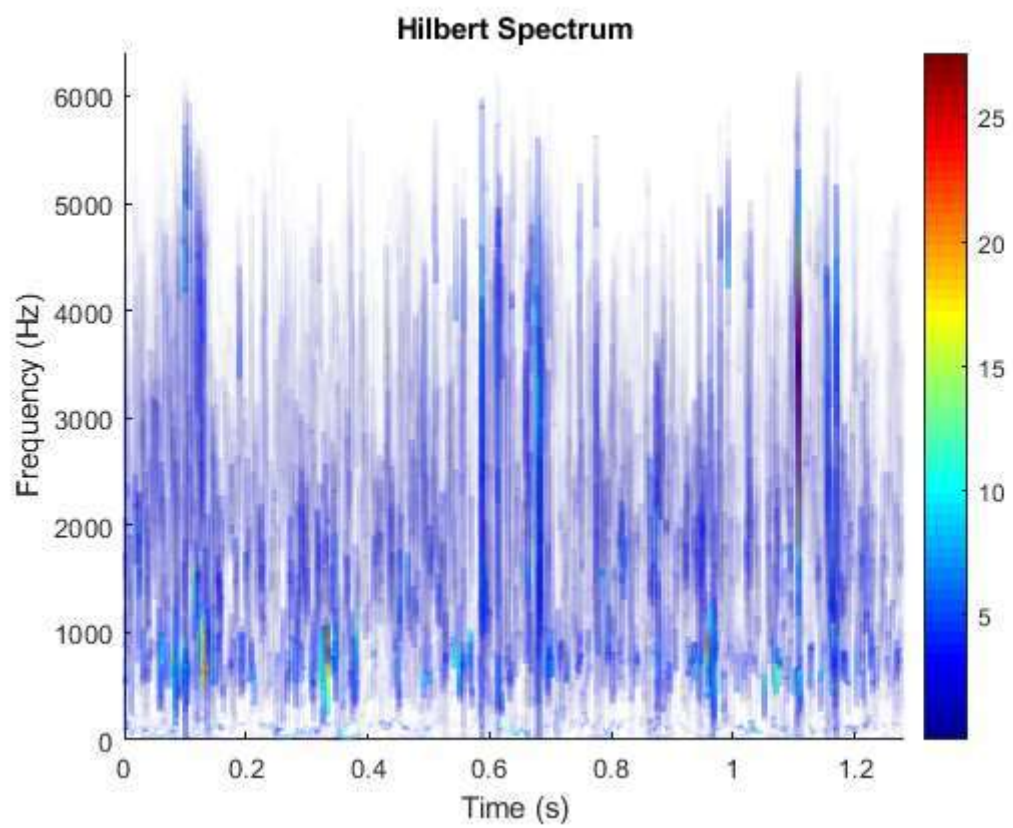
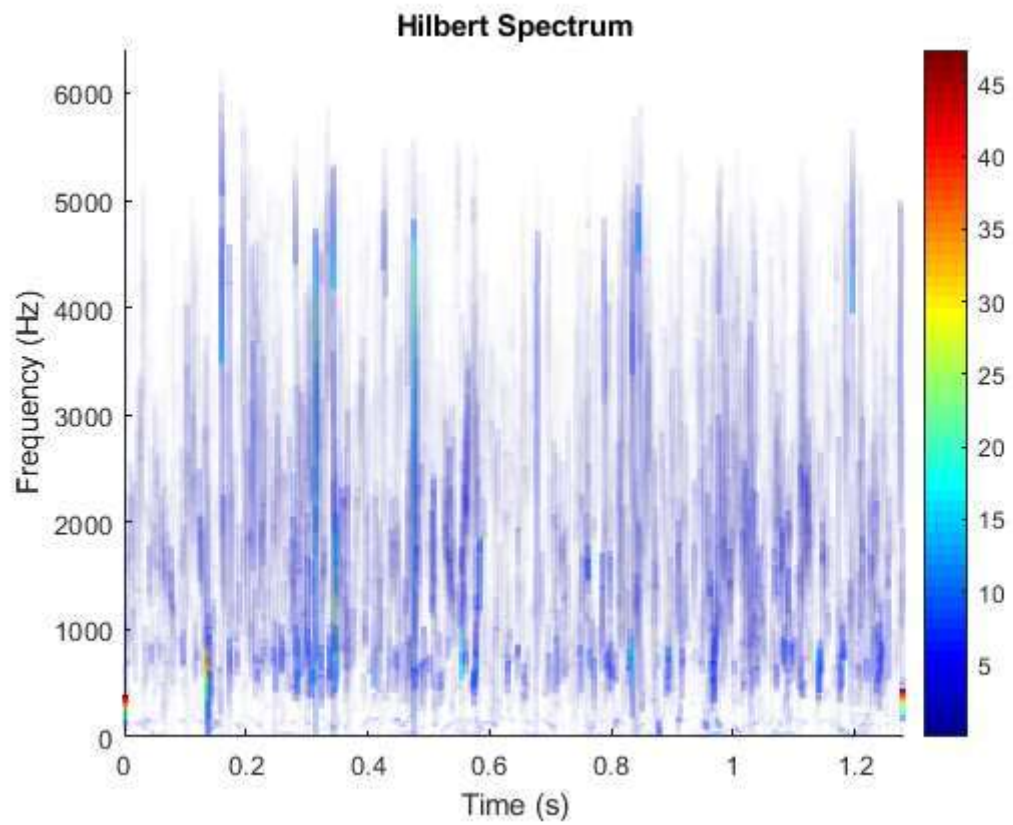


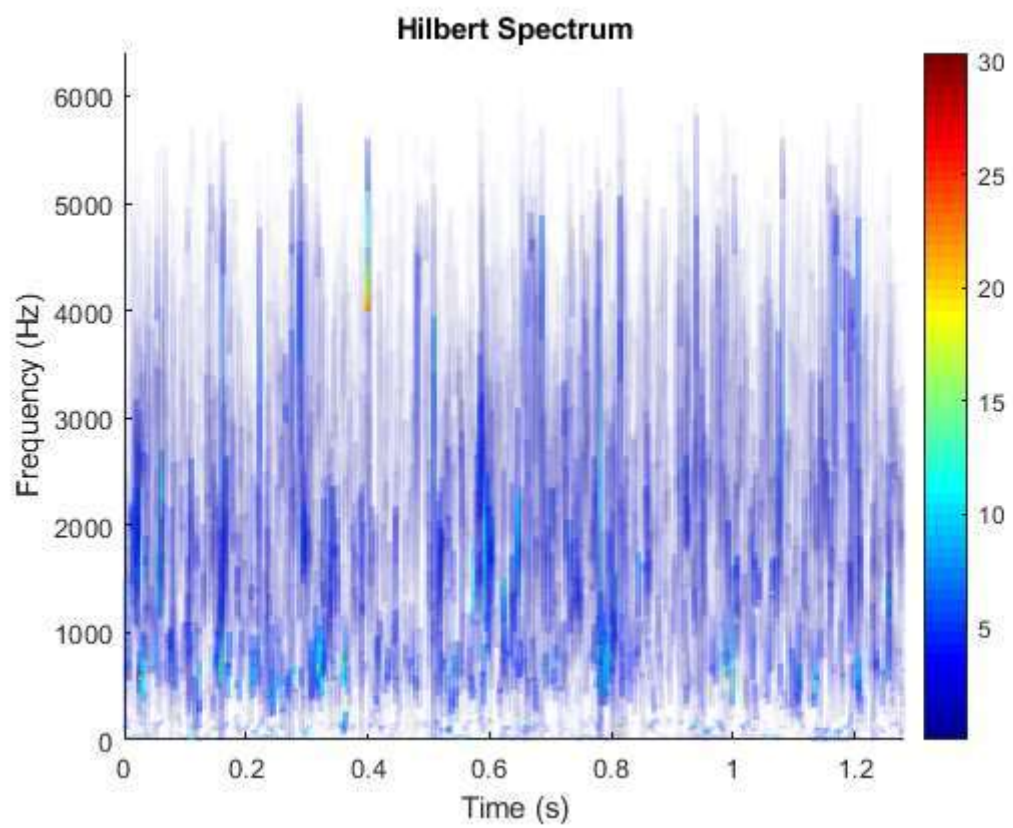
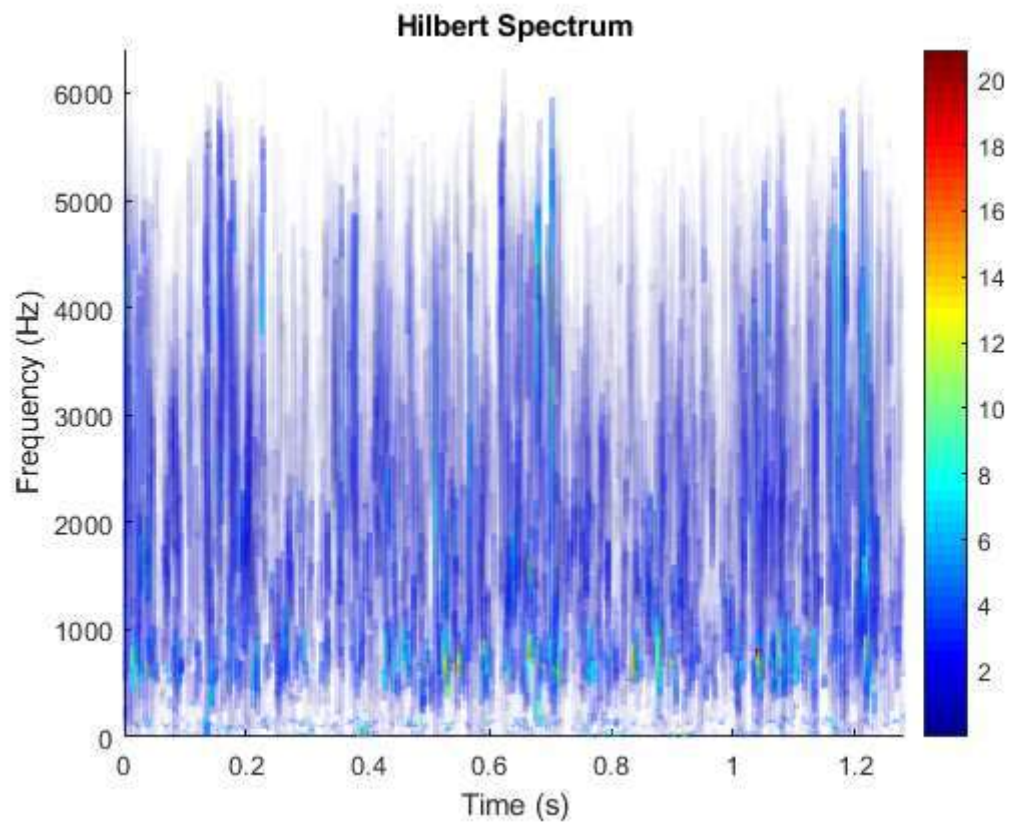


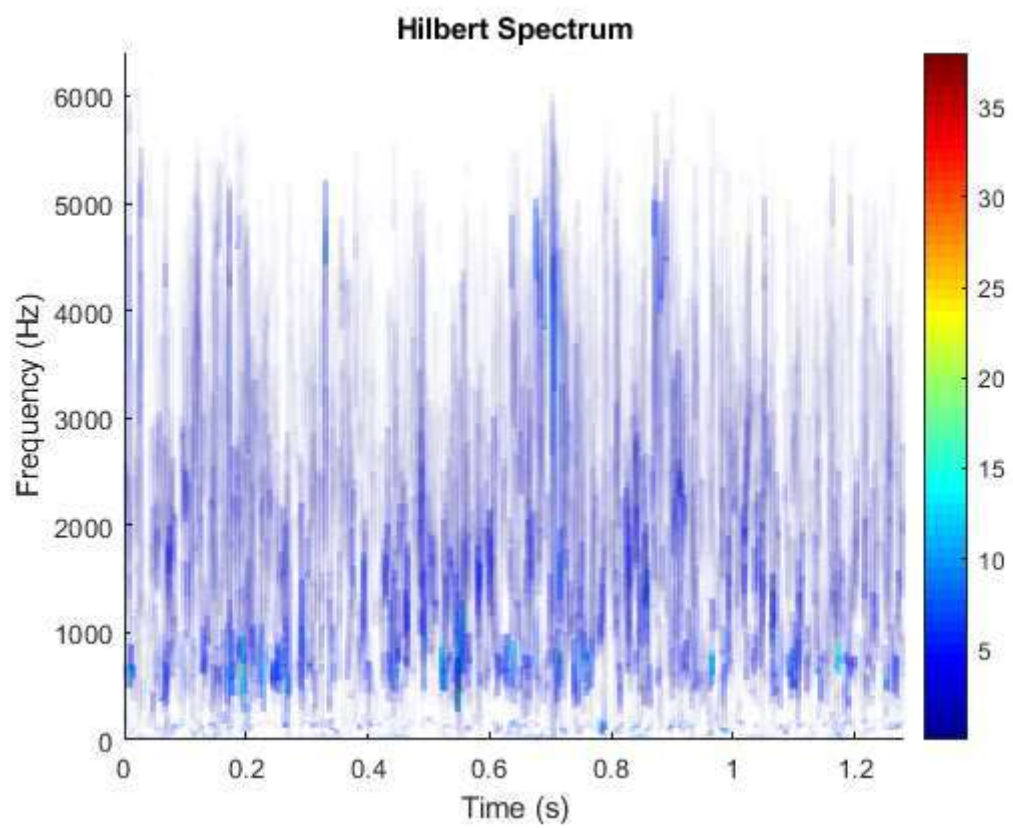
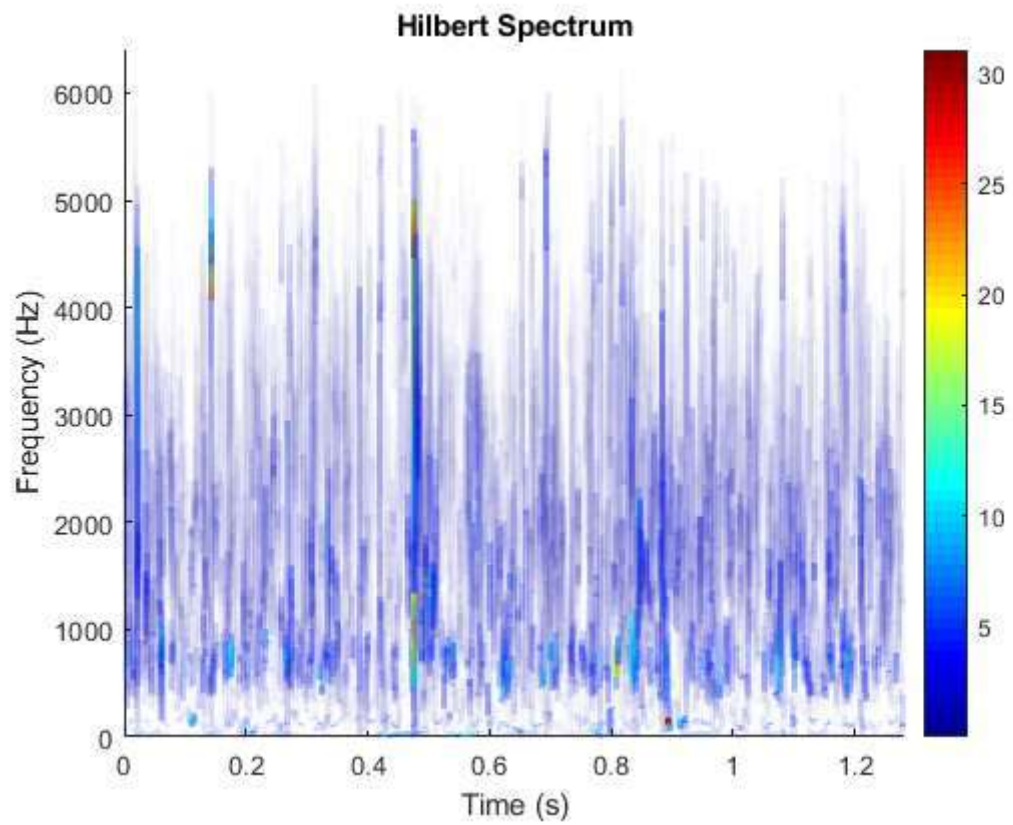


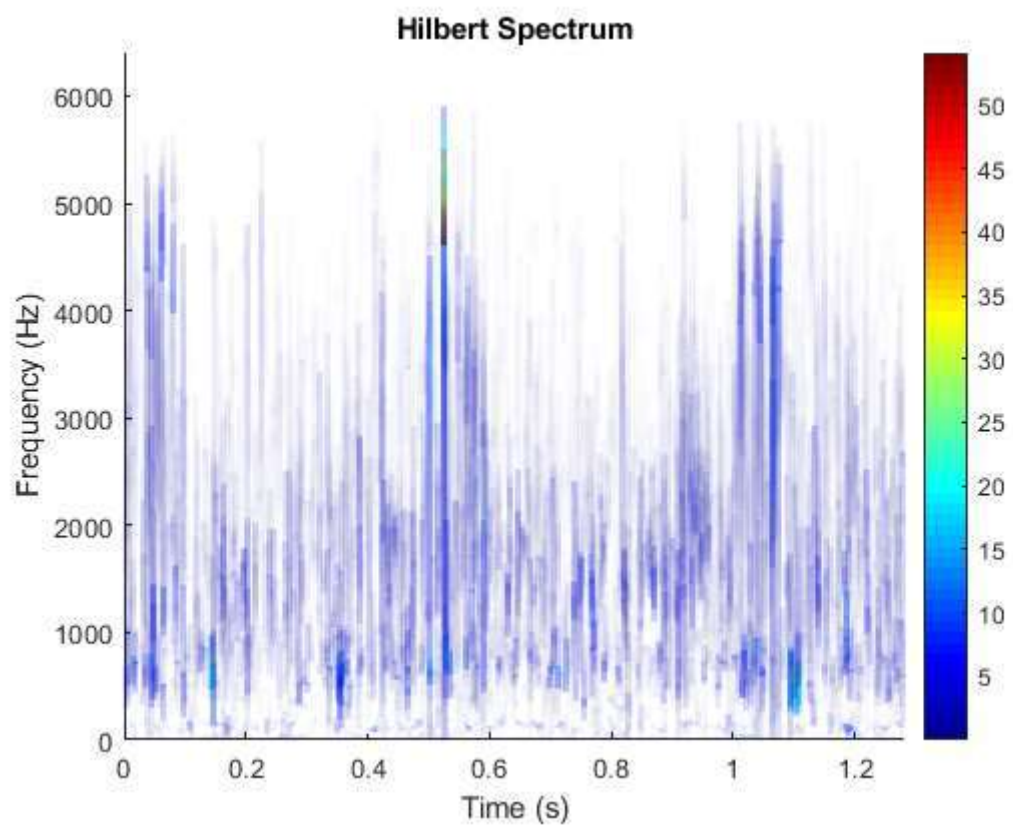
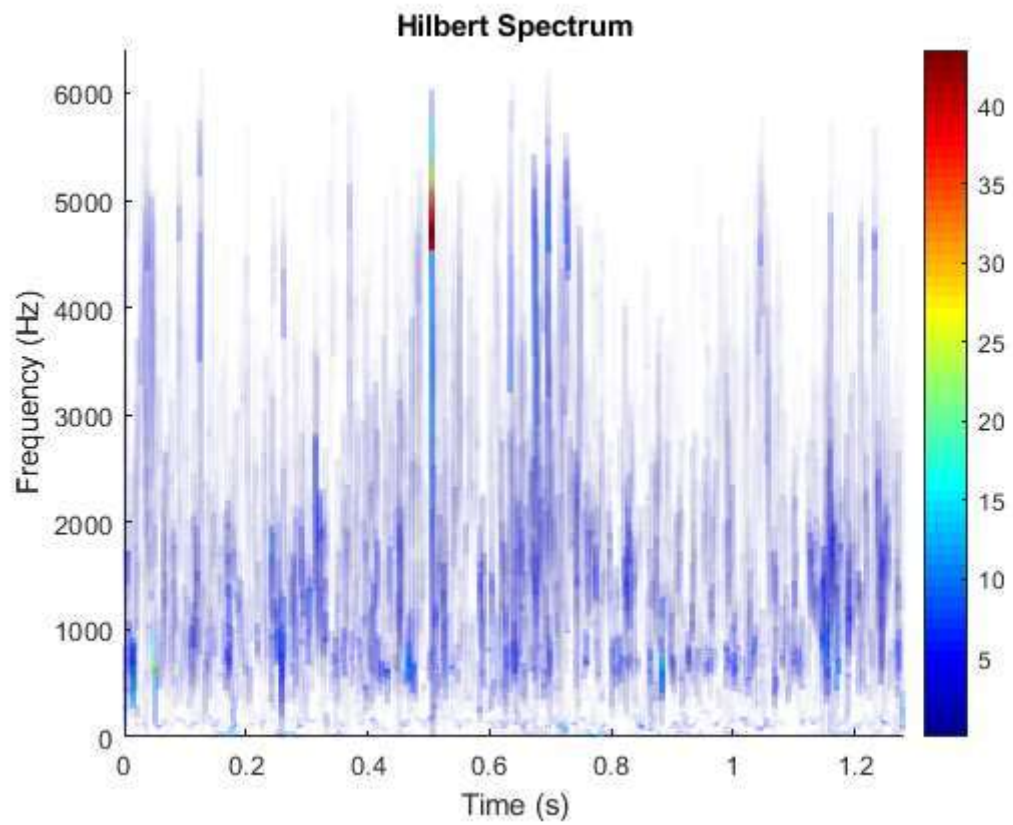


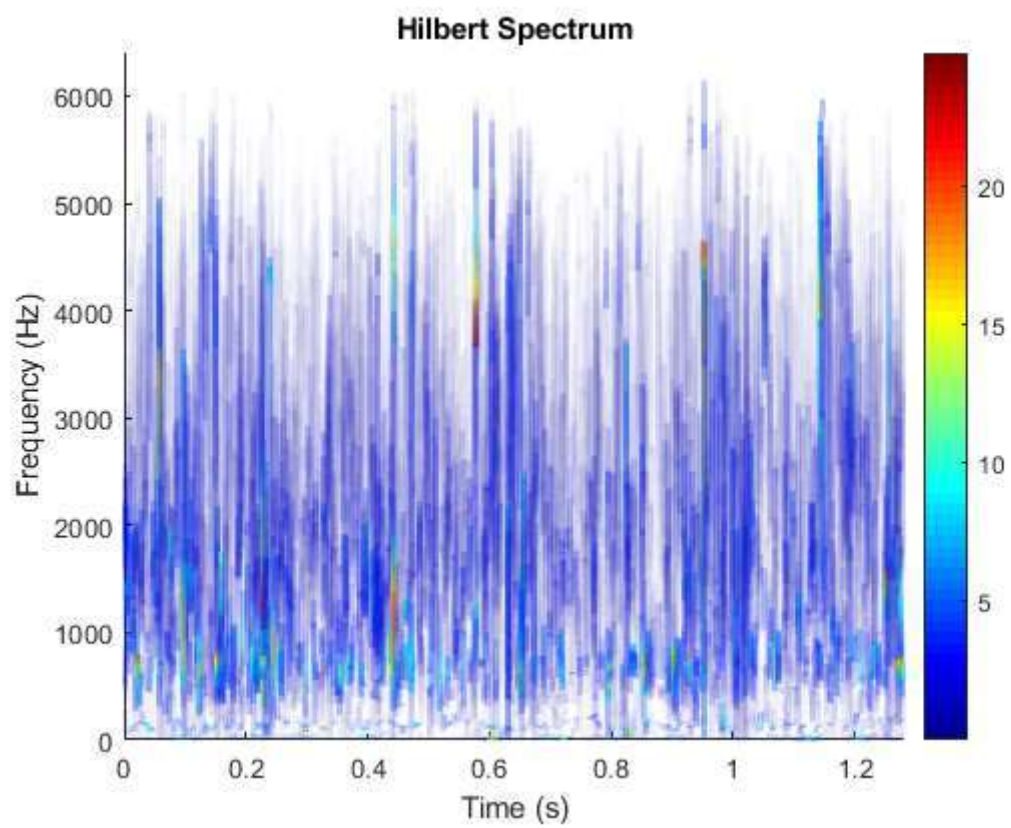
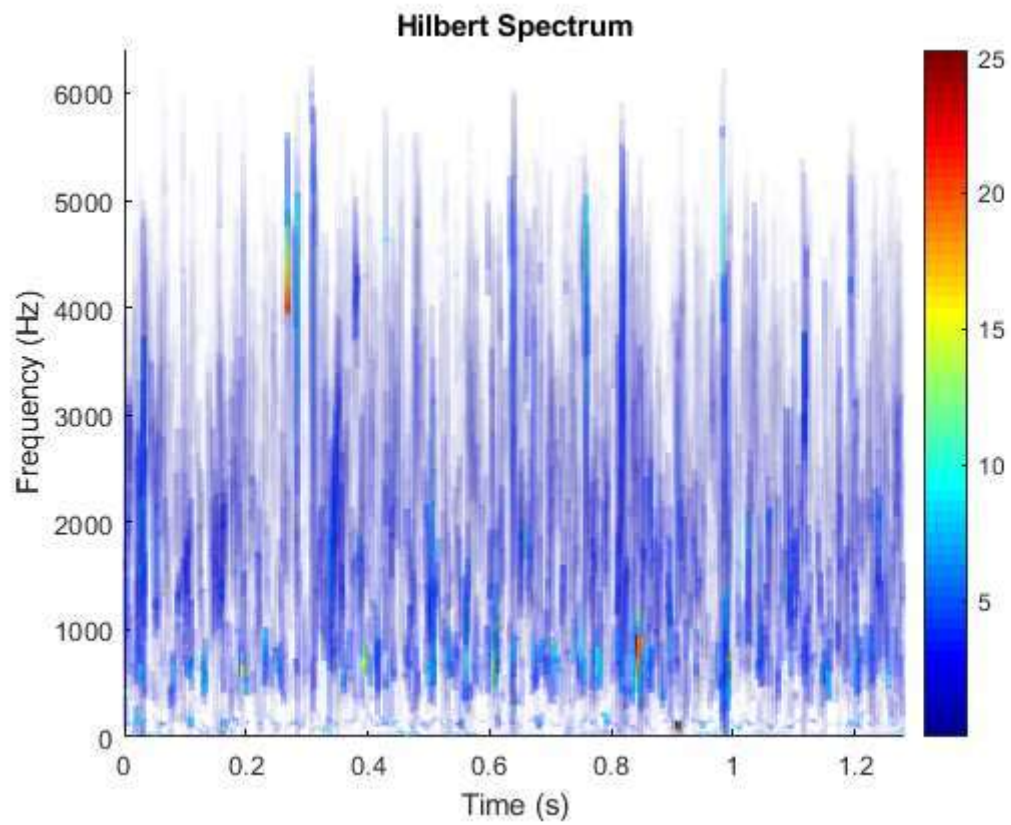


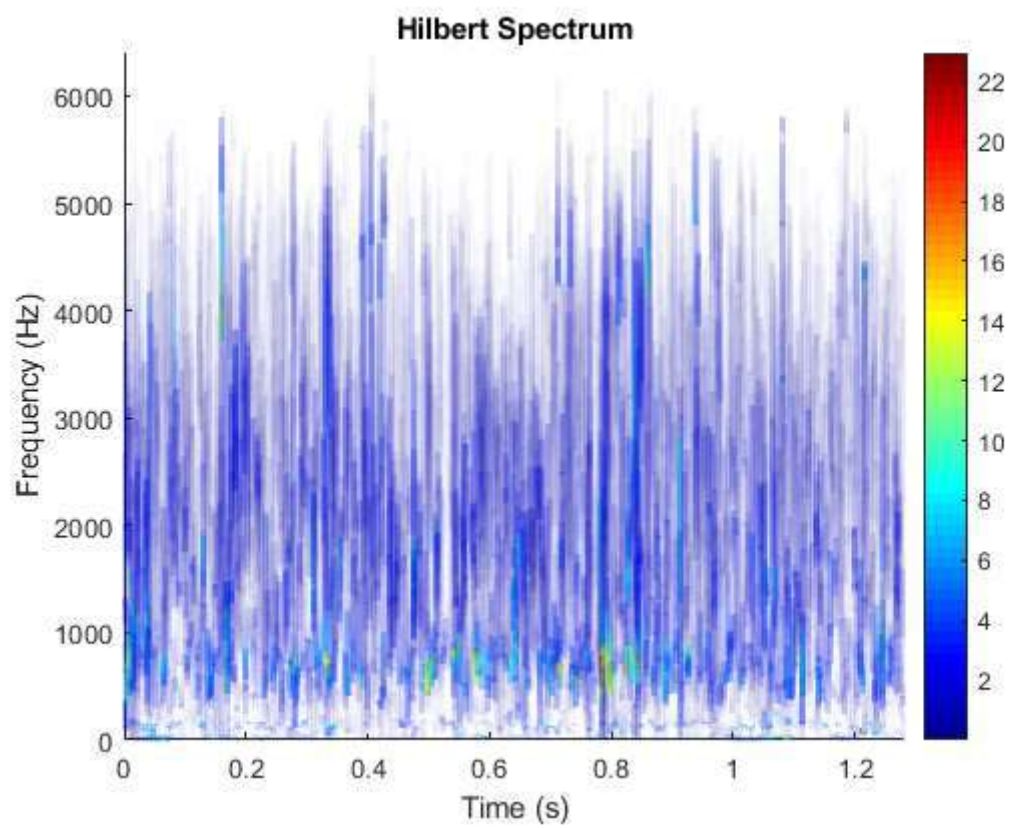
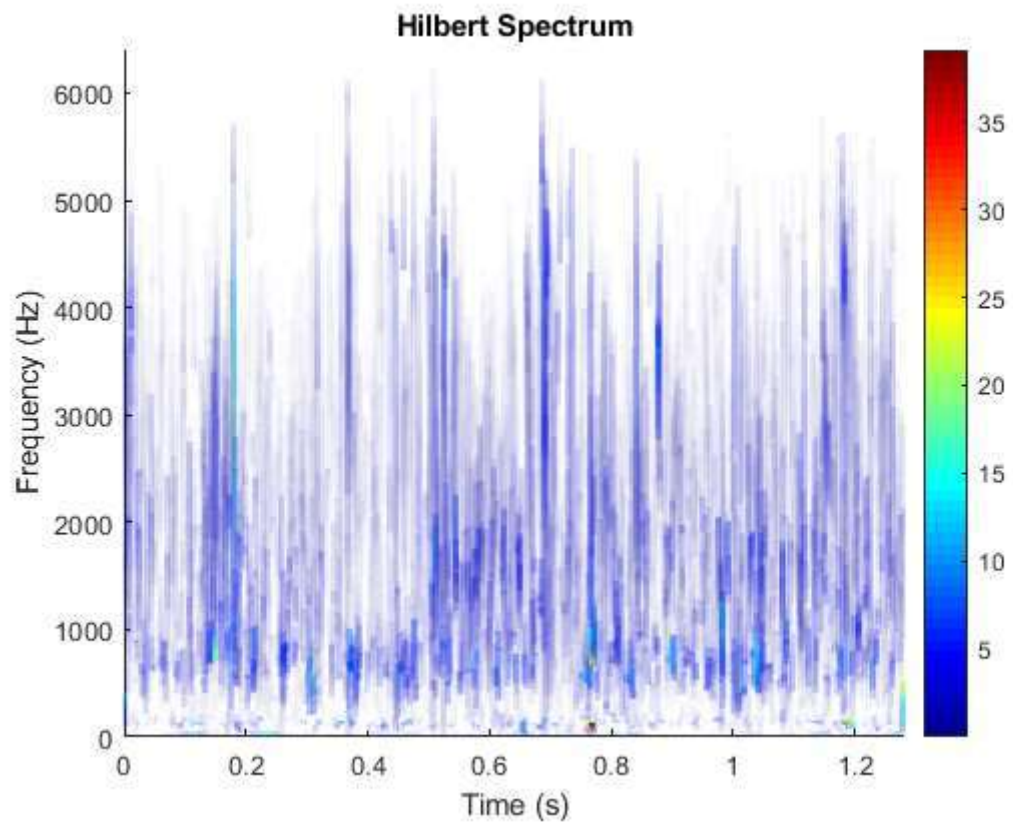


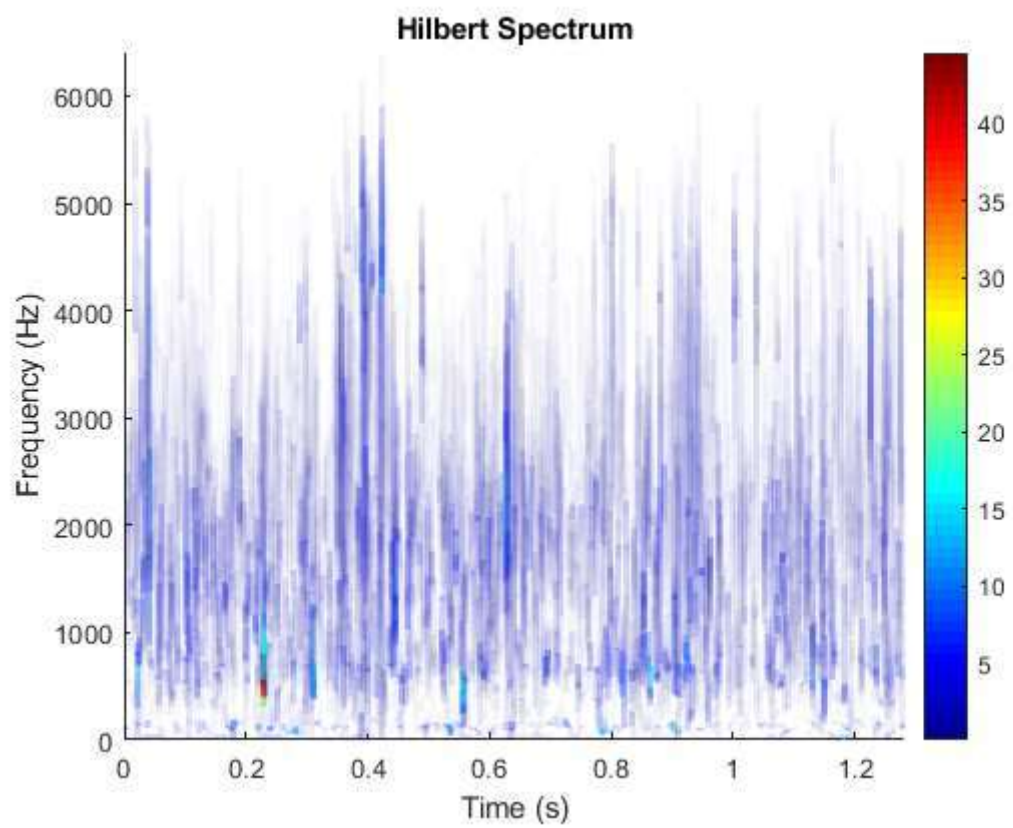
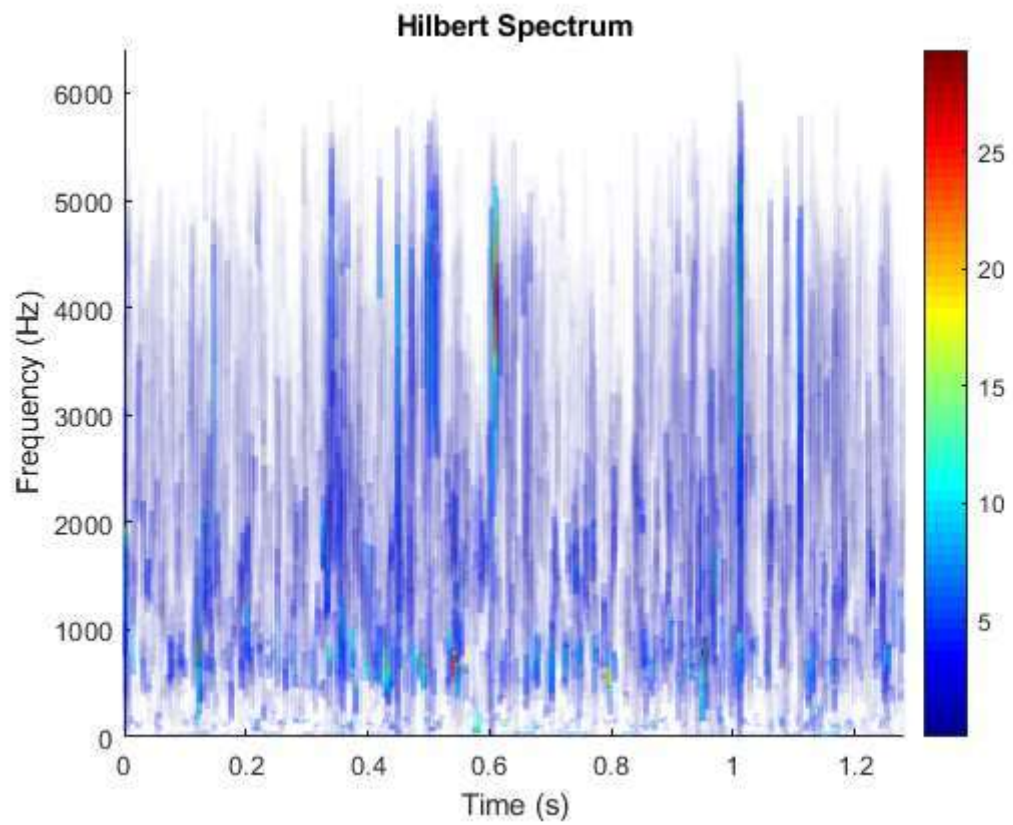


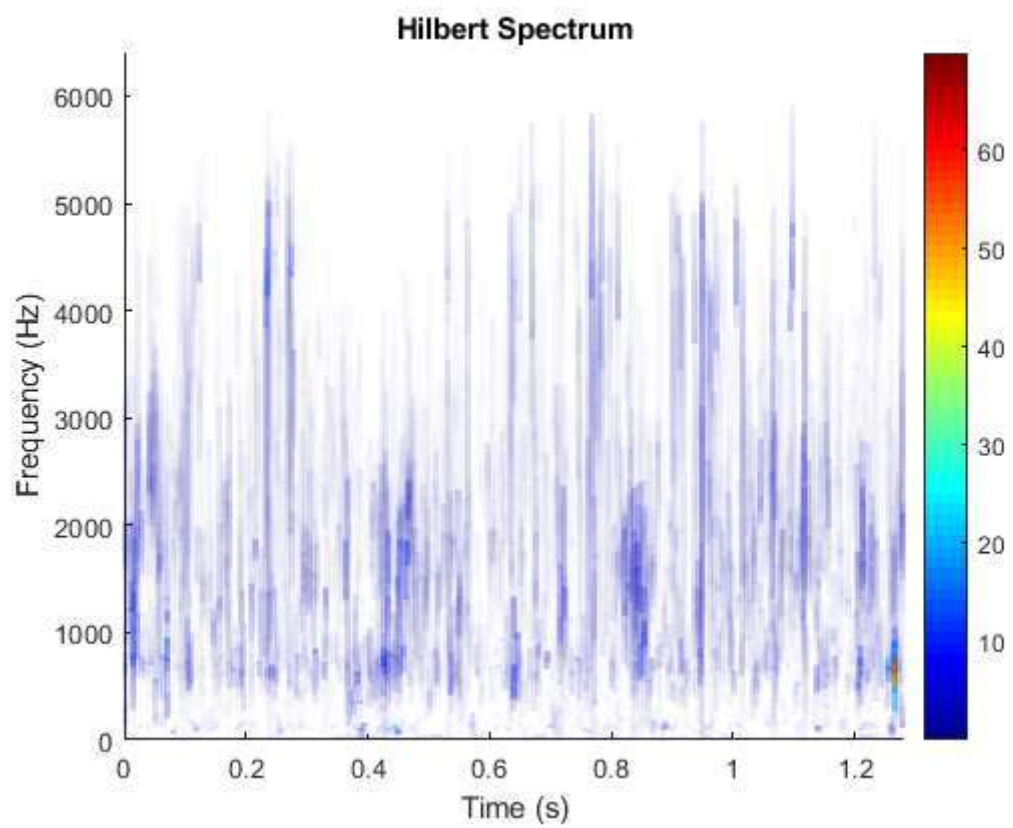
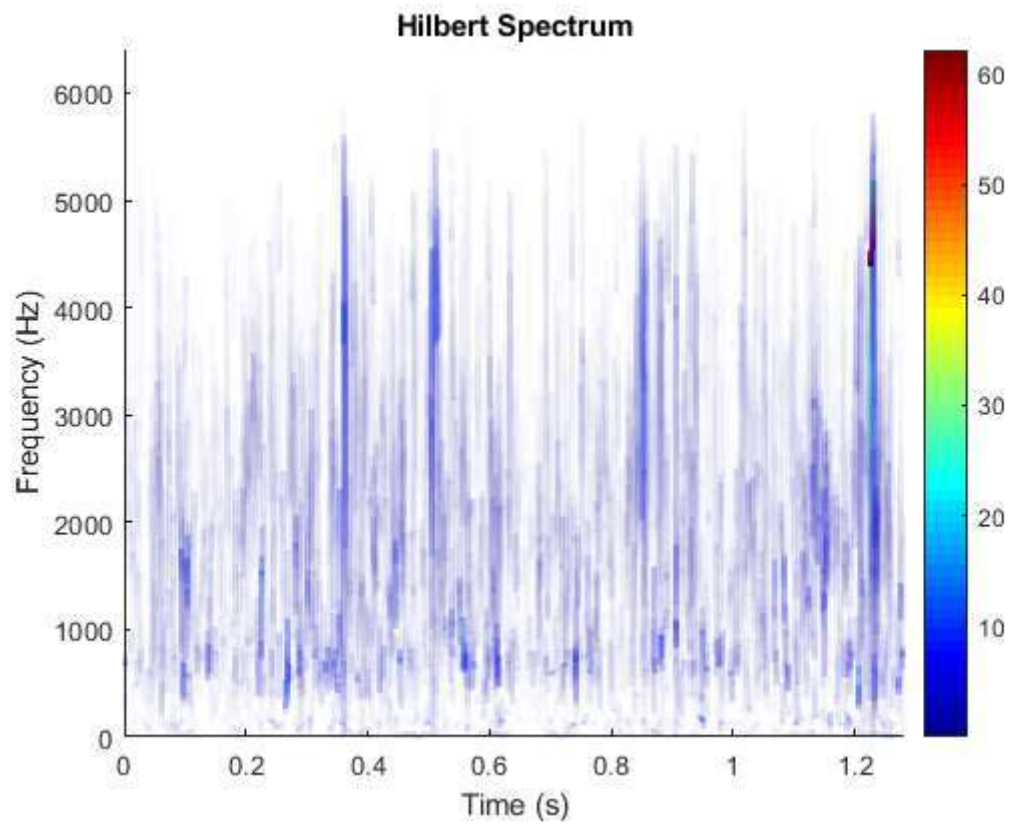


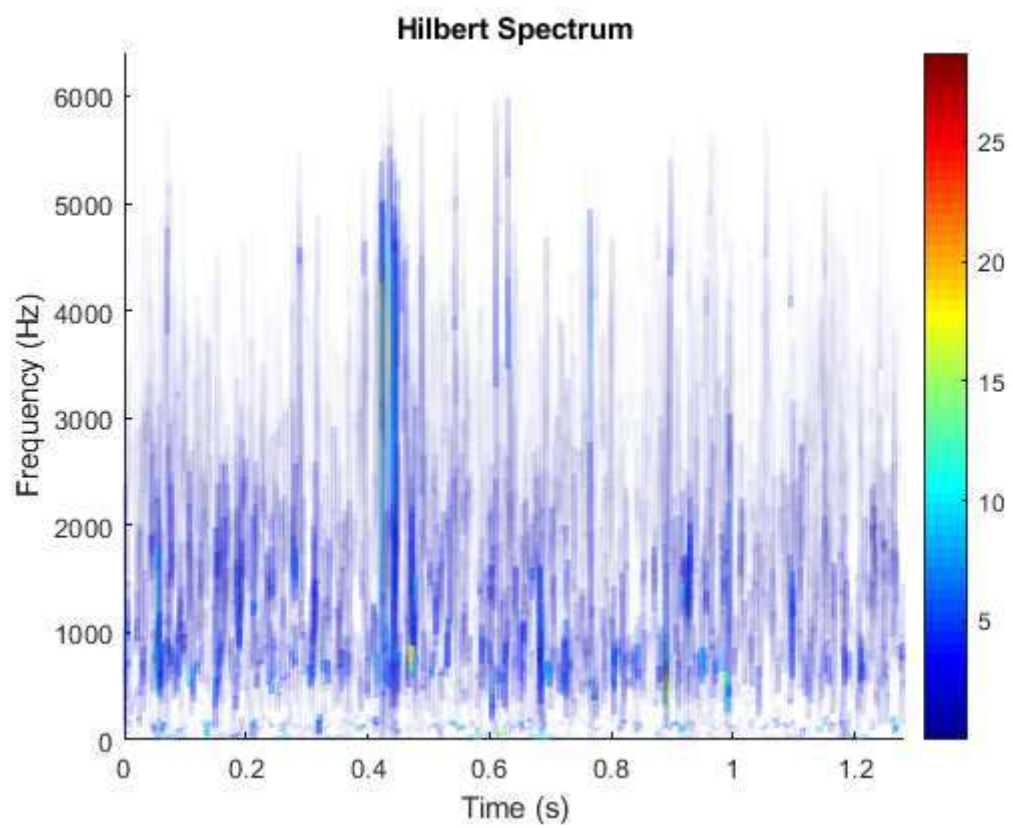
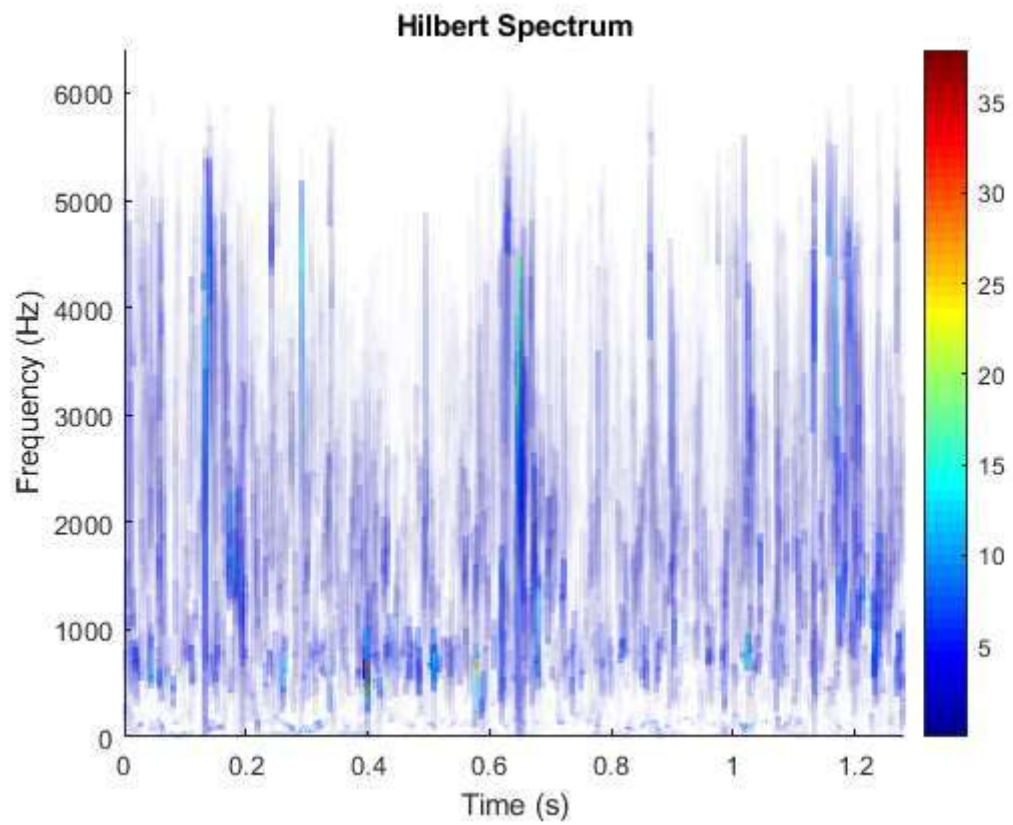


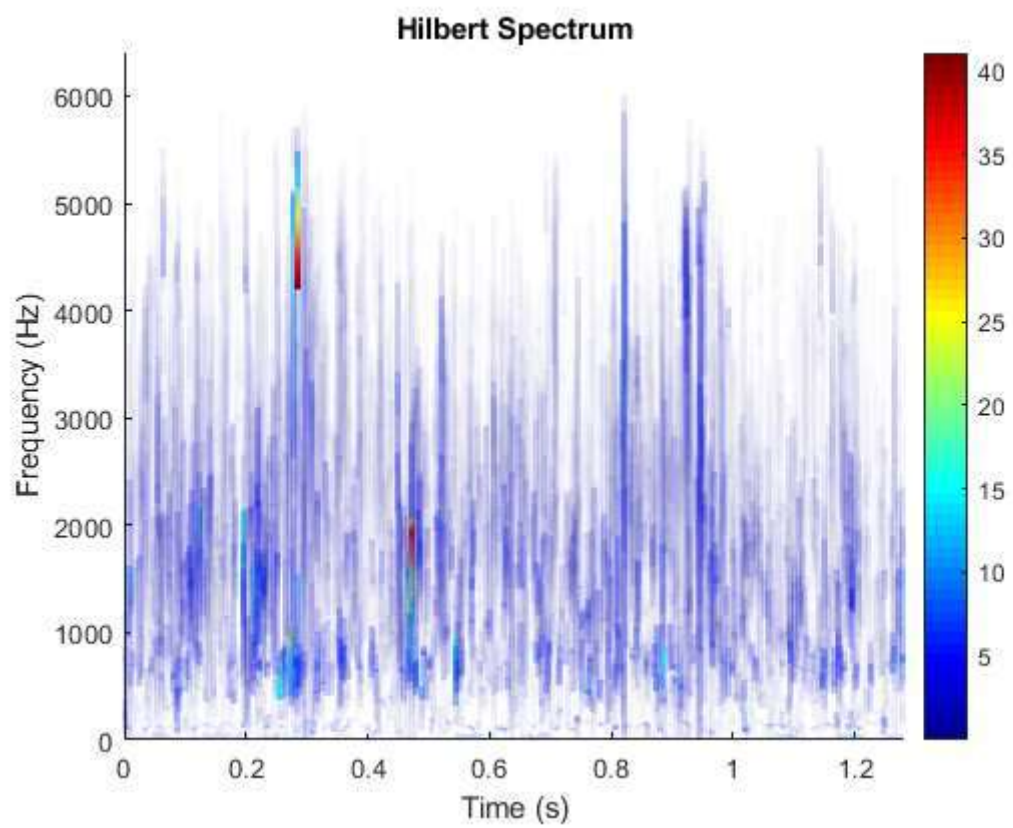
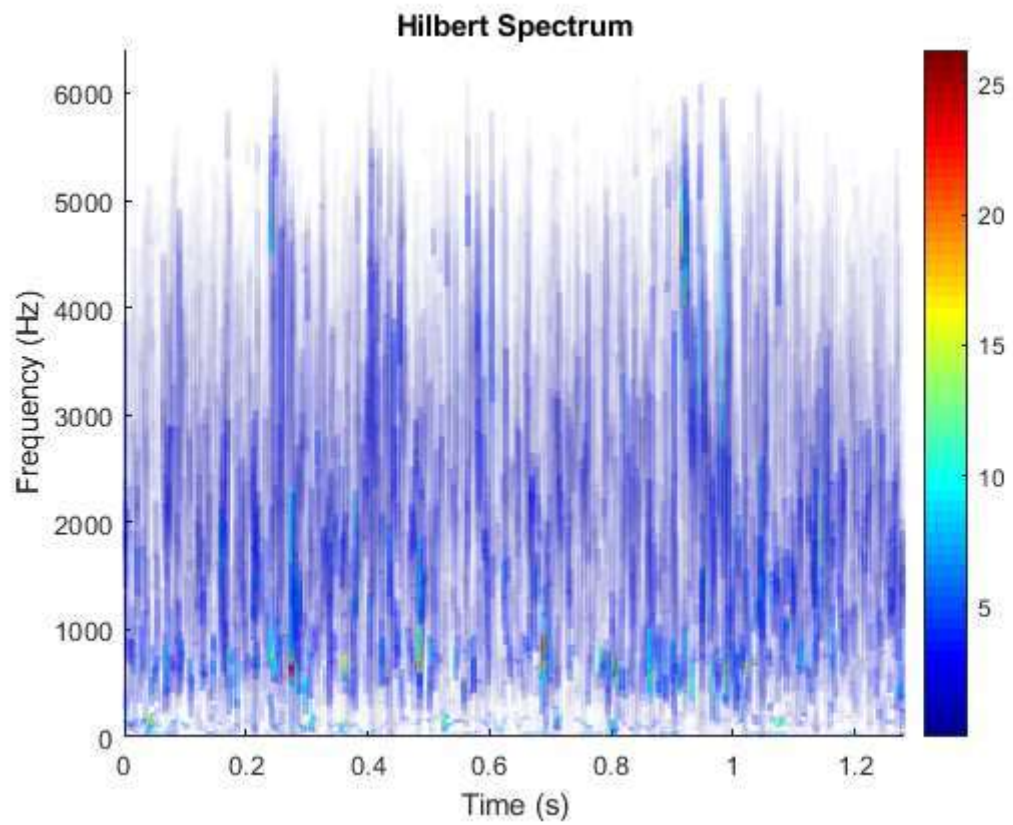


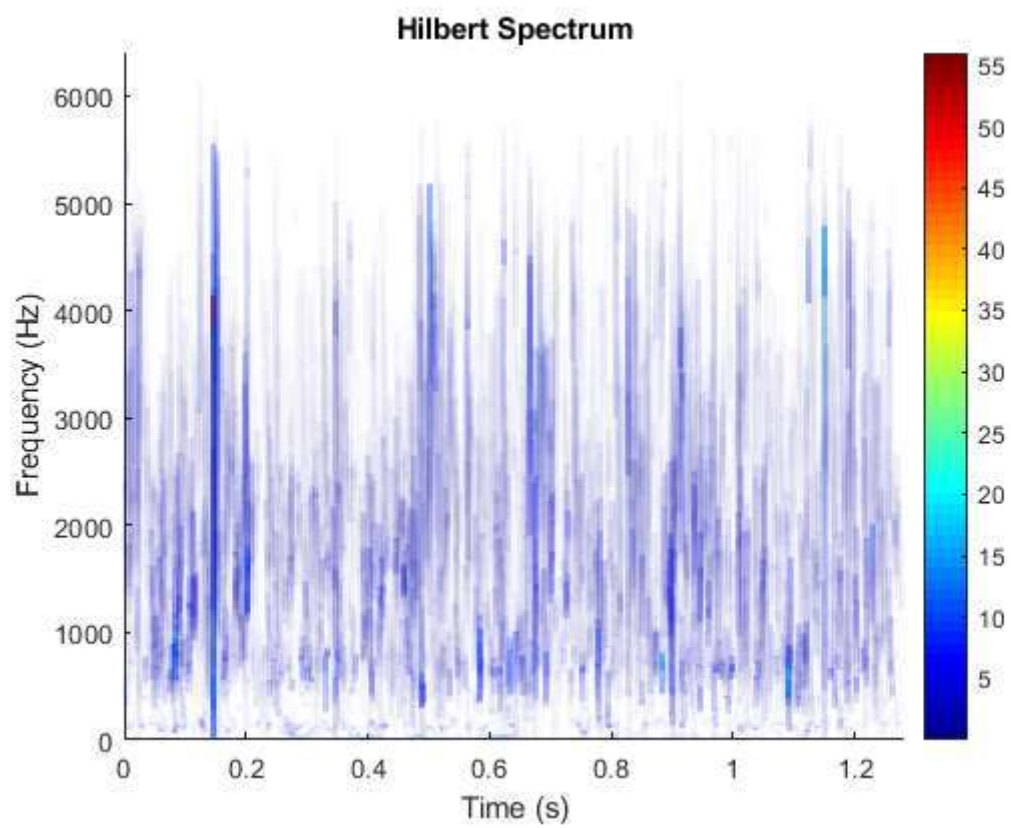
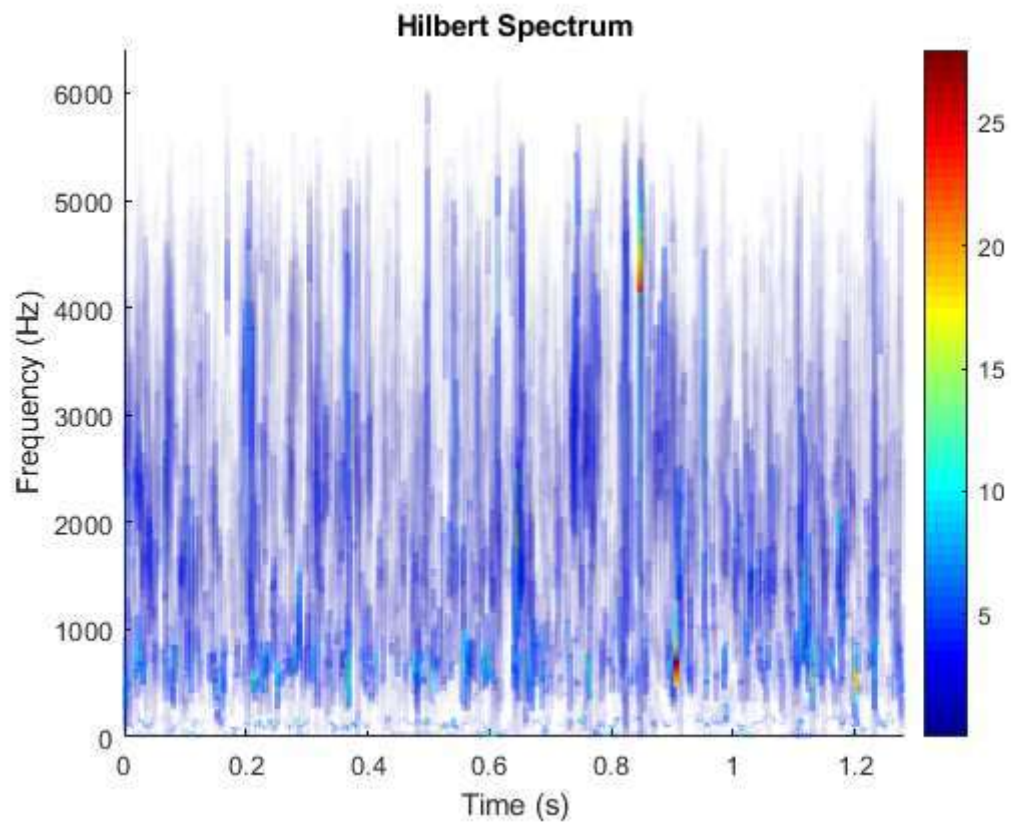


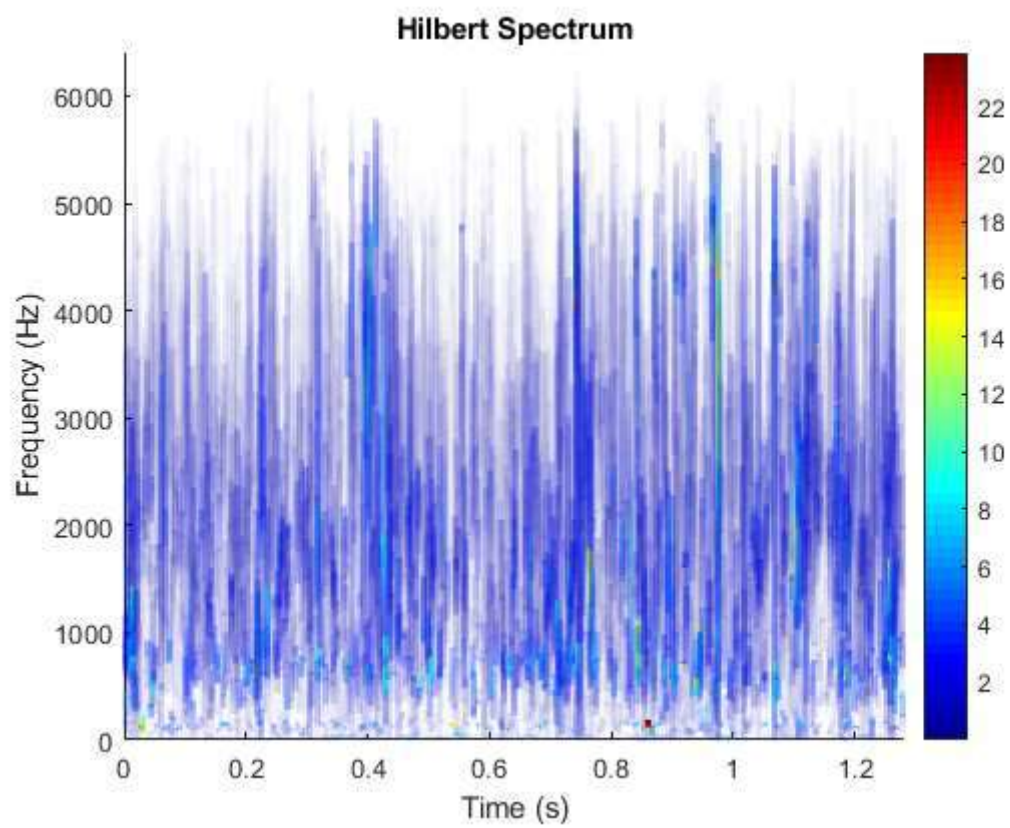
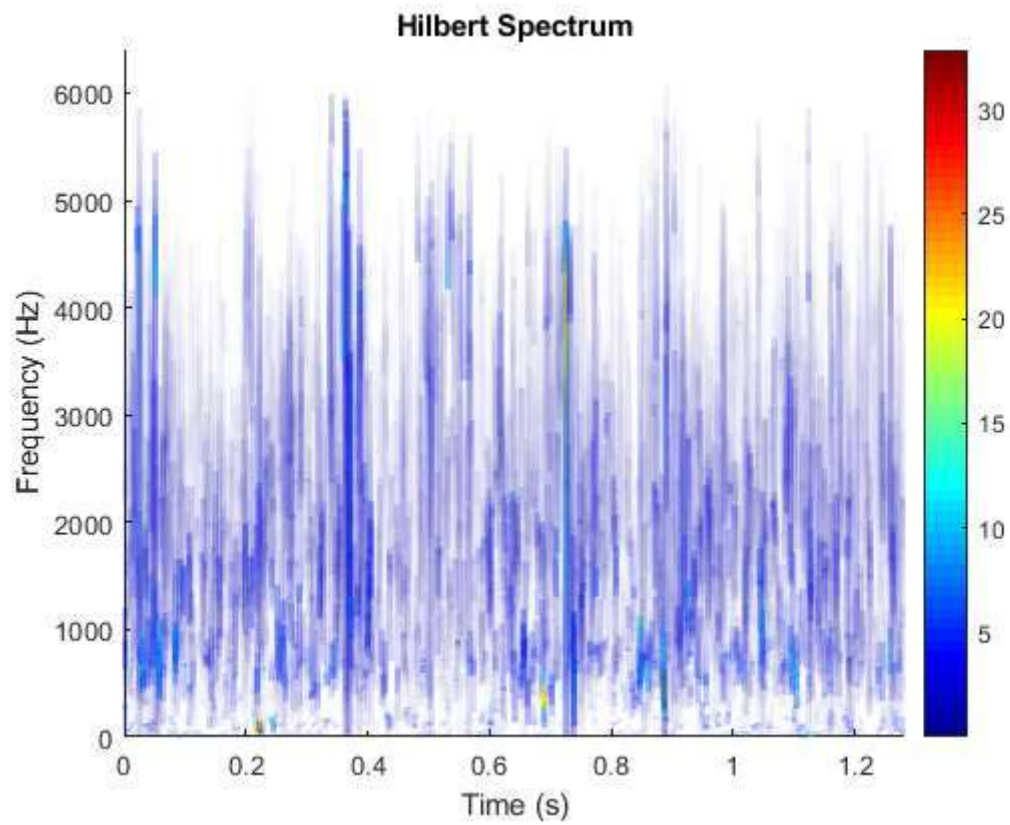


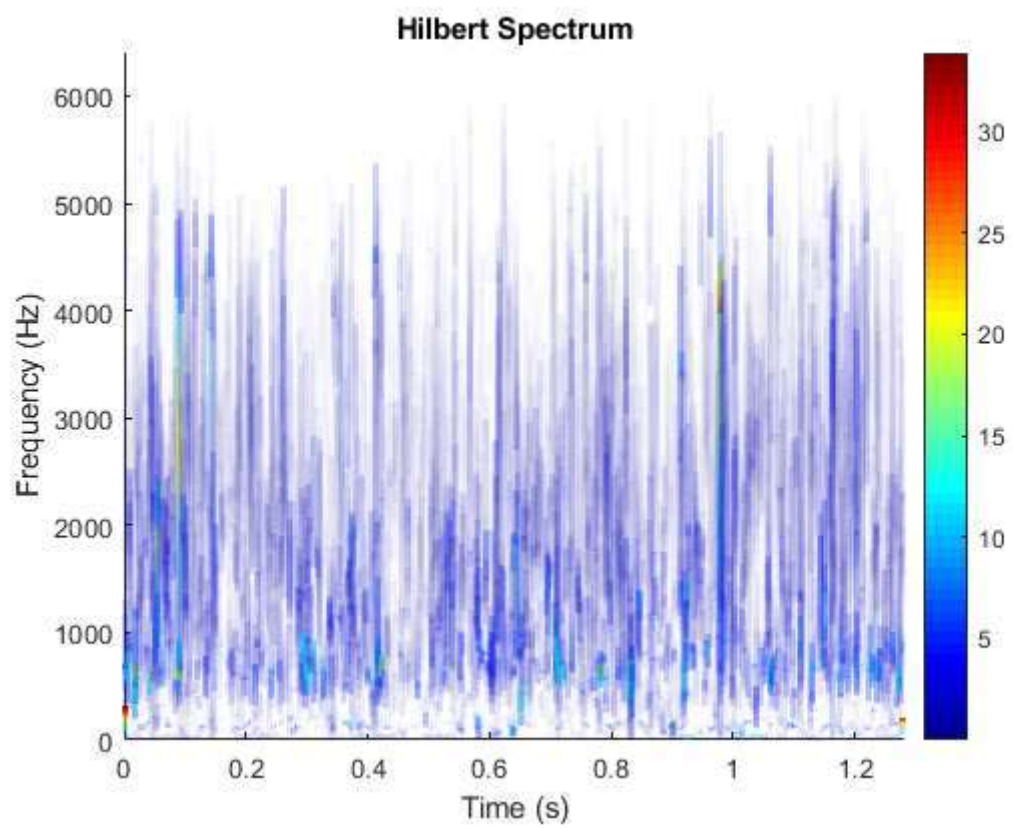
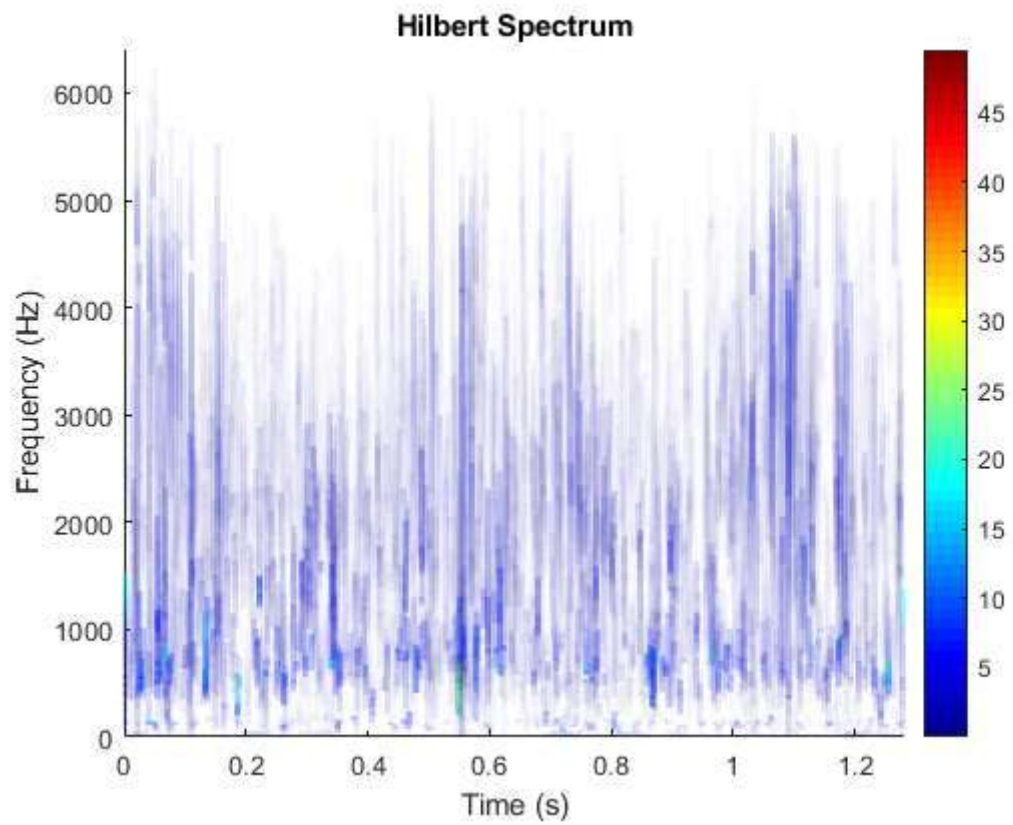


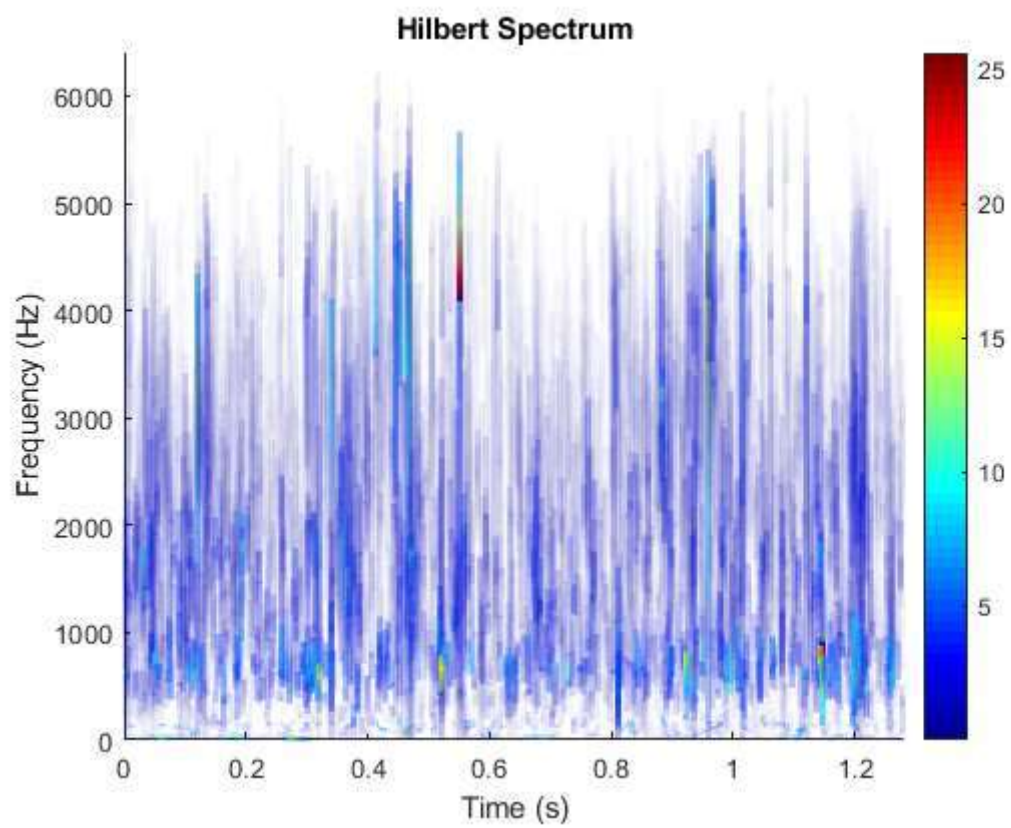
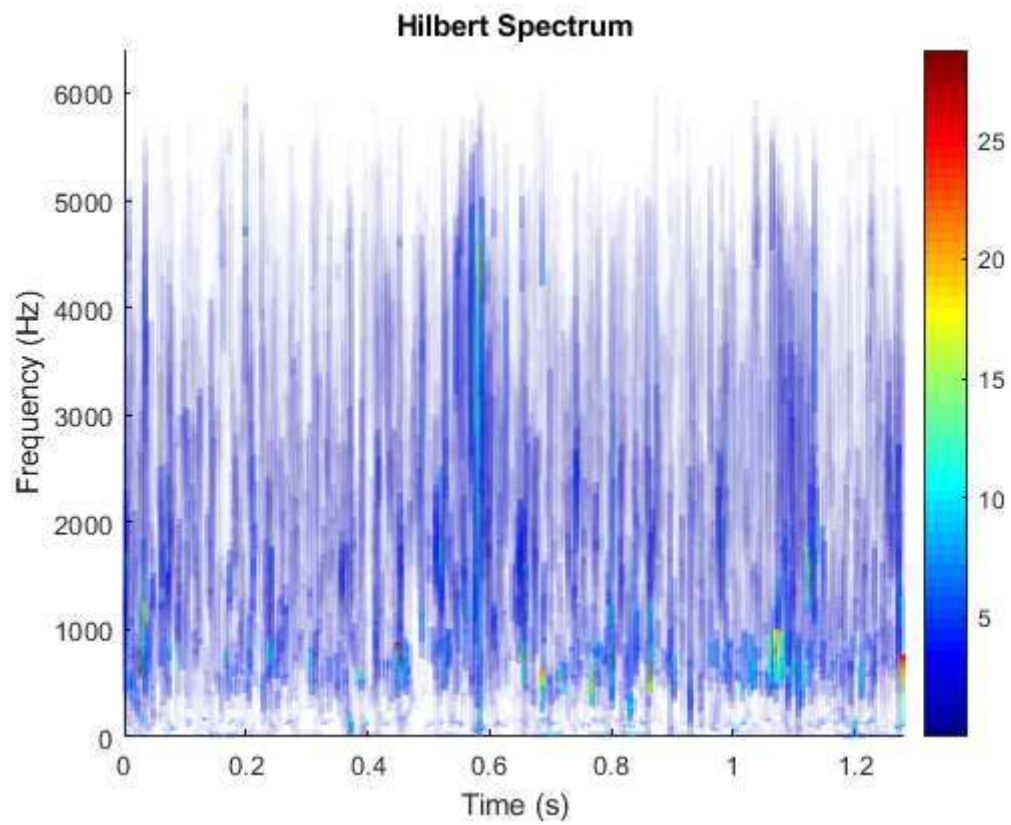


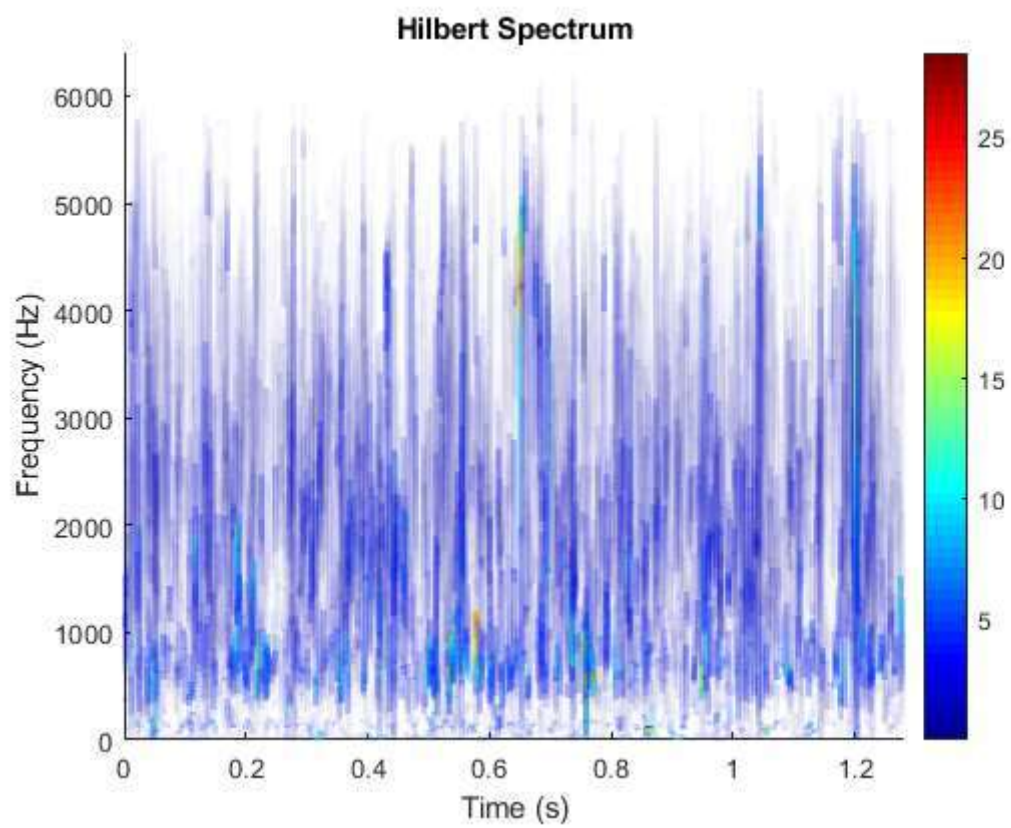
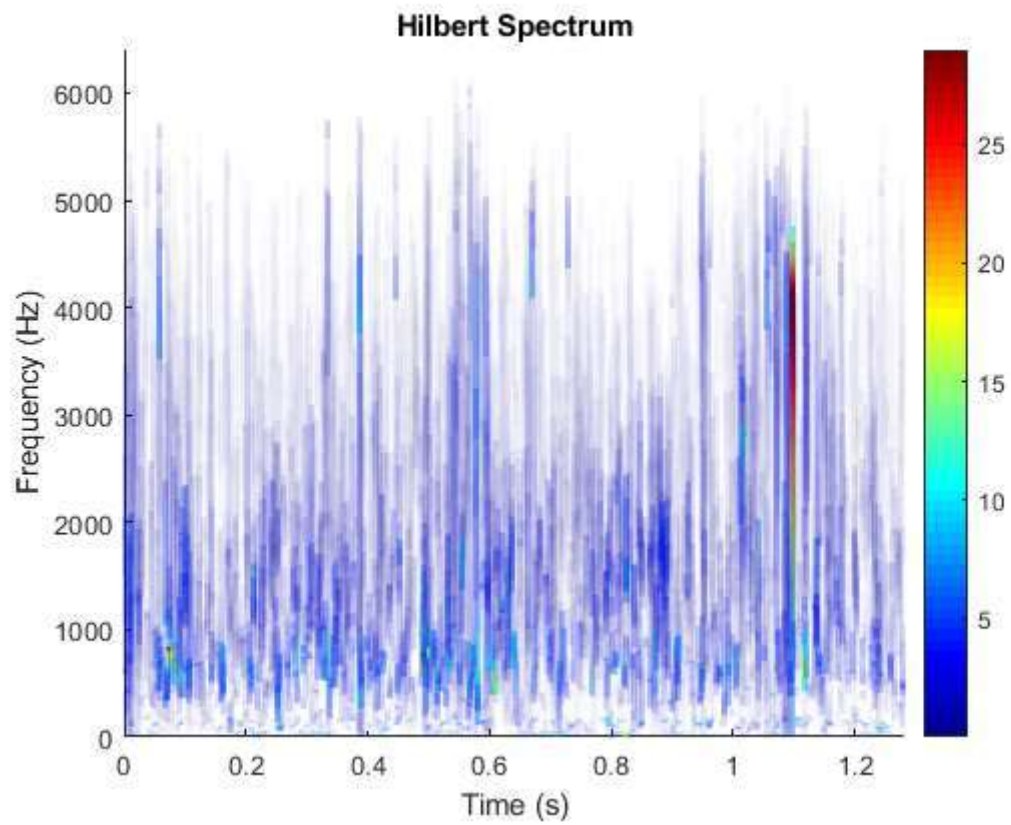


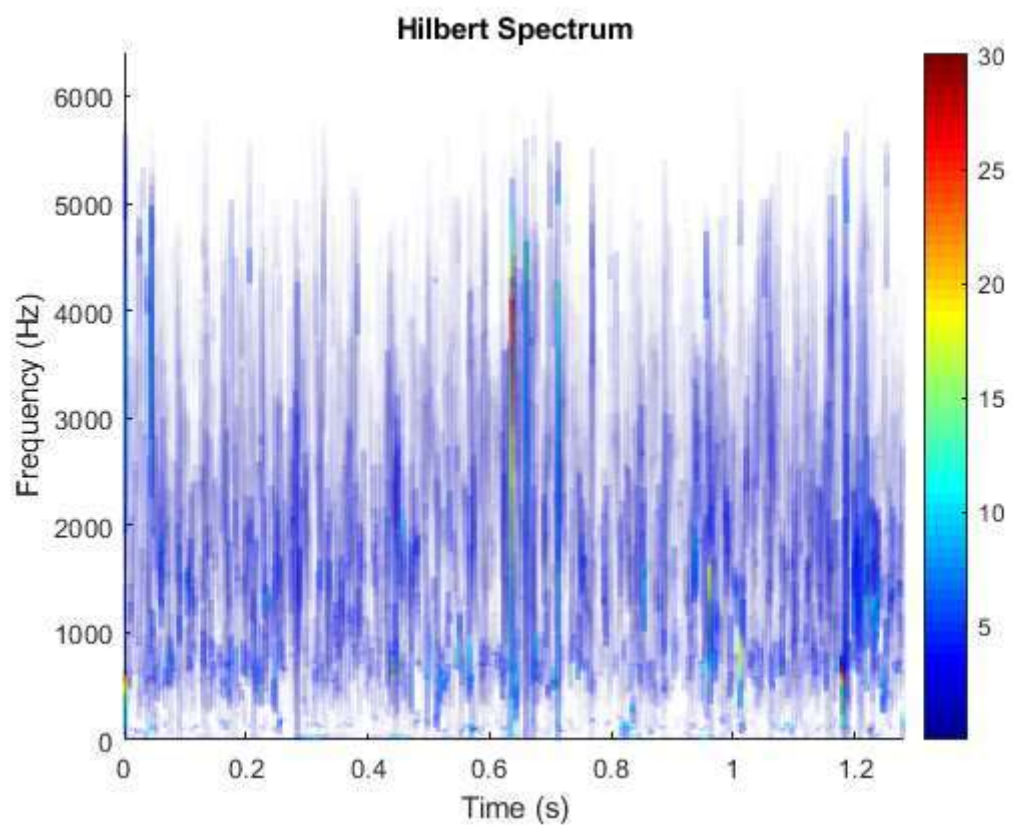
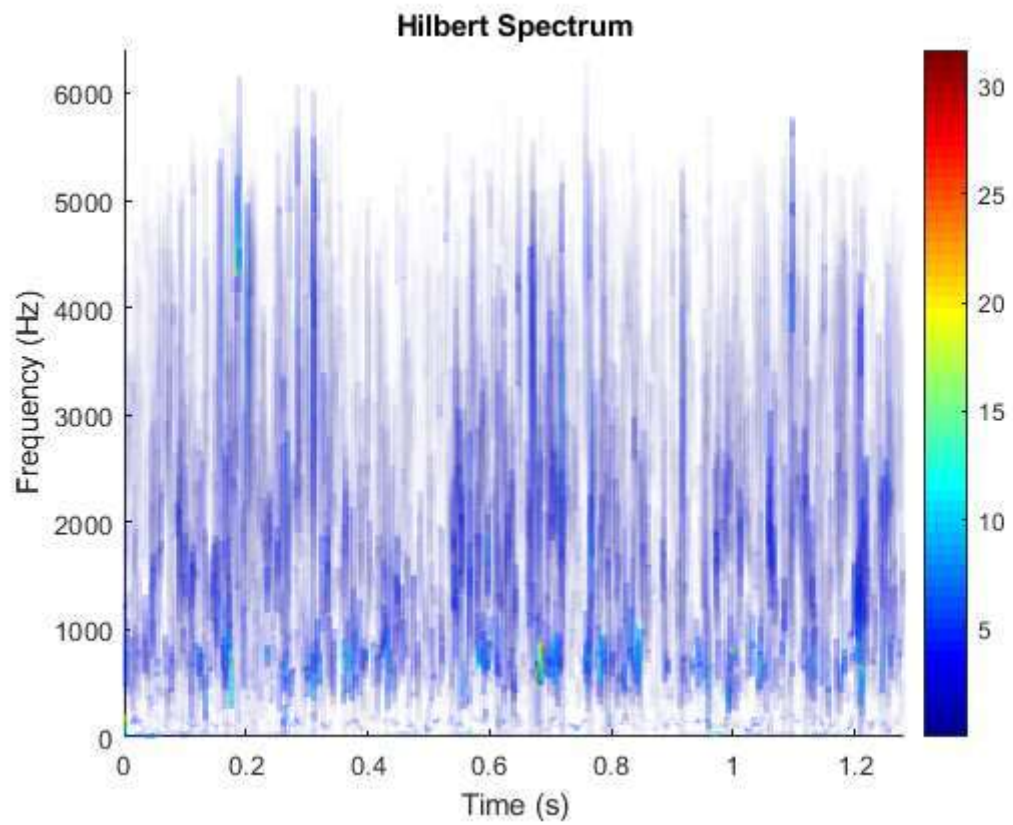


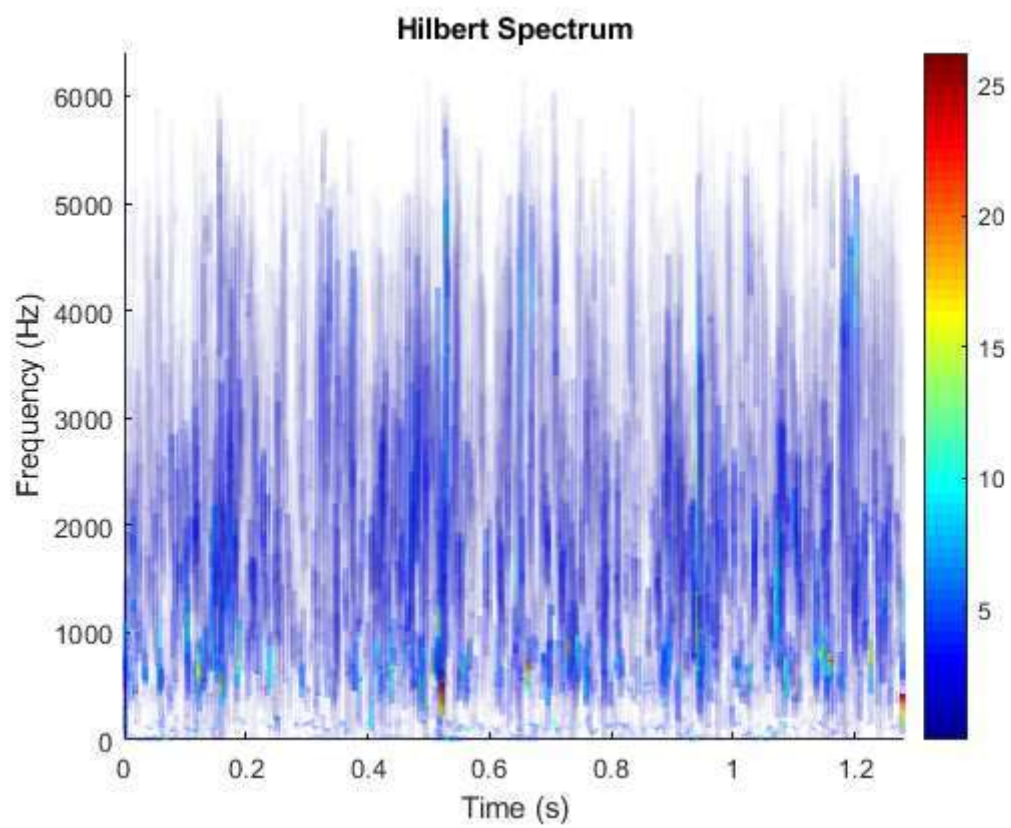
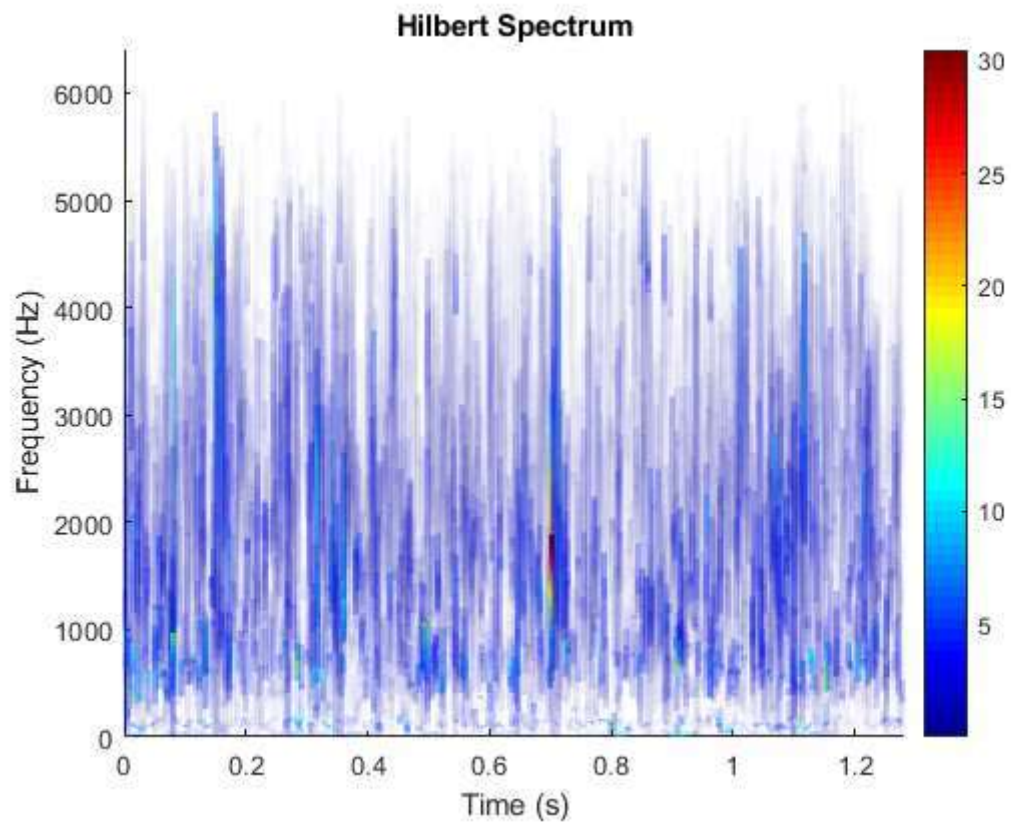




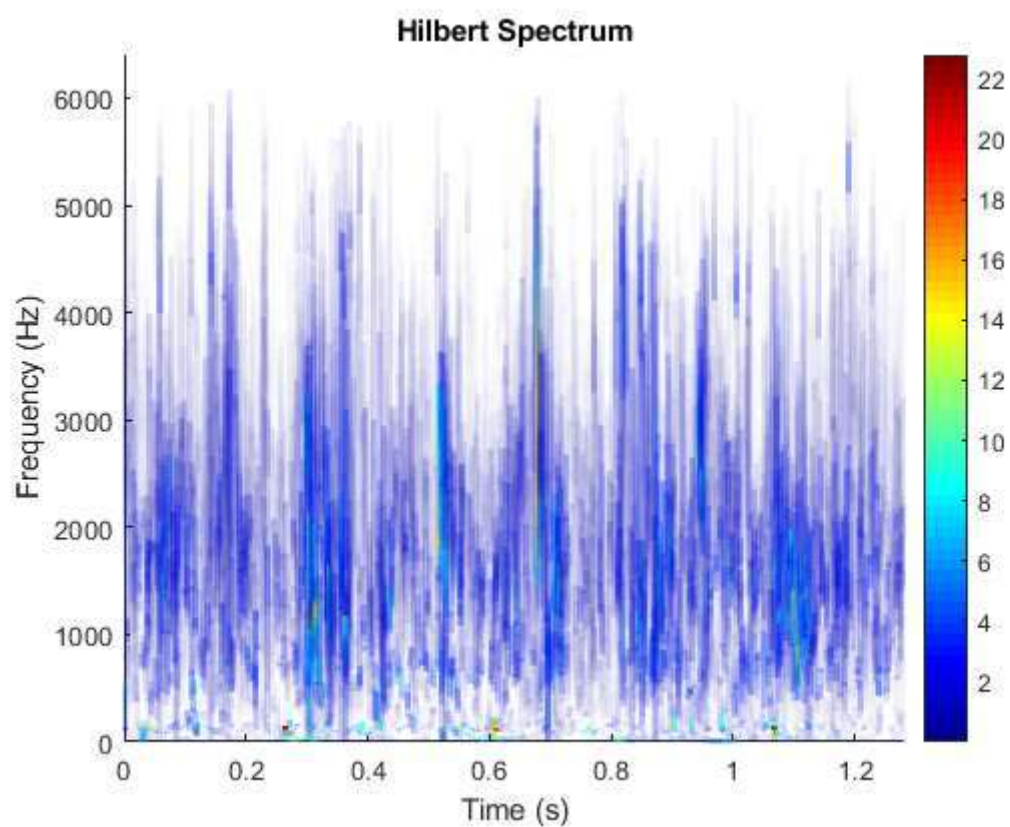
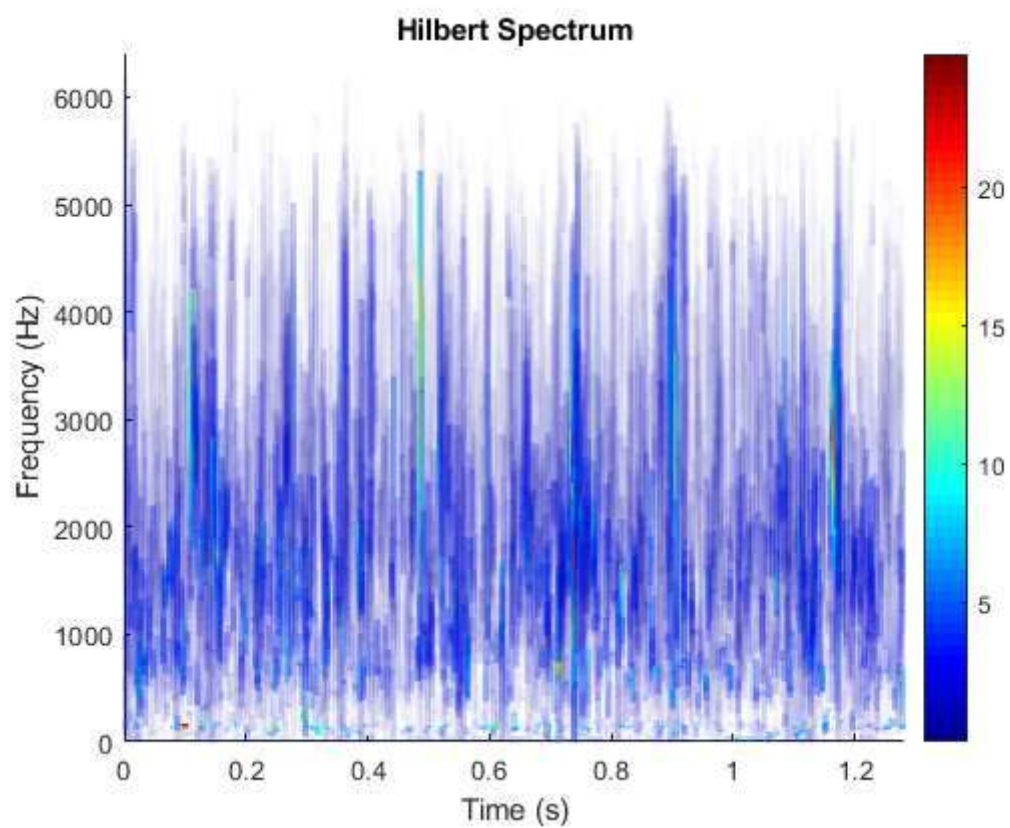


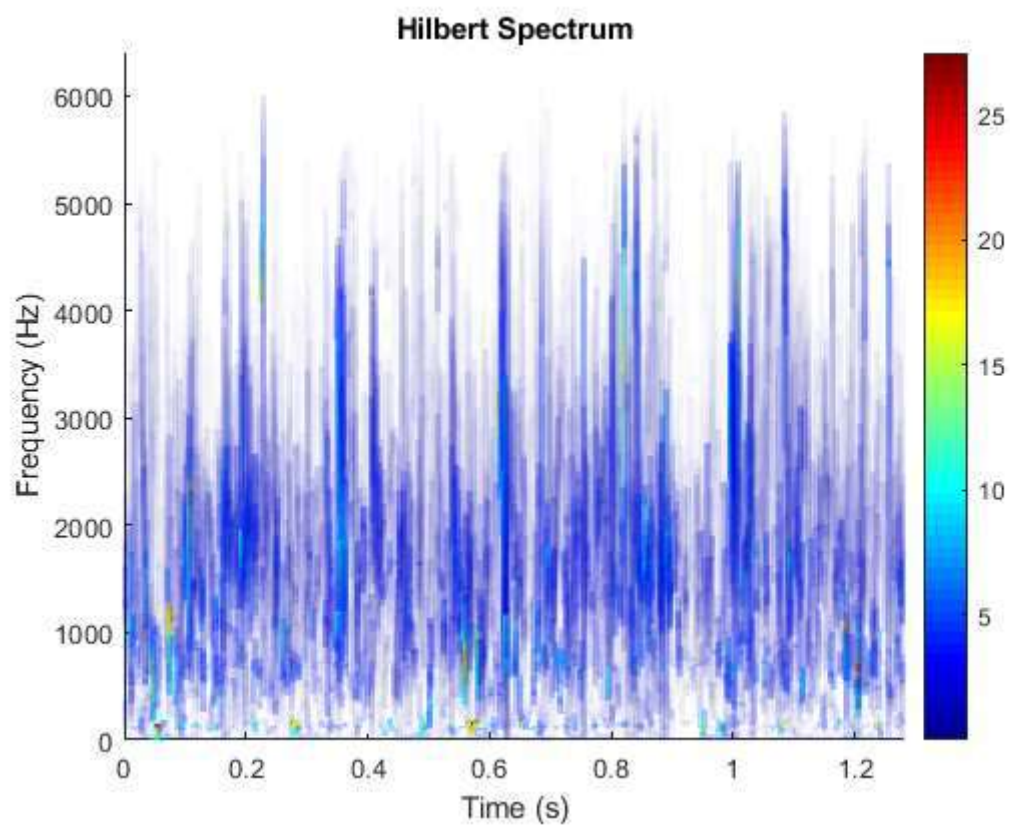
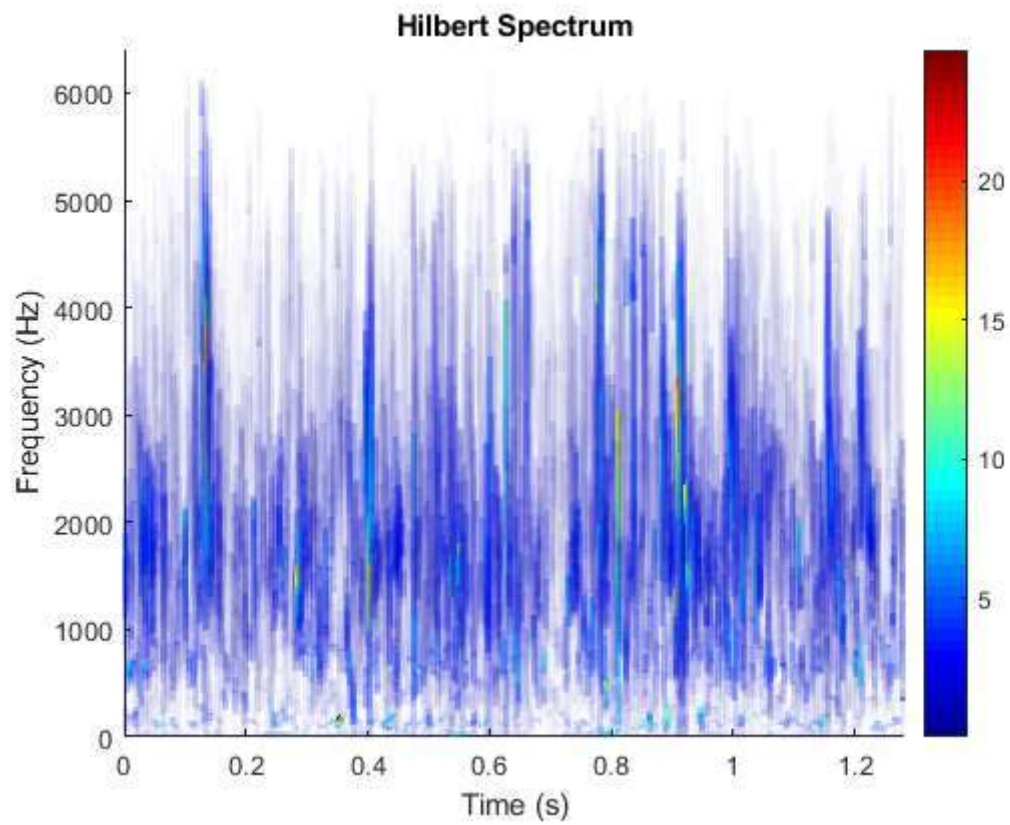


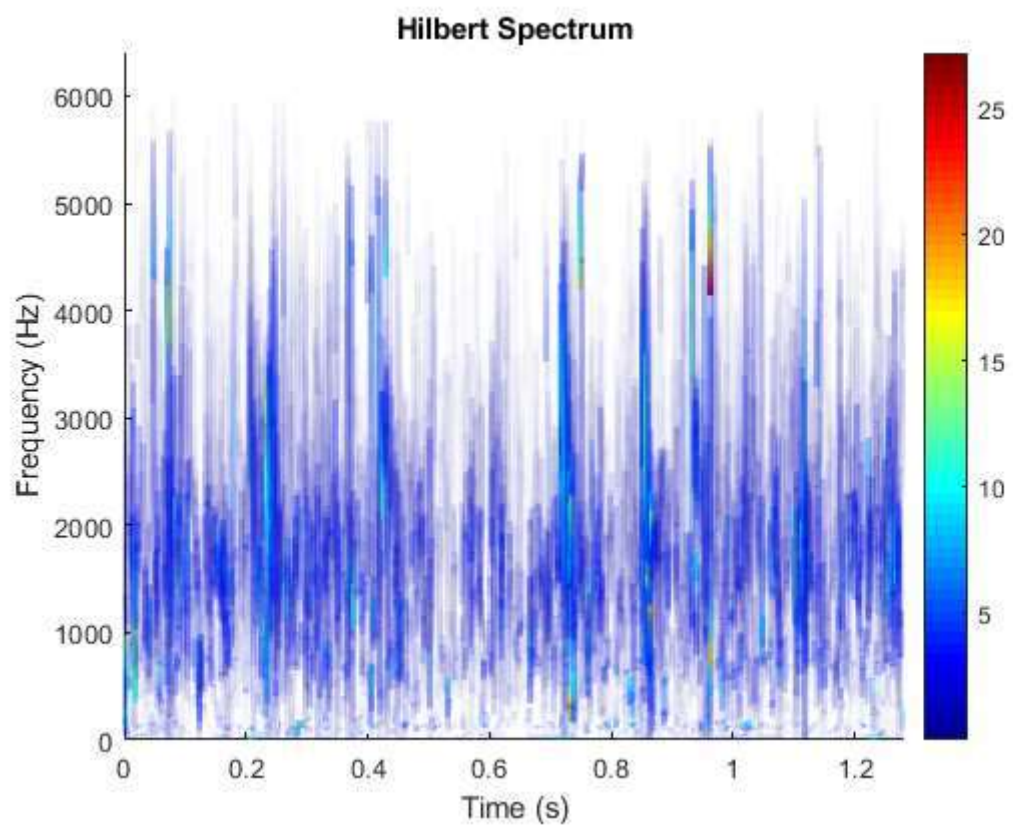
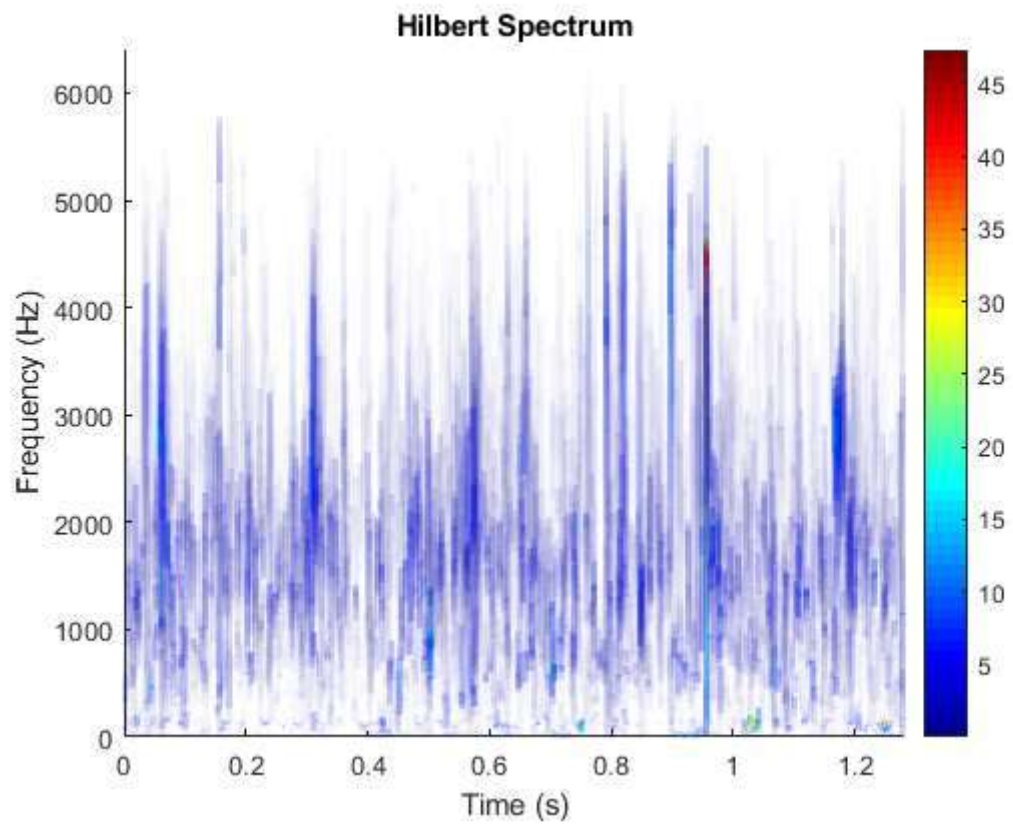


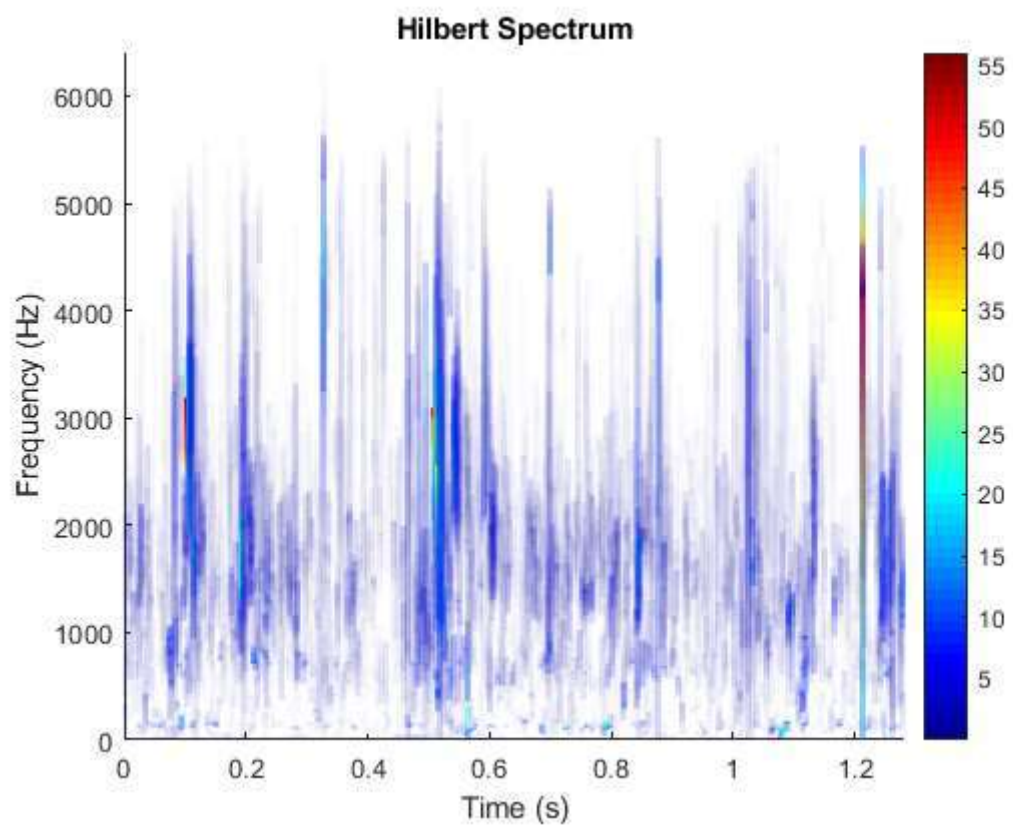
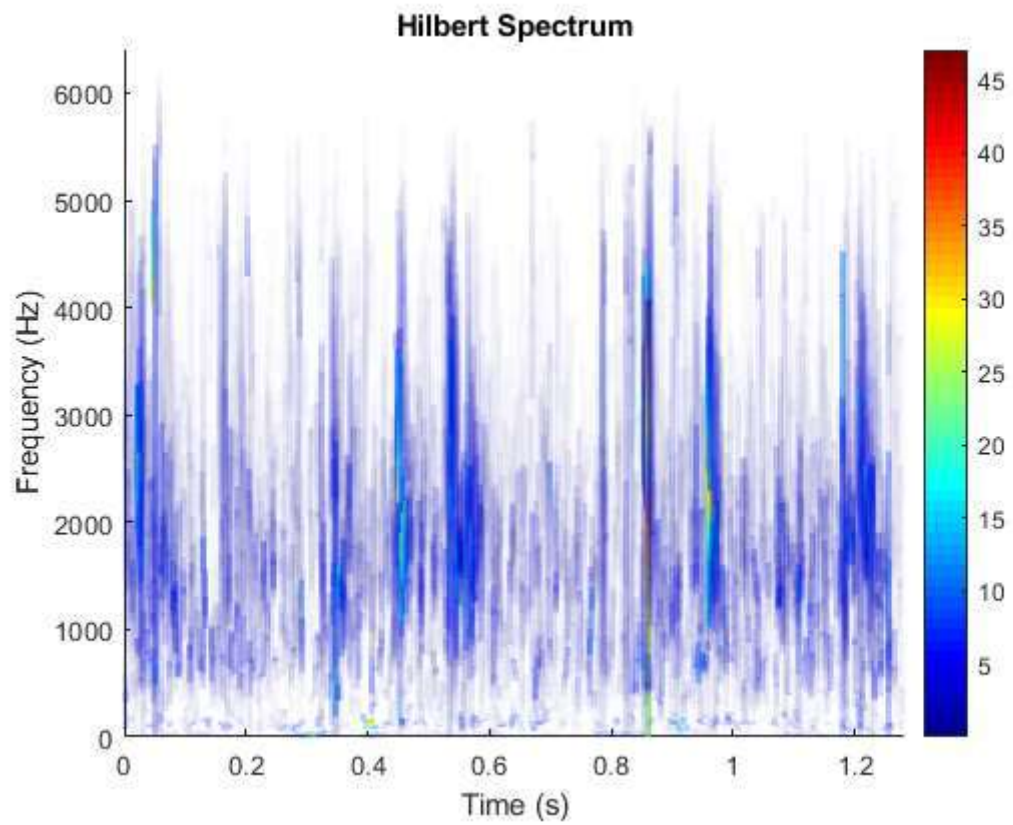


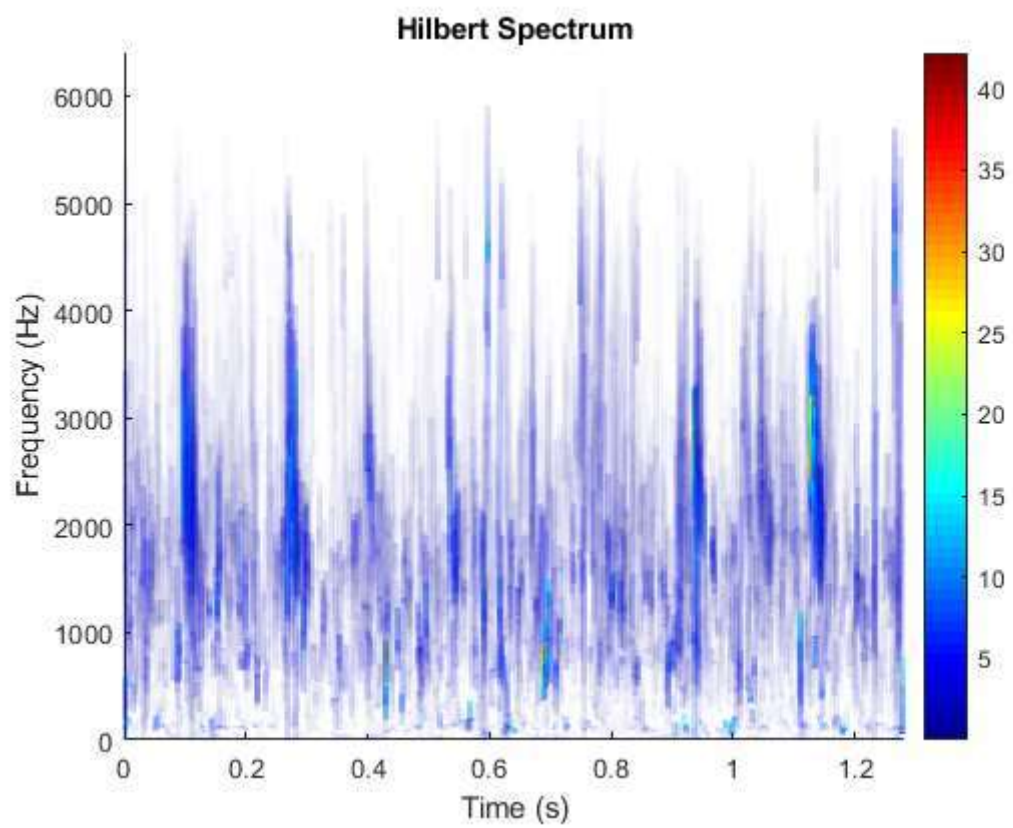
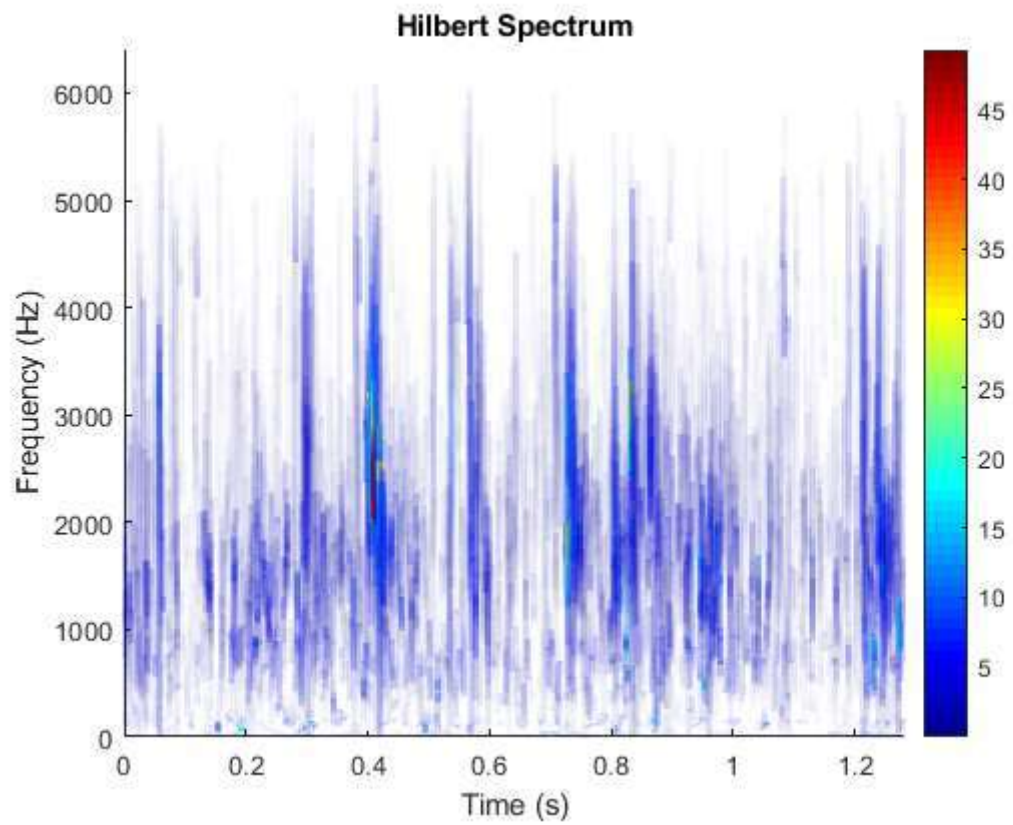
Eje con fisura 1 dirección vertical

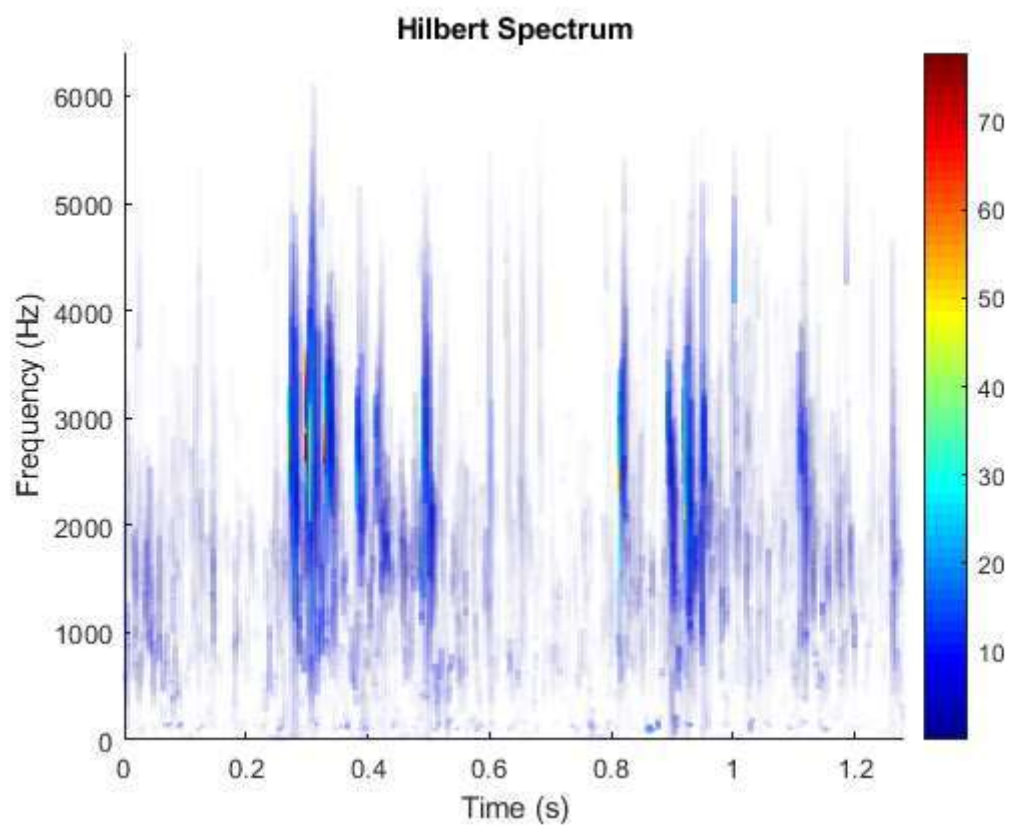
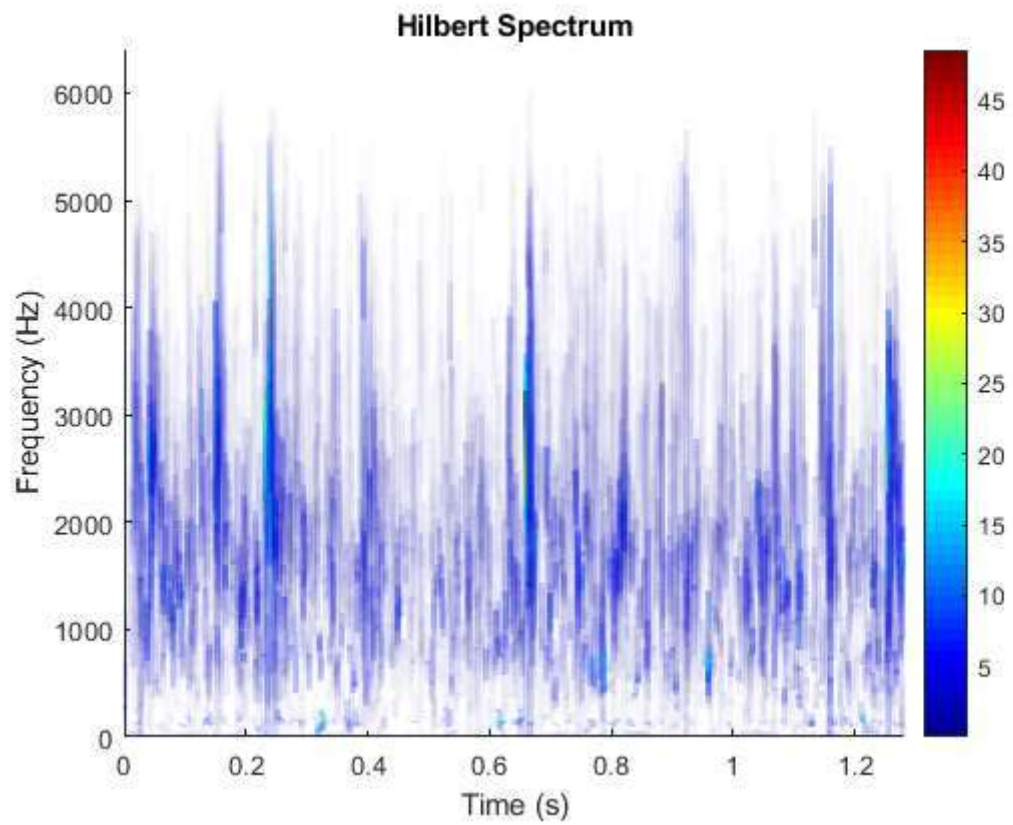


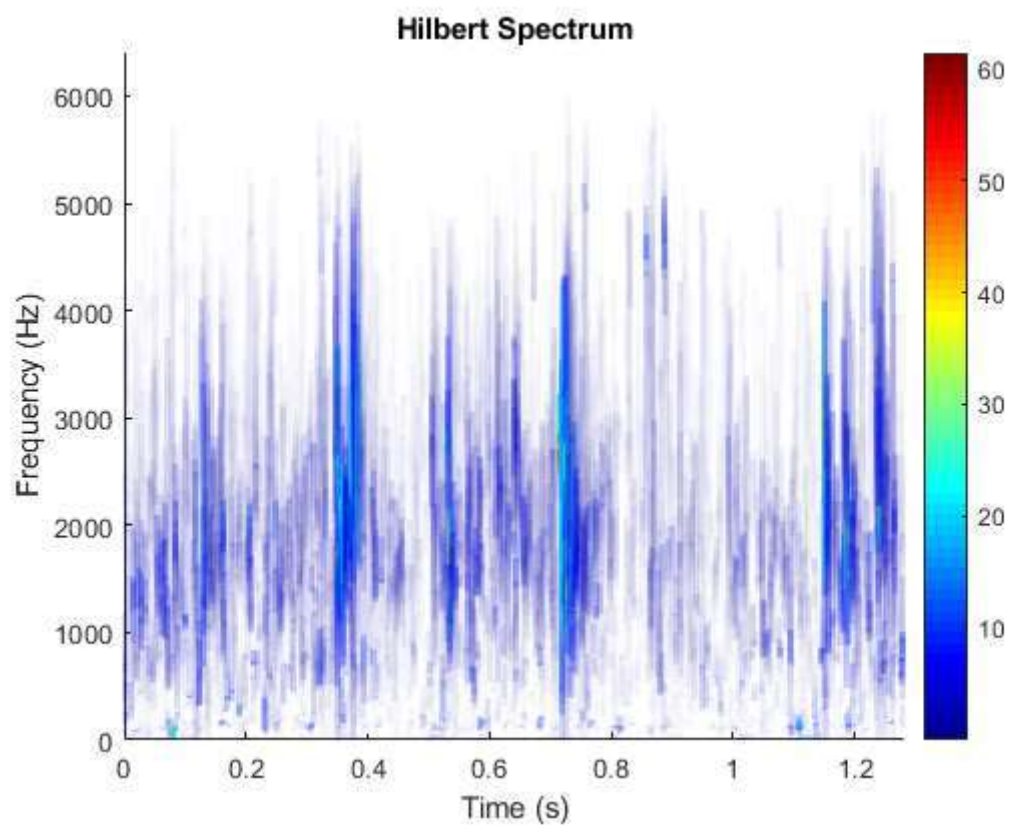
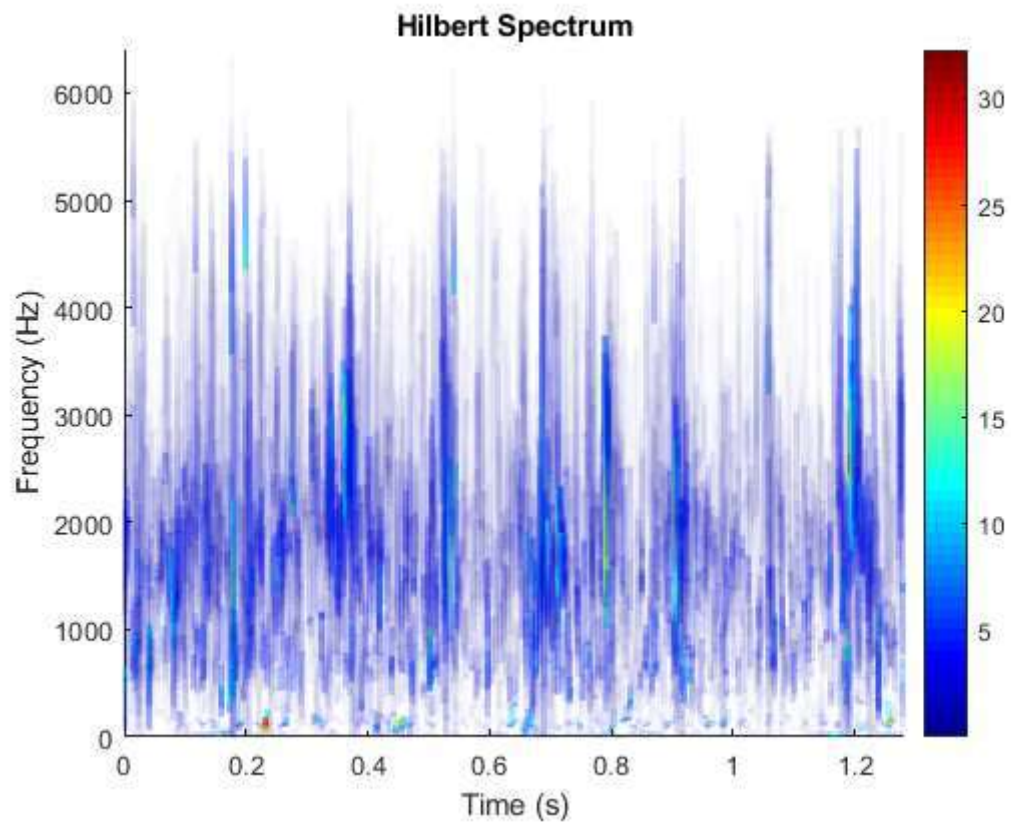


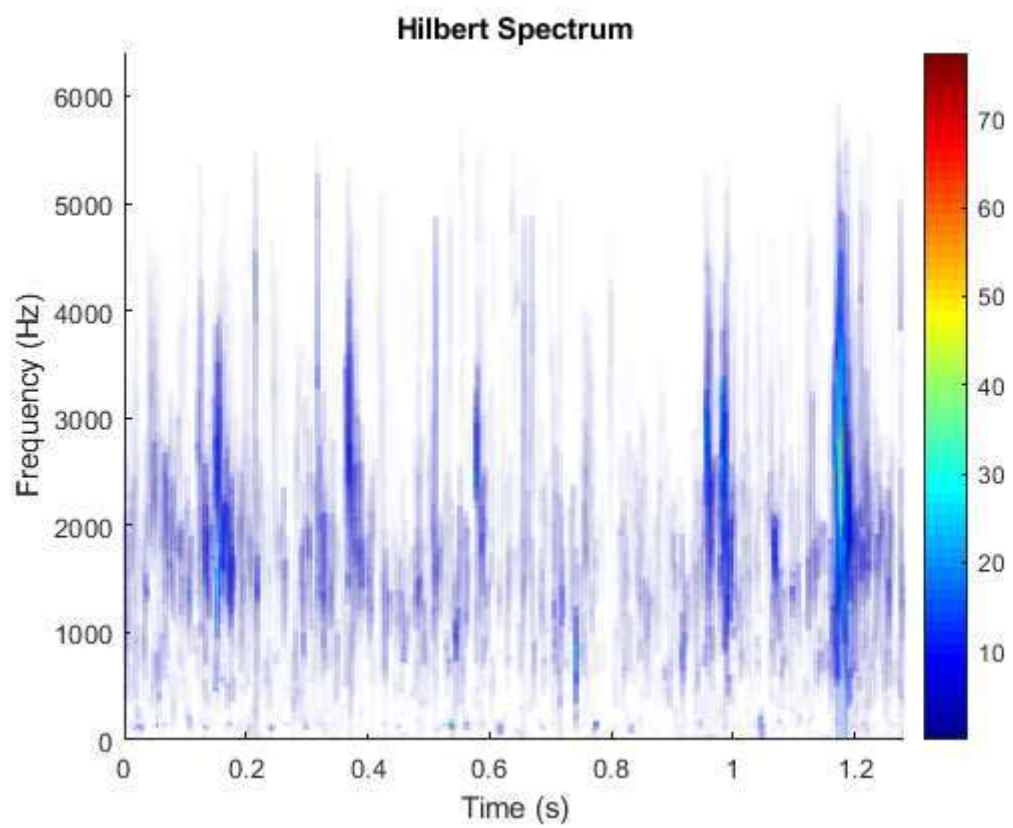
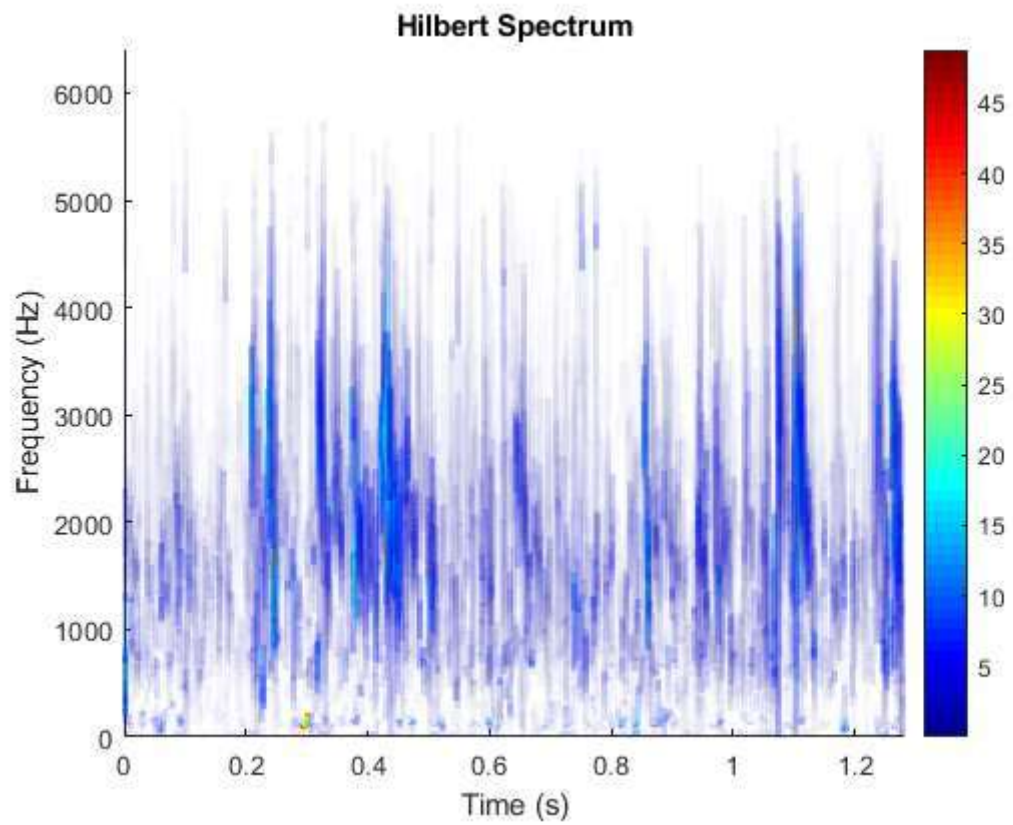


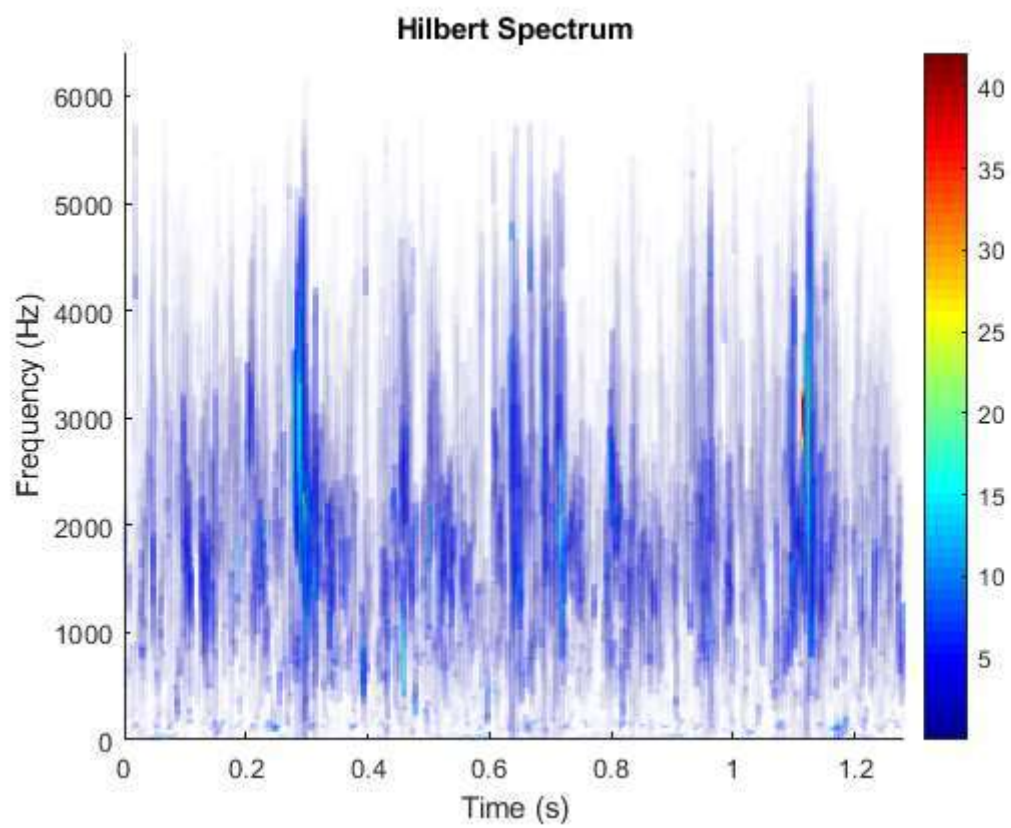
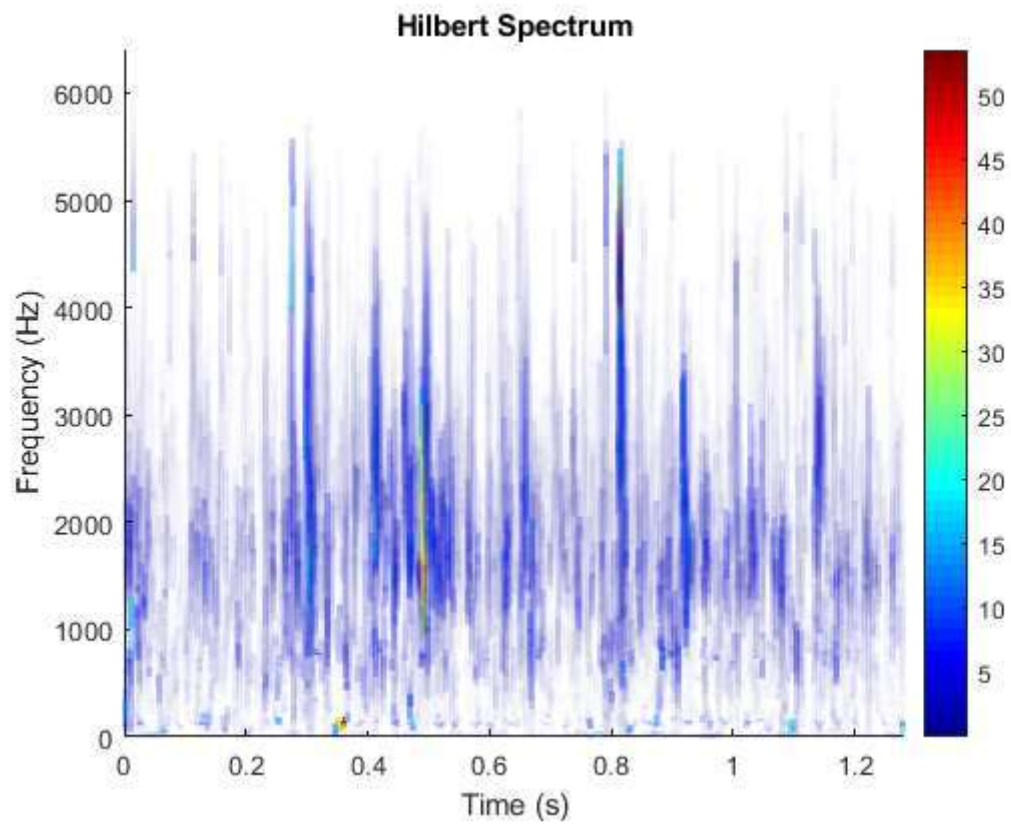


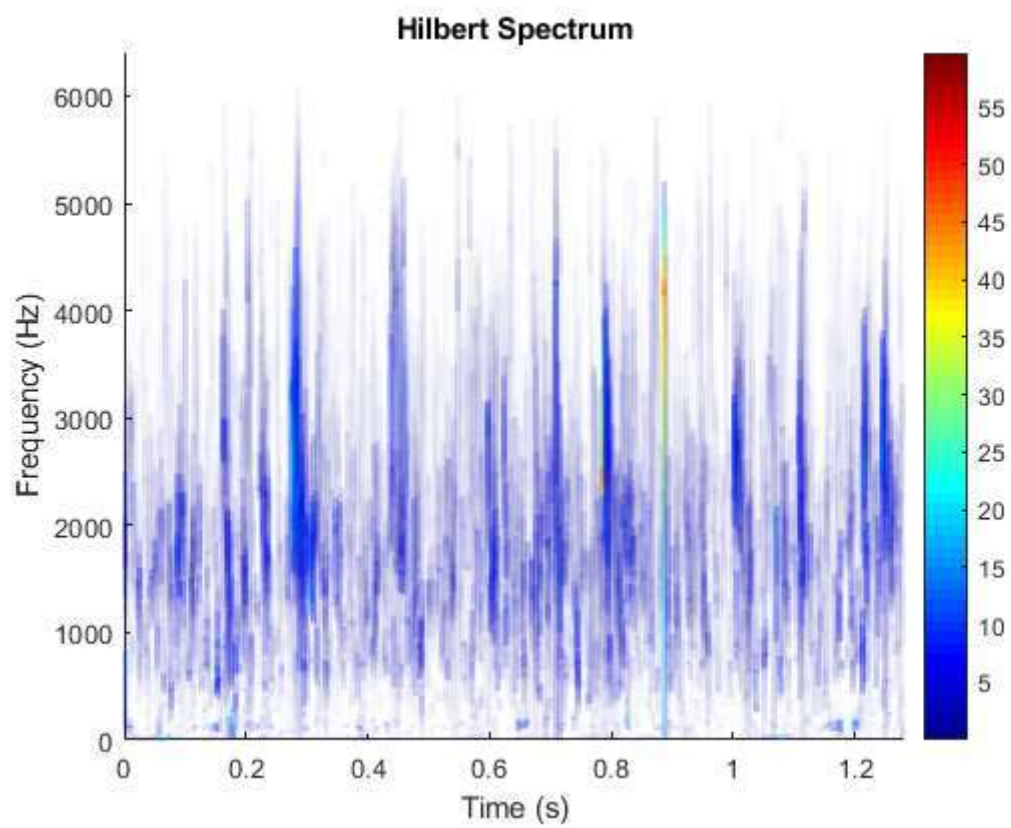
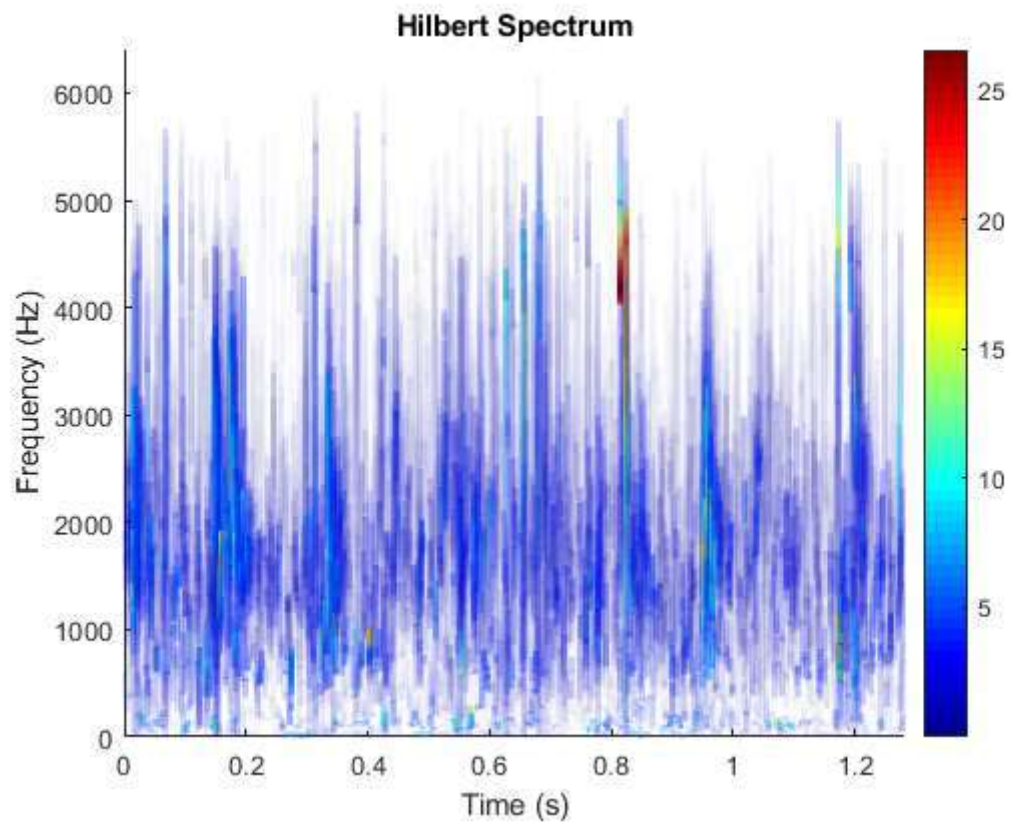


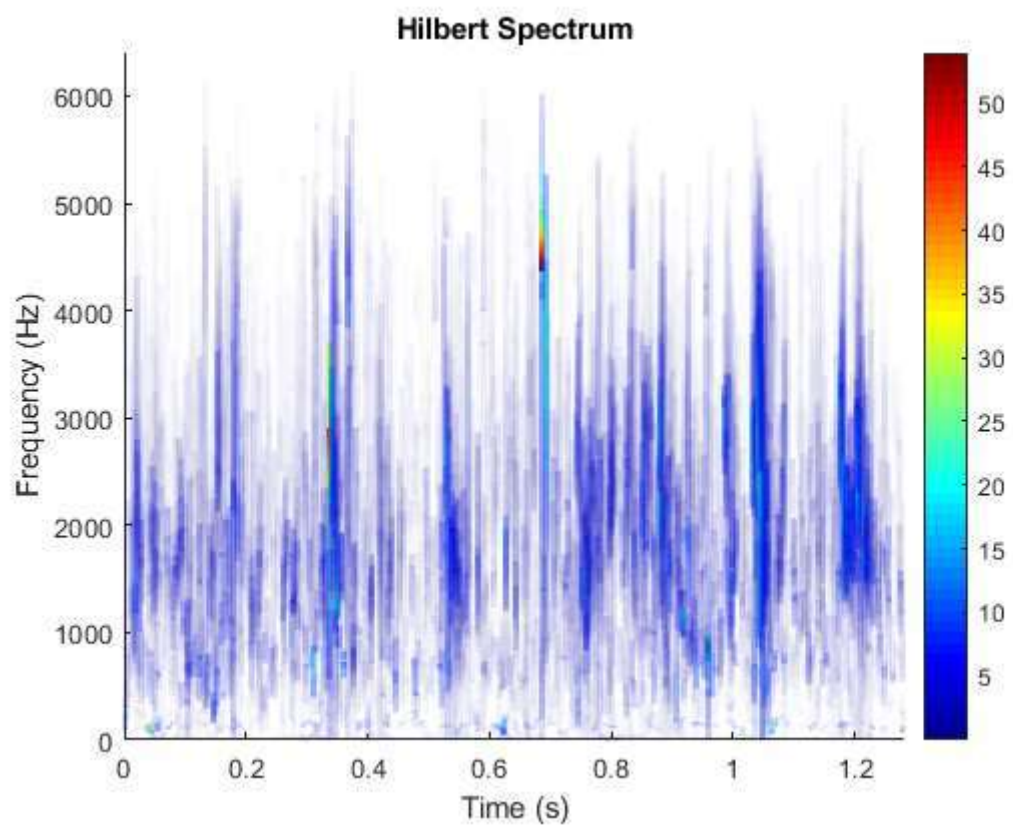
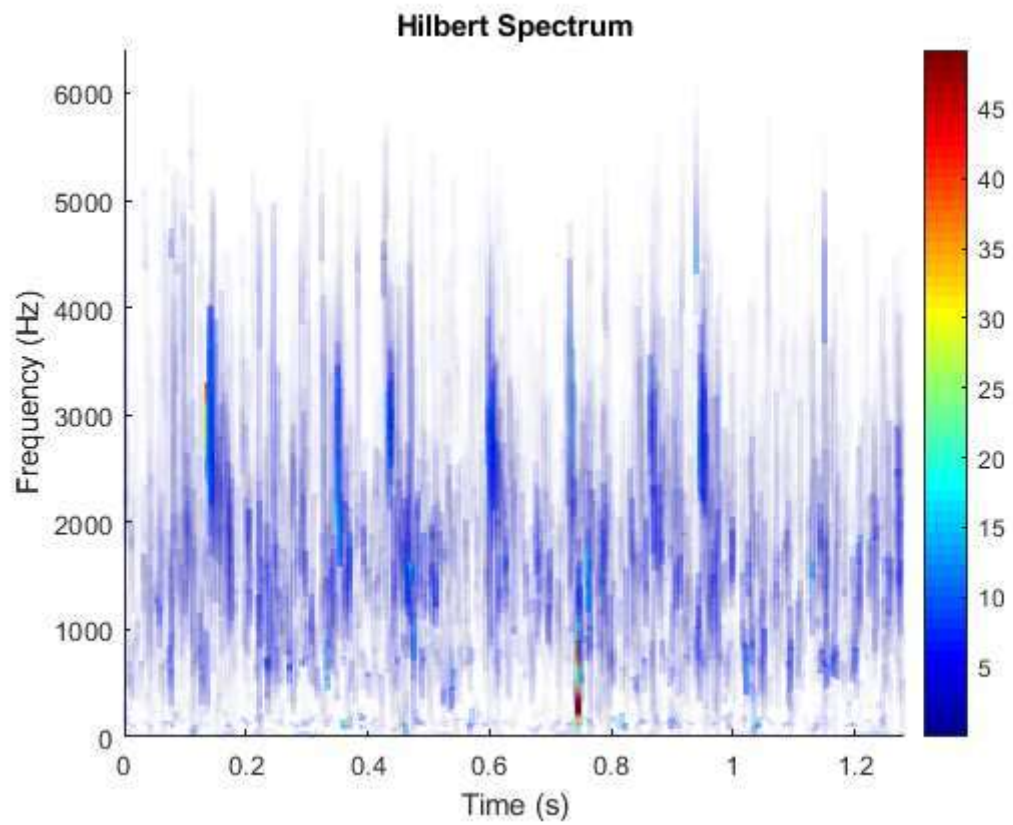


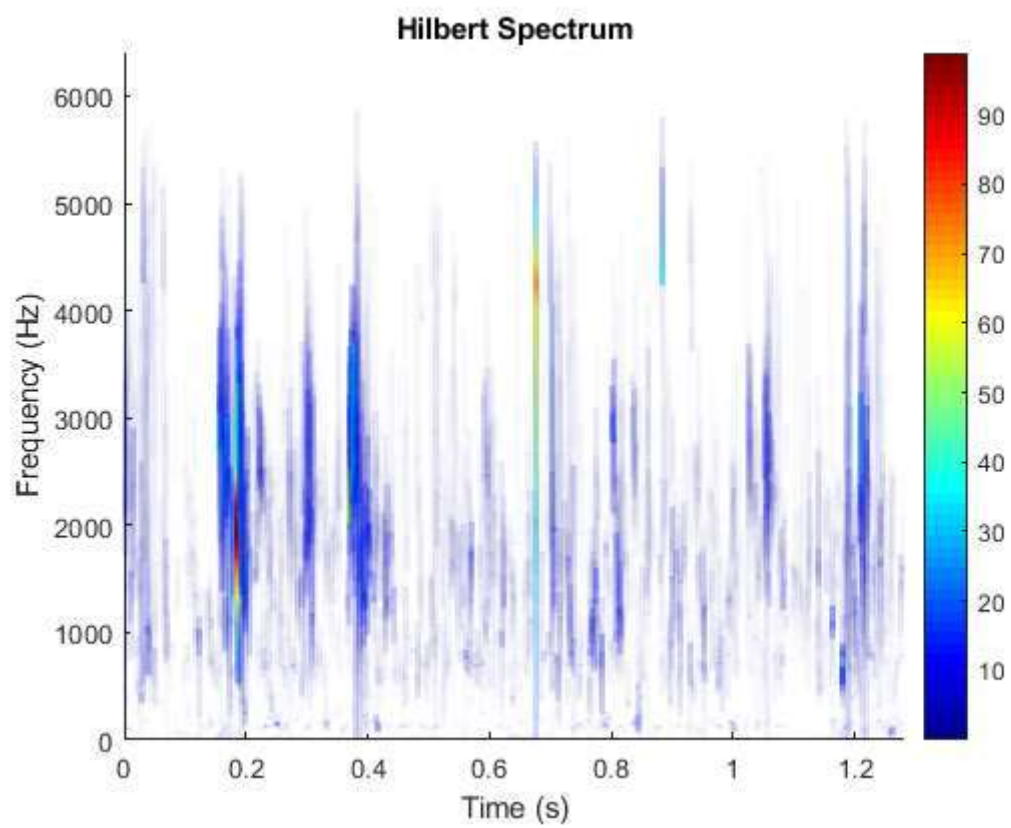
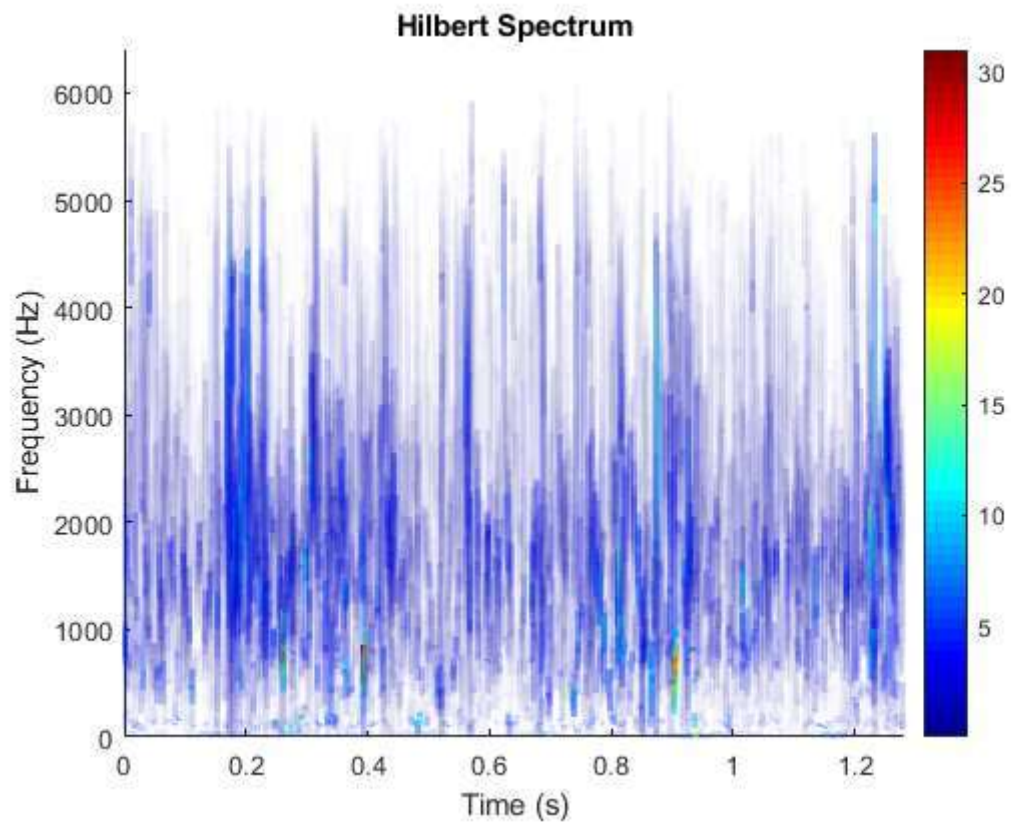


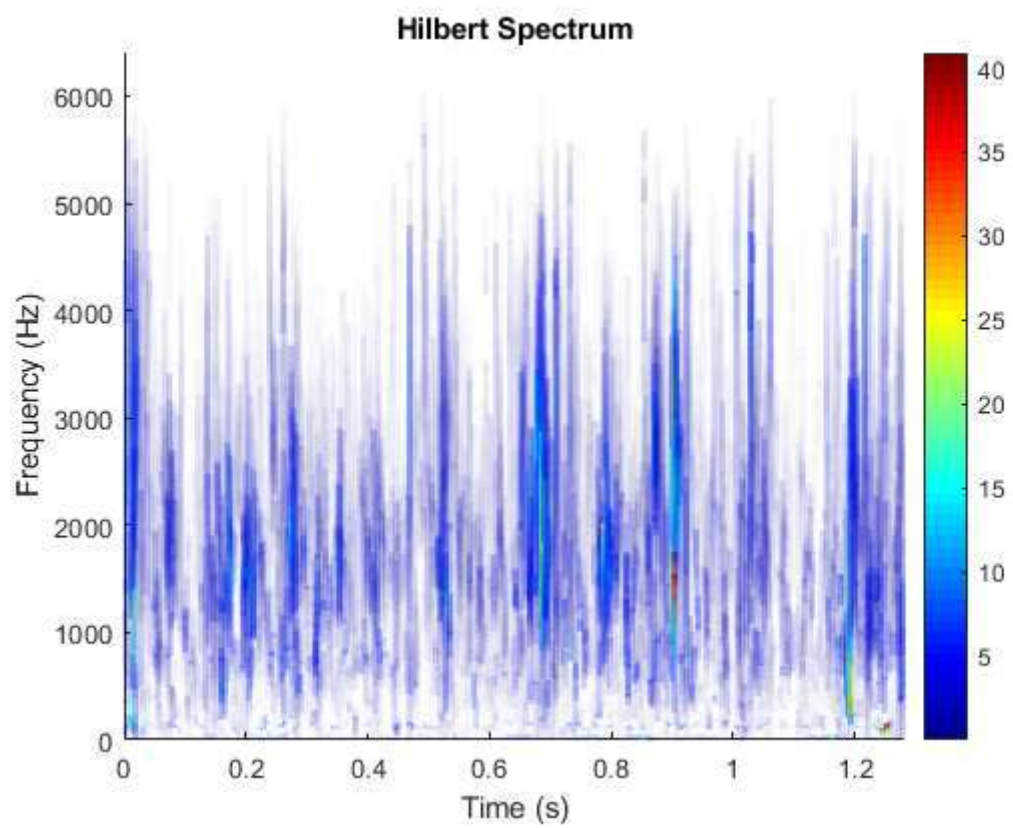
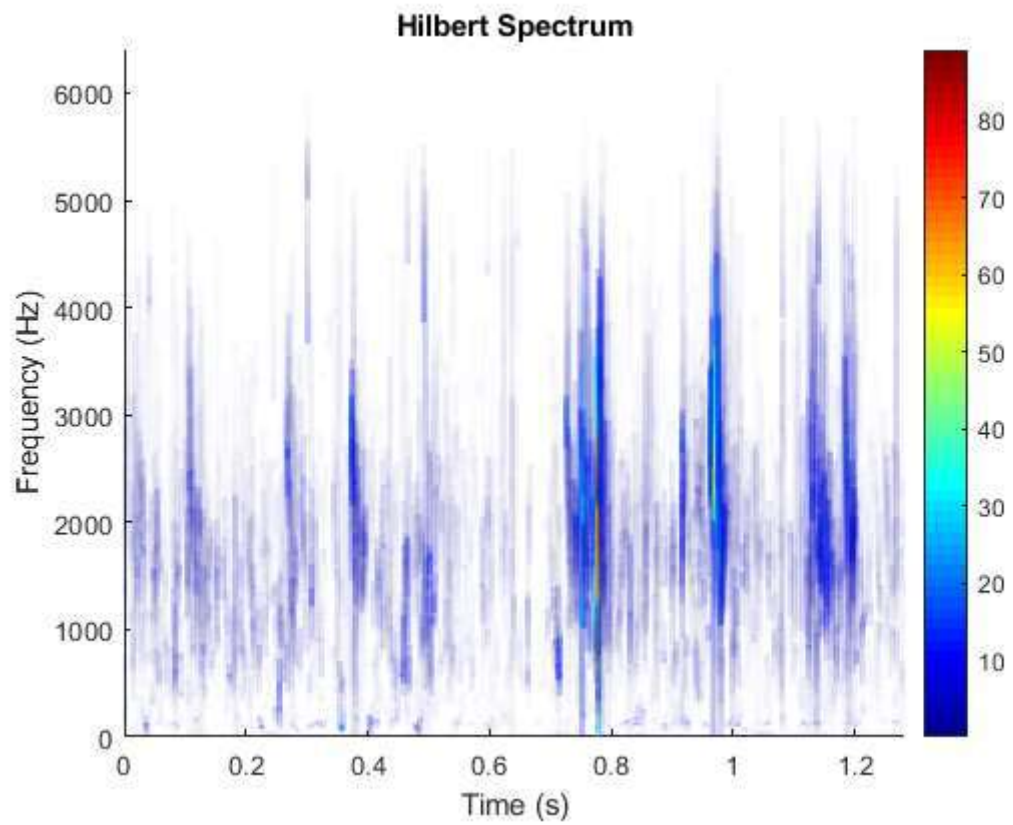


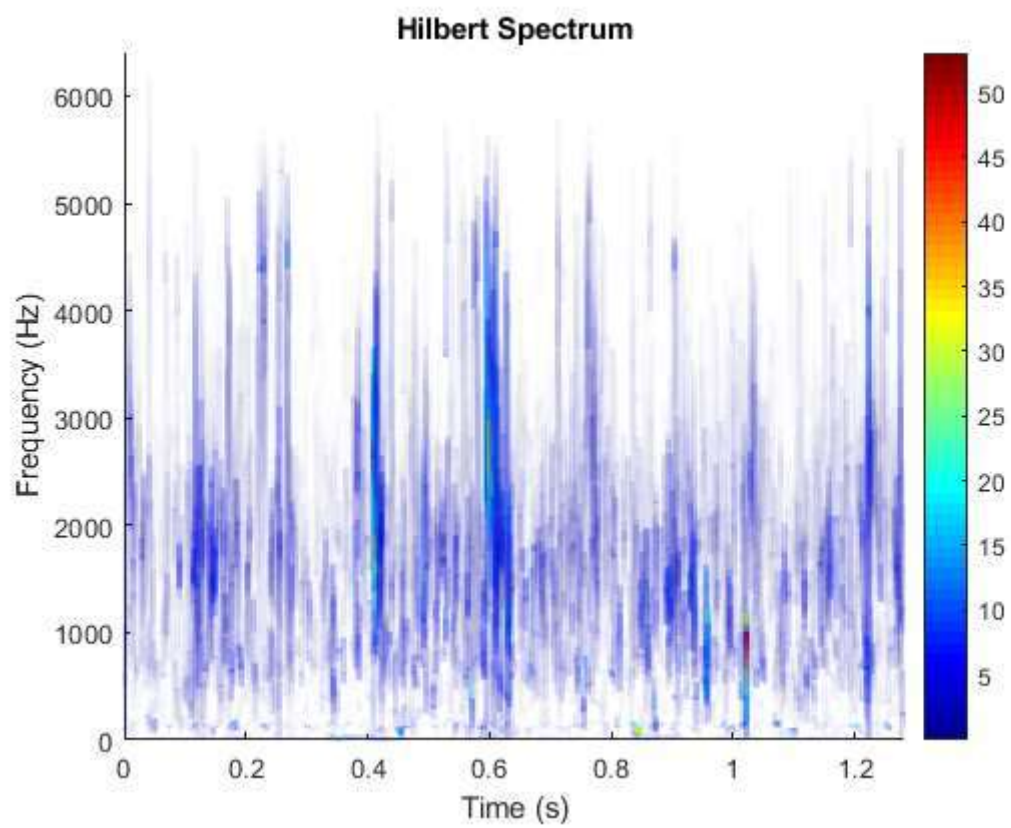
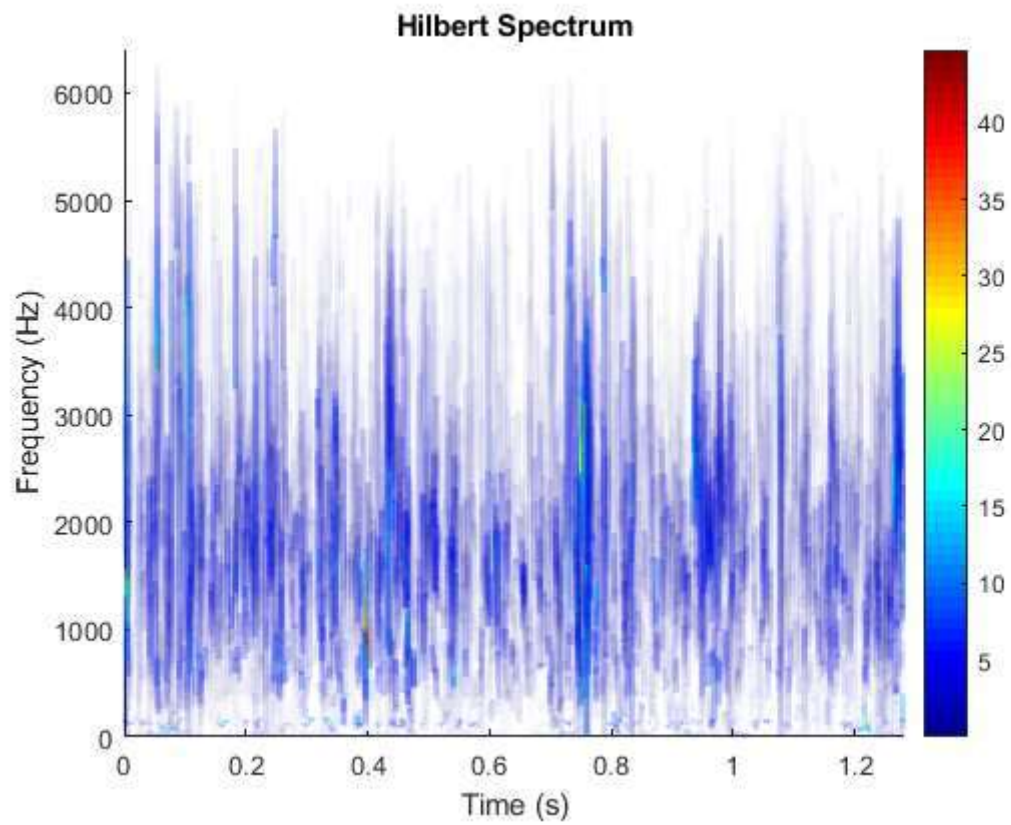


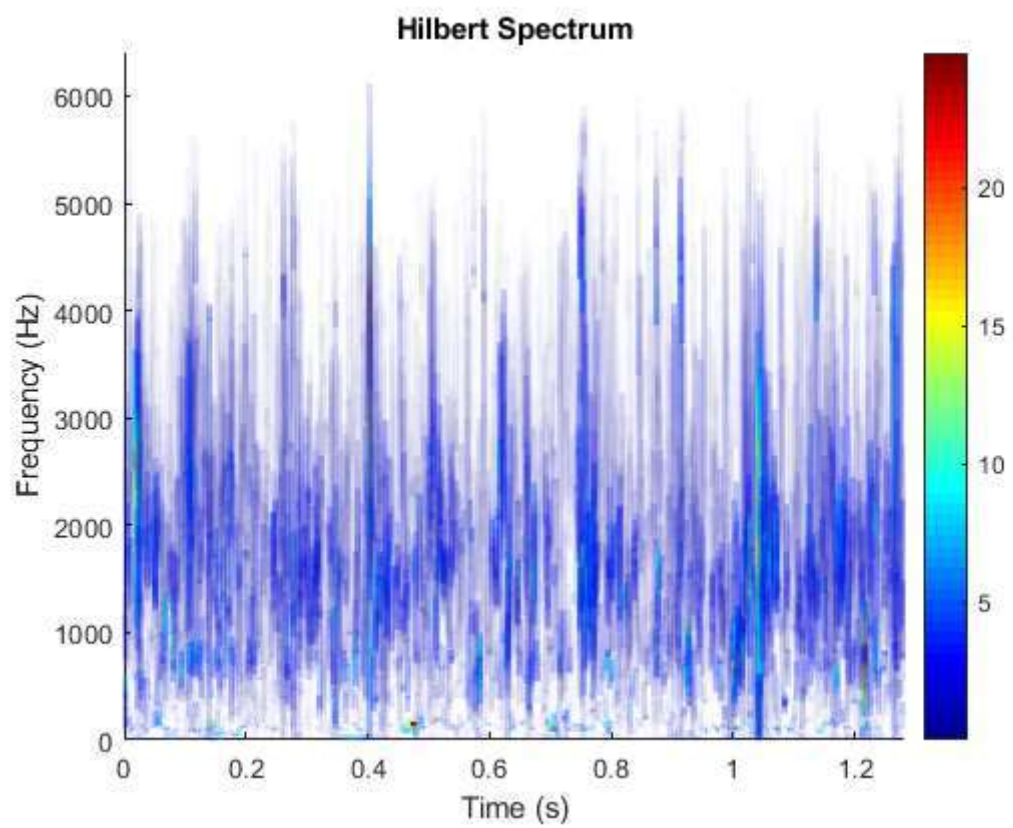
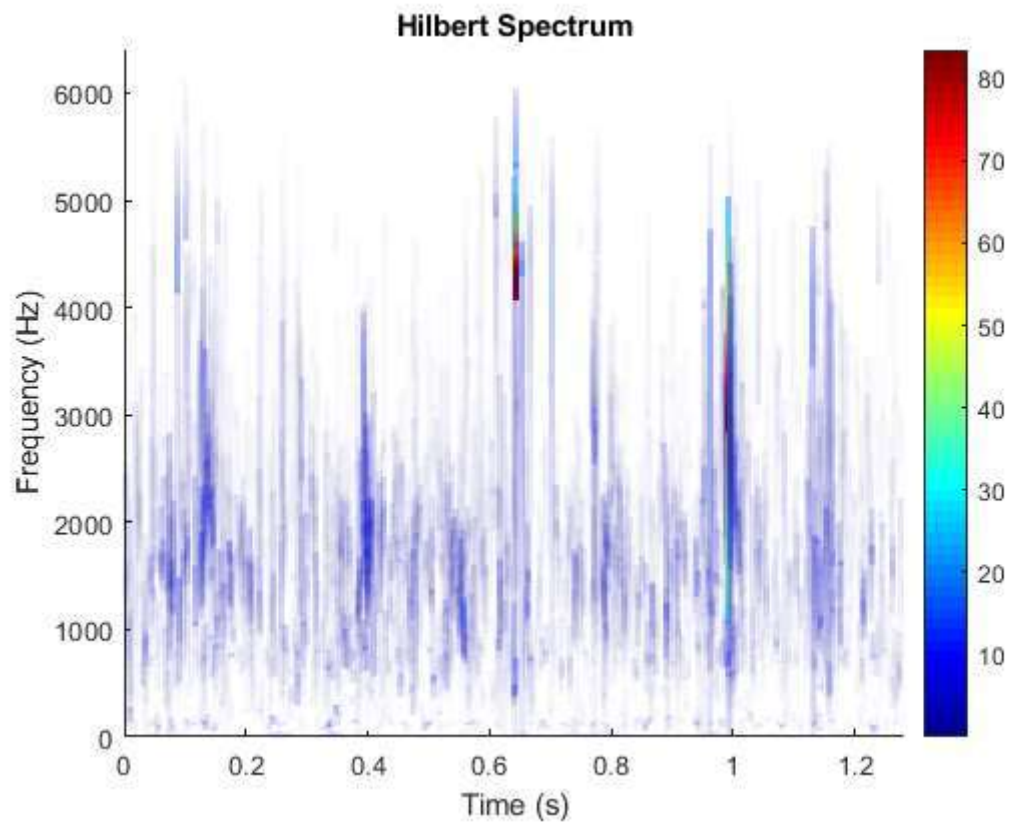


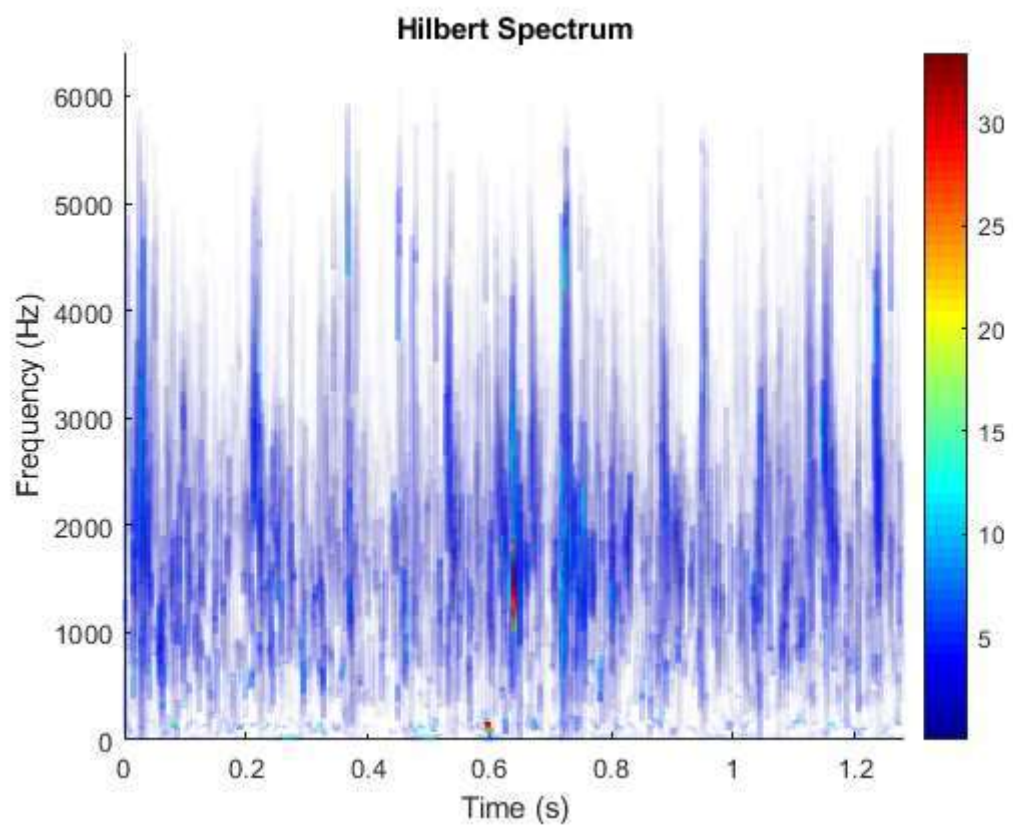
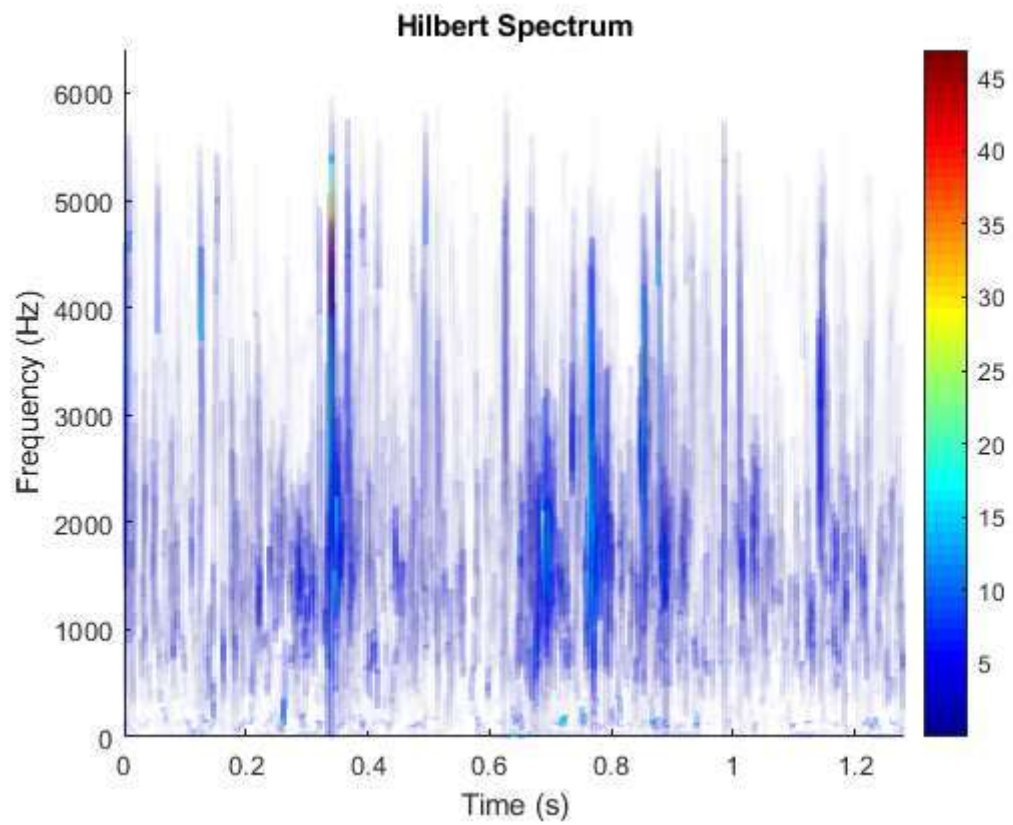


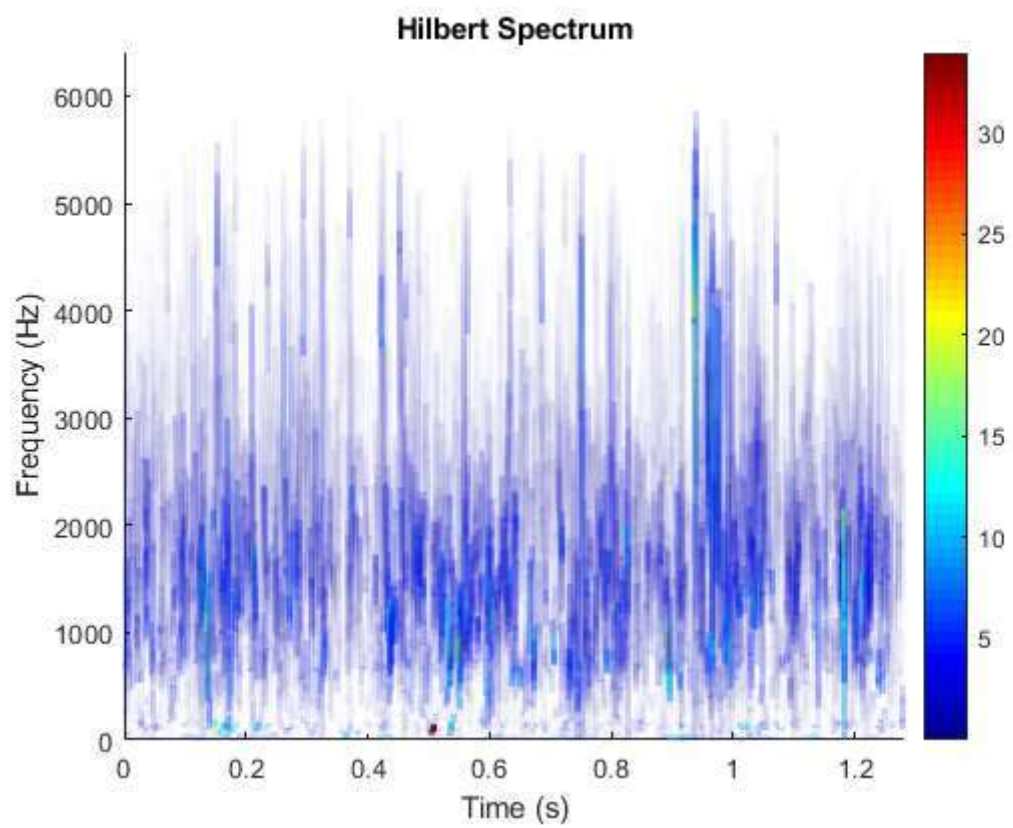
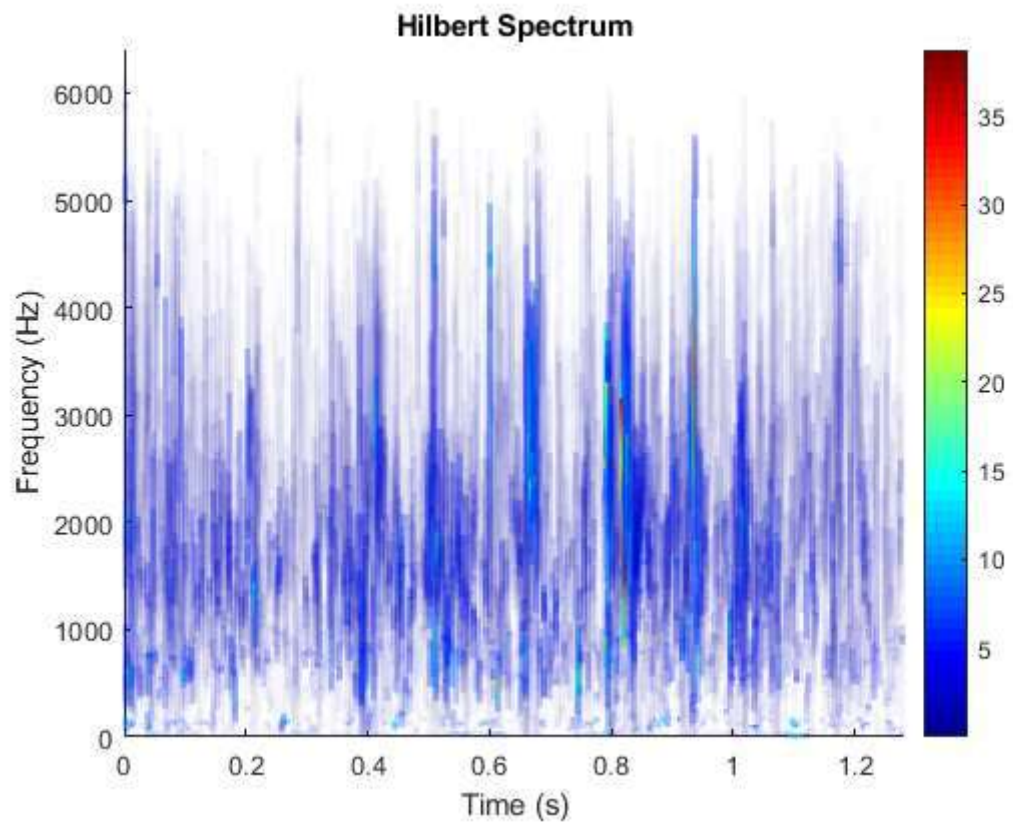


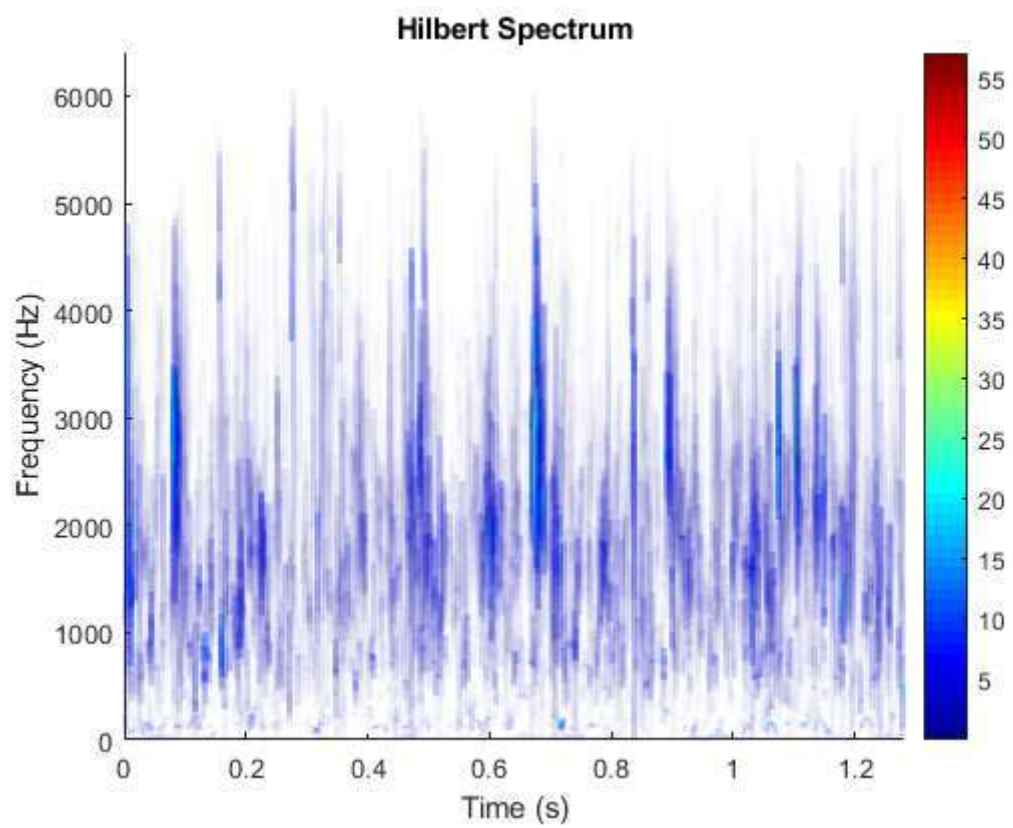
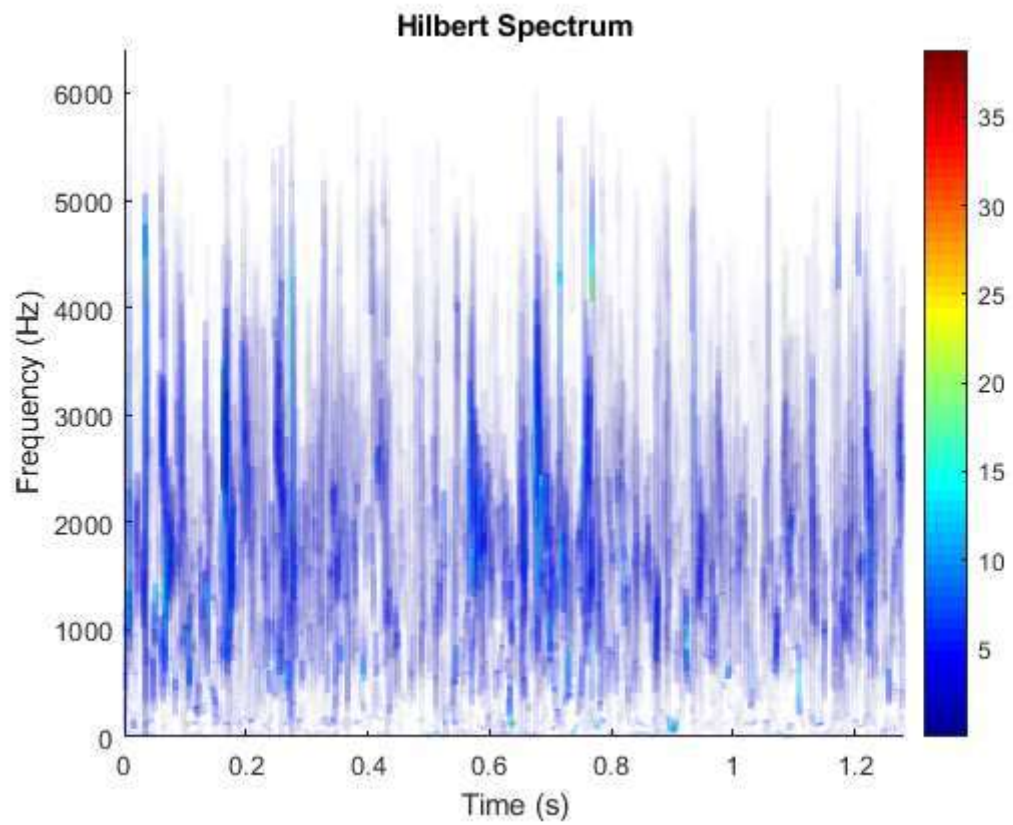


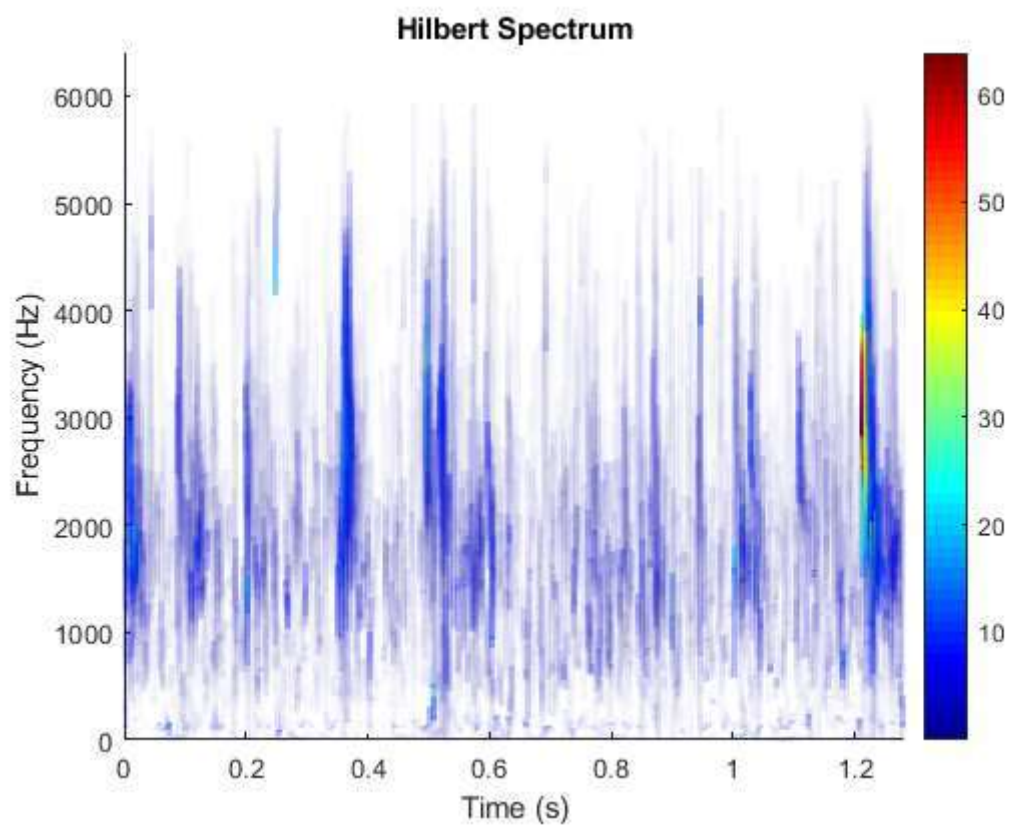
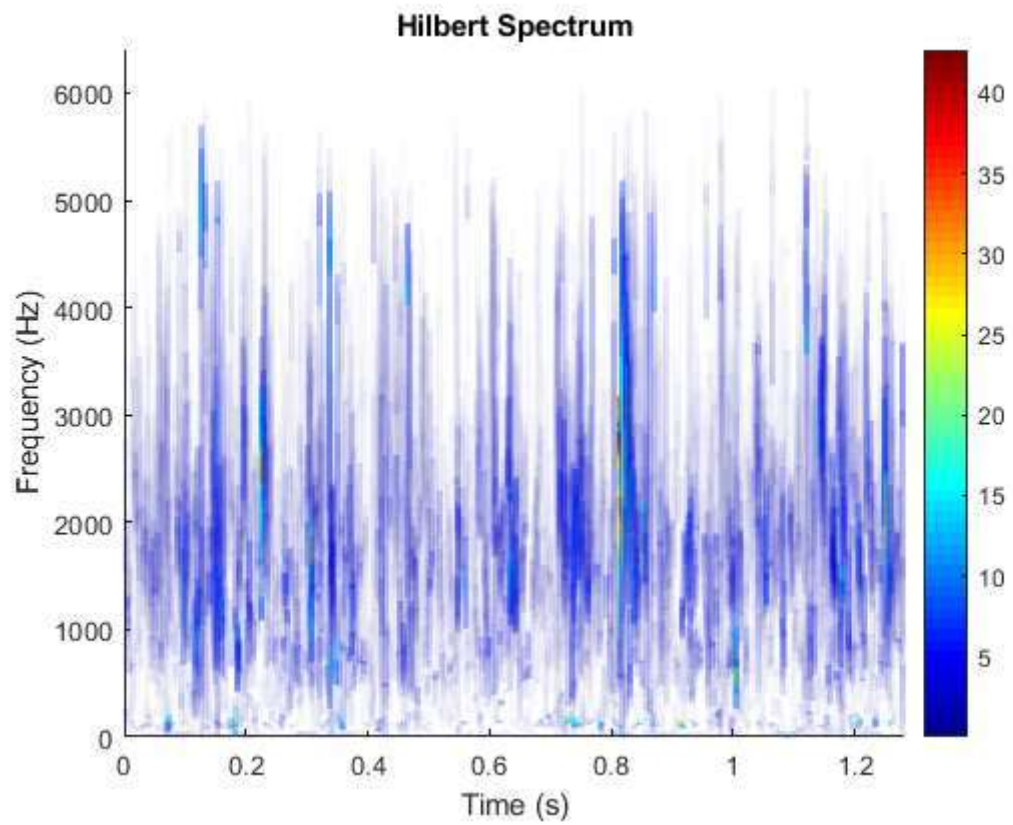


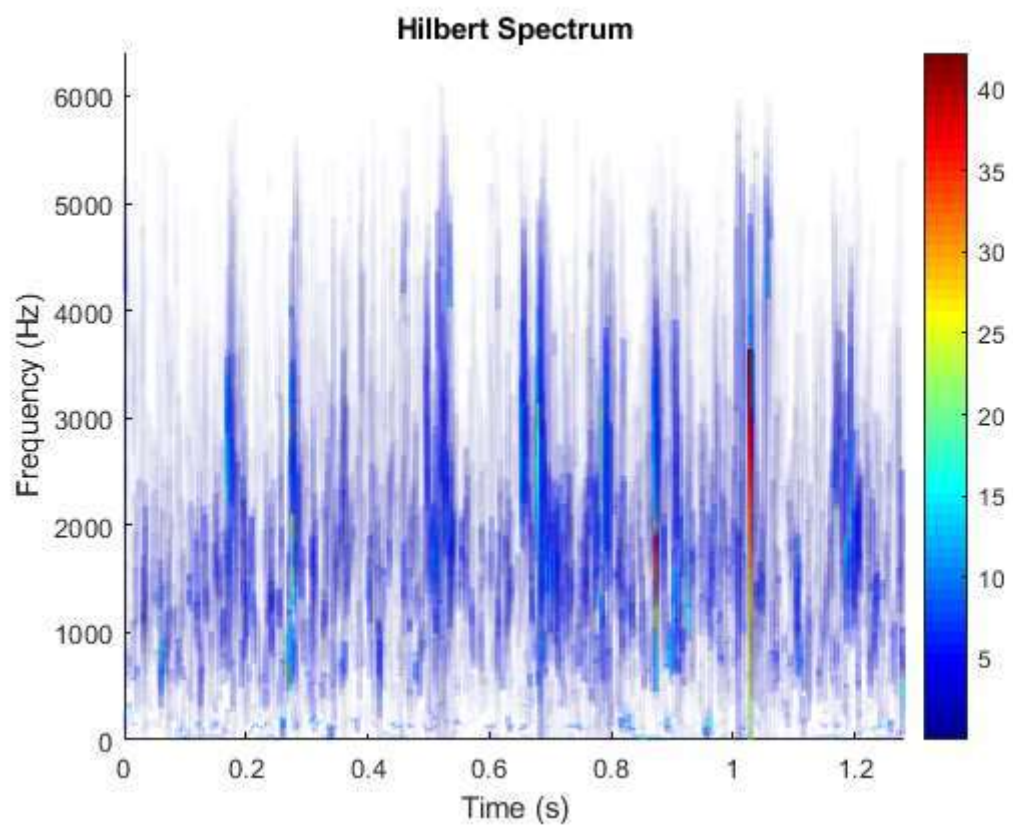
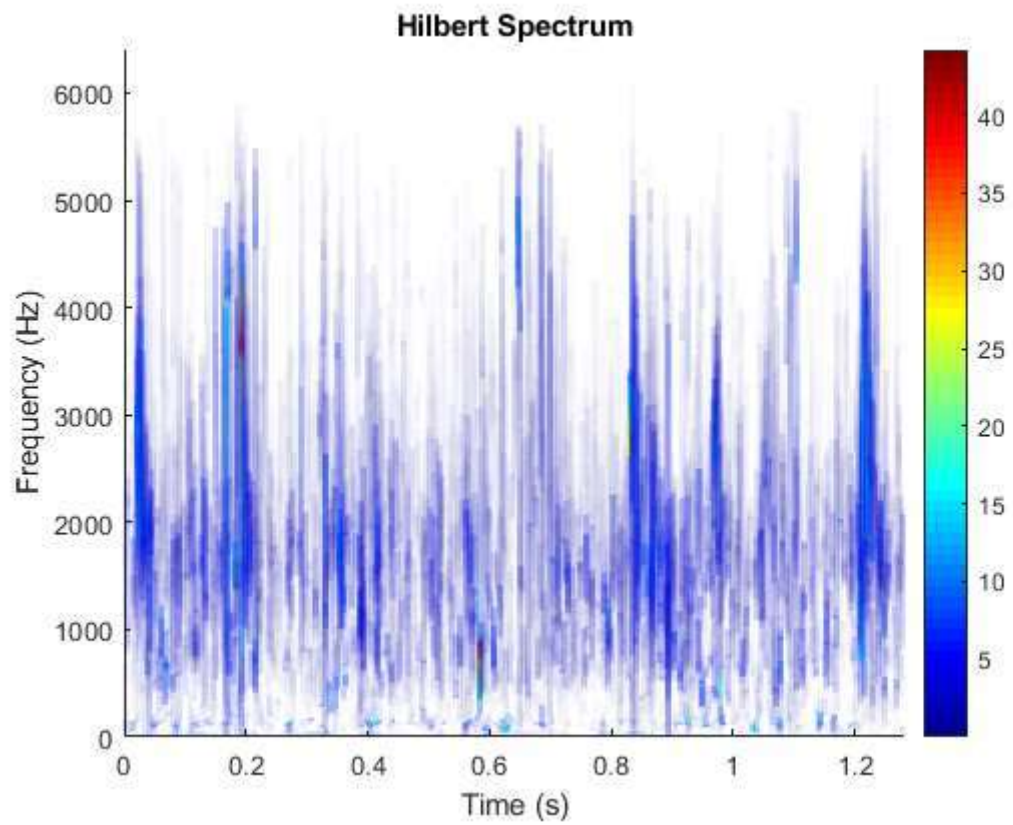


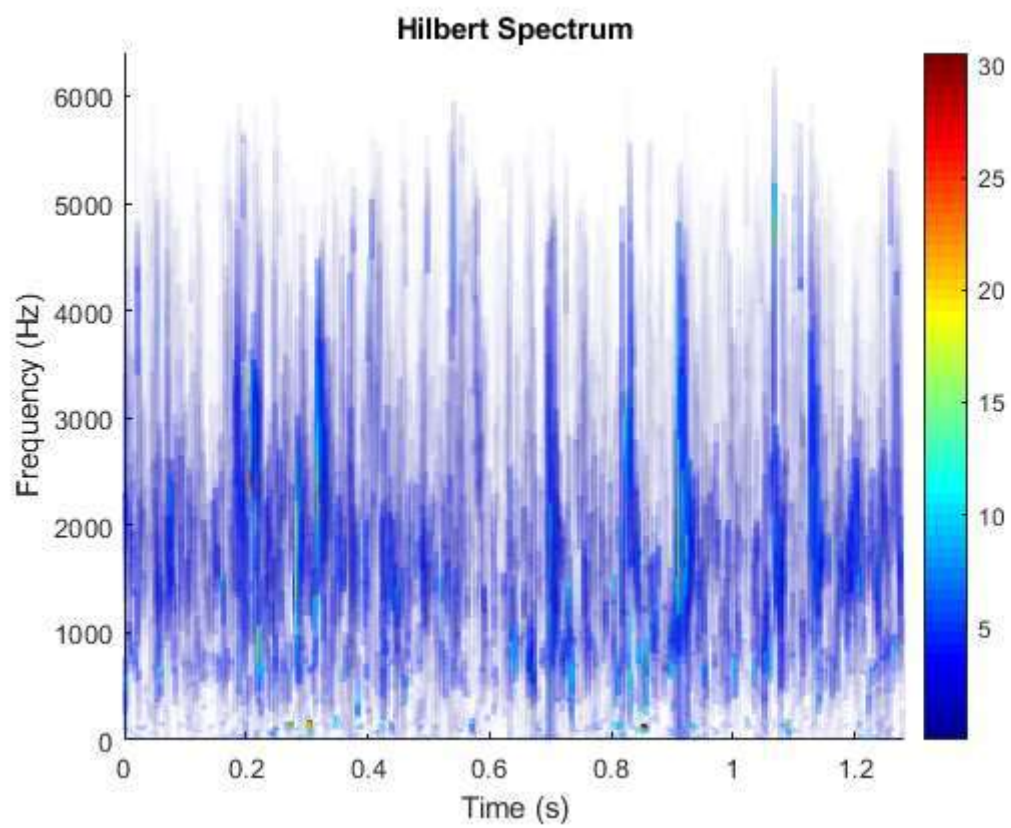
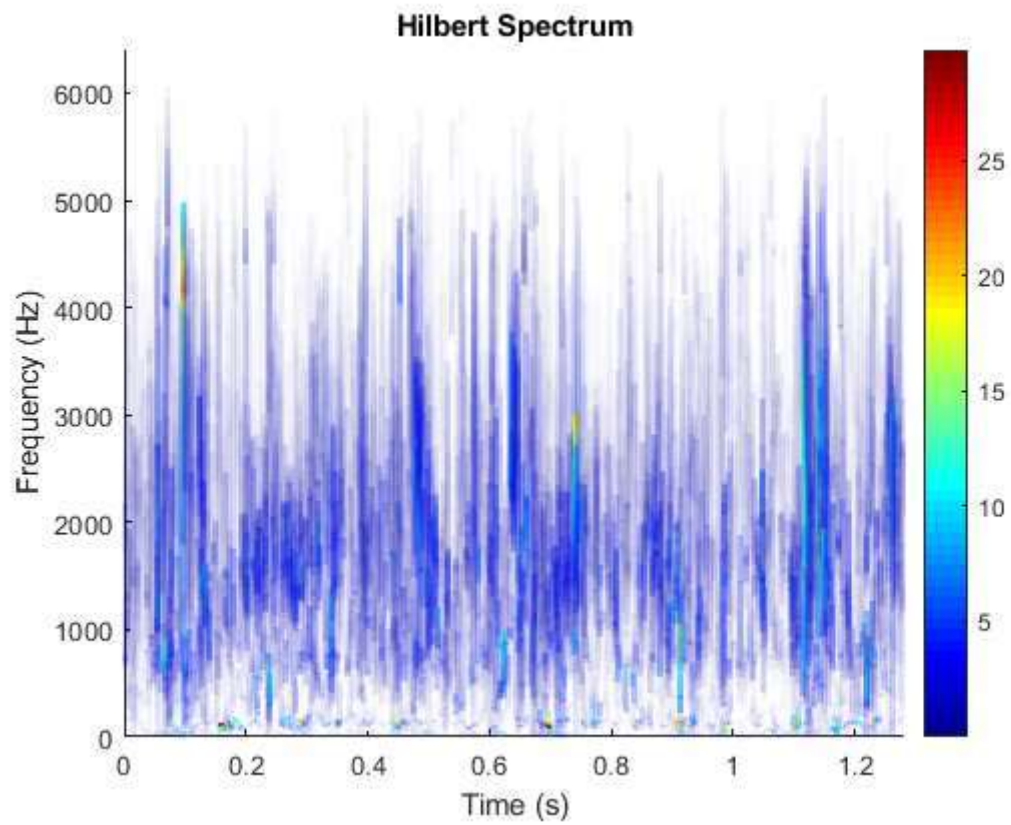


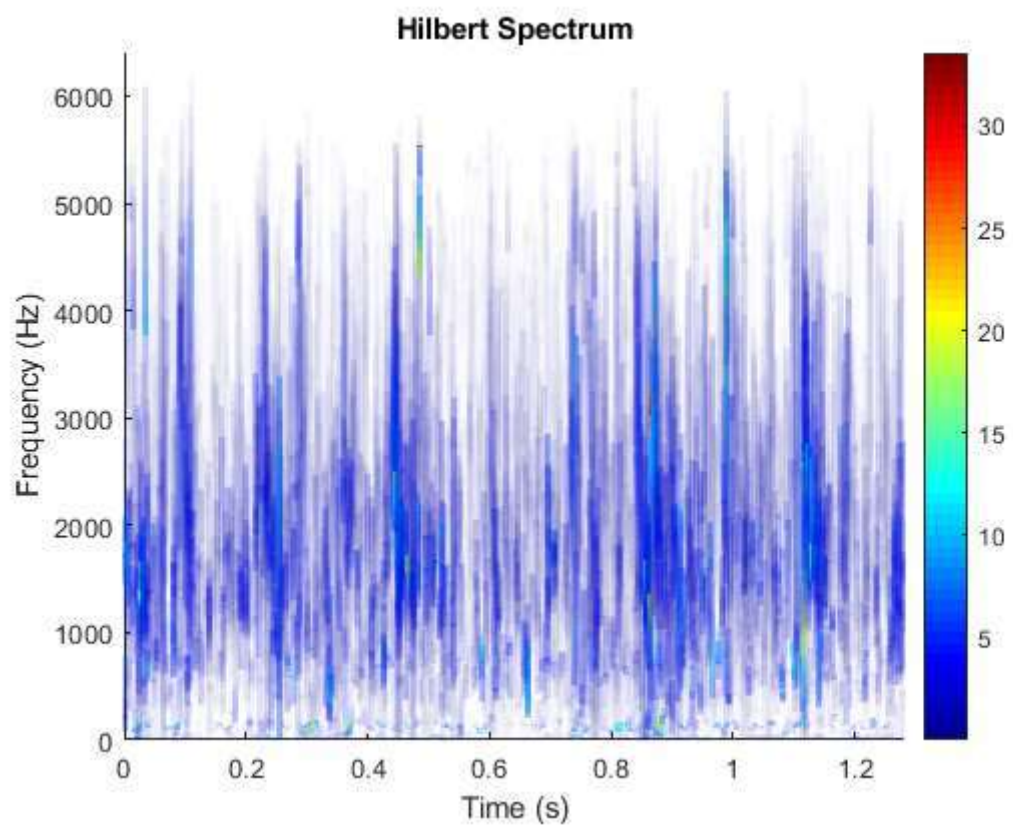
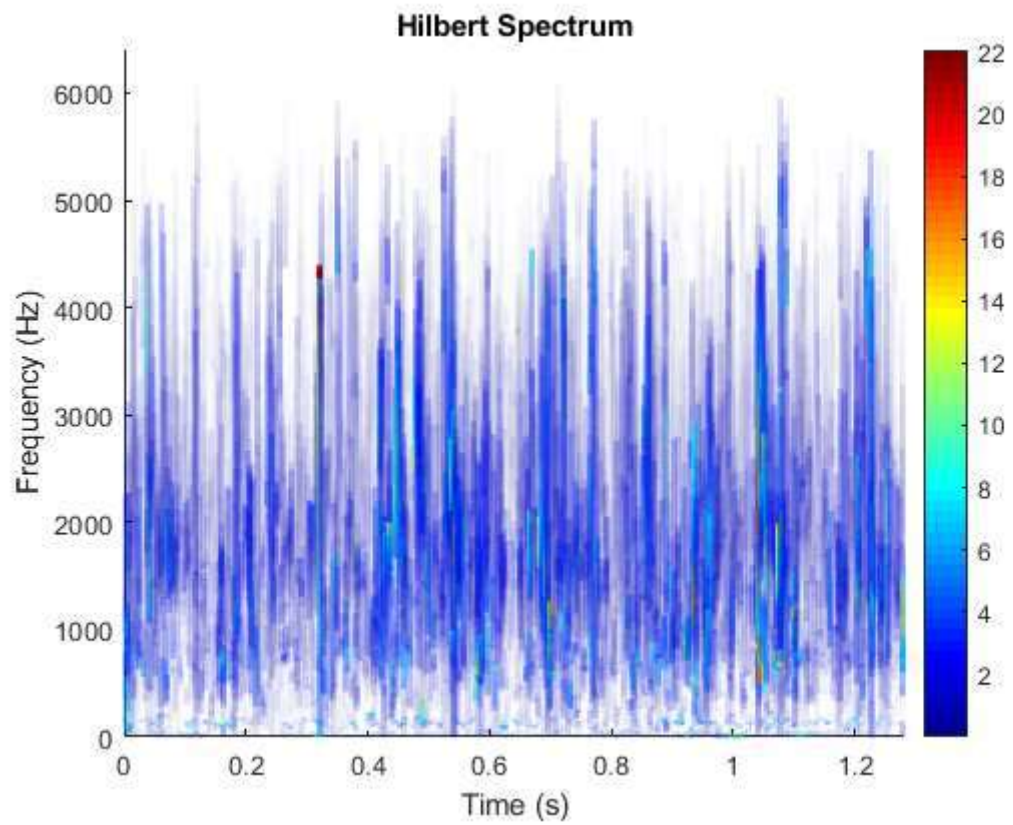


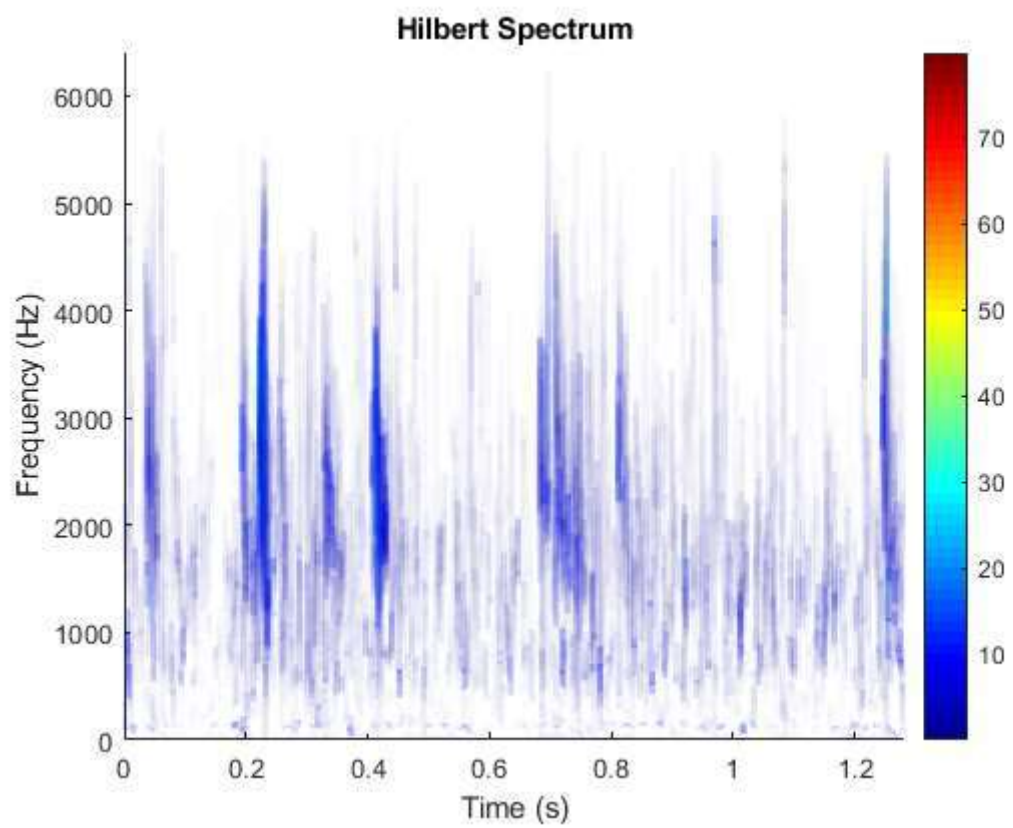
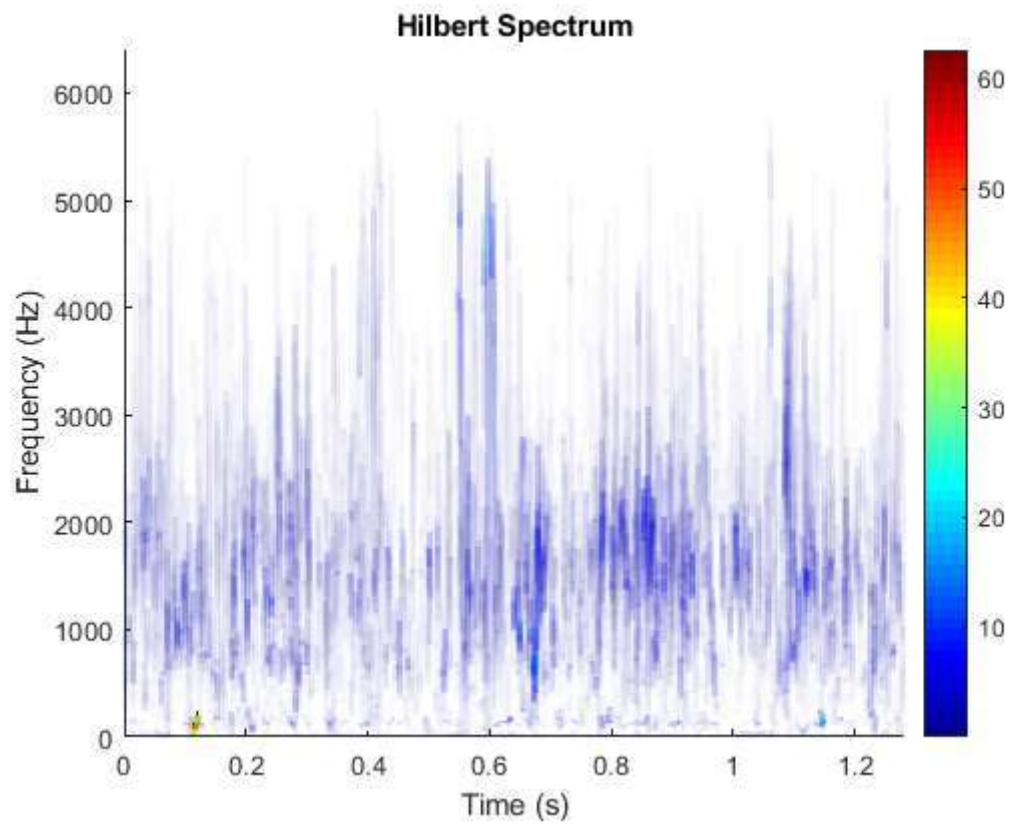


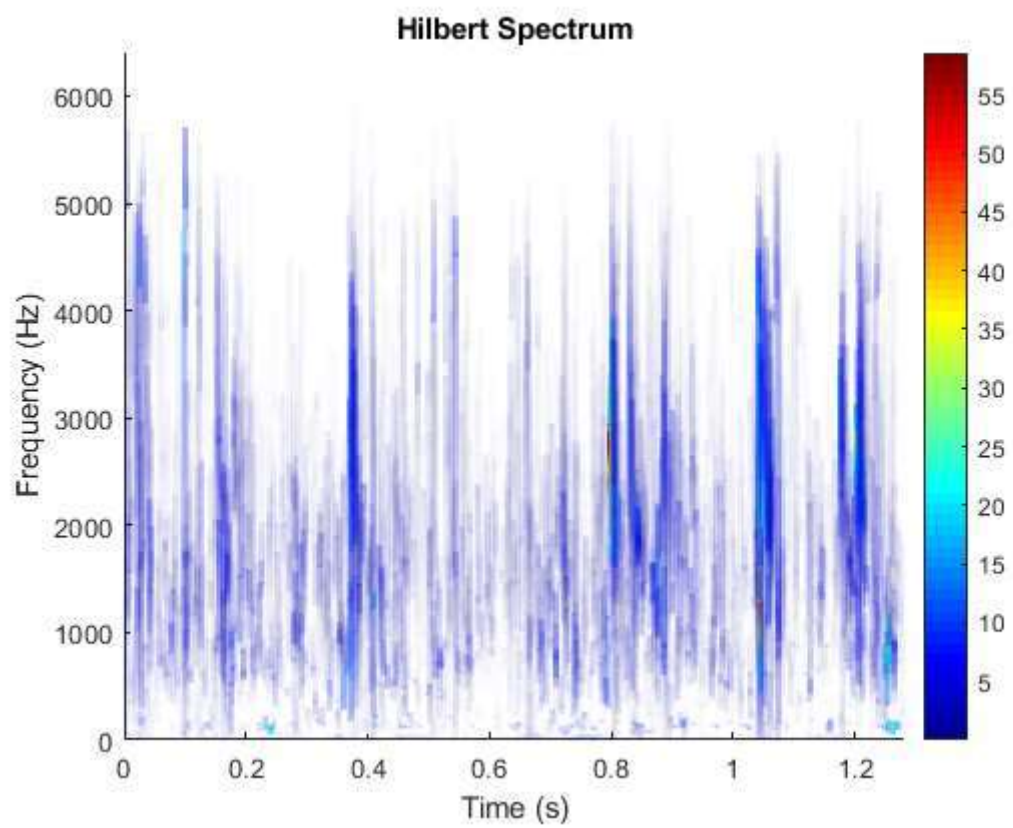
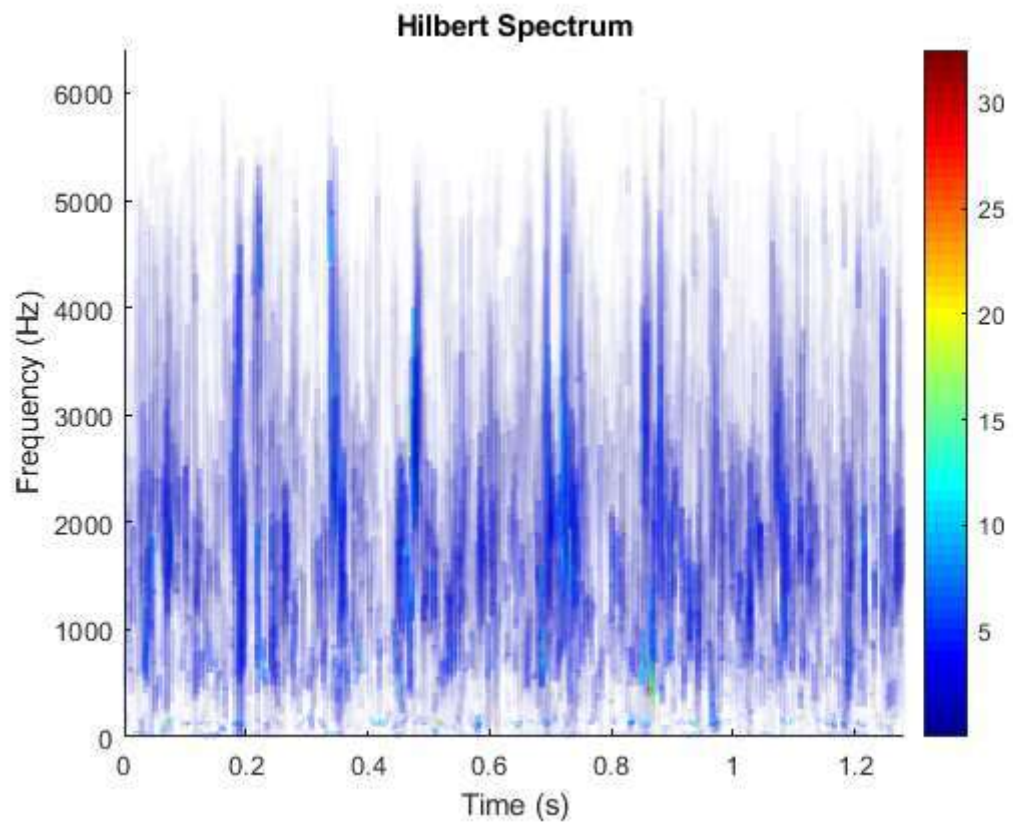


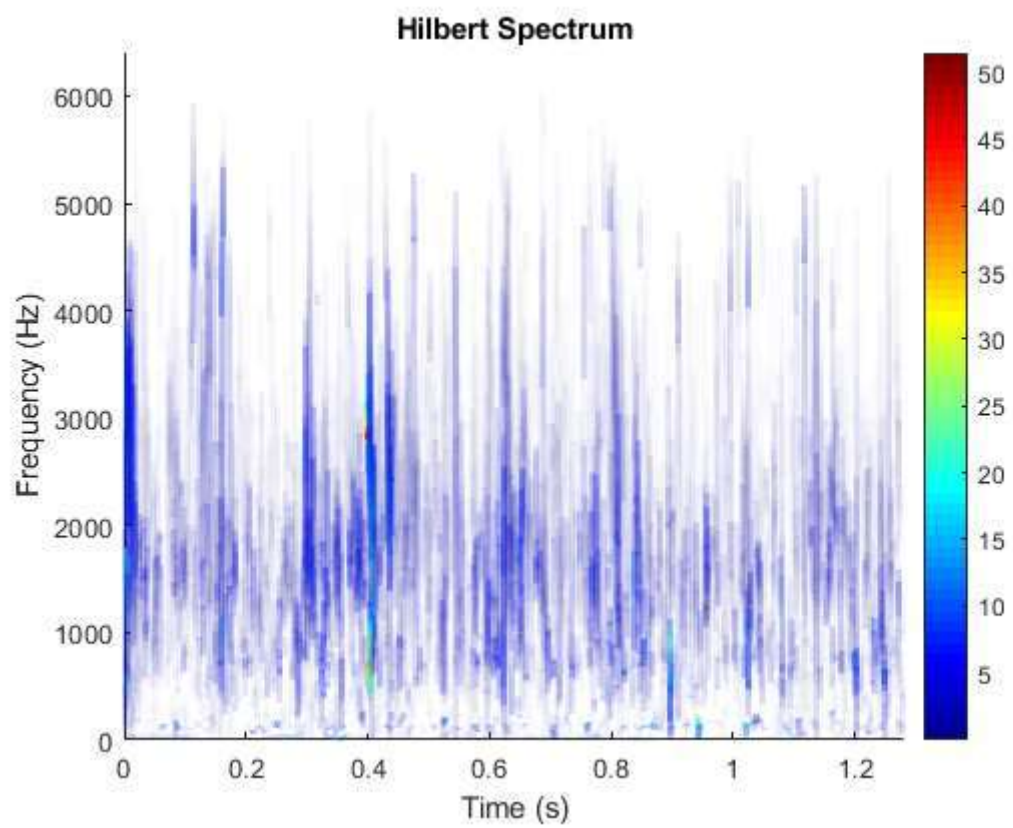
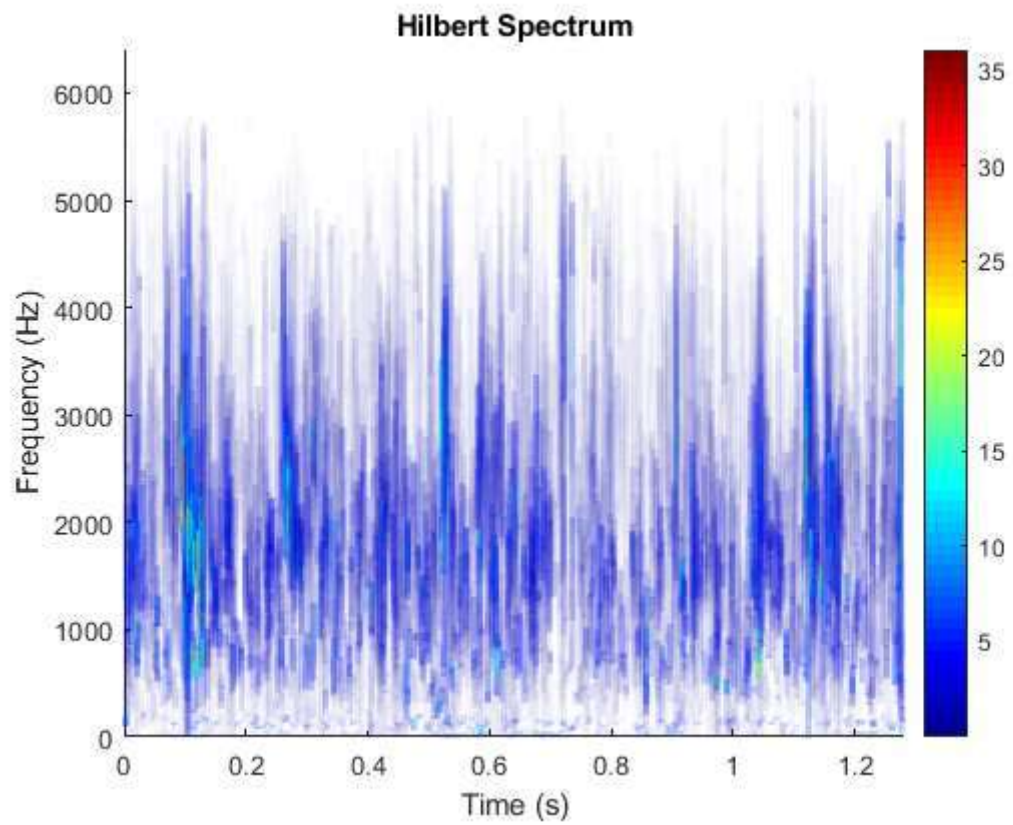


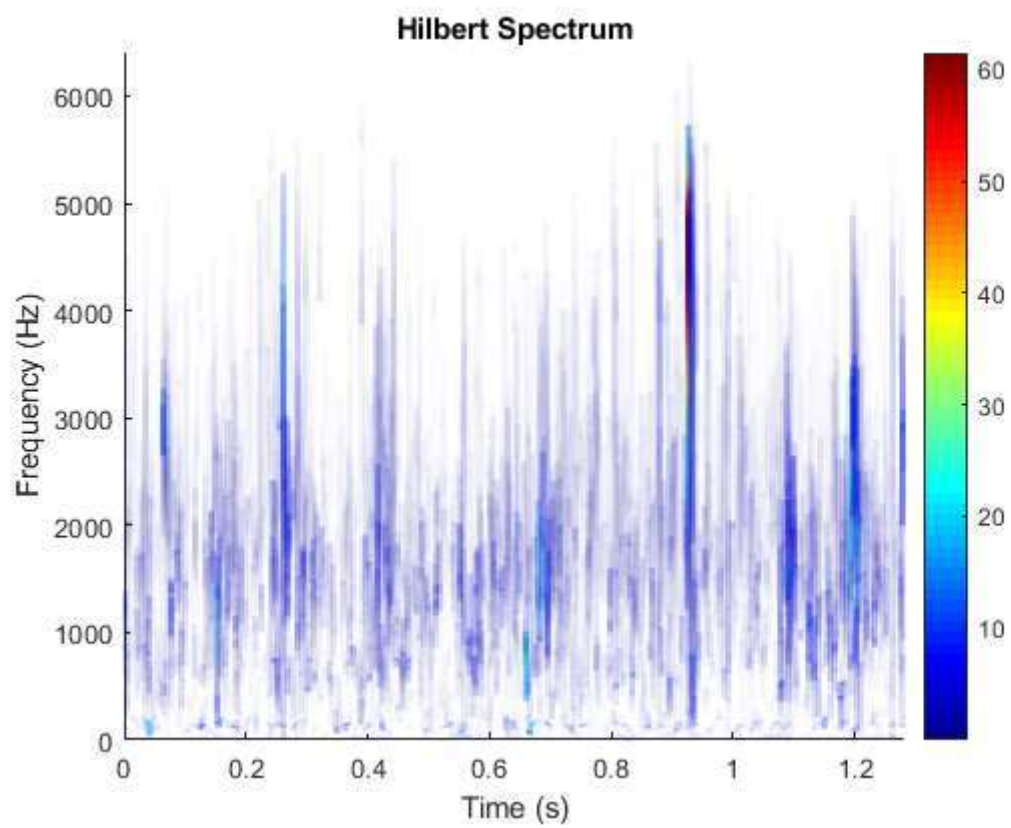
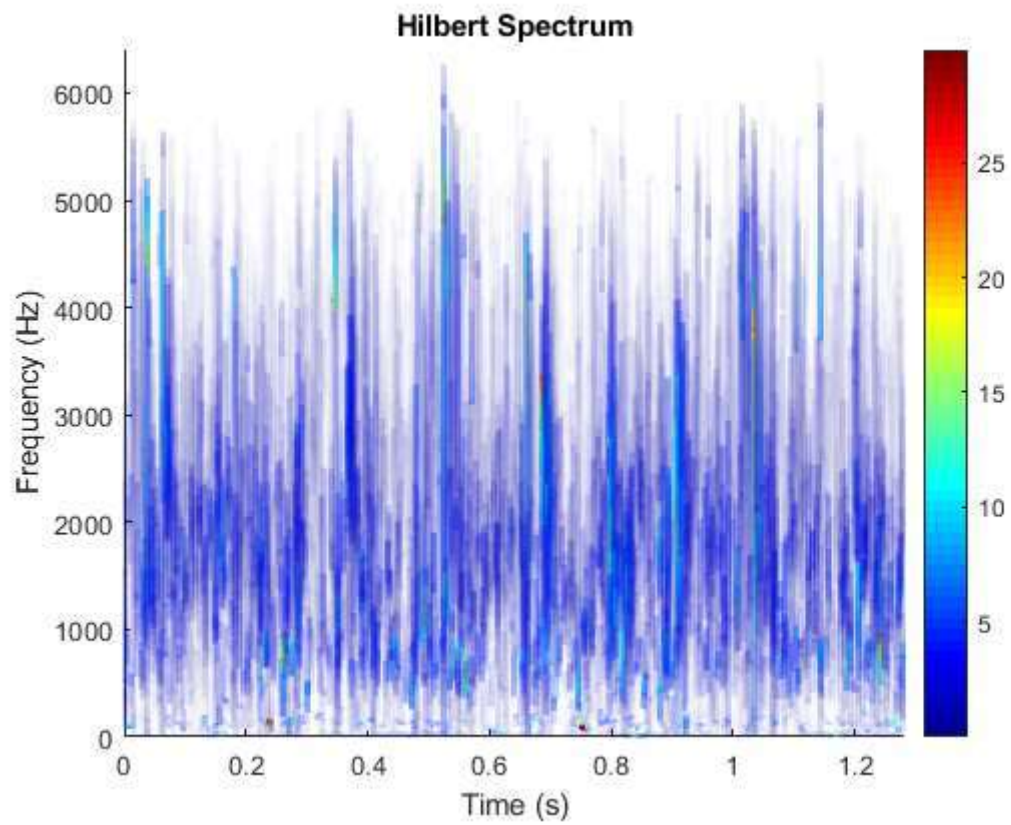


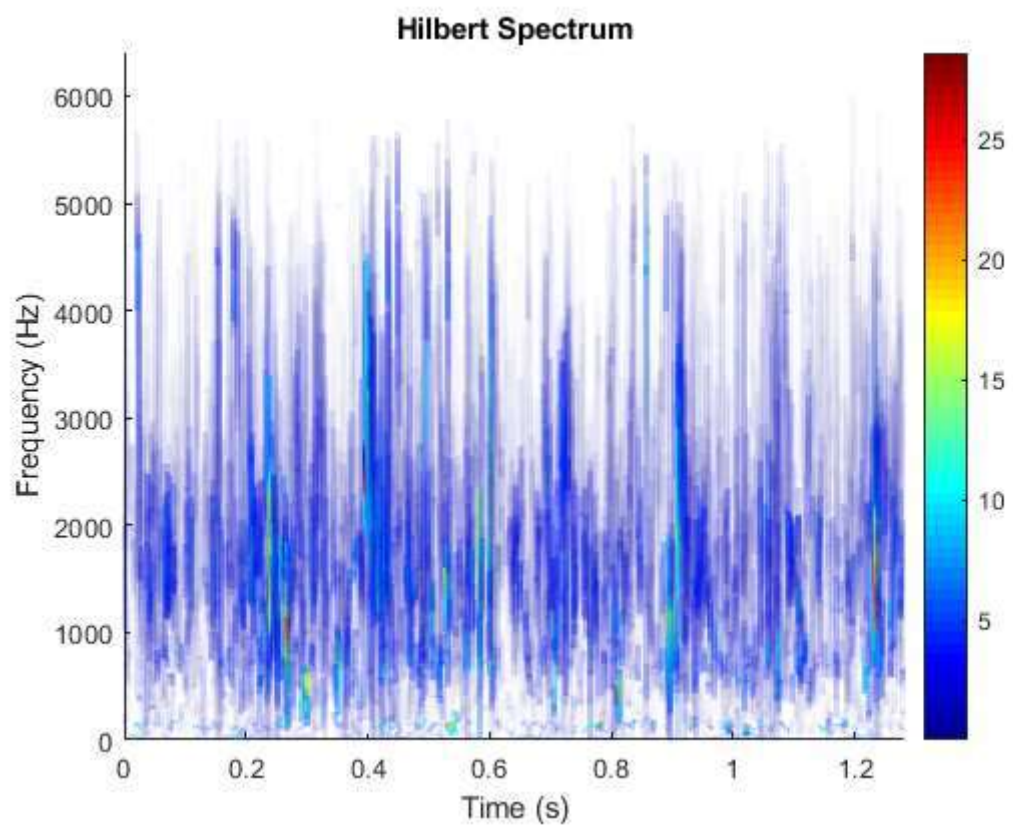
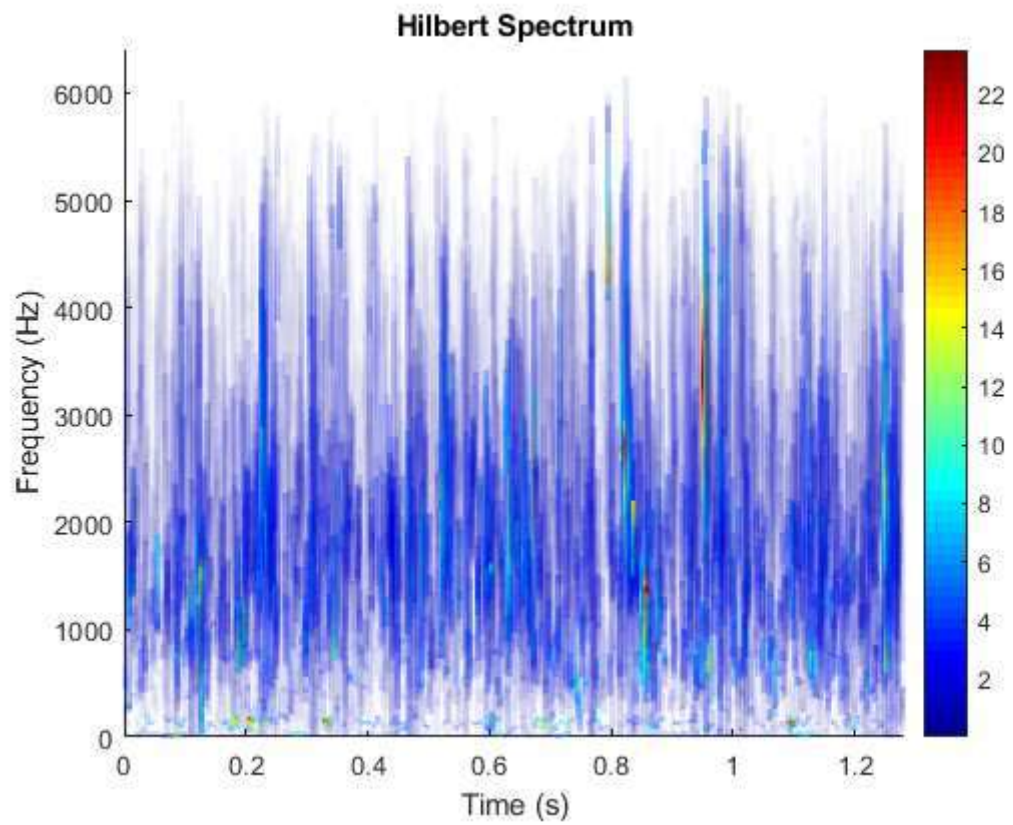


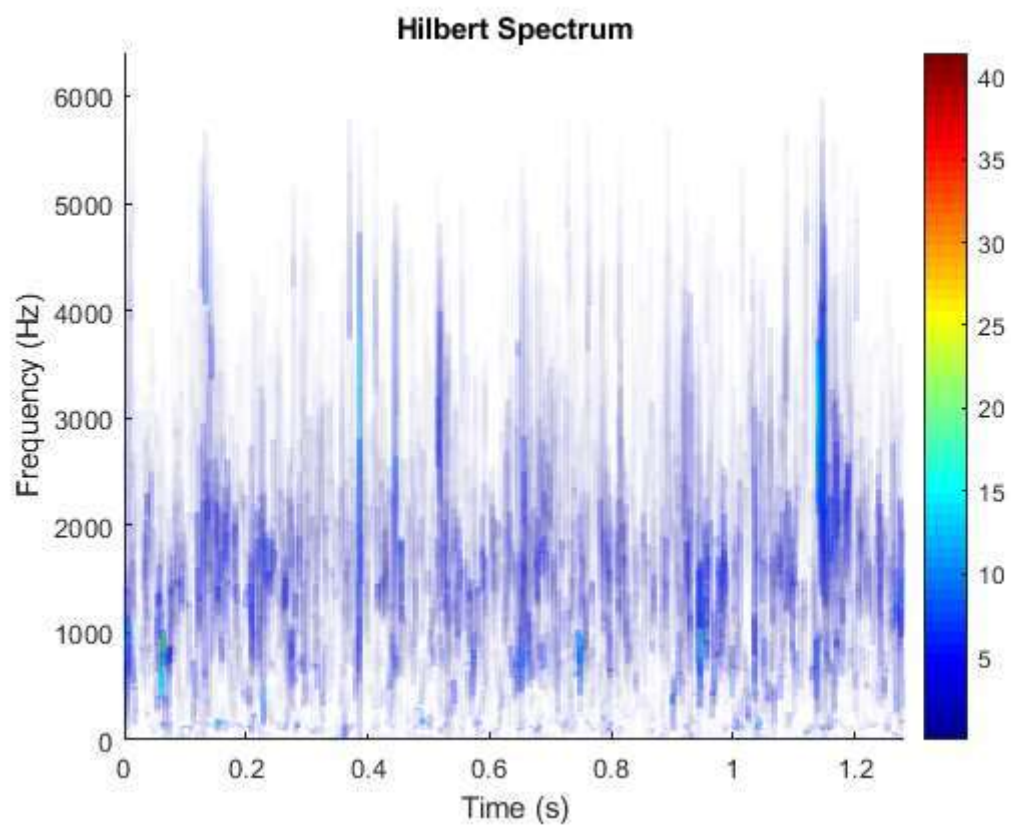
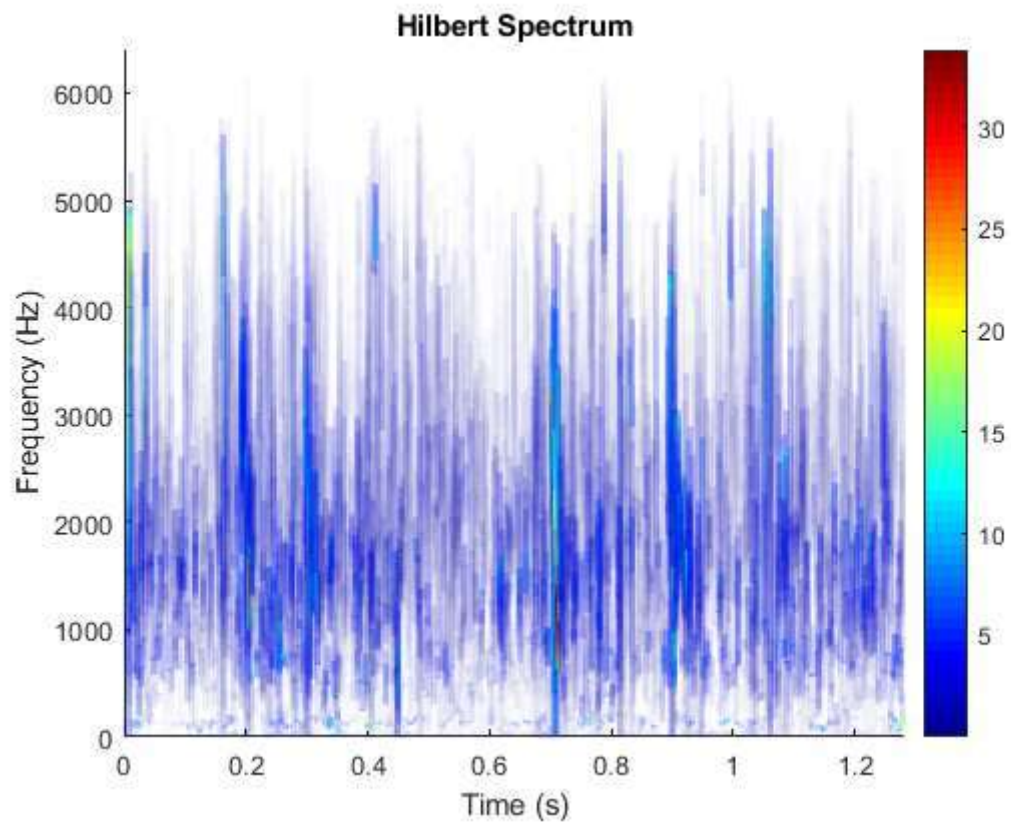


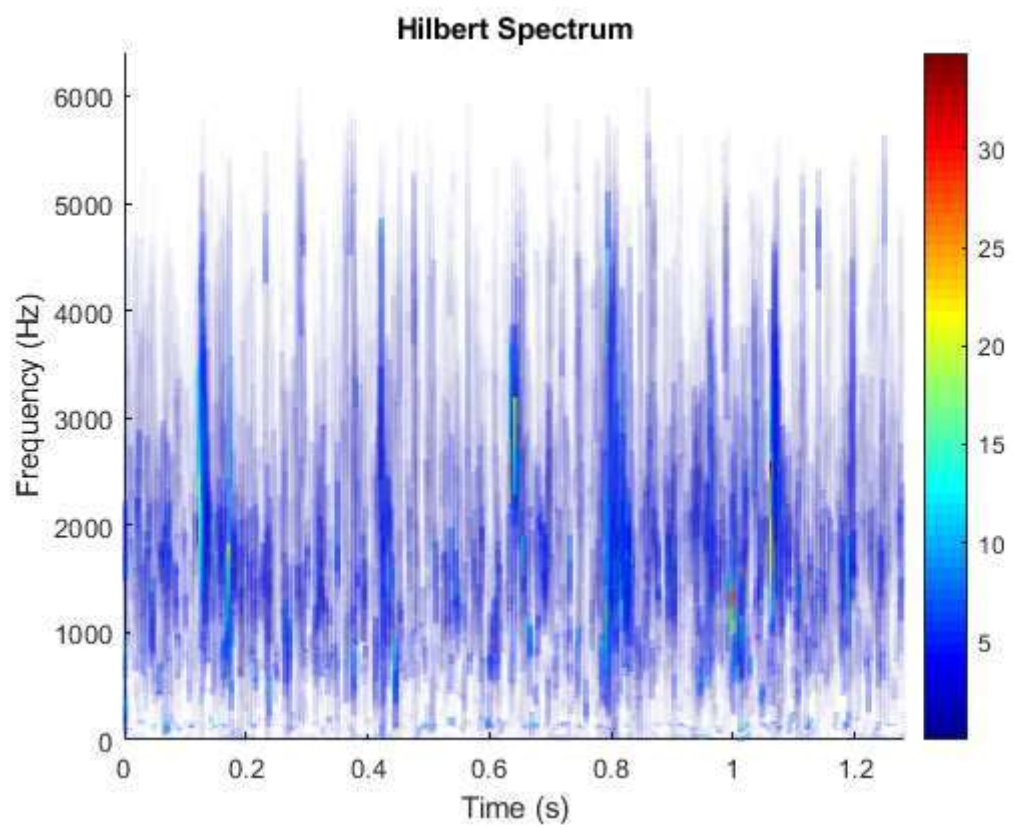
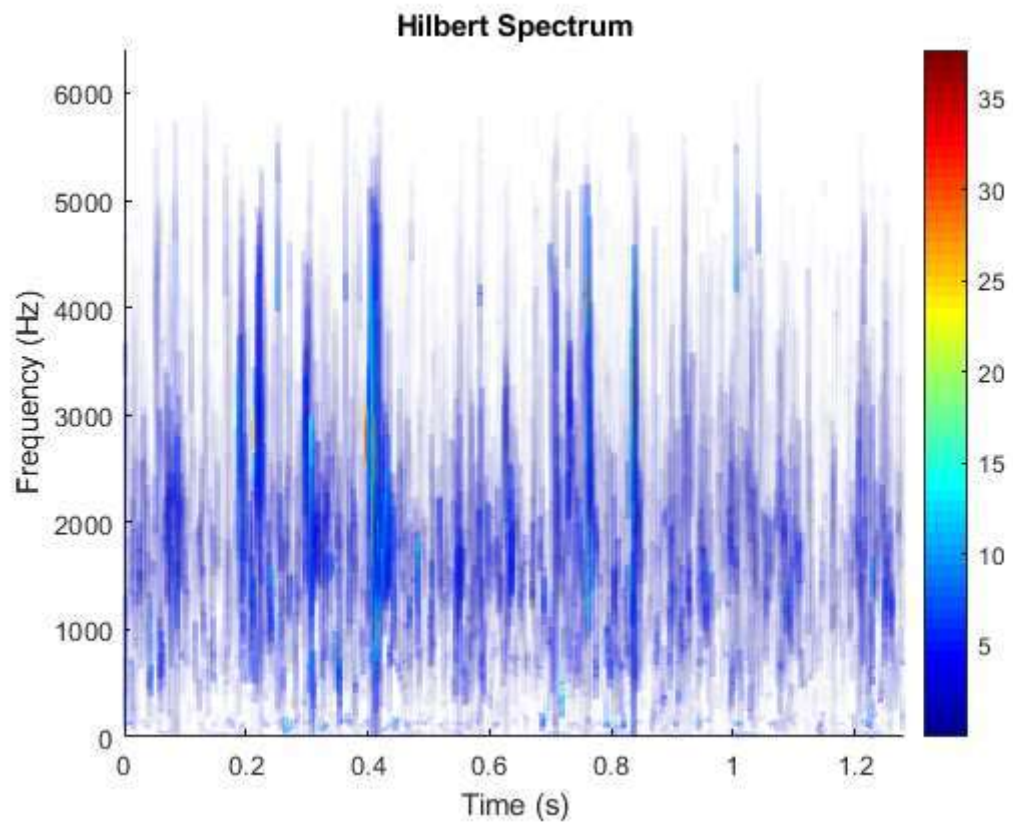


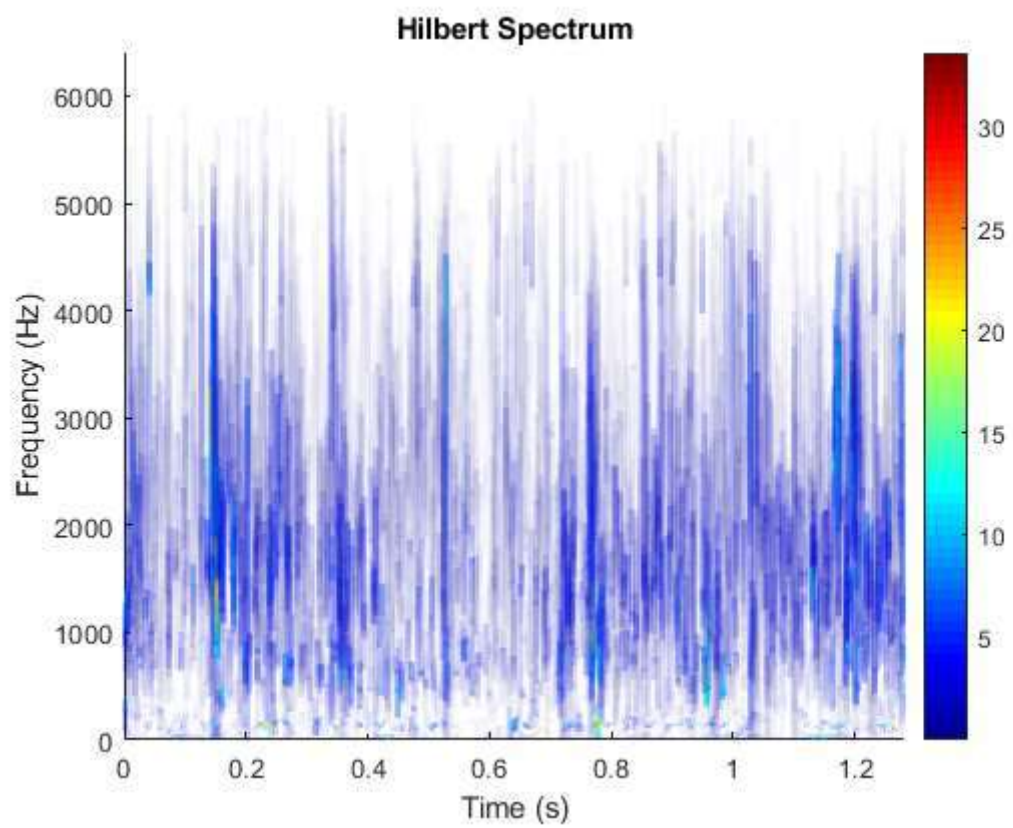
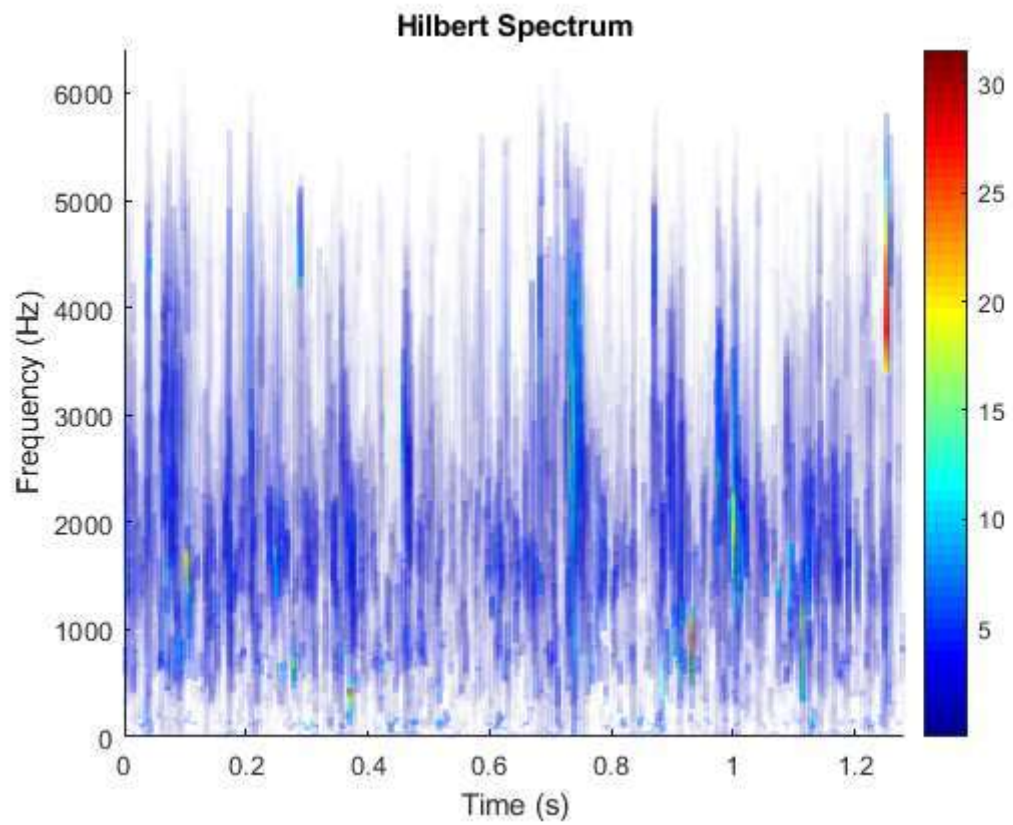


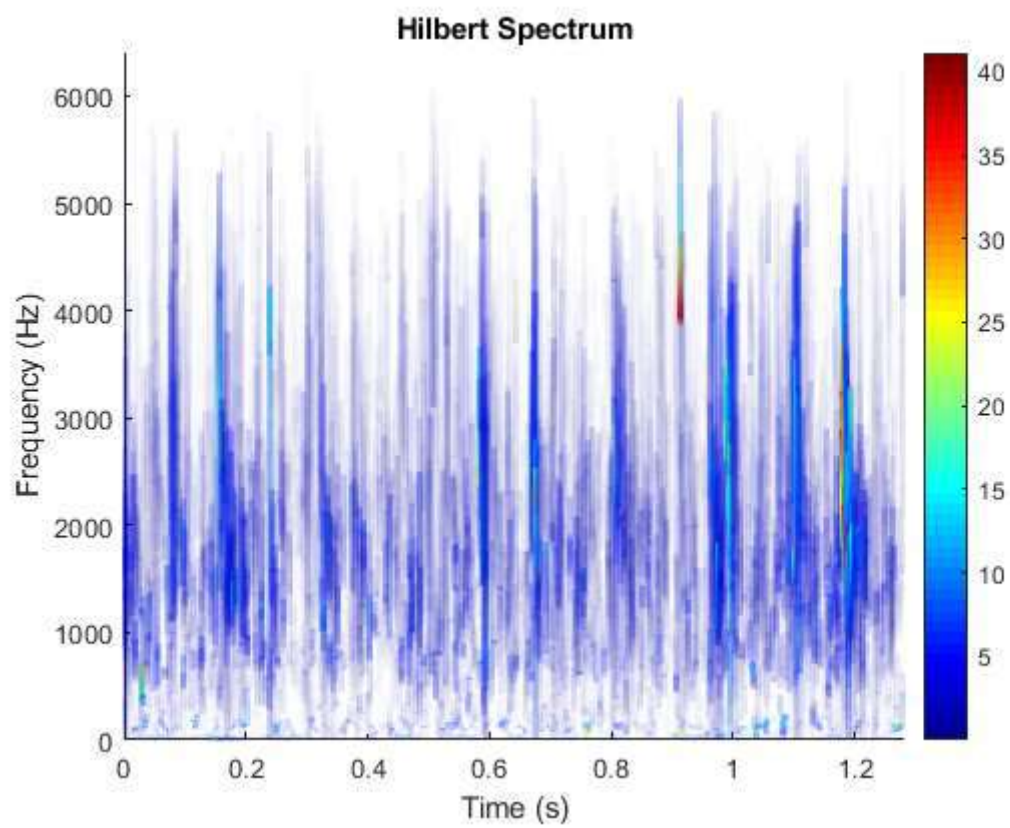
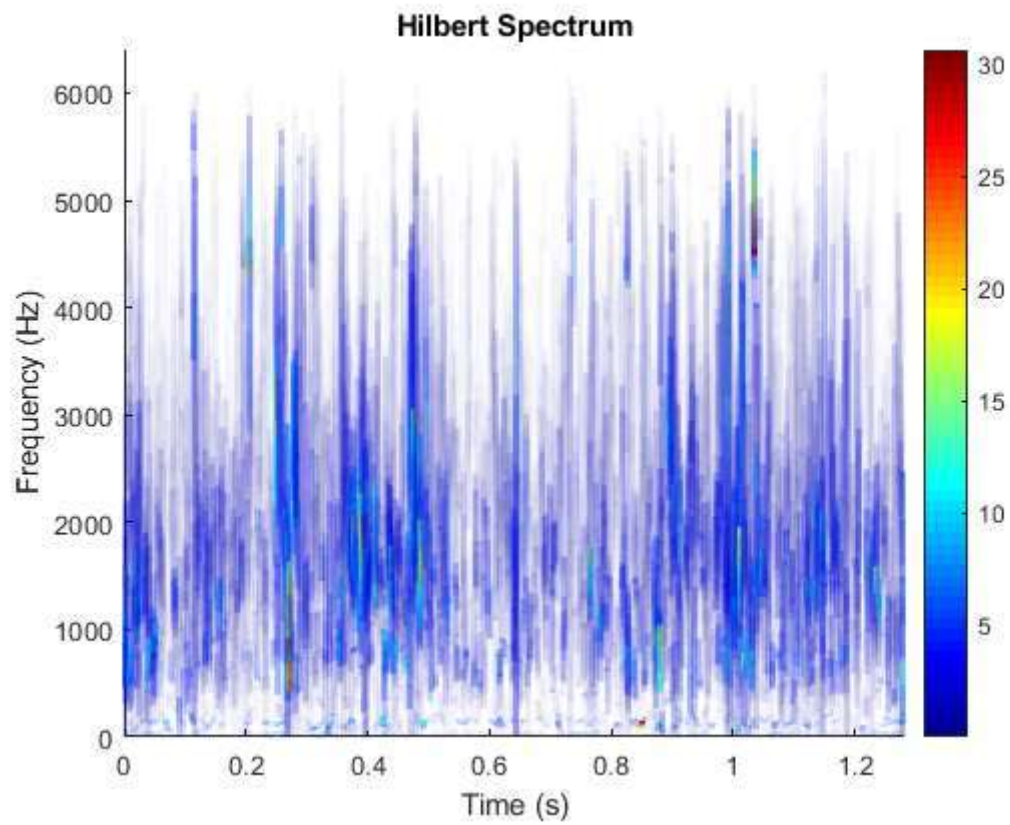


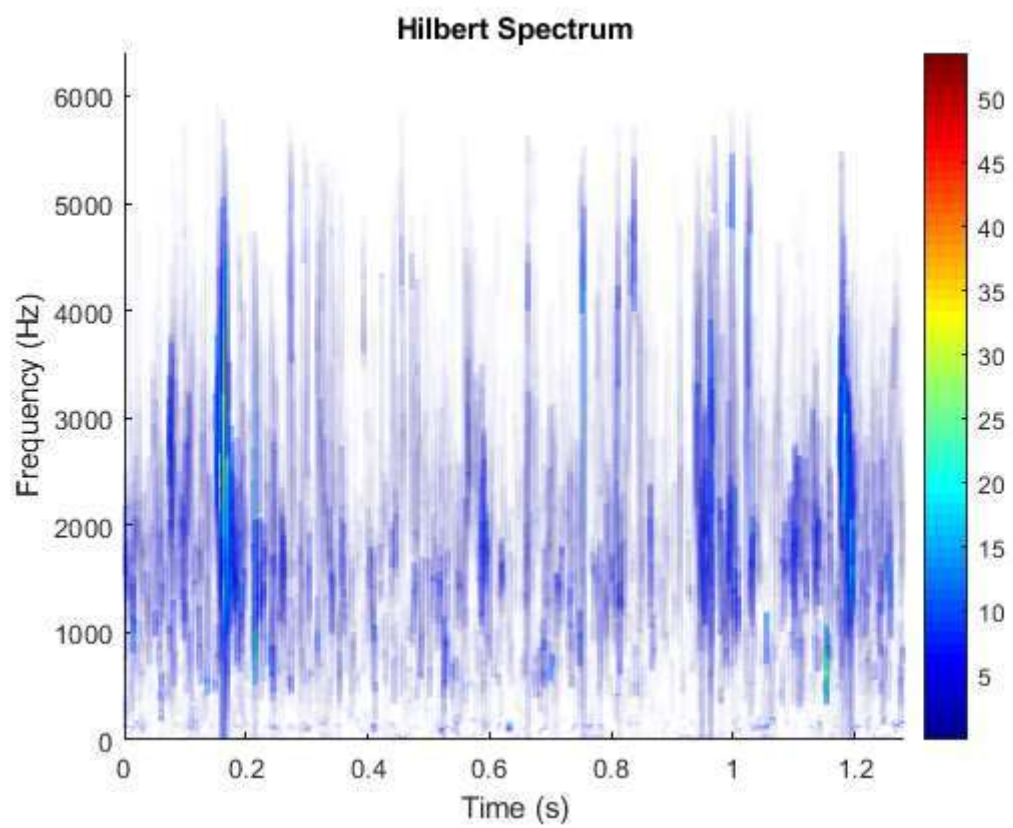
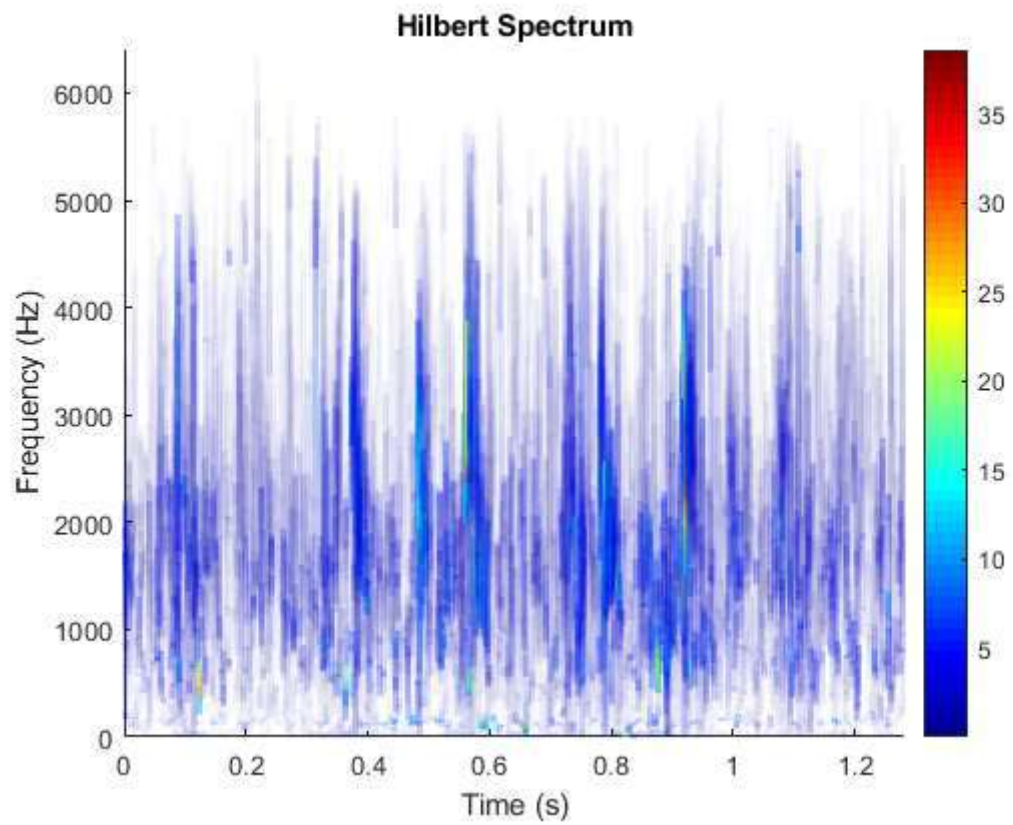


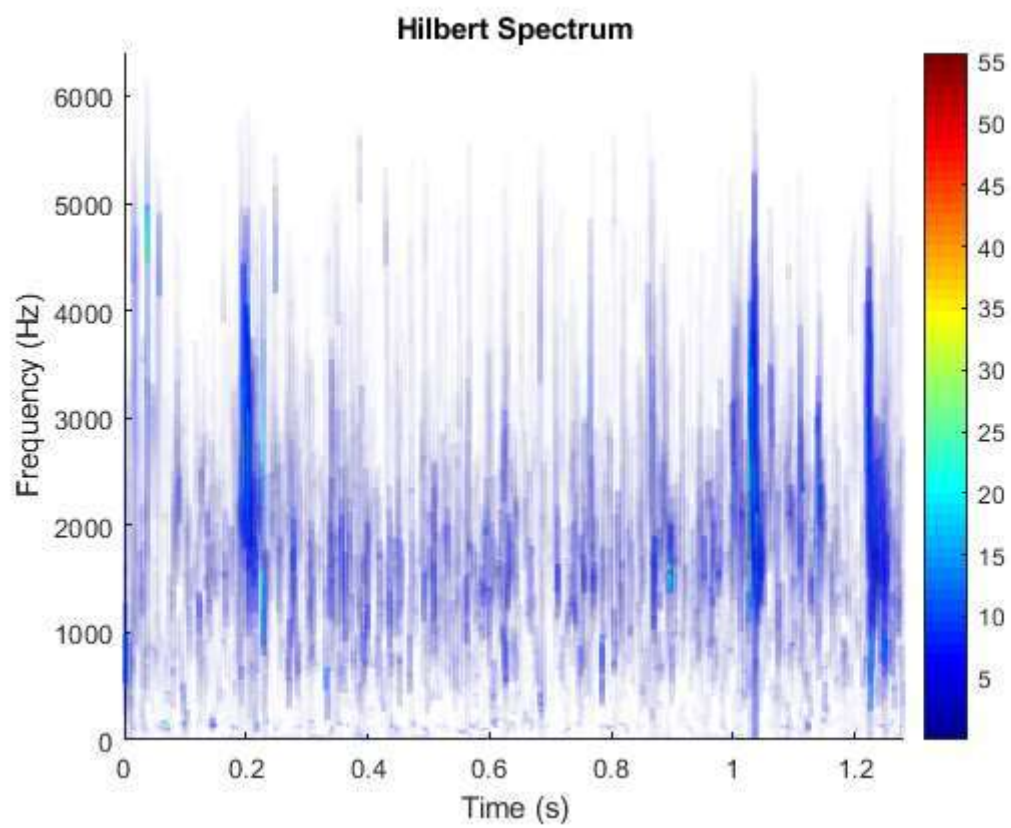
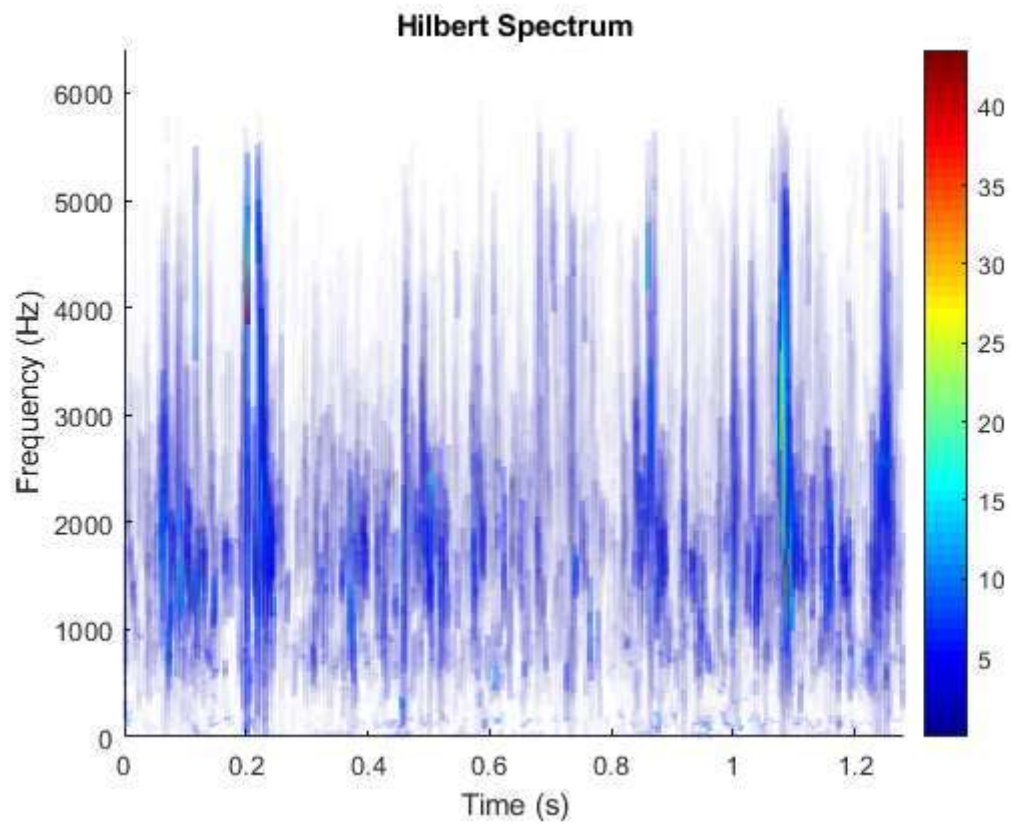


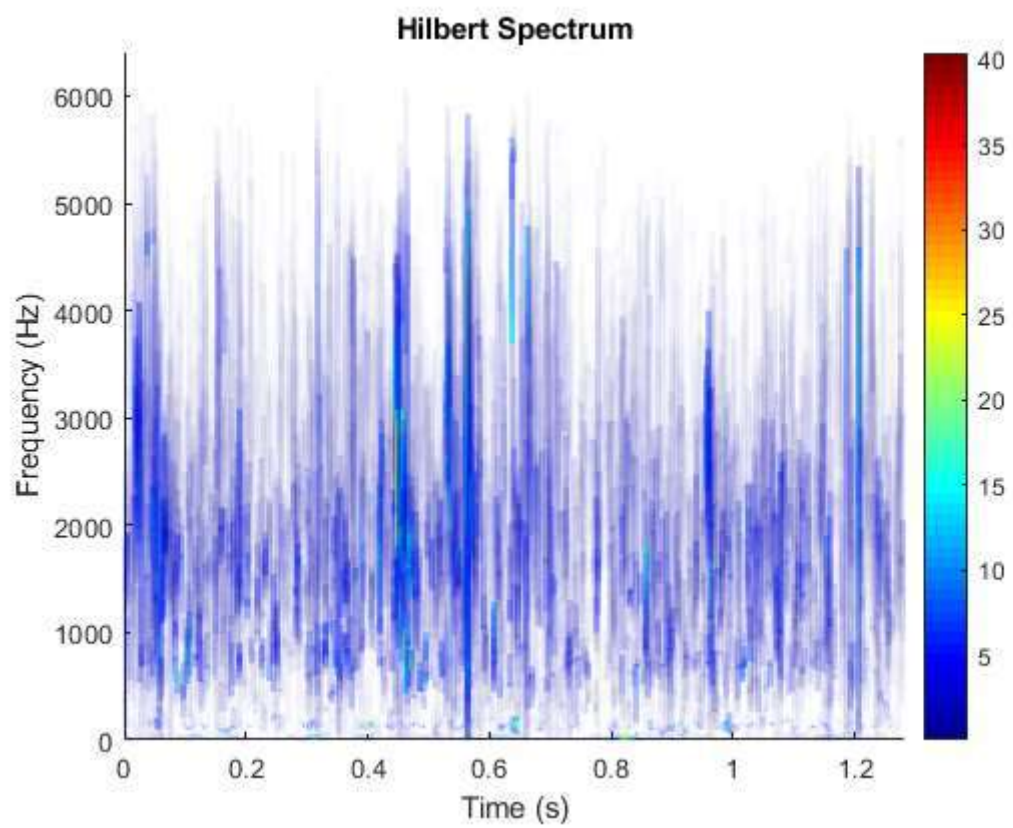
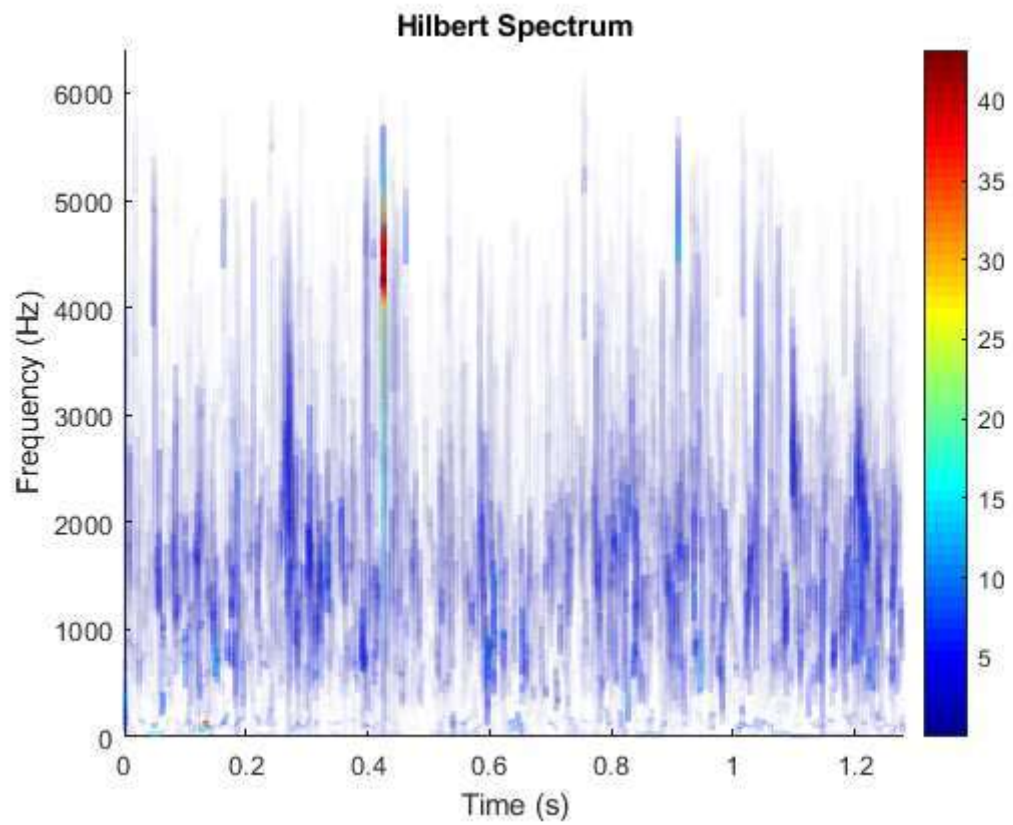


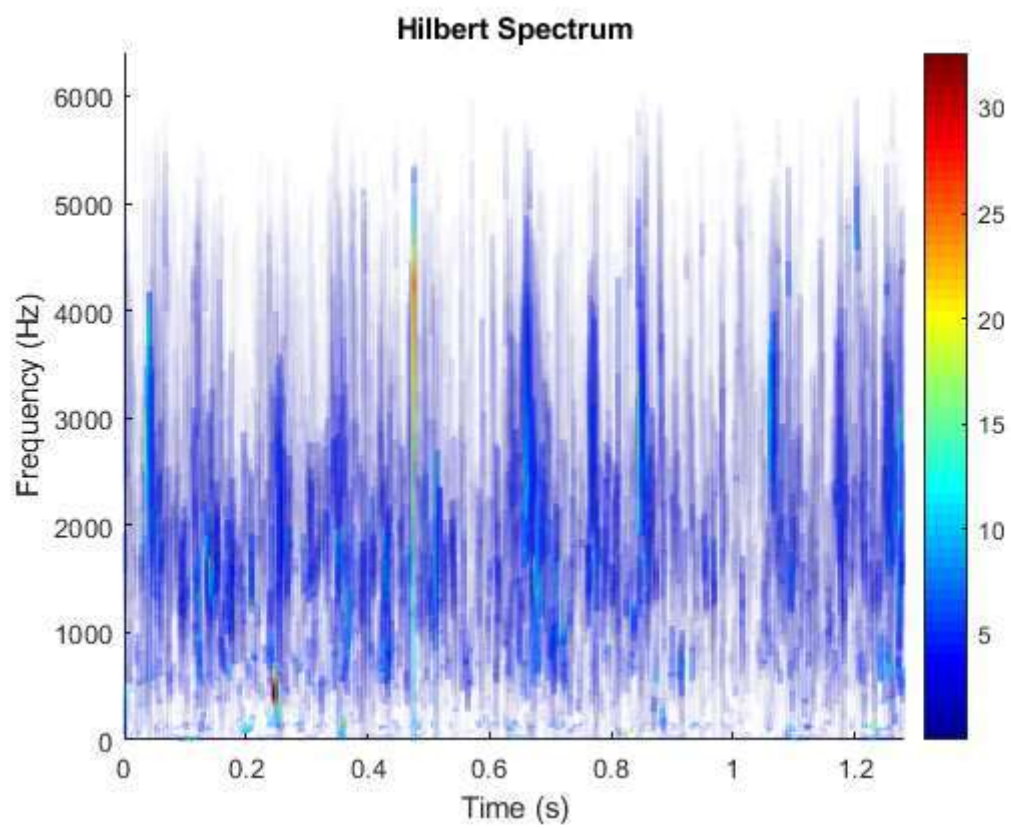
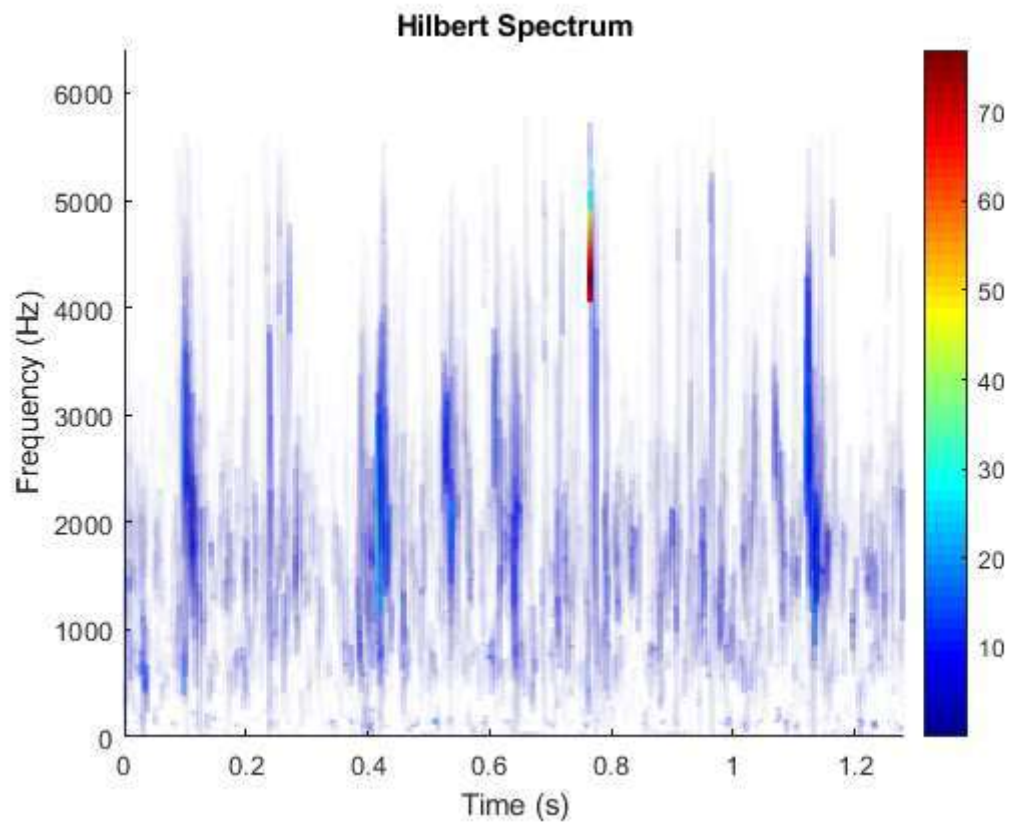


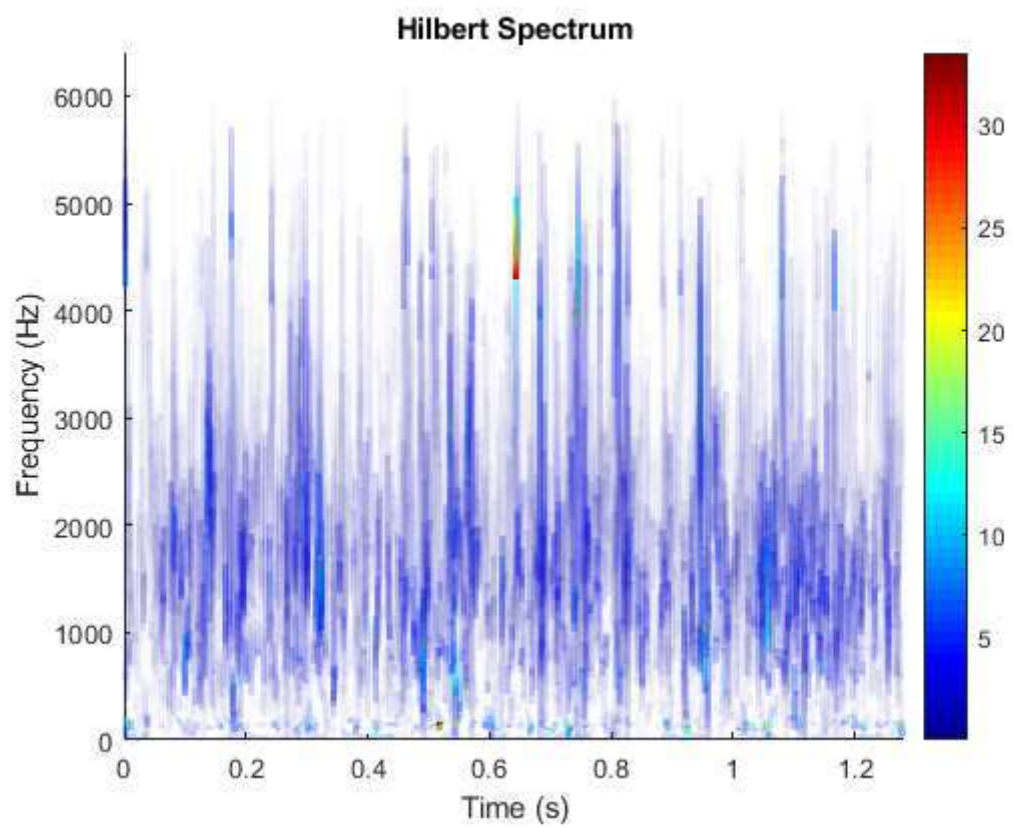
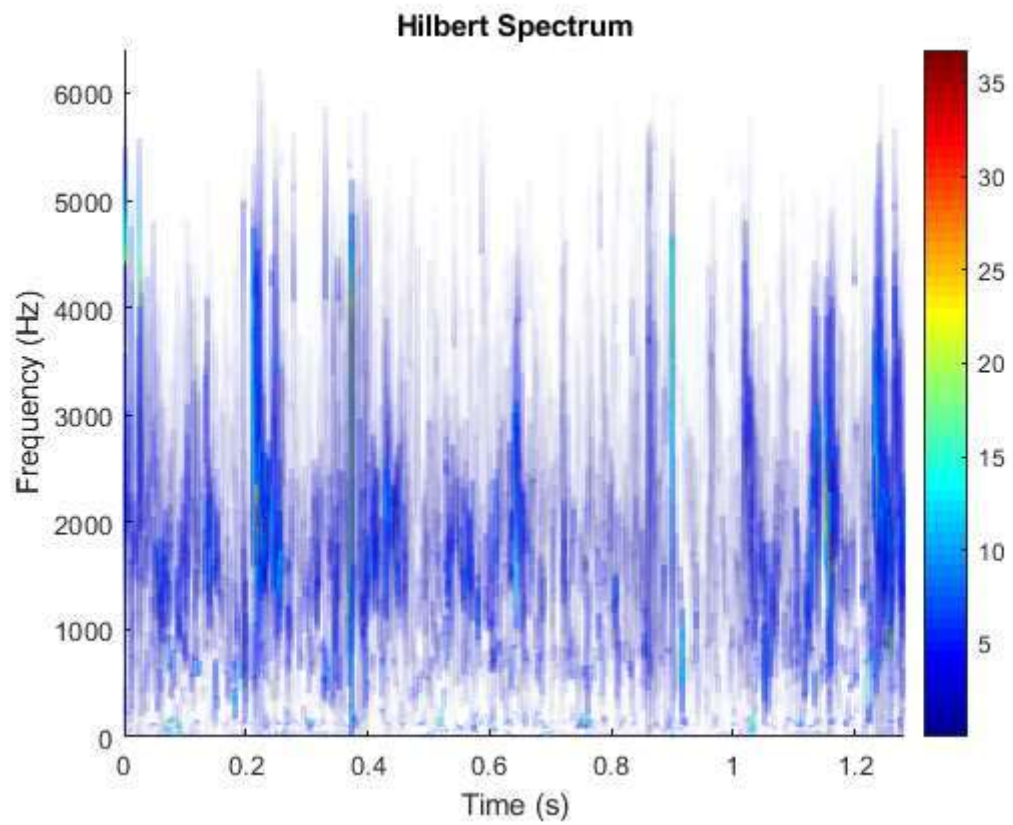


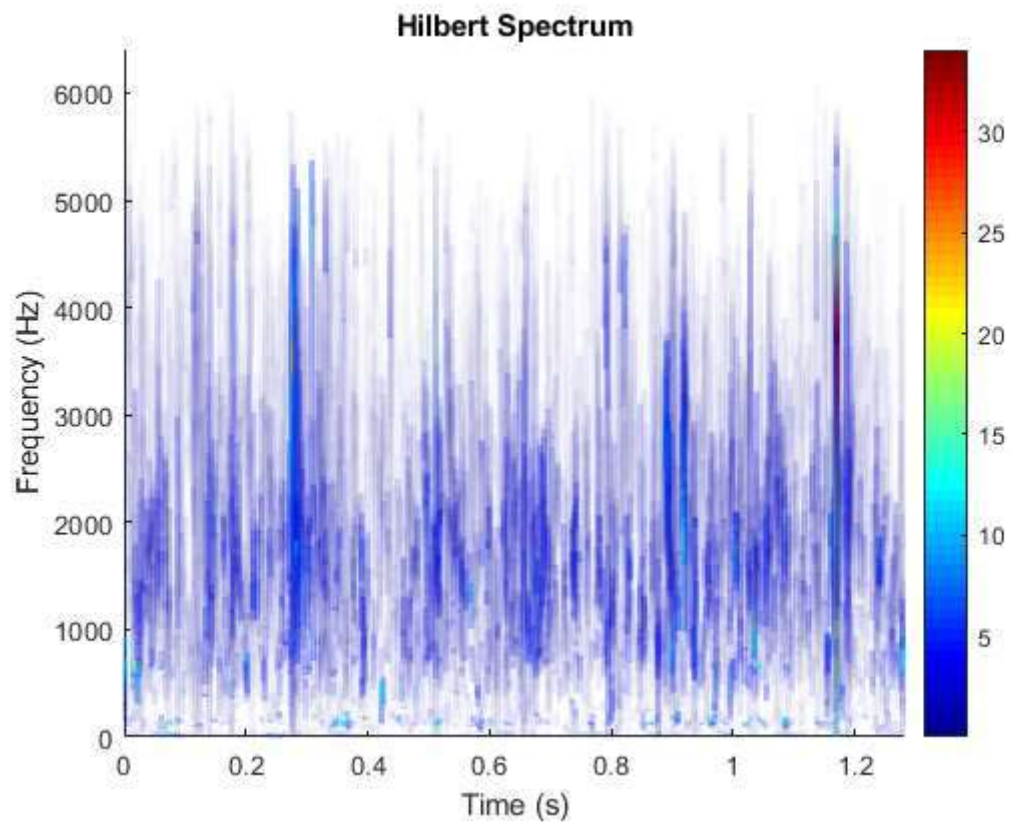






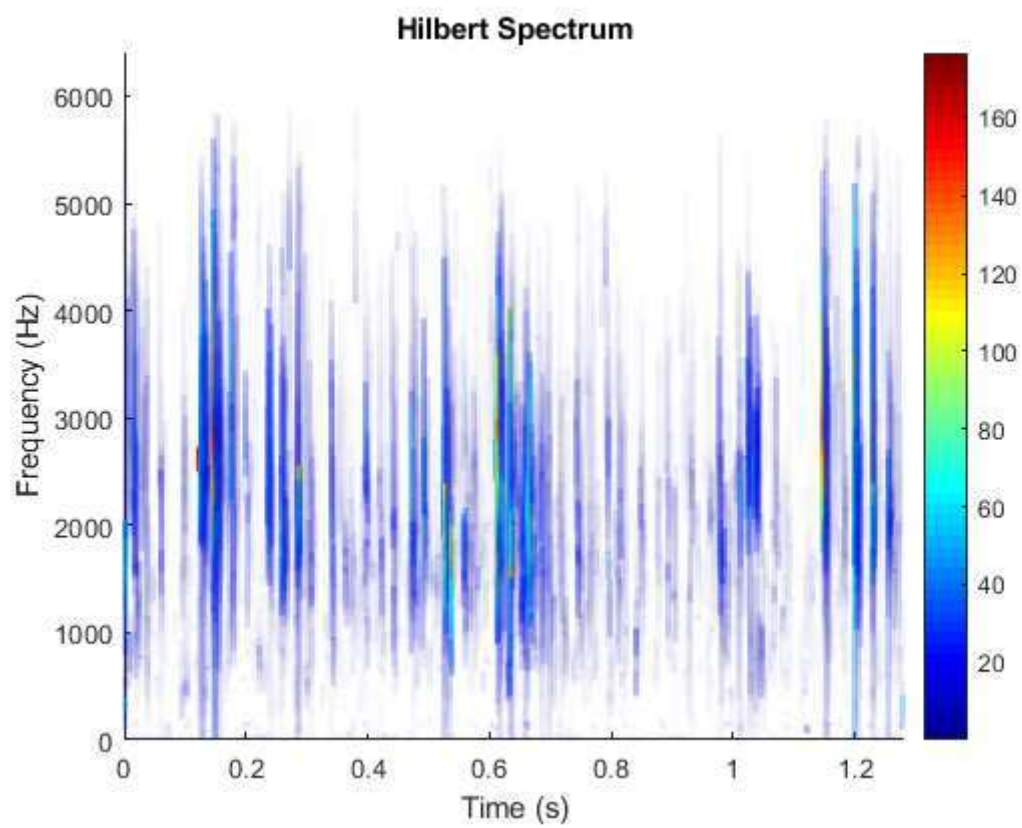
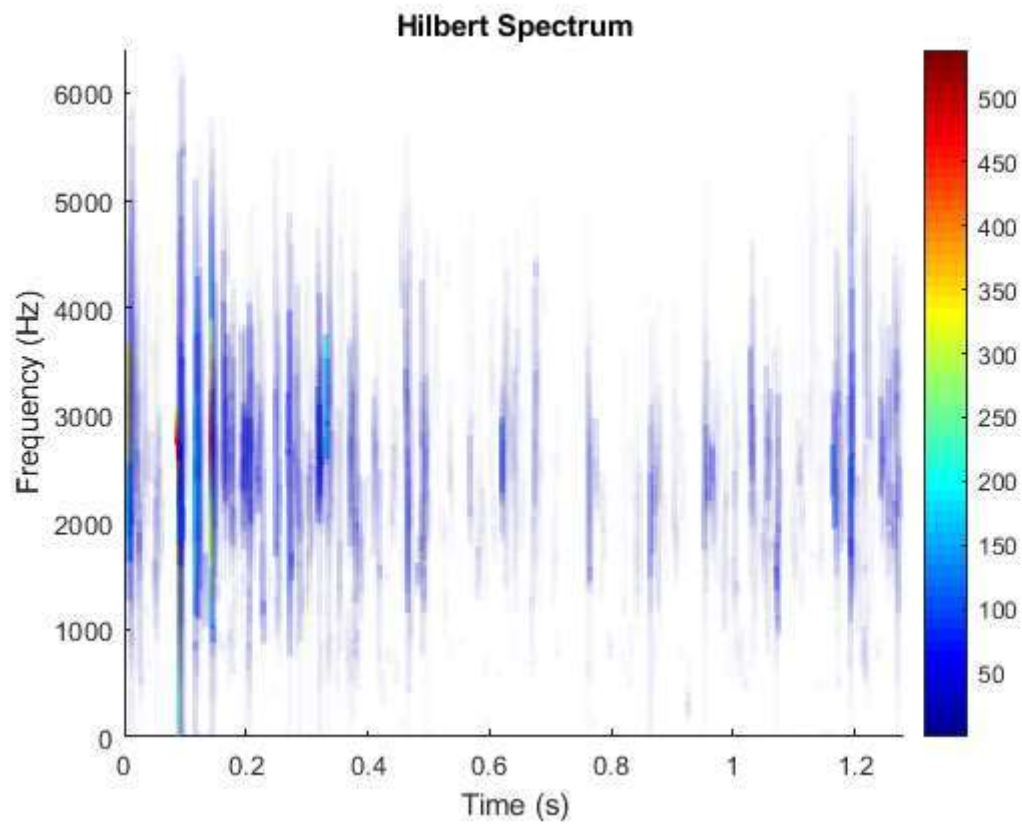


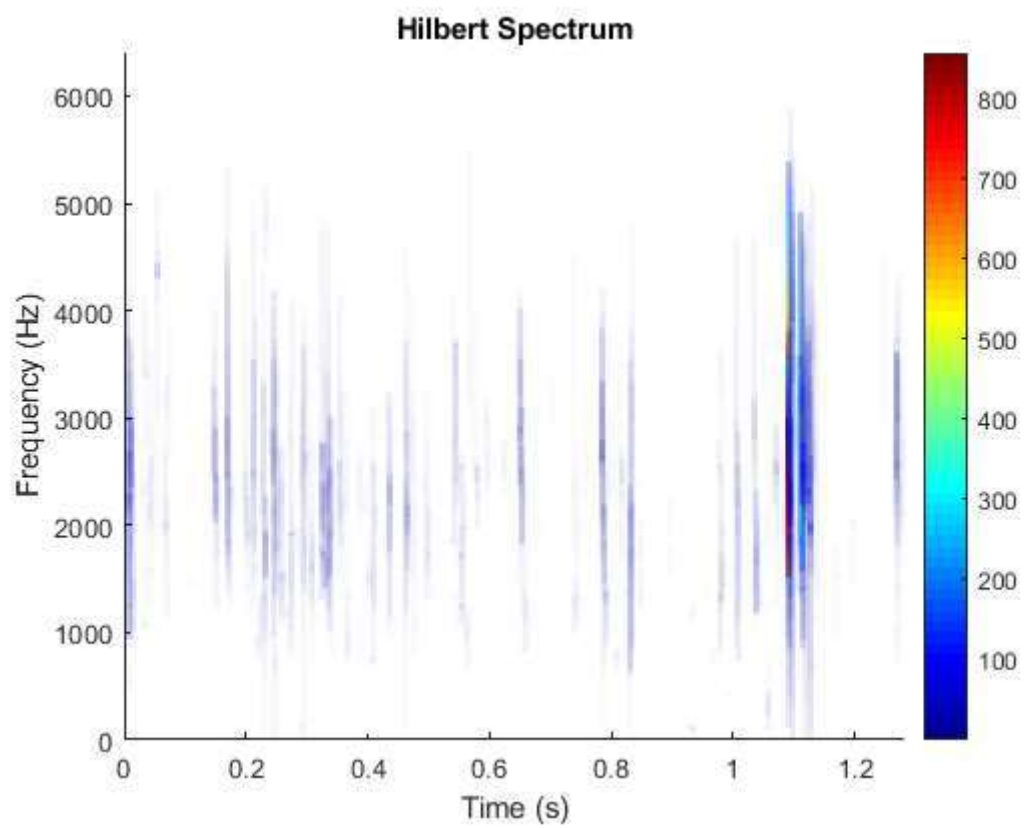
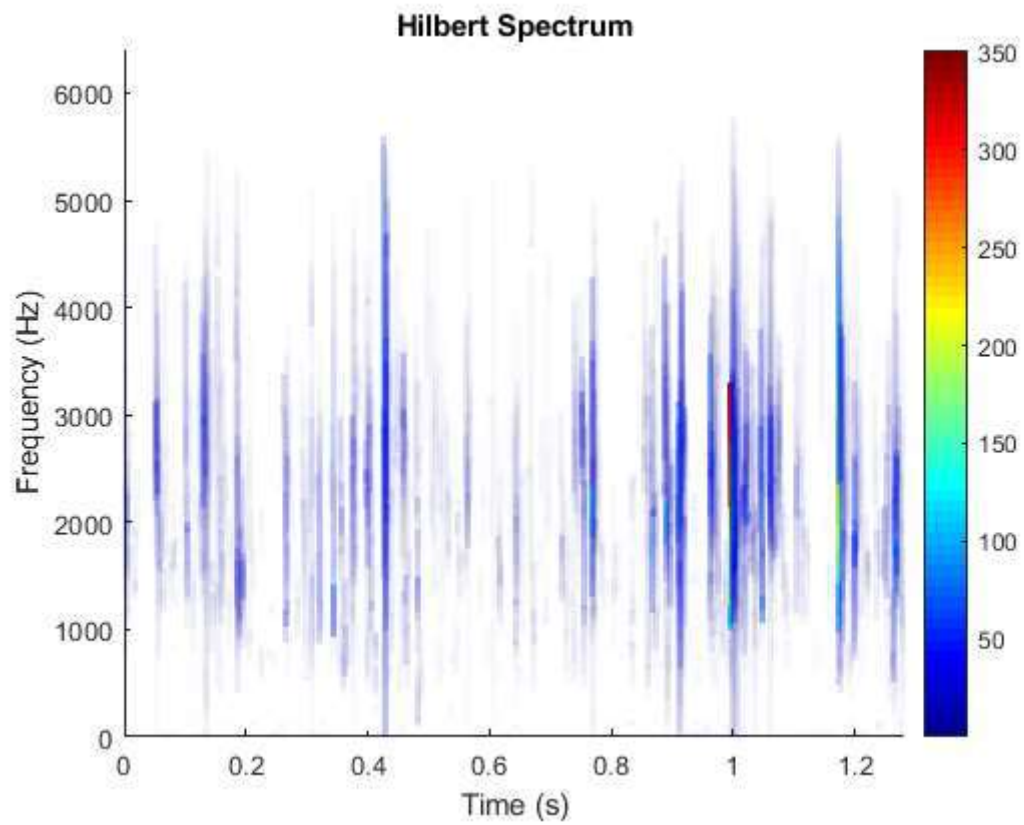


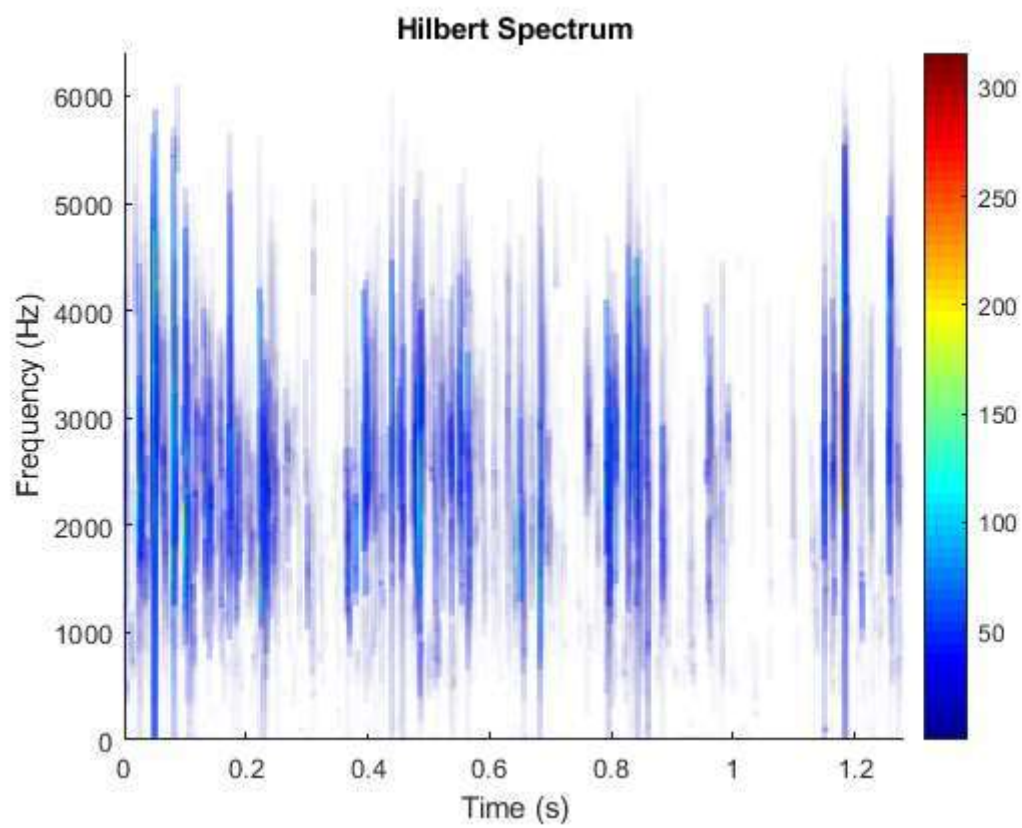
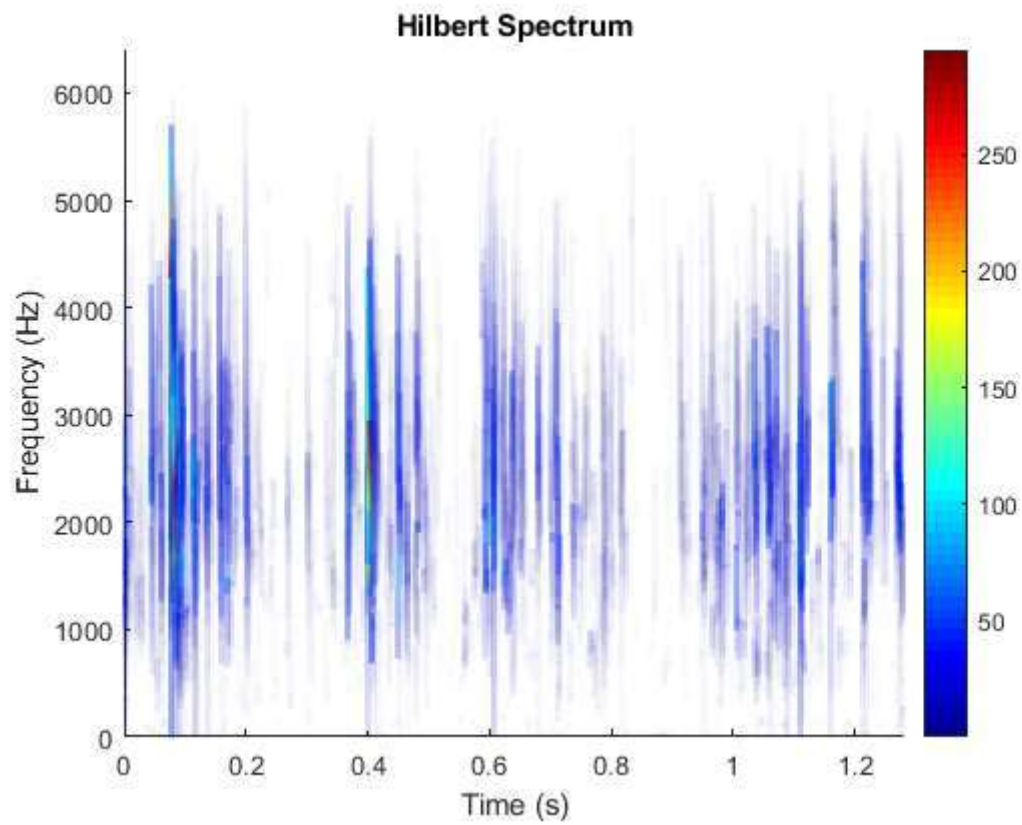


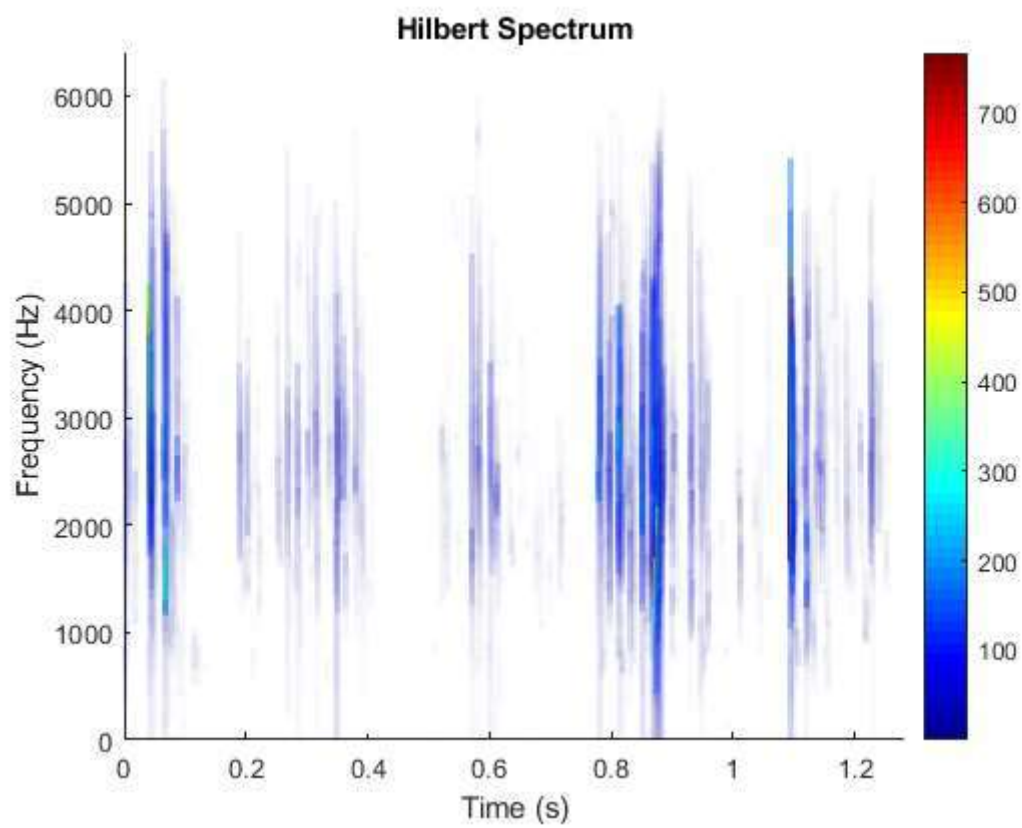
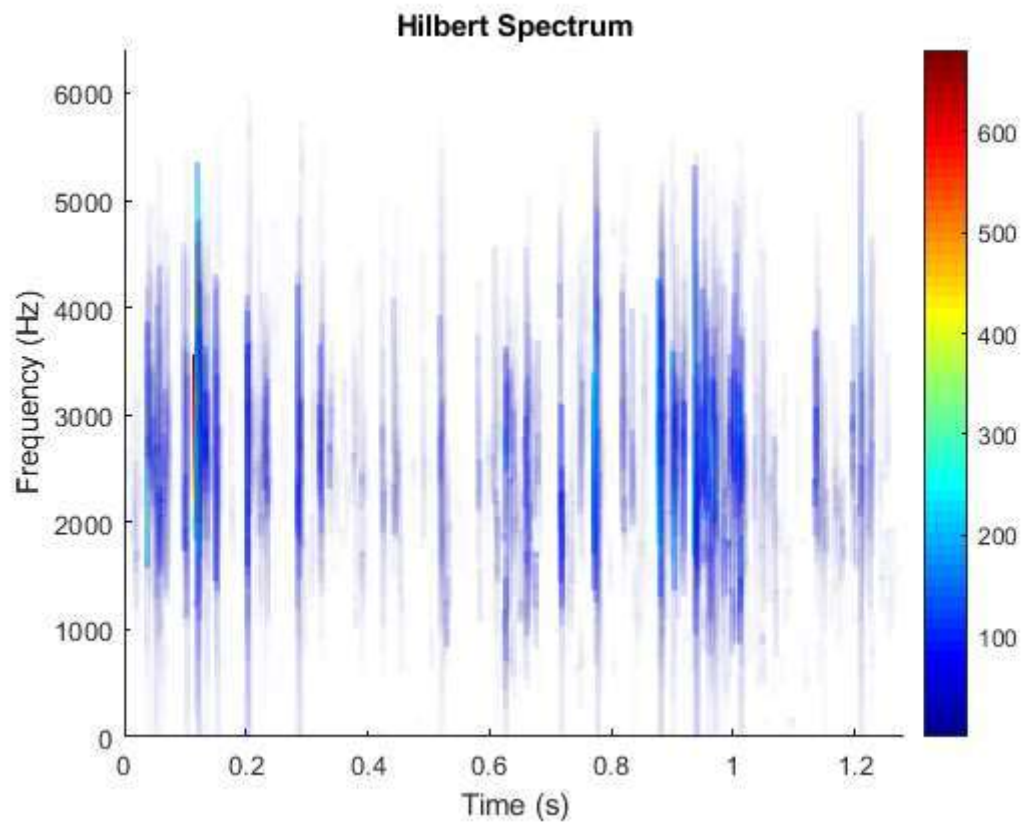
[Published with MATLAB® R2018b](#)

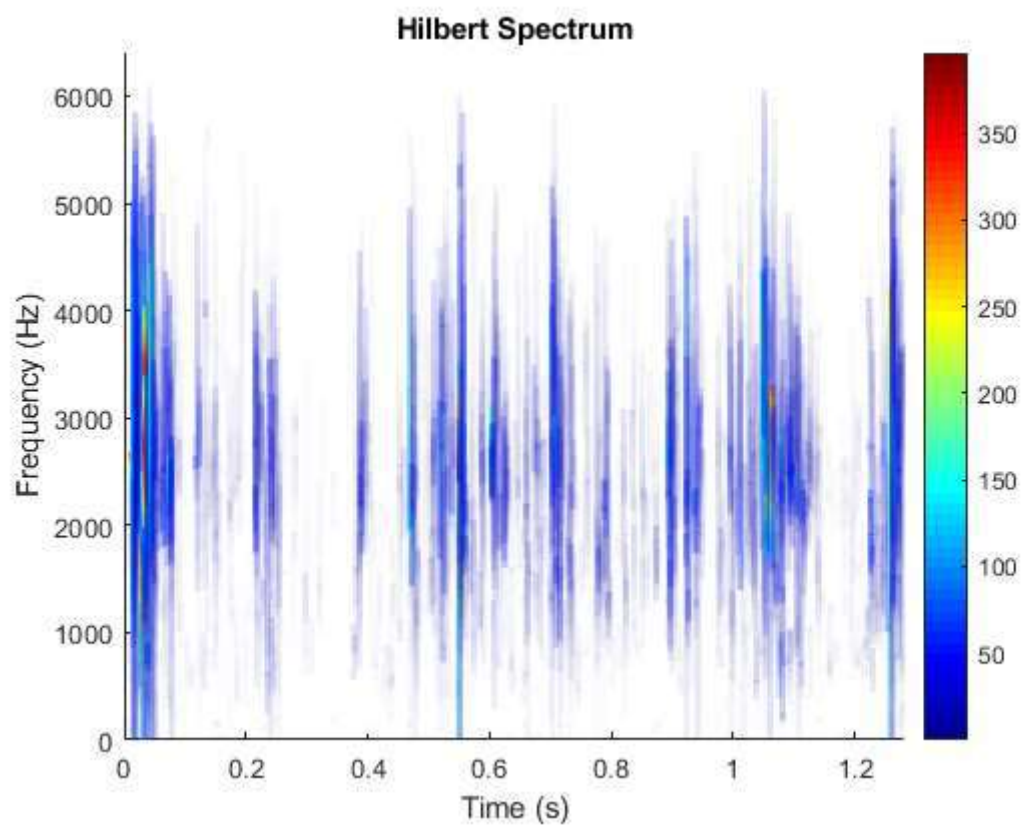
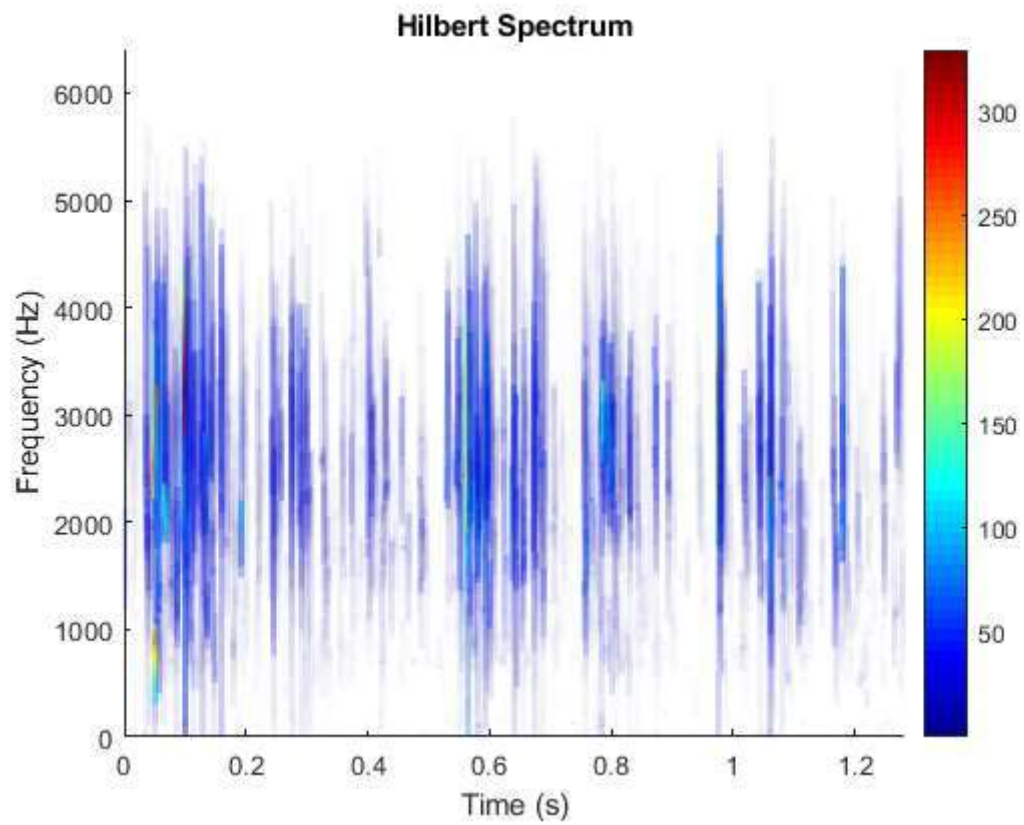
Eje con fisura 2 dirección vertical

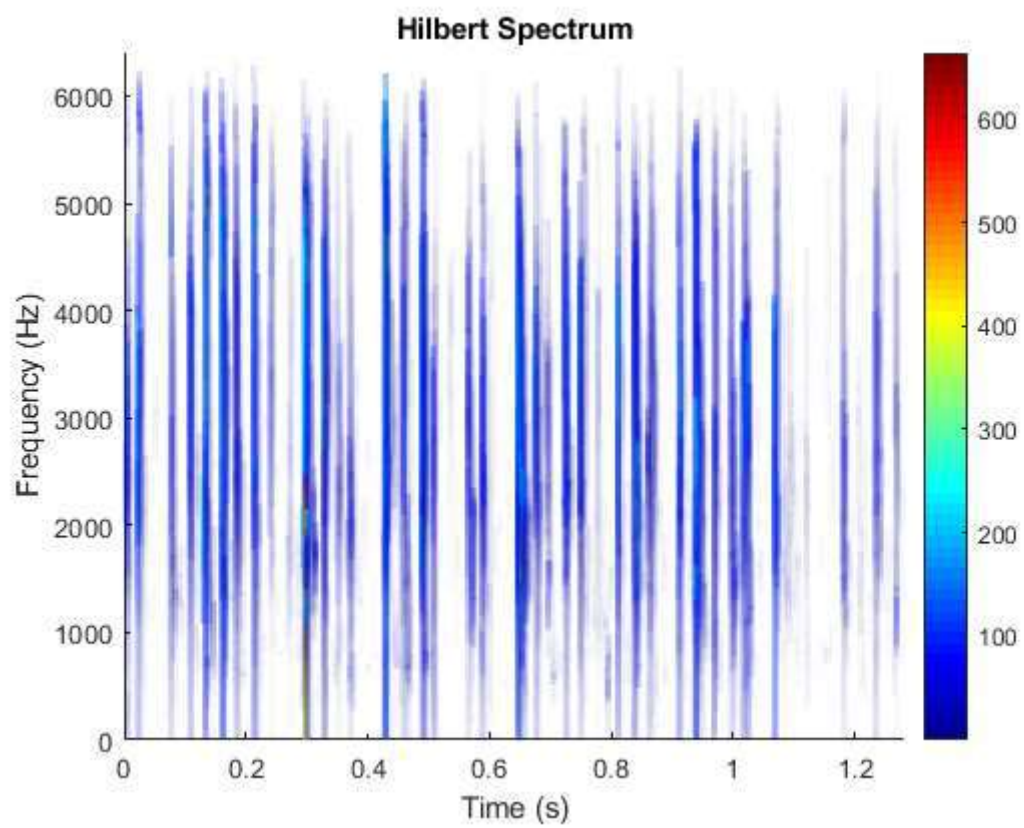
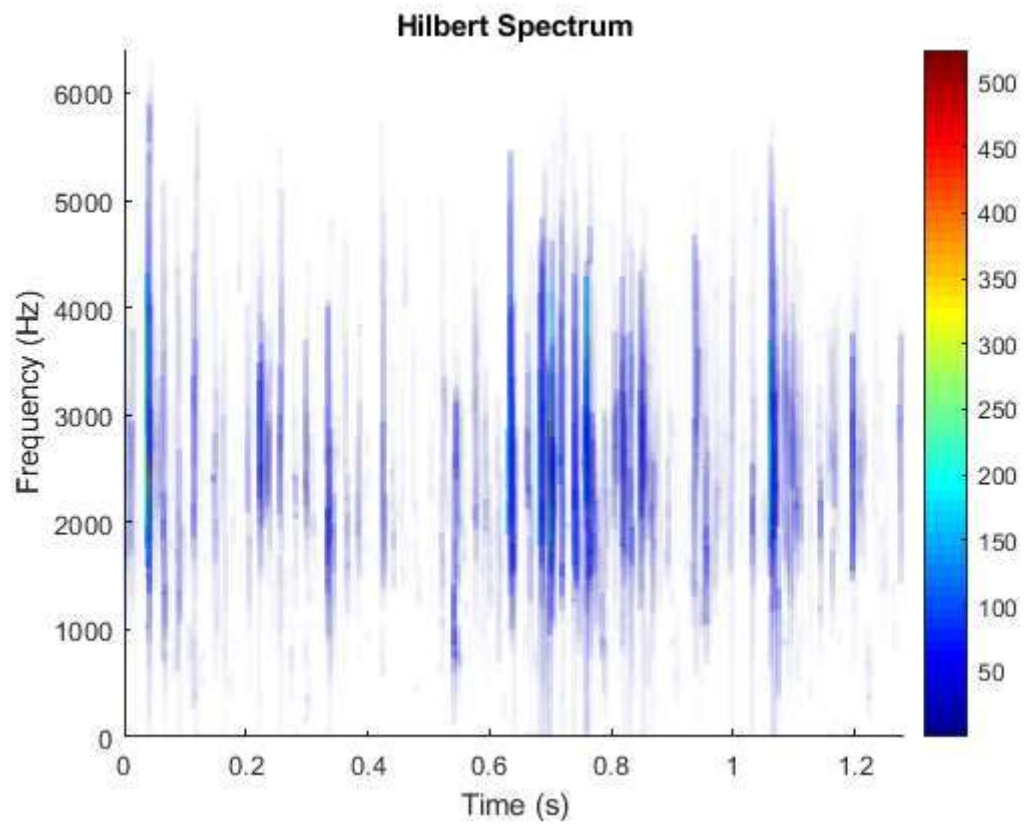


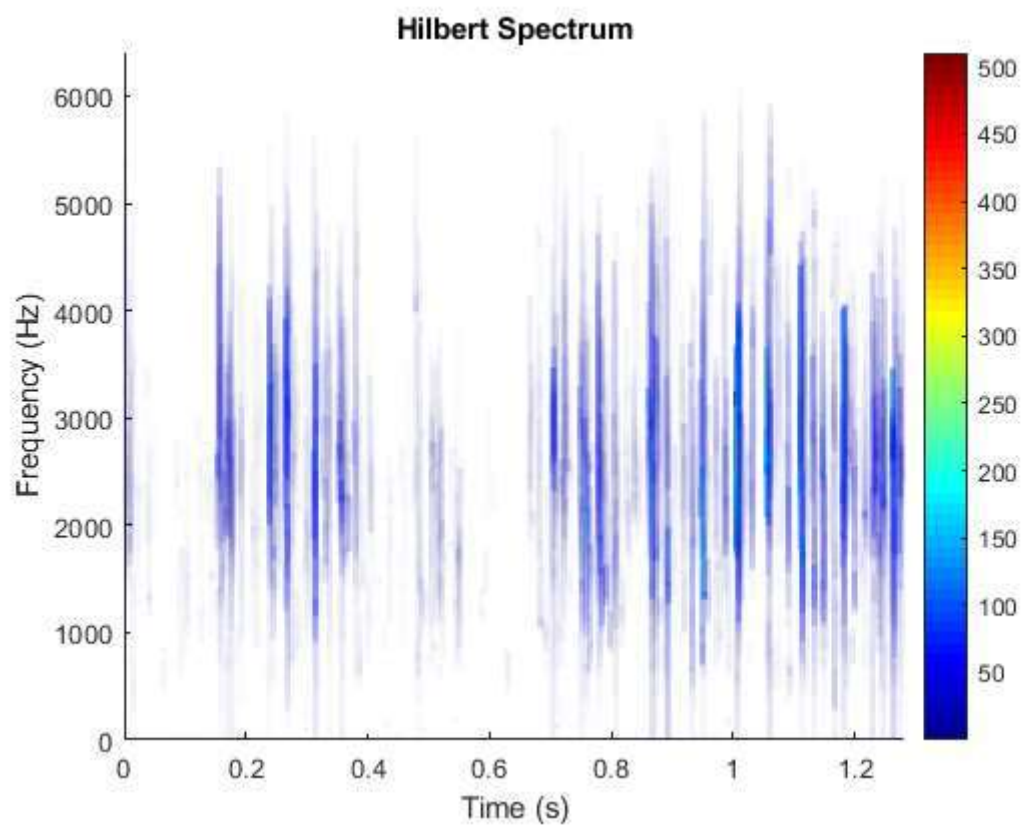
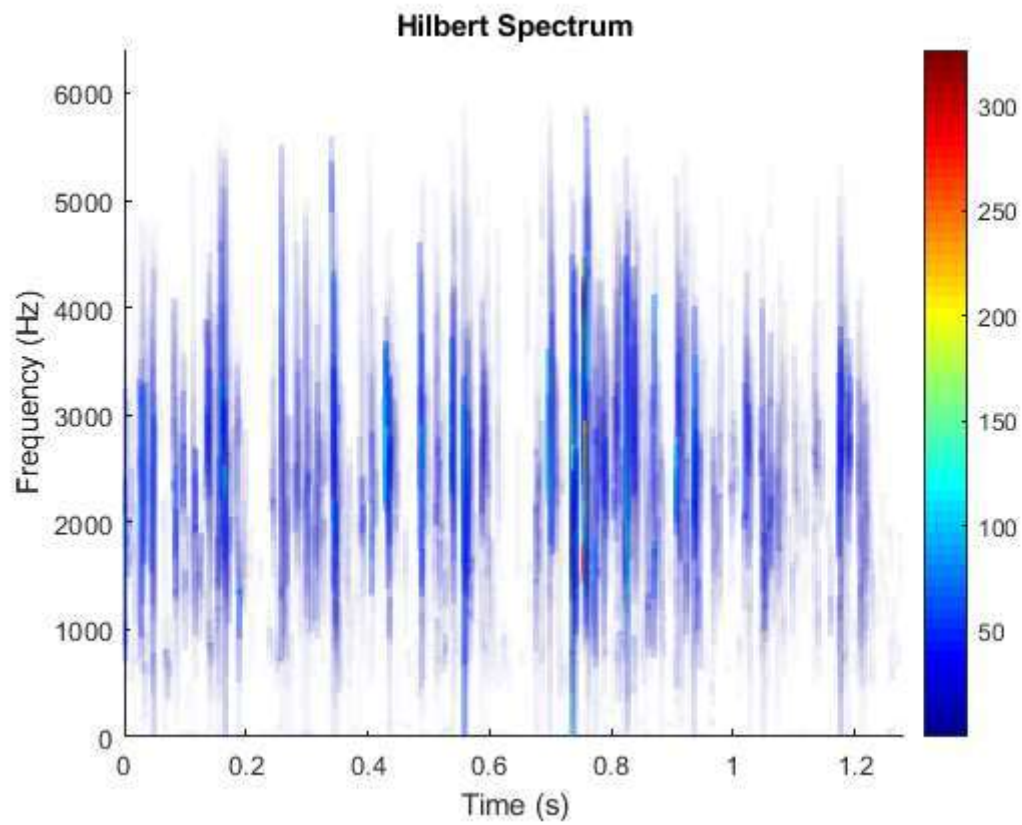


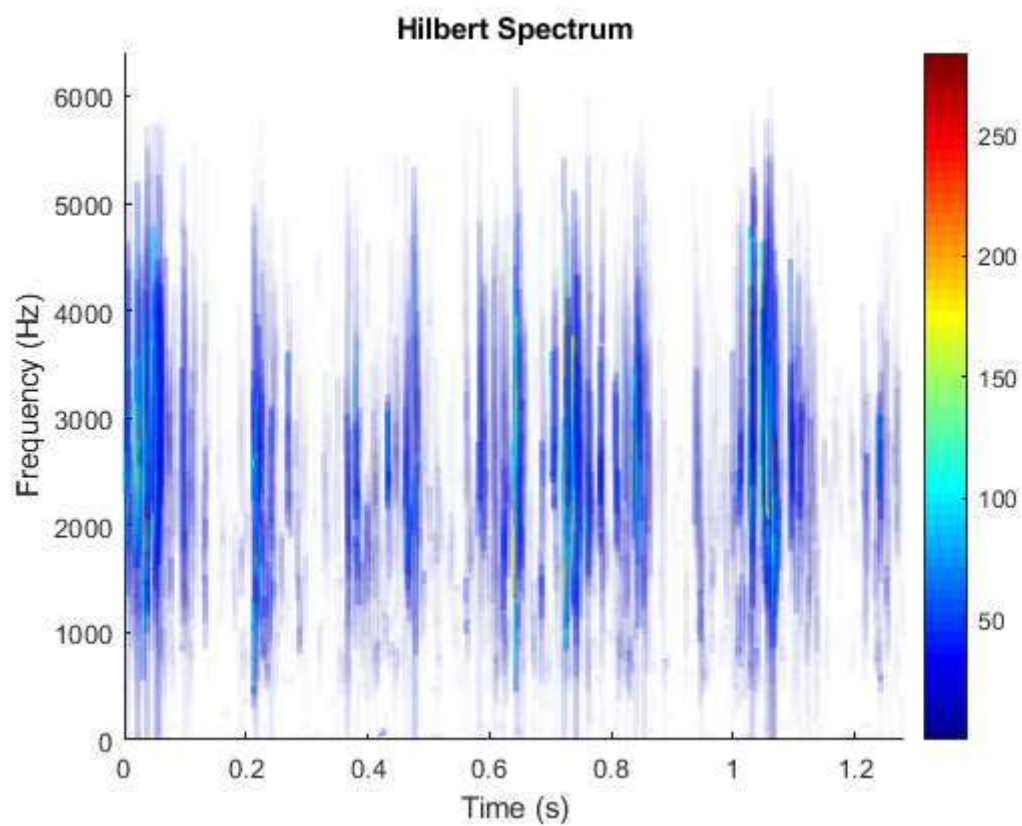
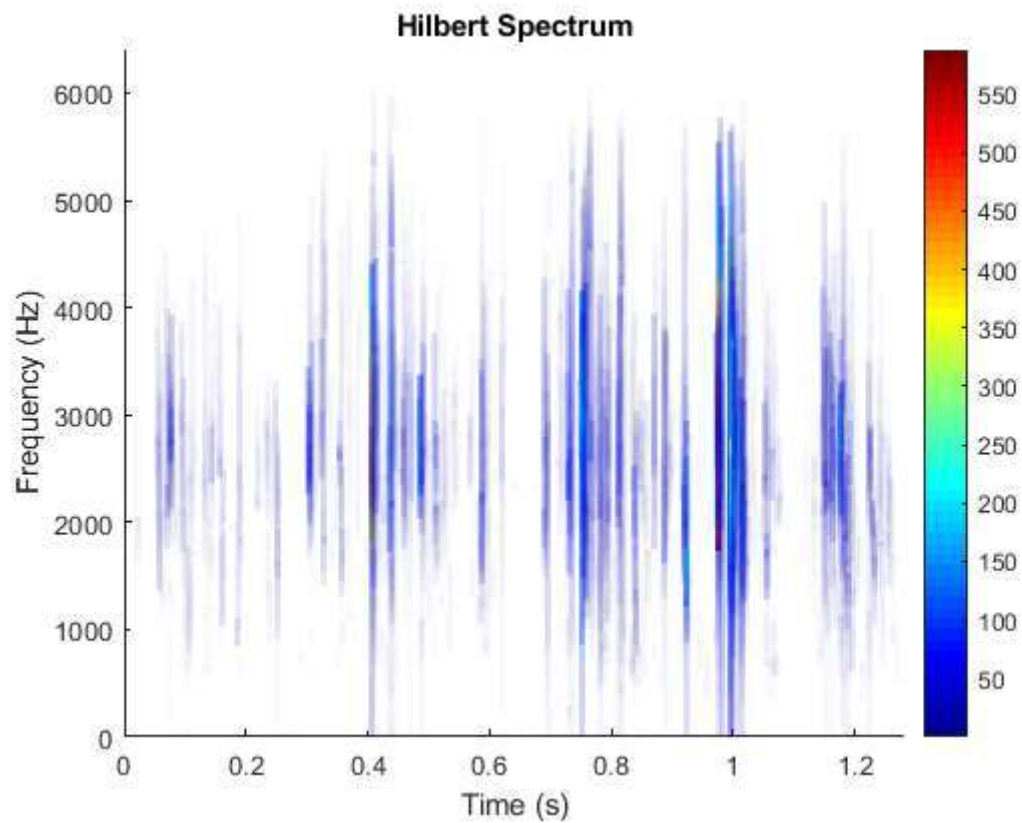


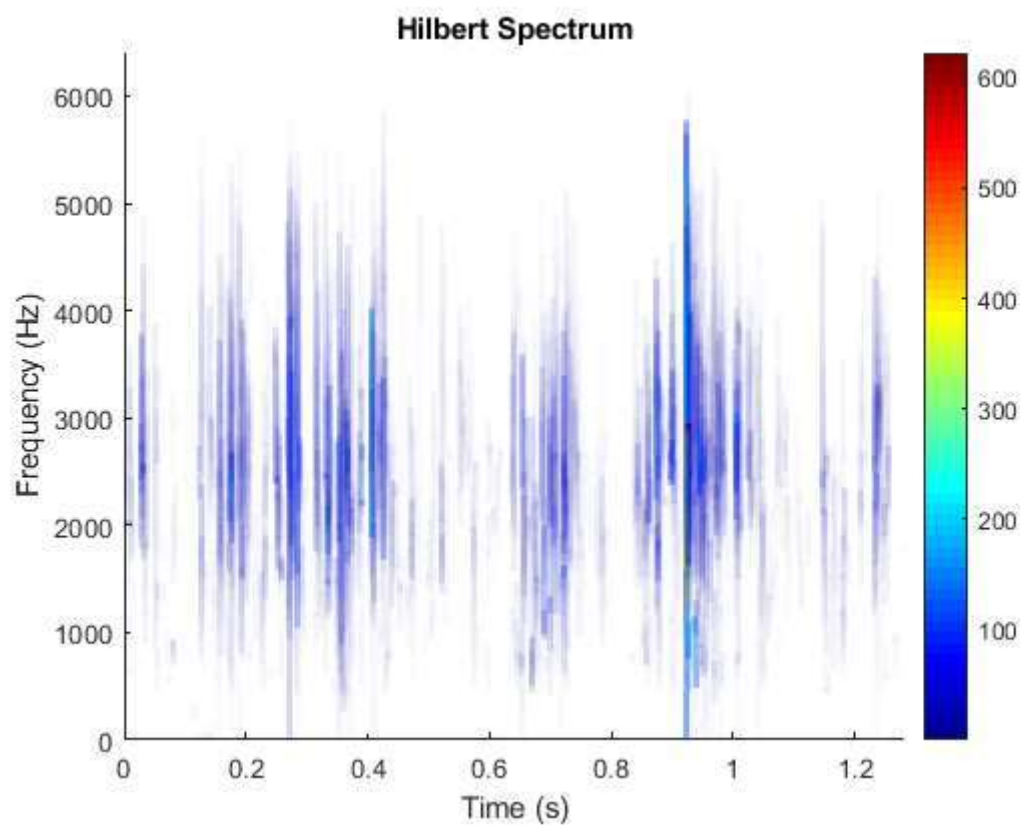
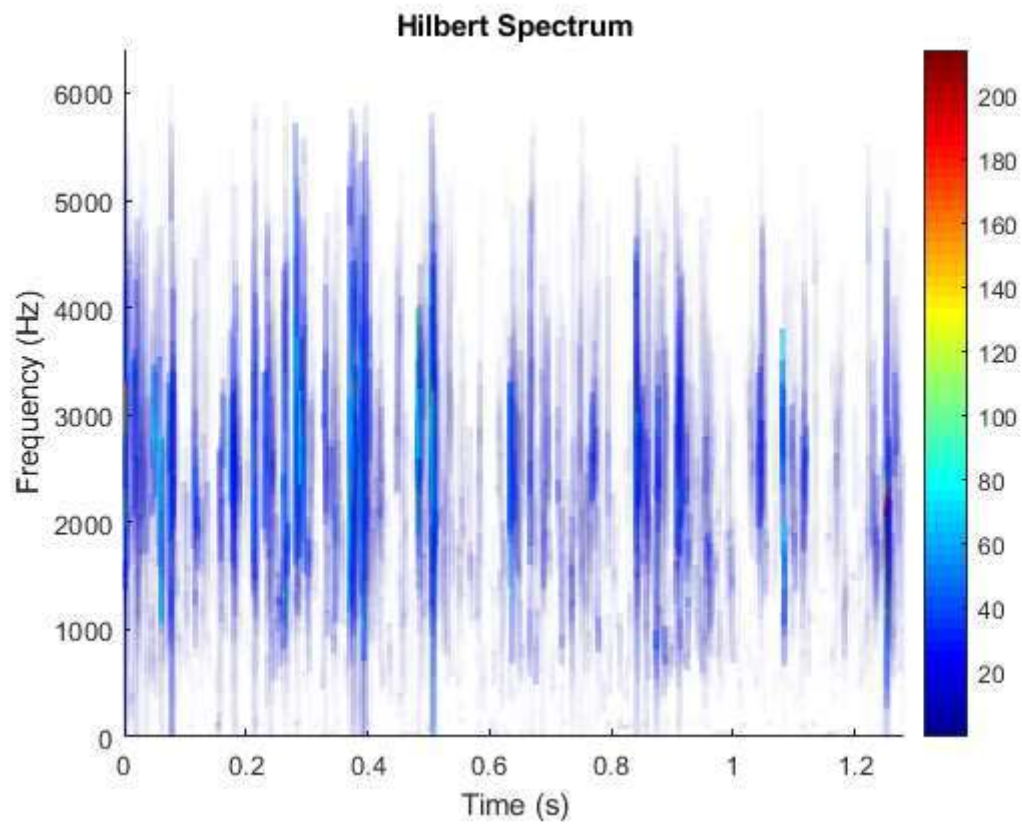


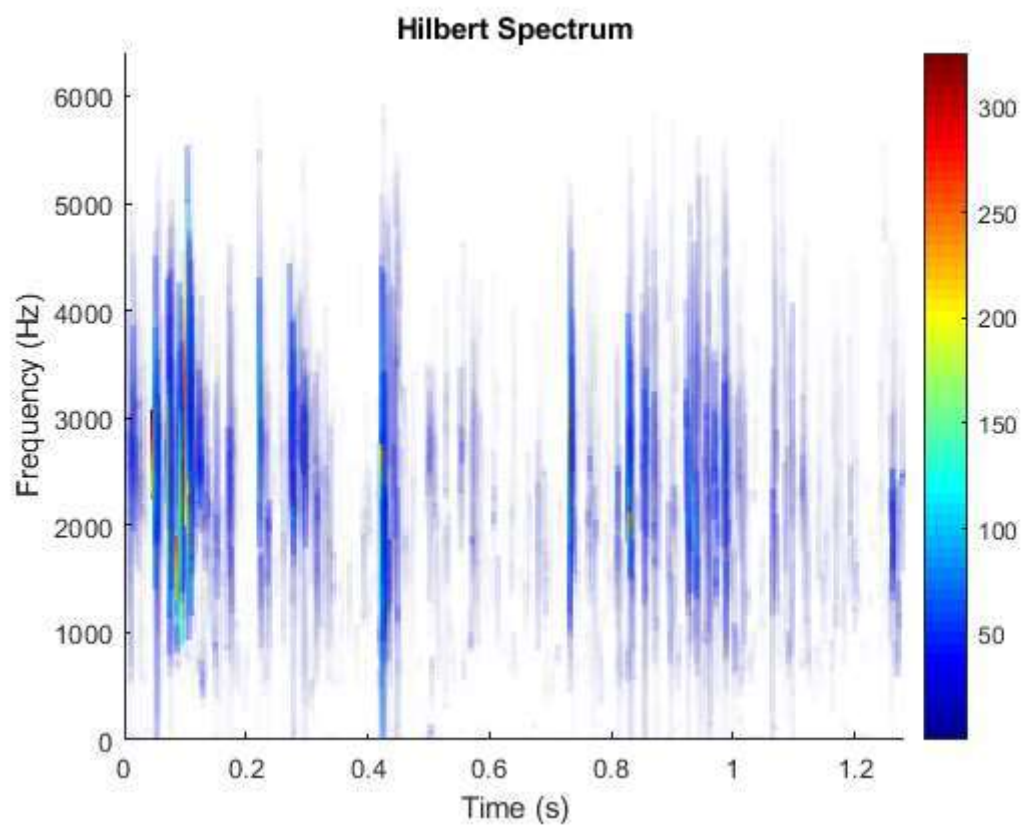
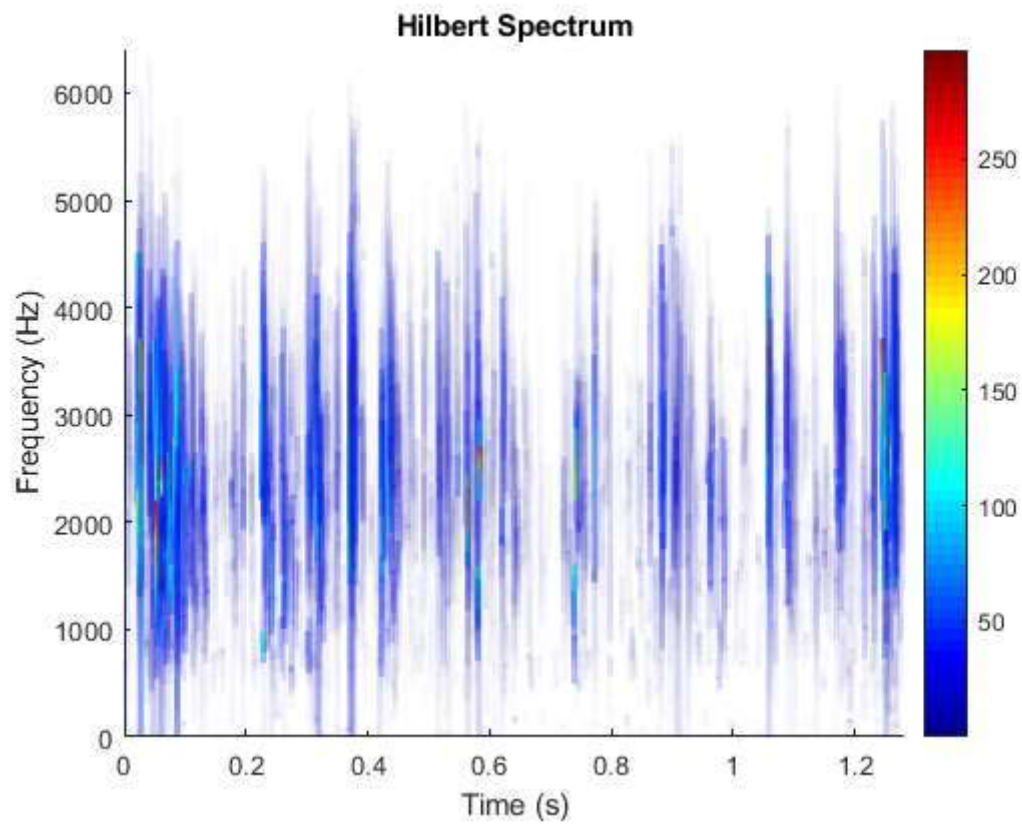


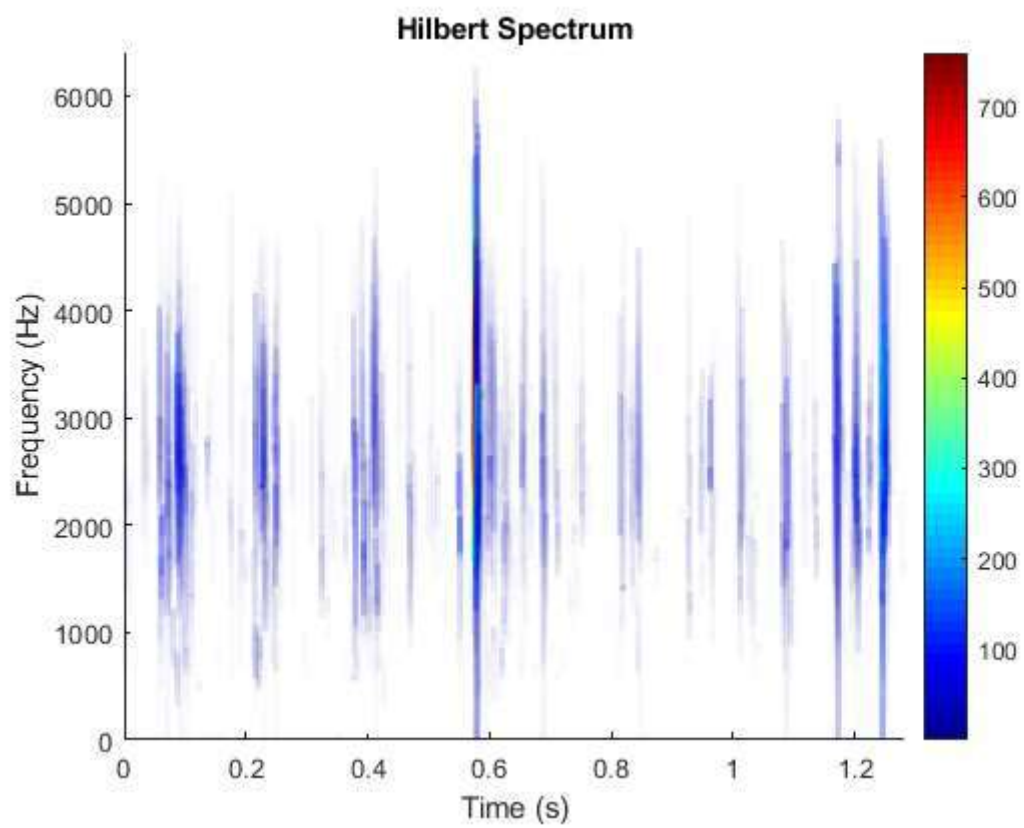
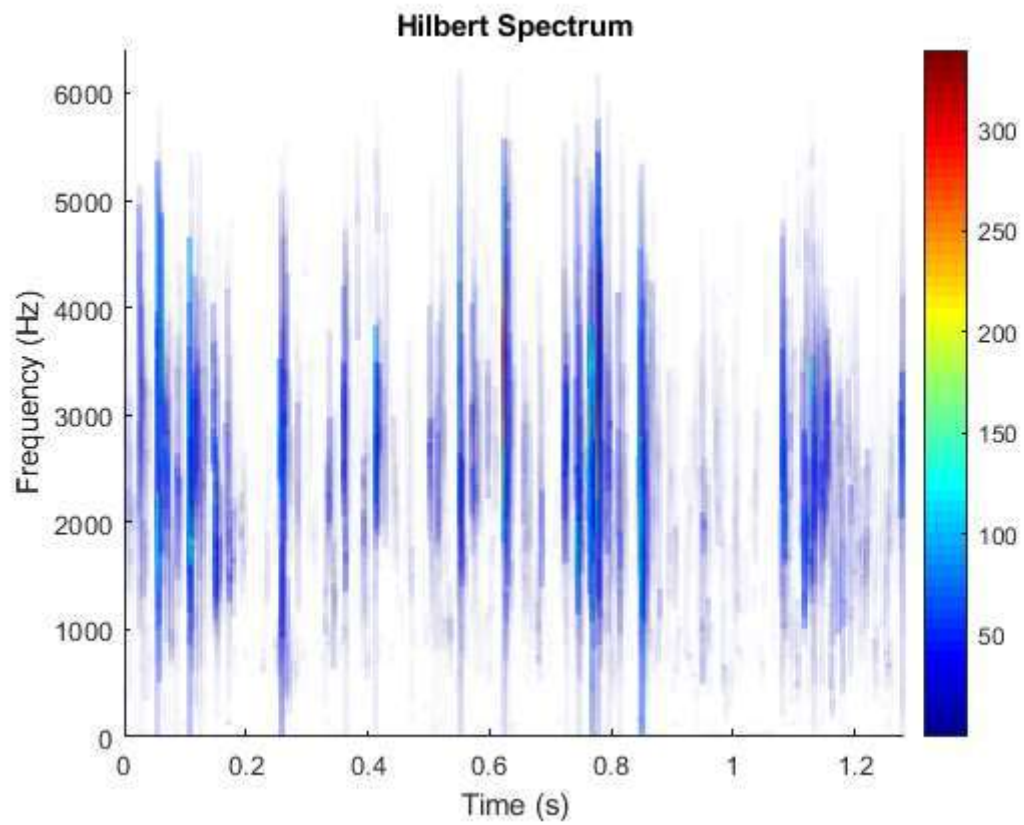


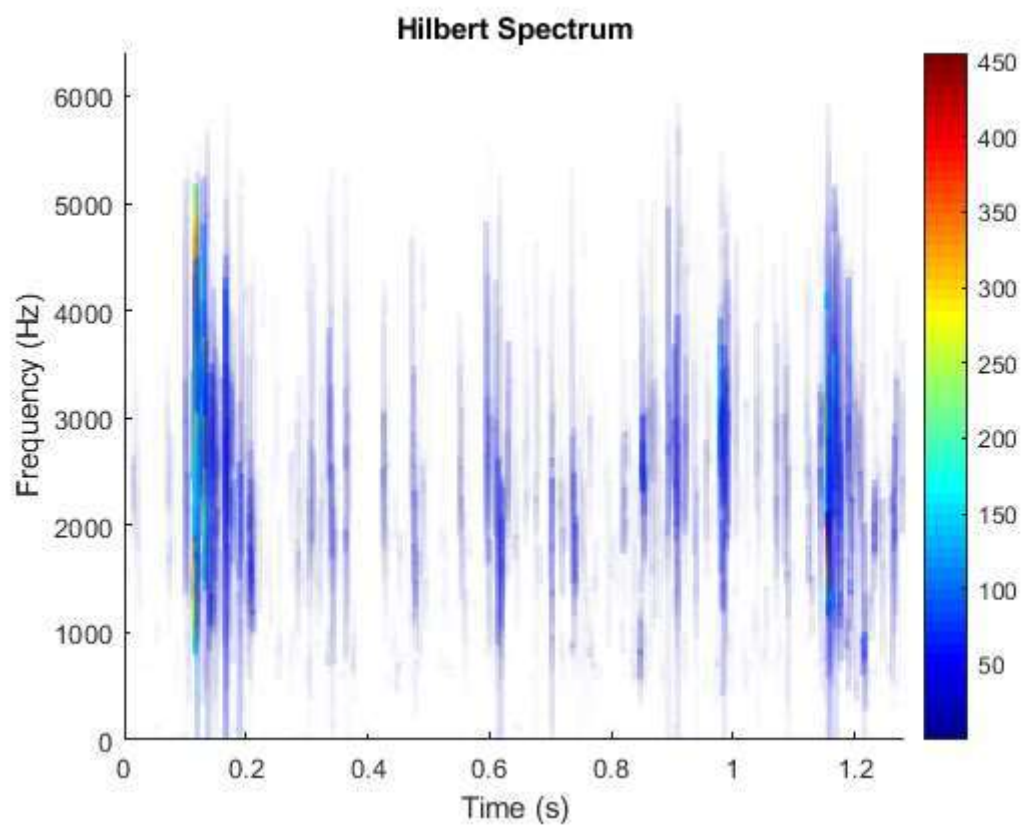
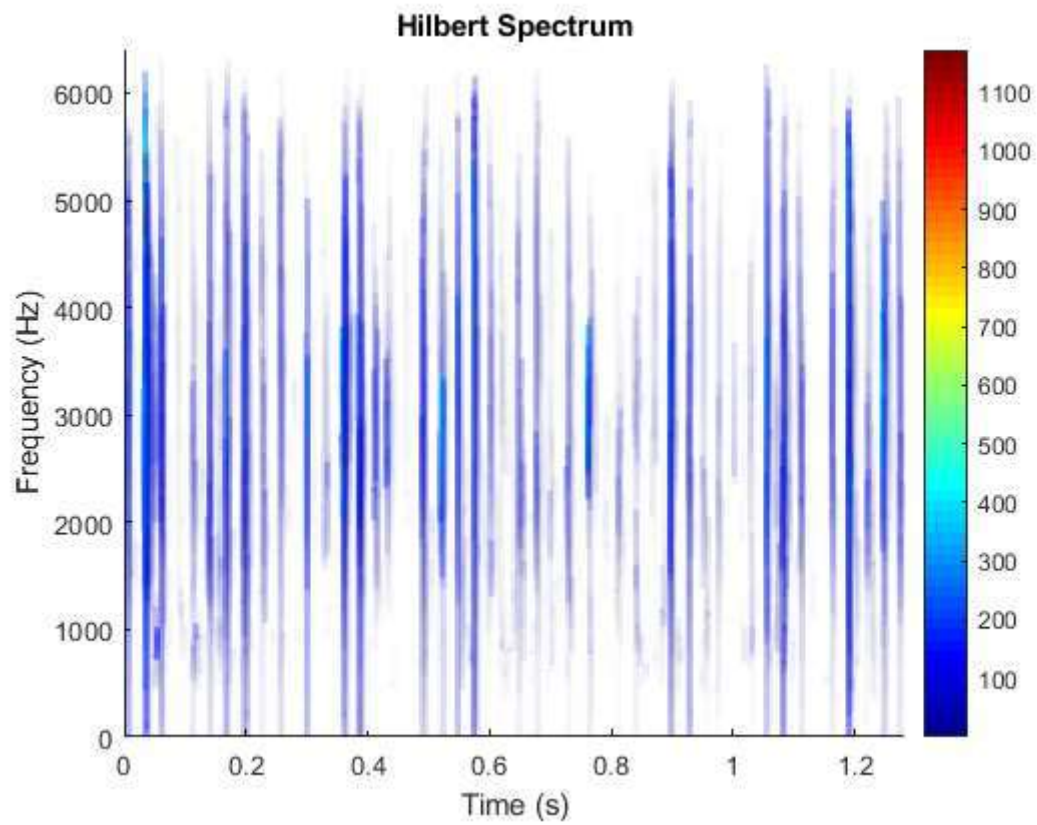


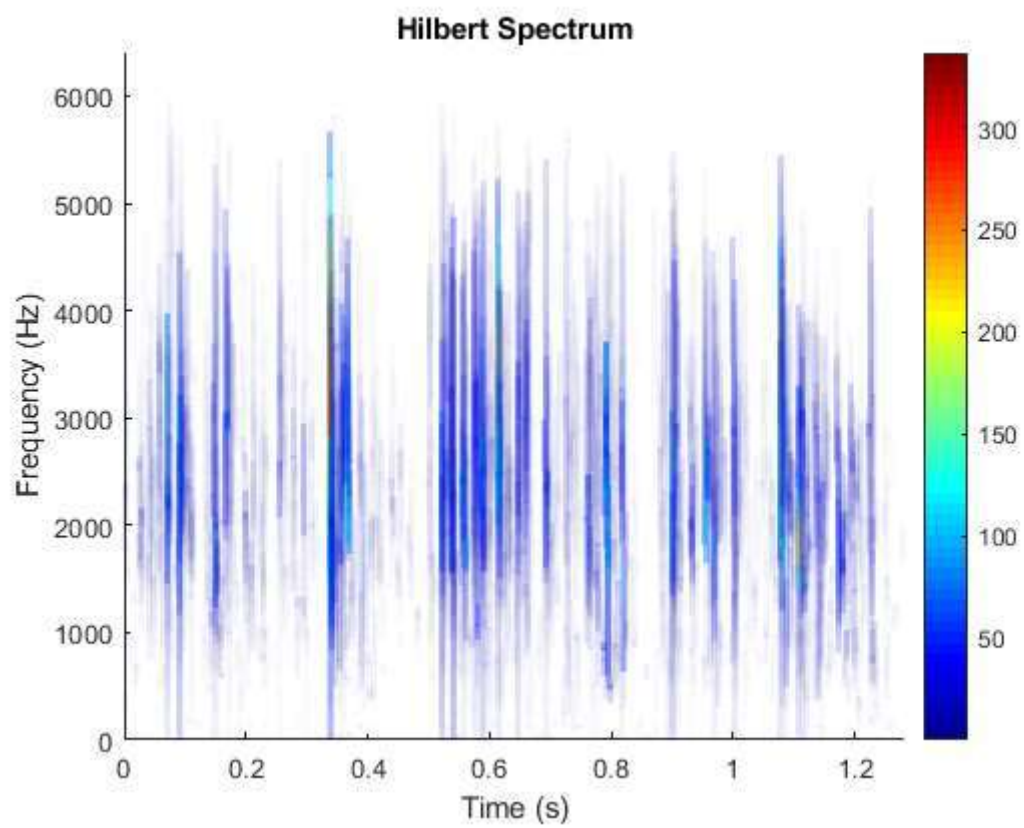
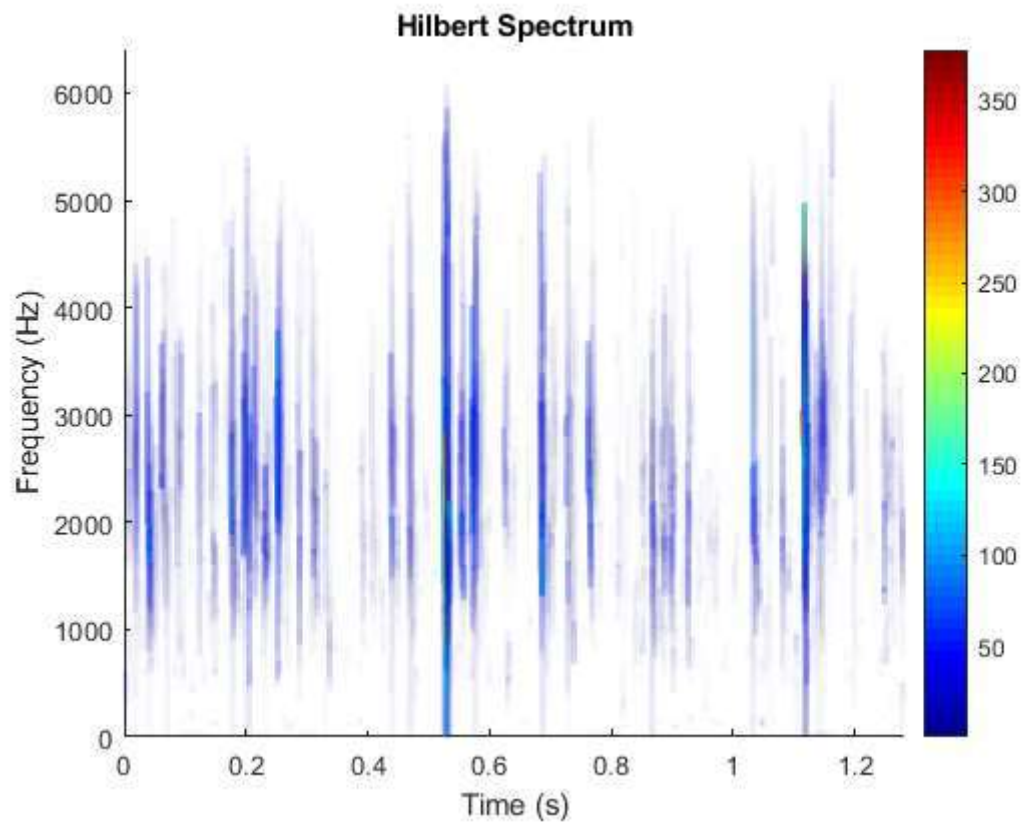


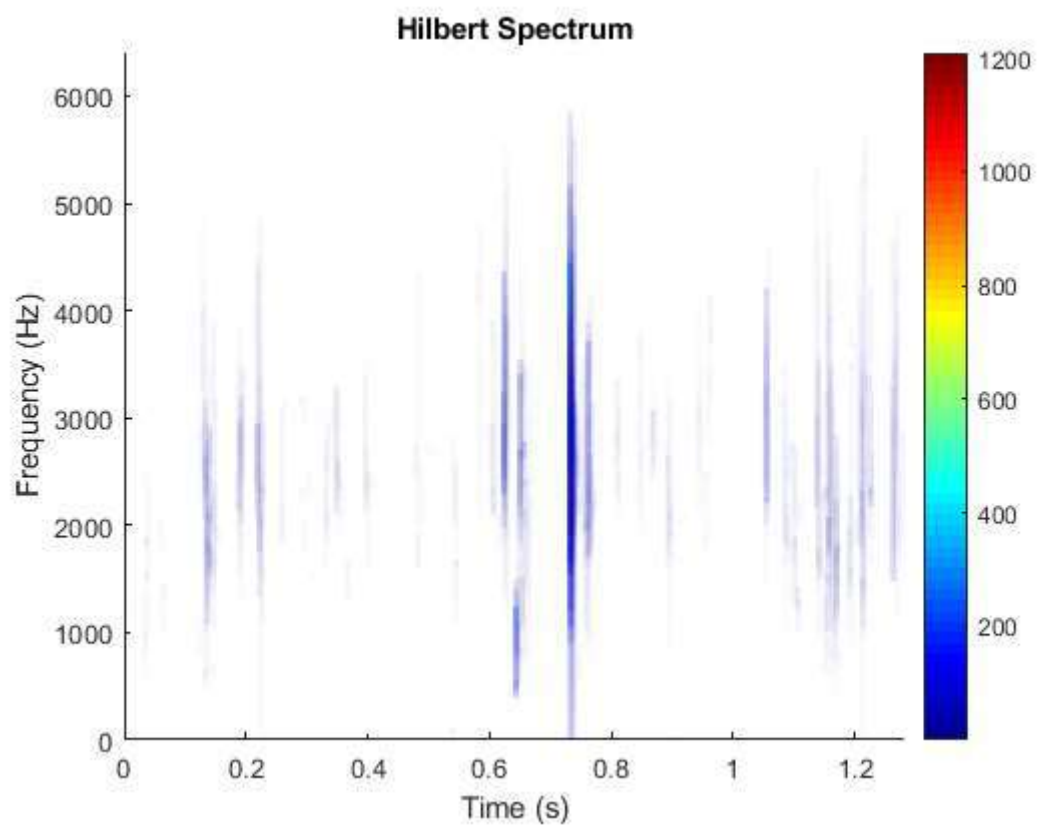
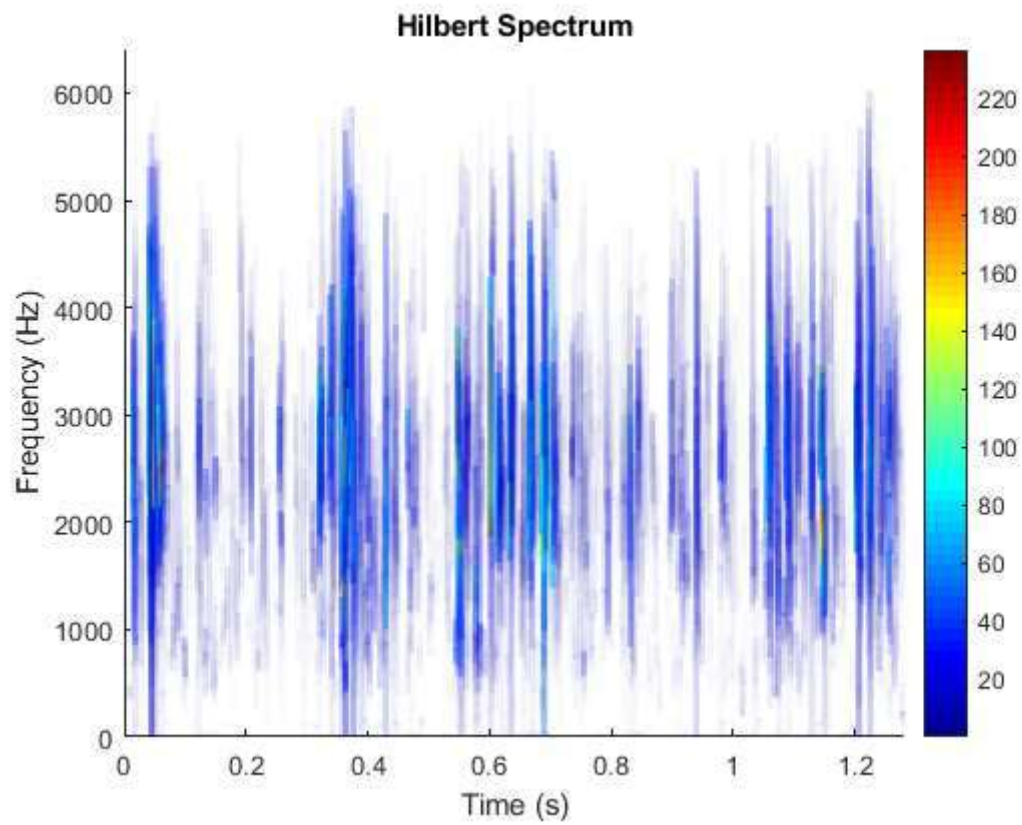


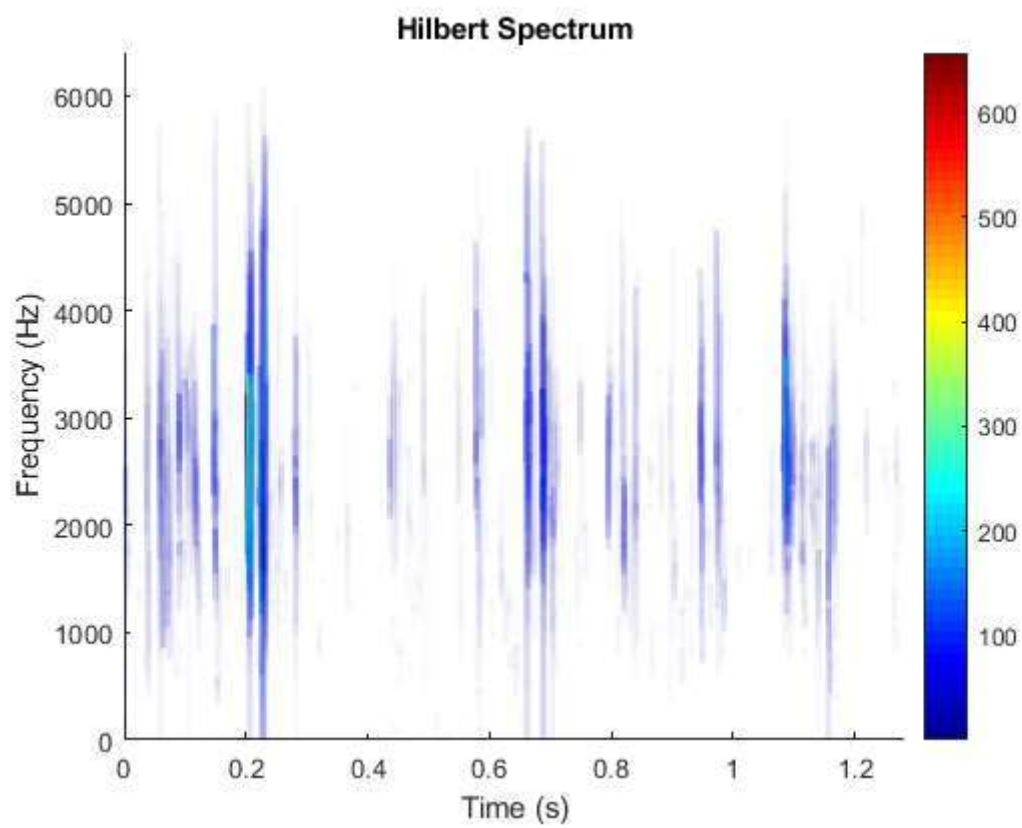
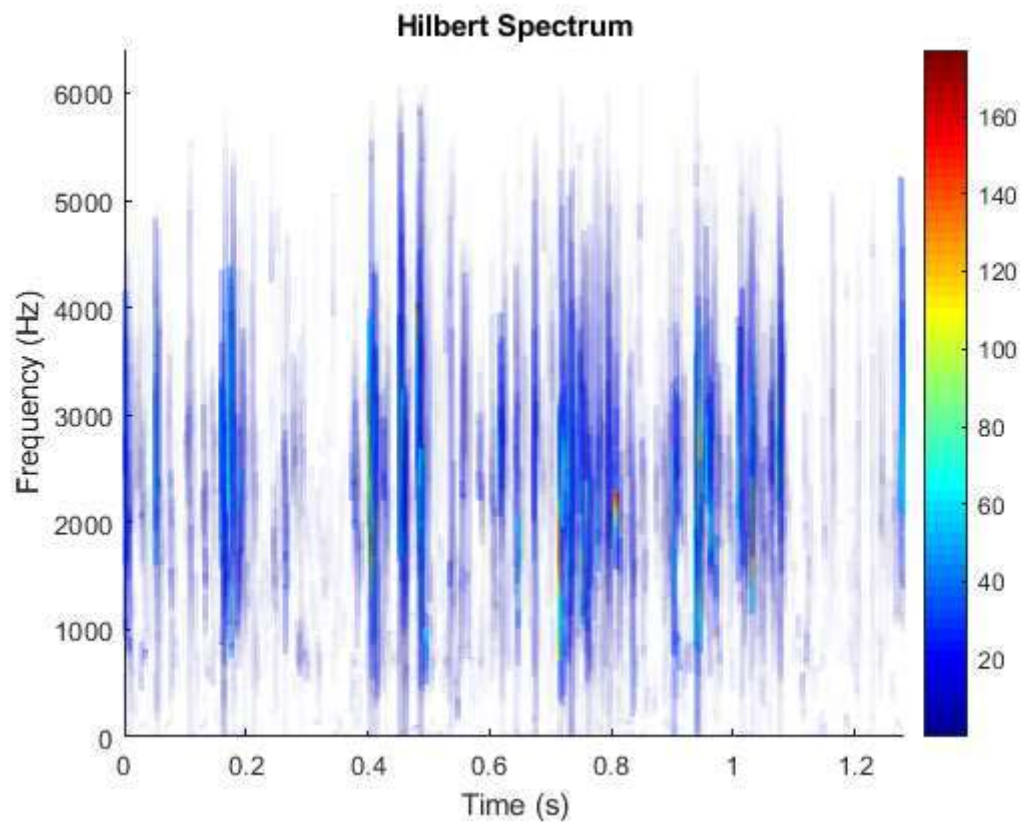


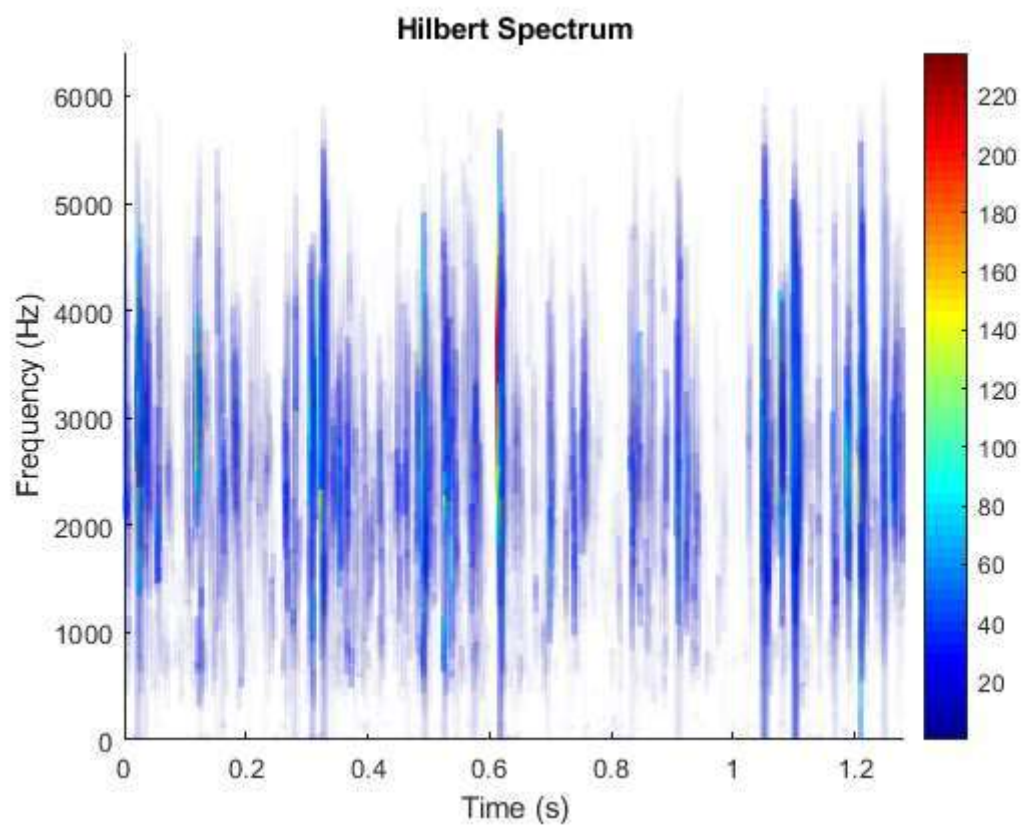
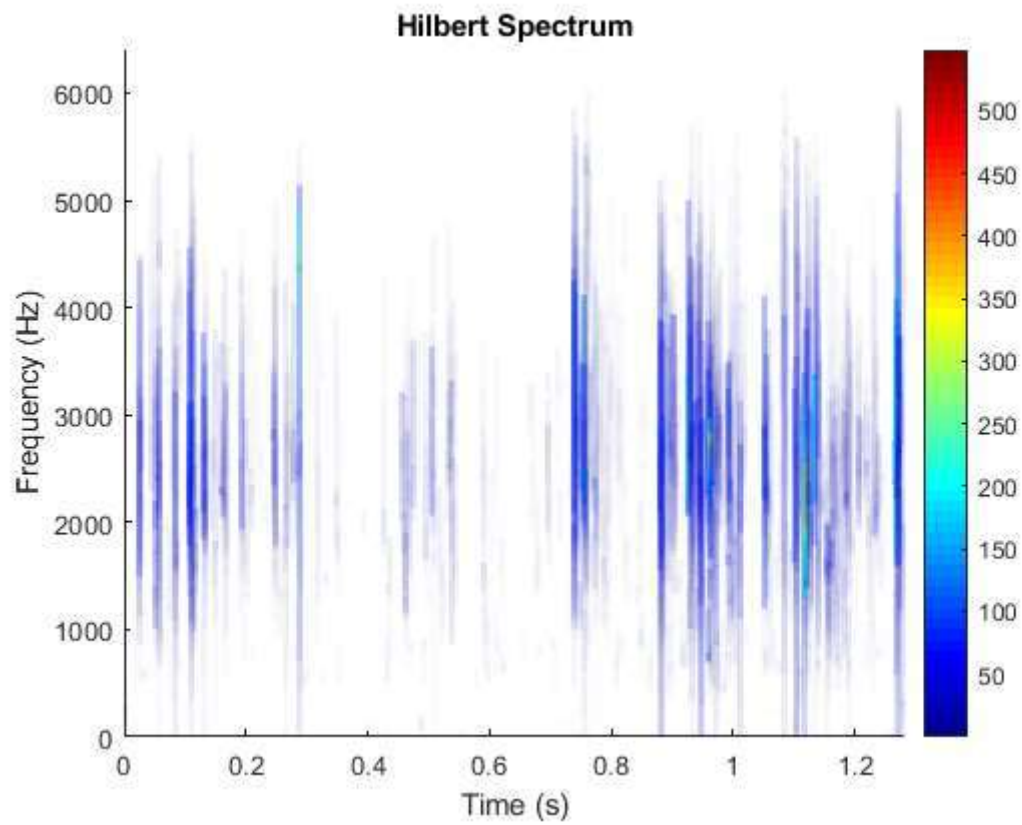


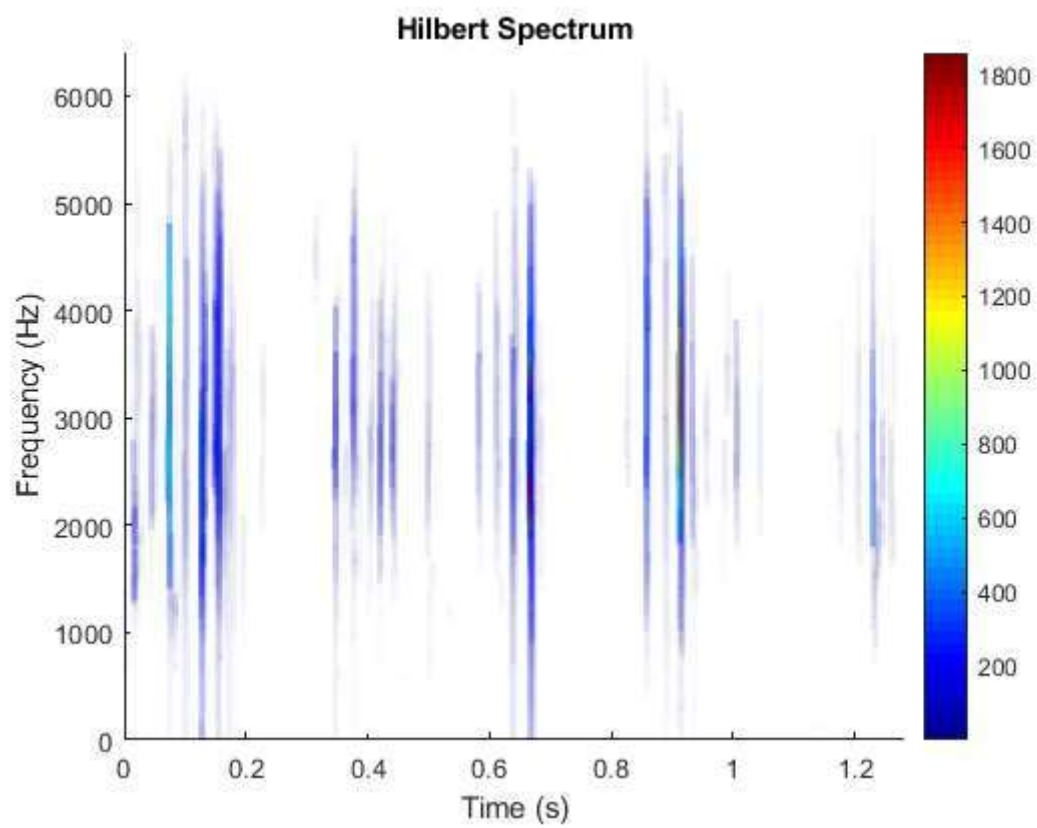
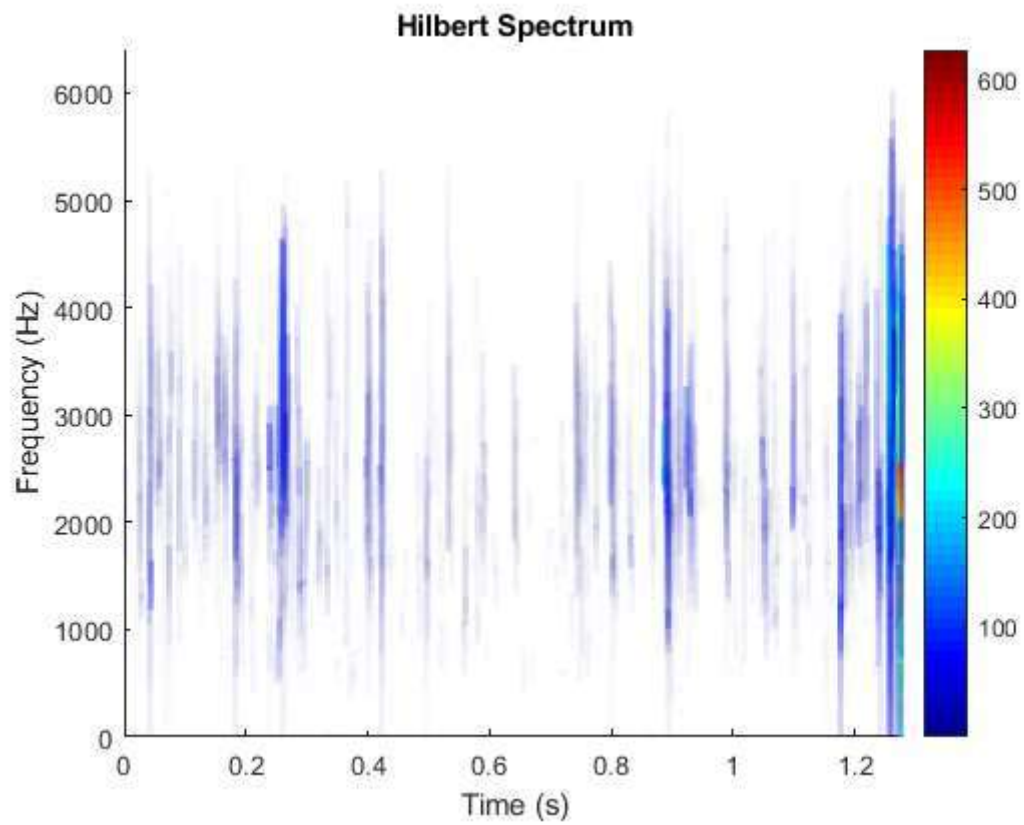


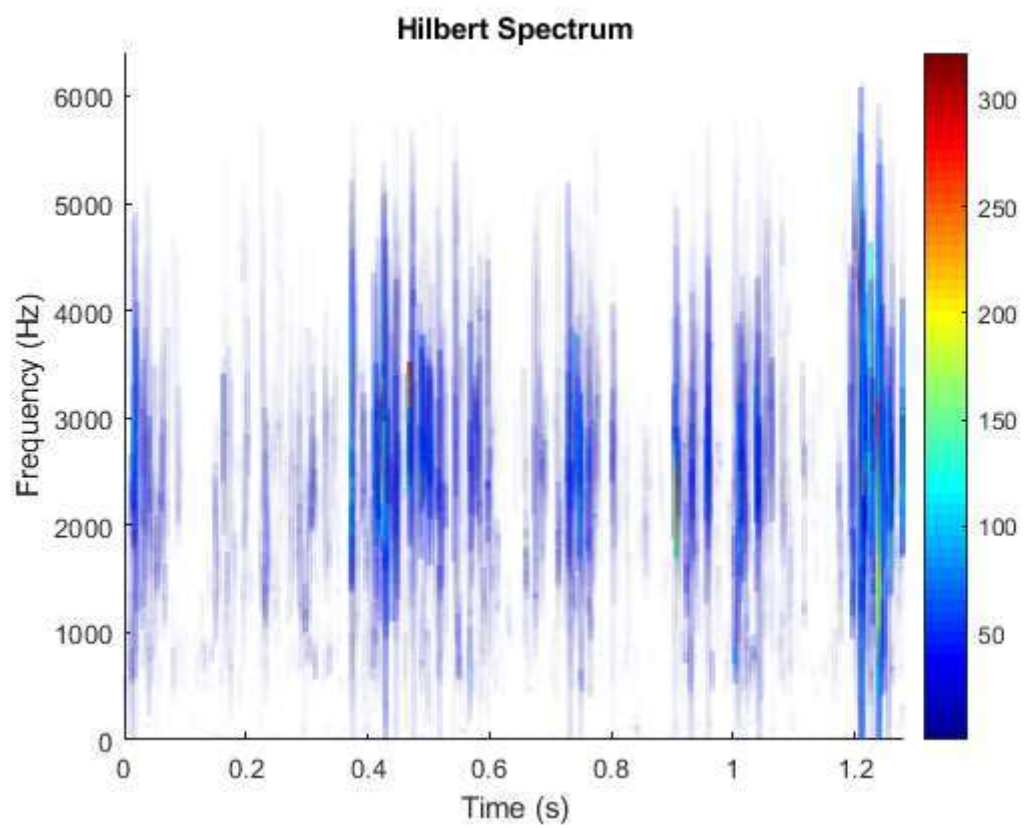
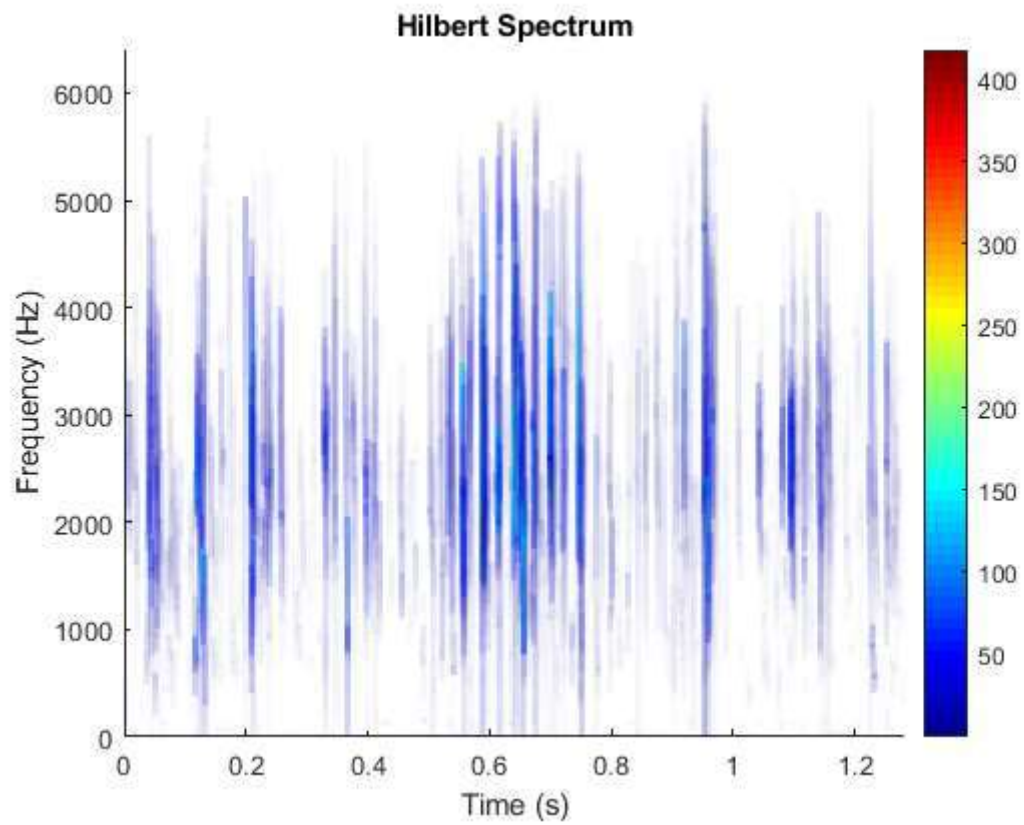


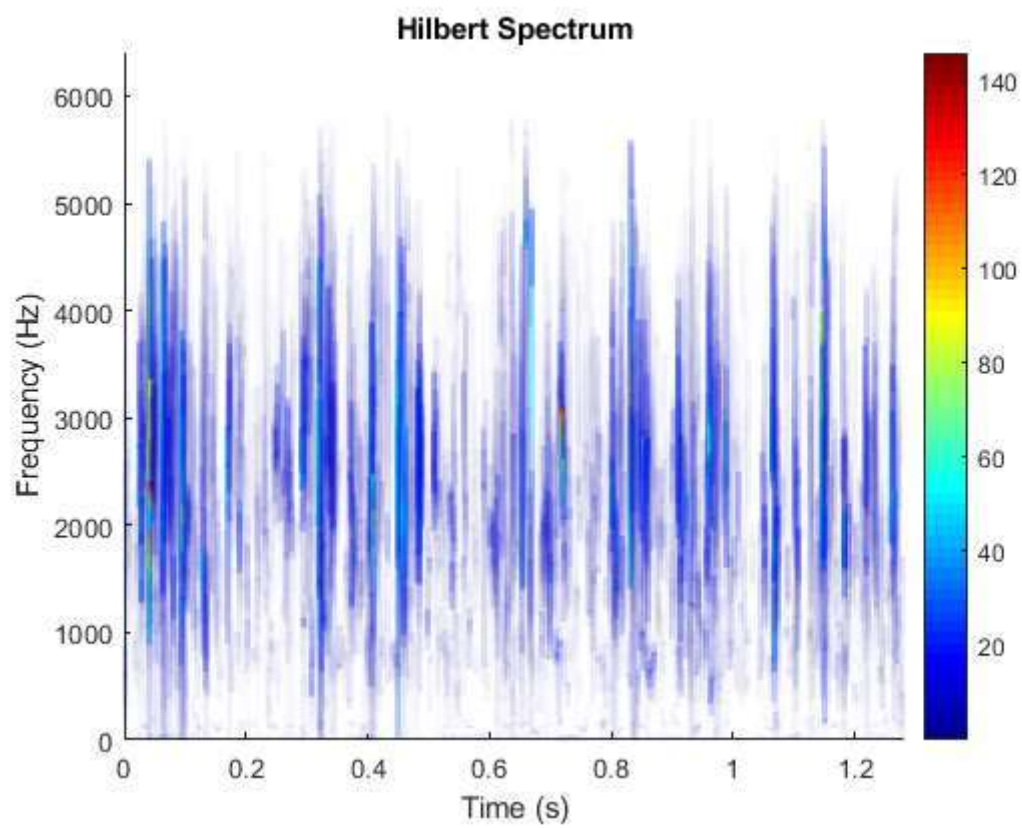
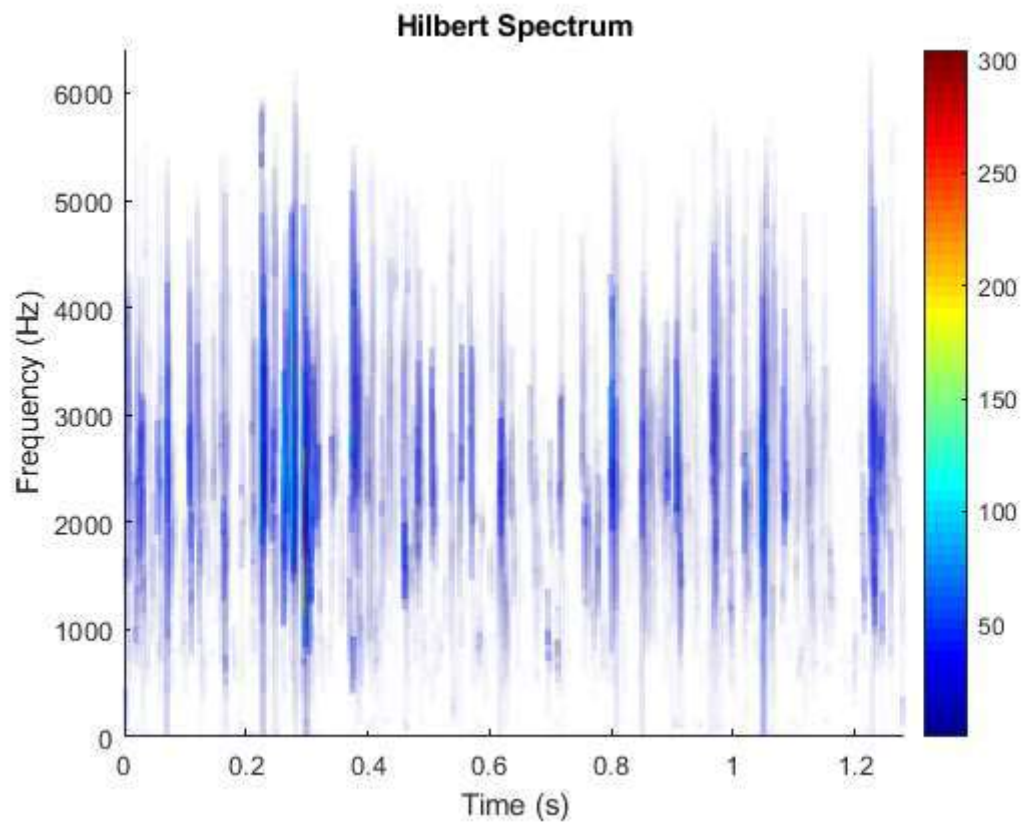


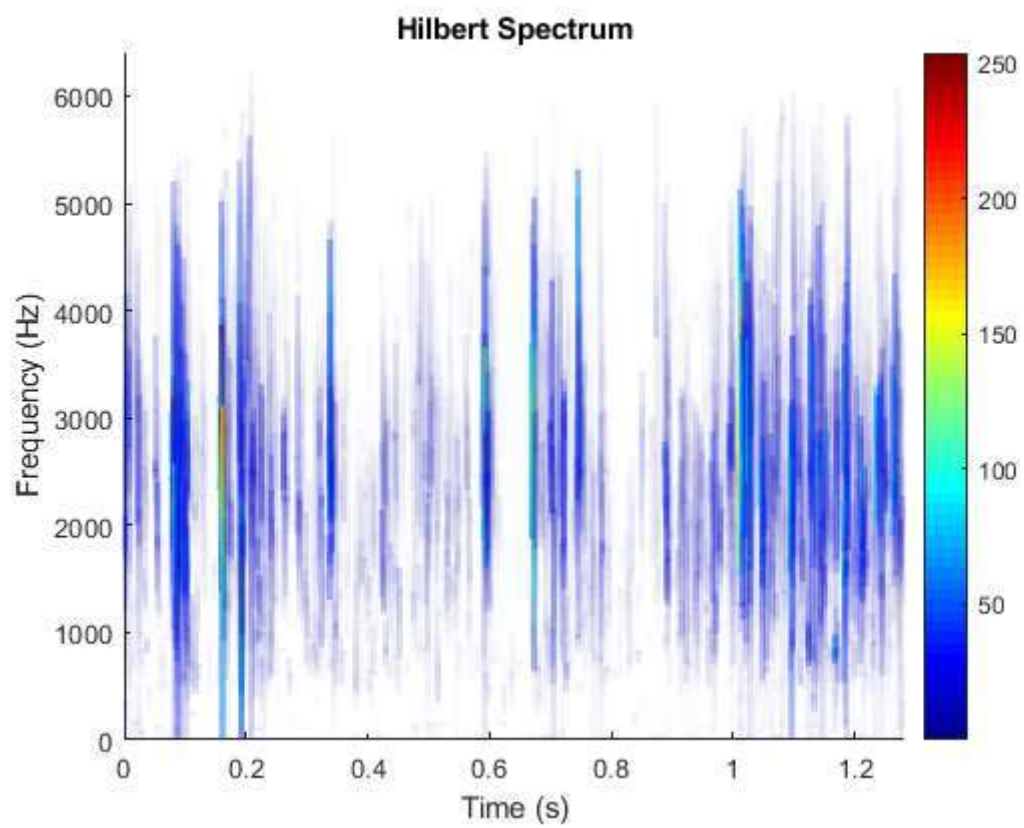
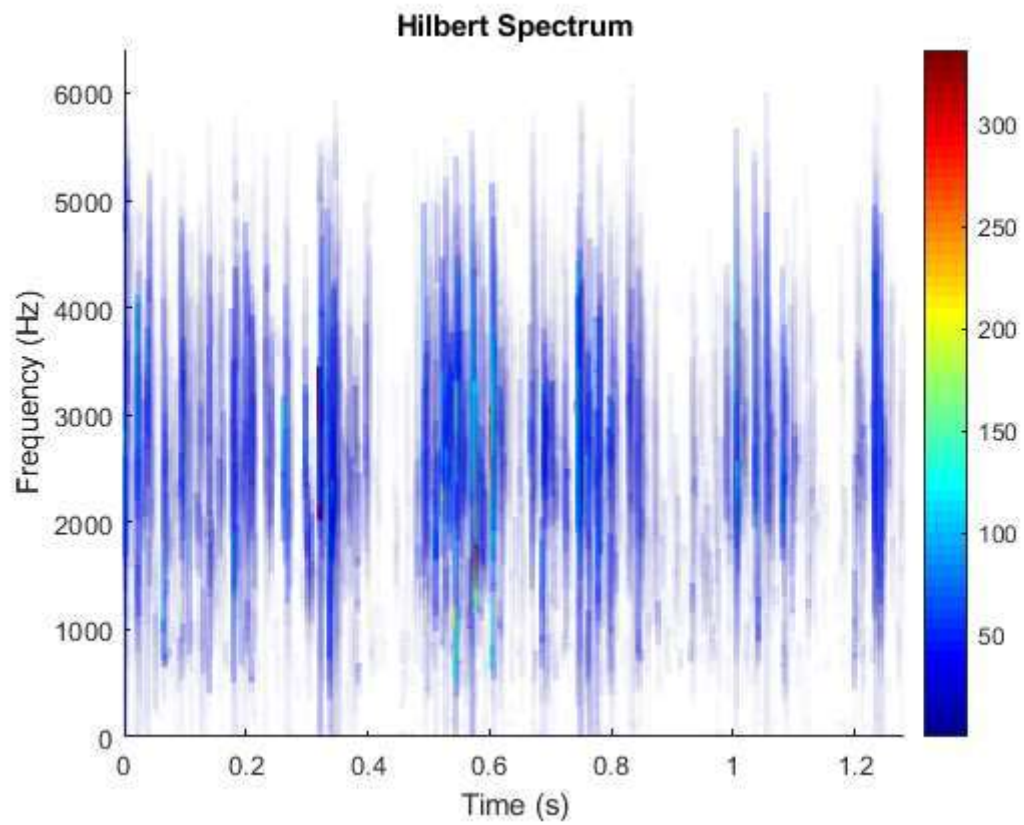


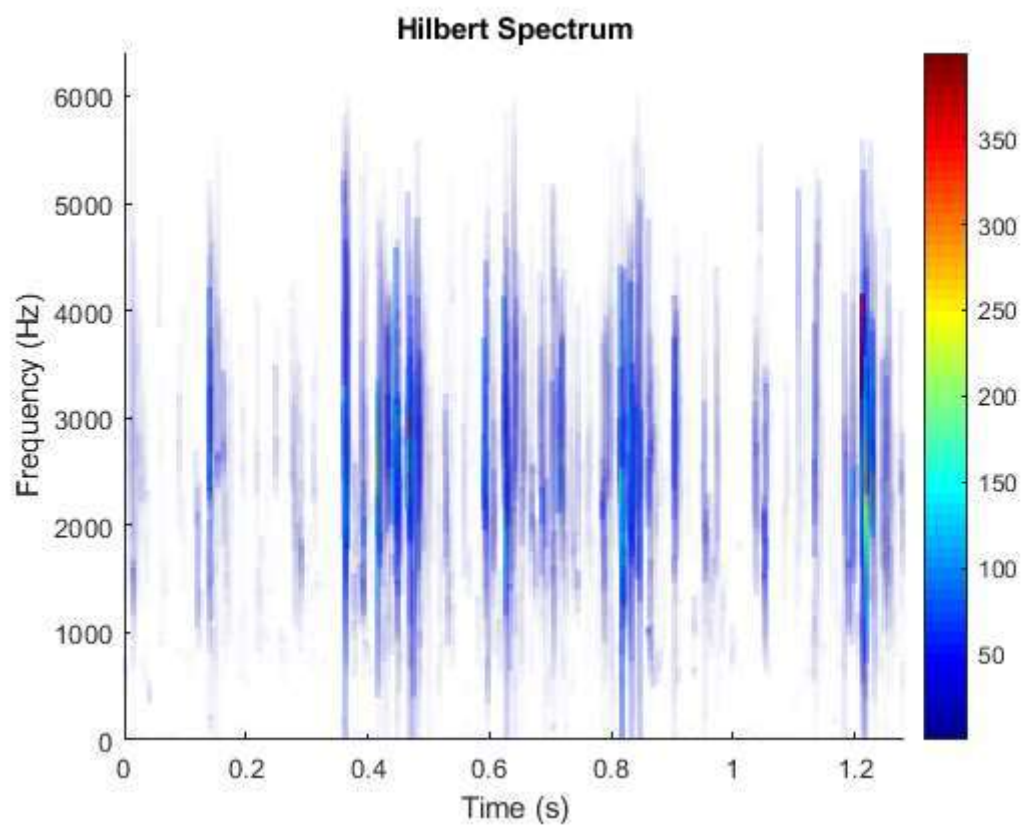
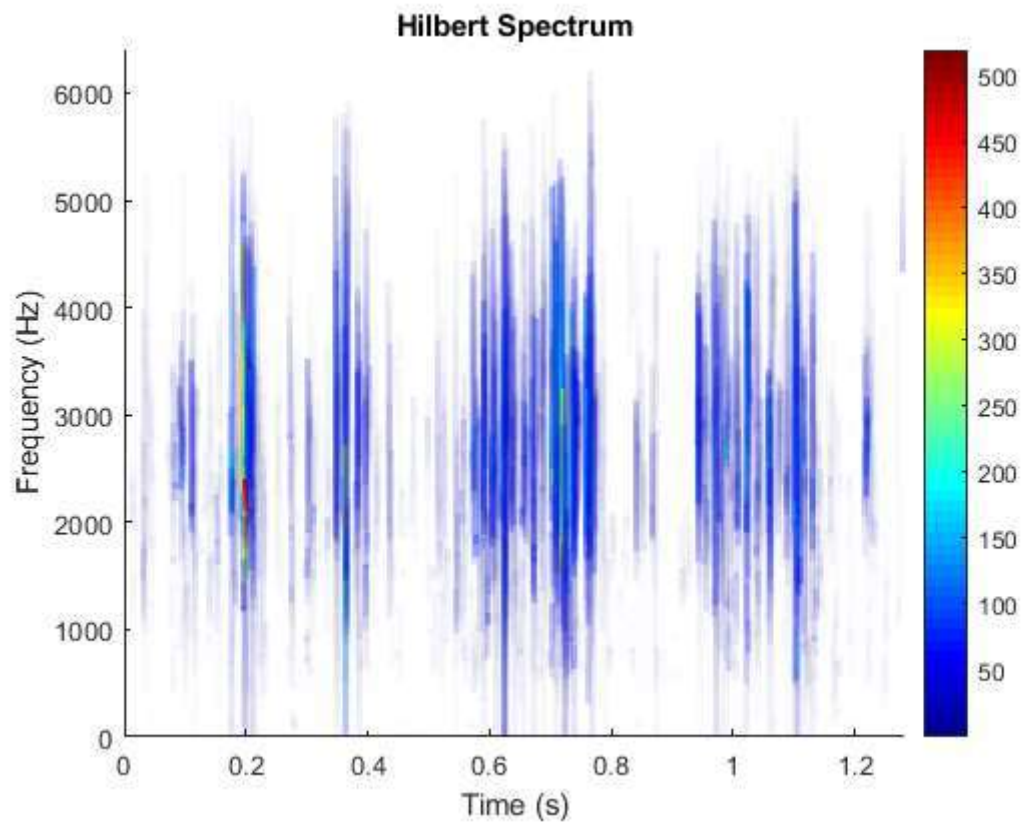


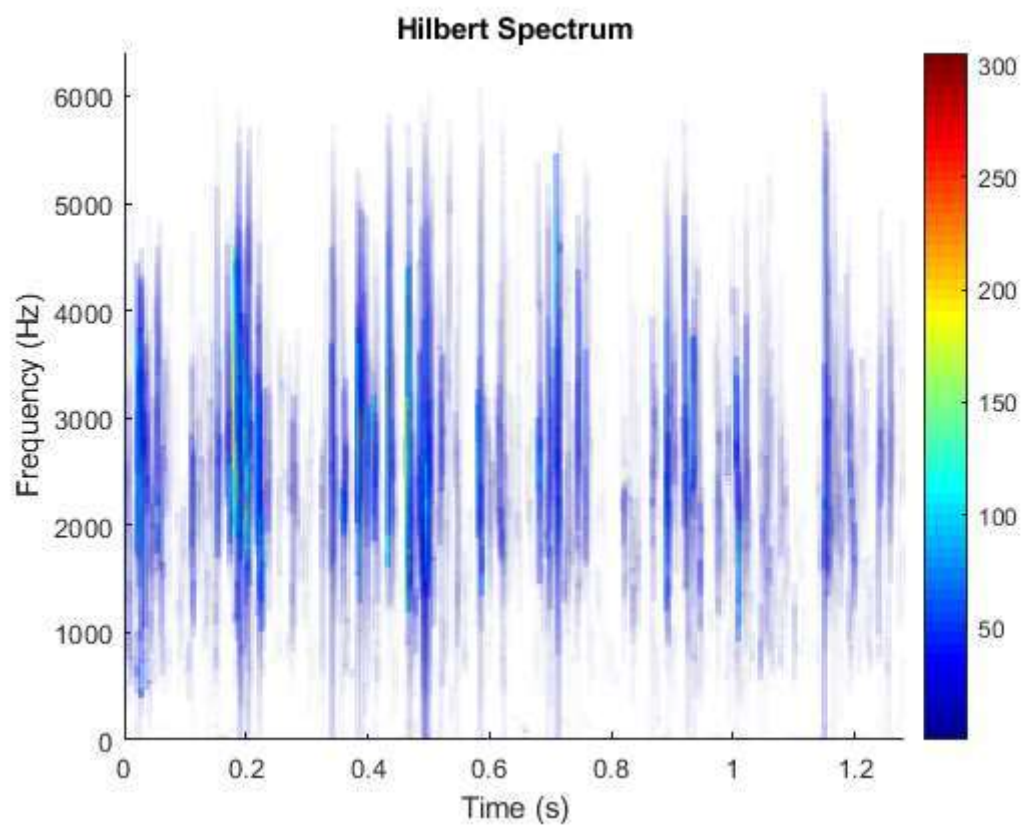
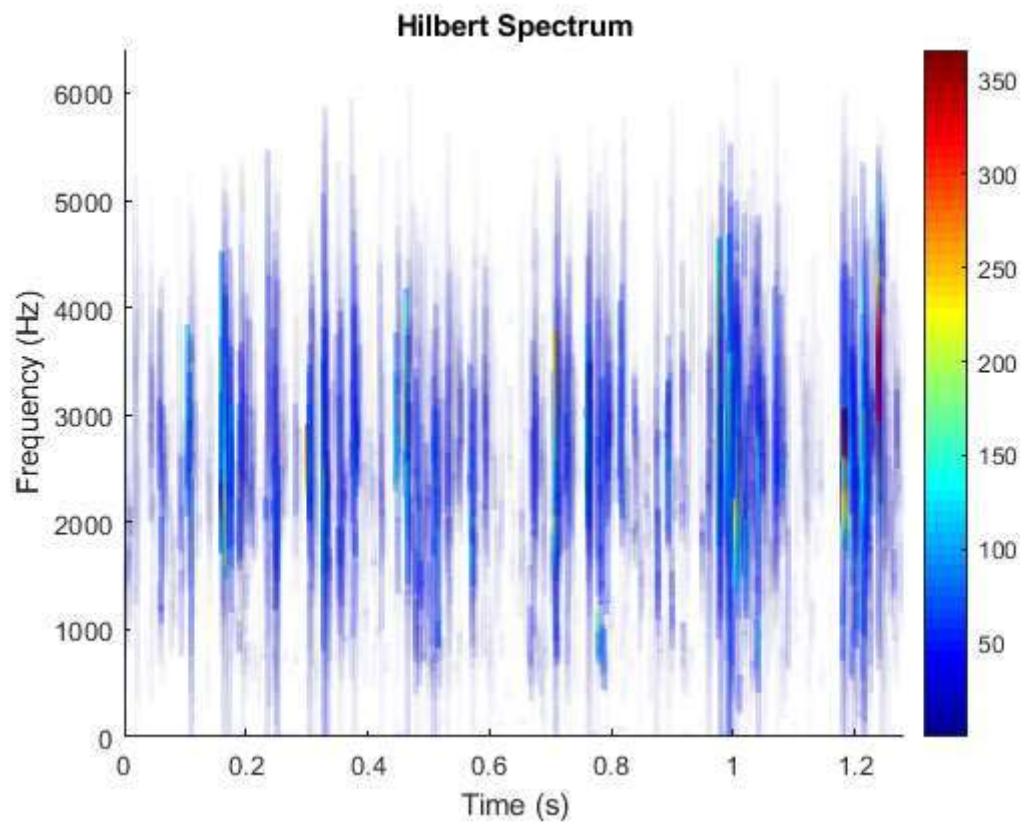


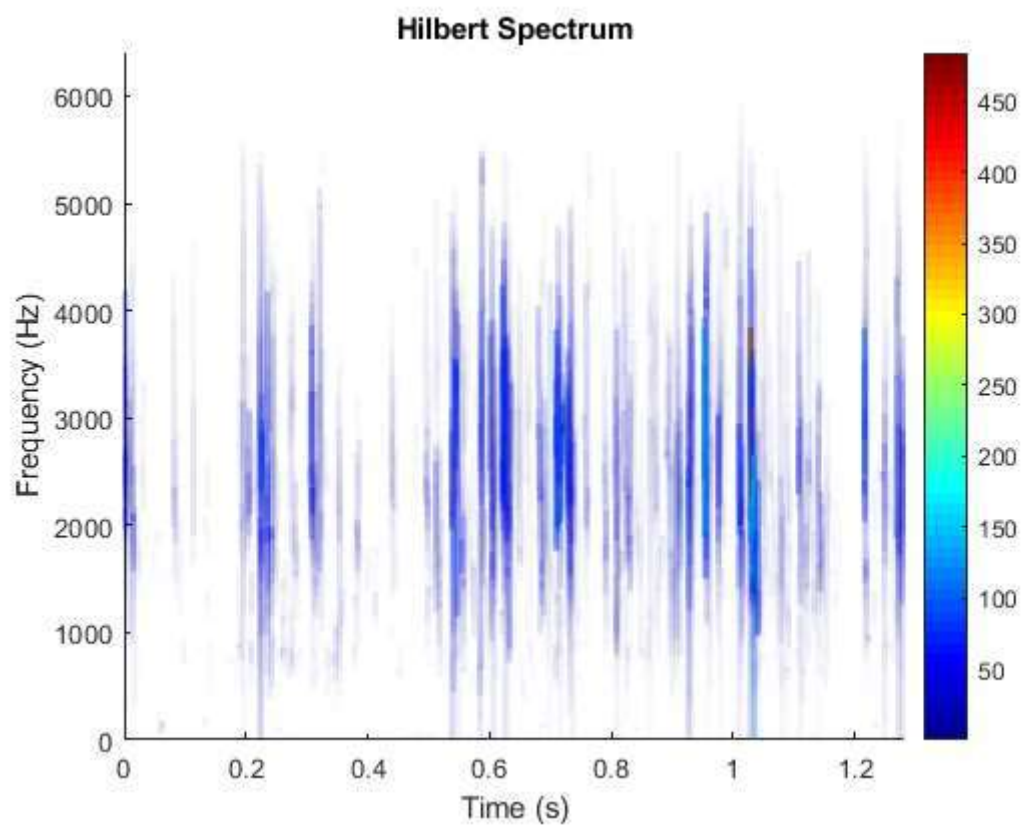
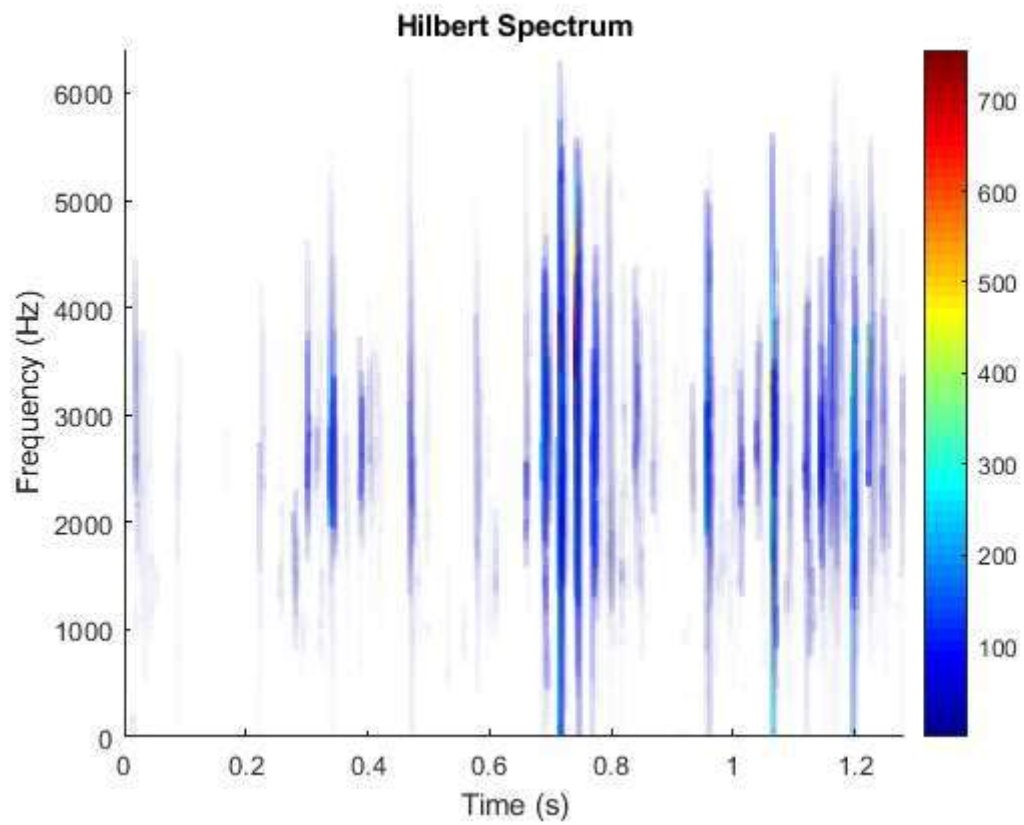


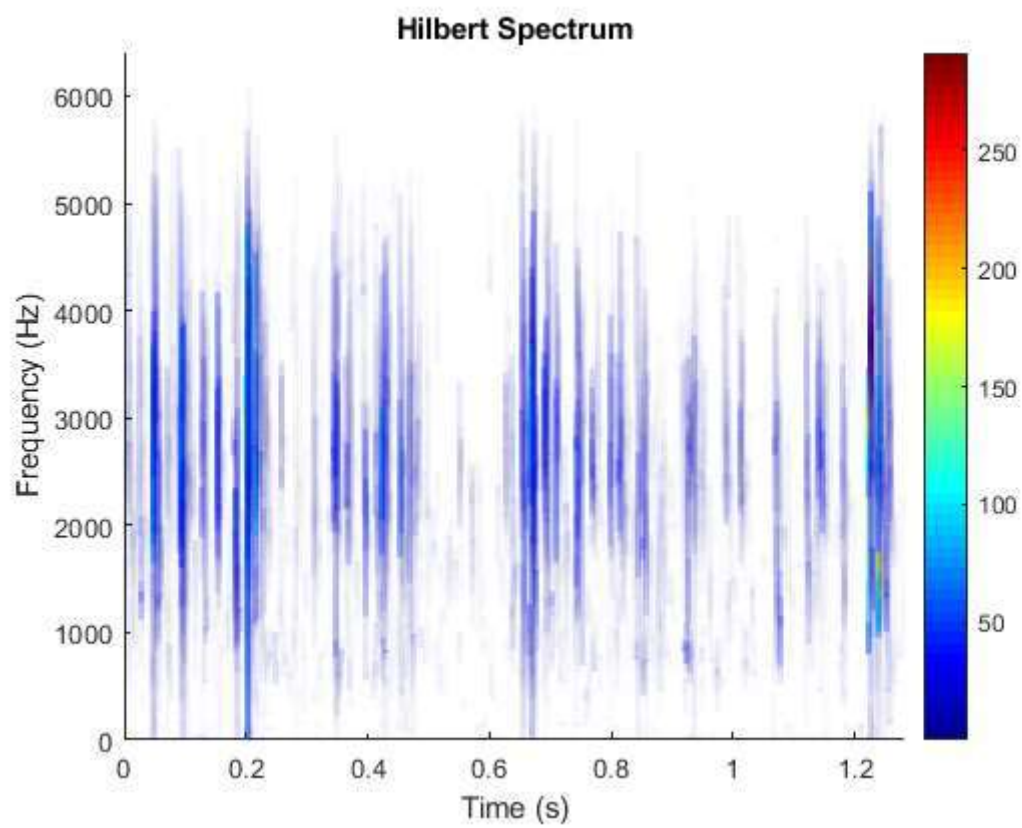
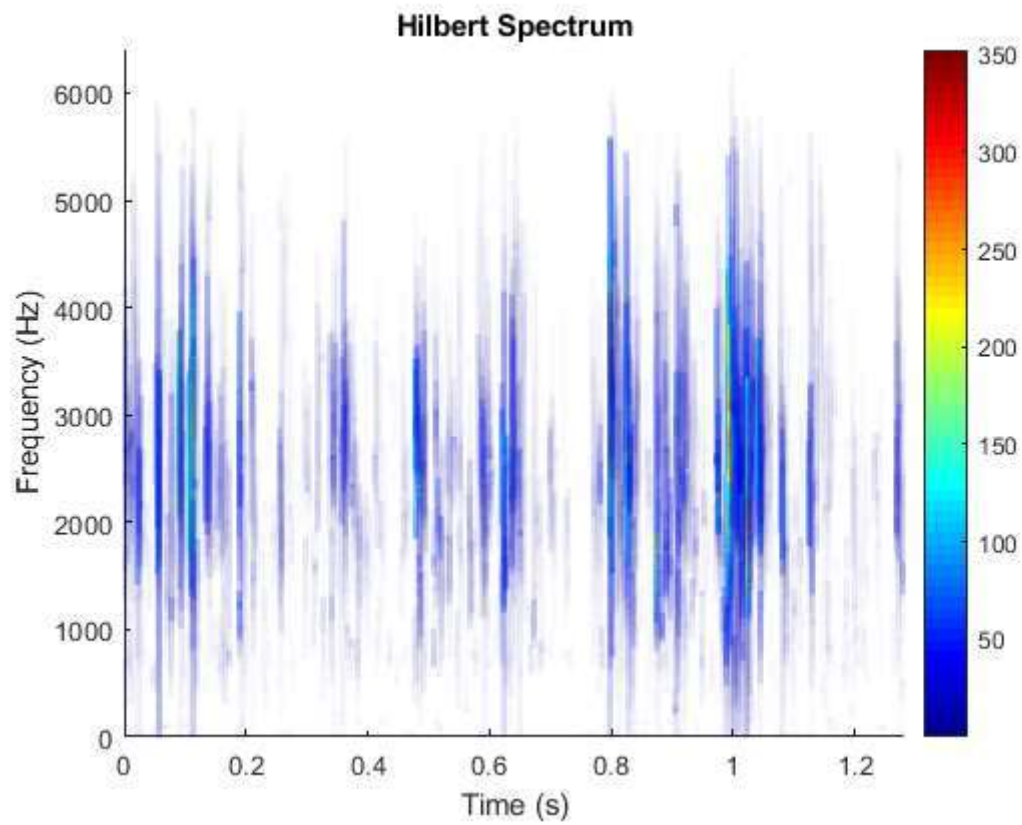


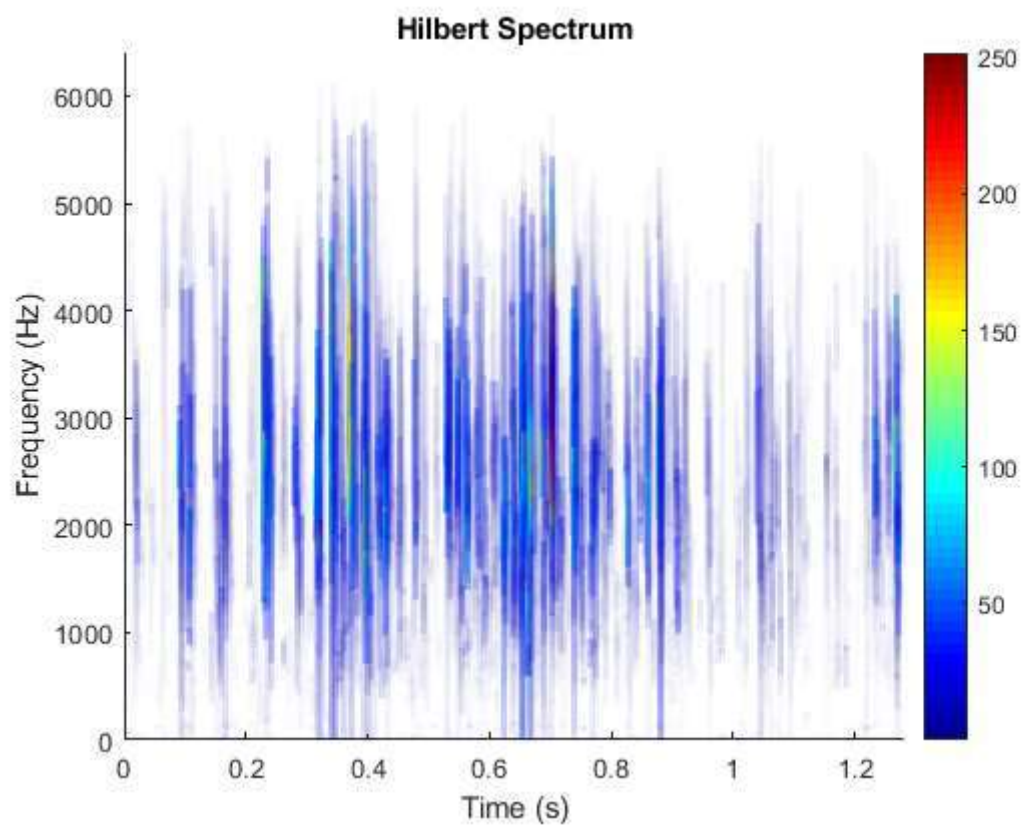
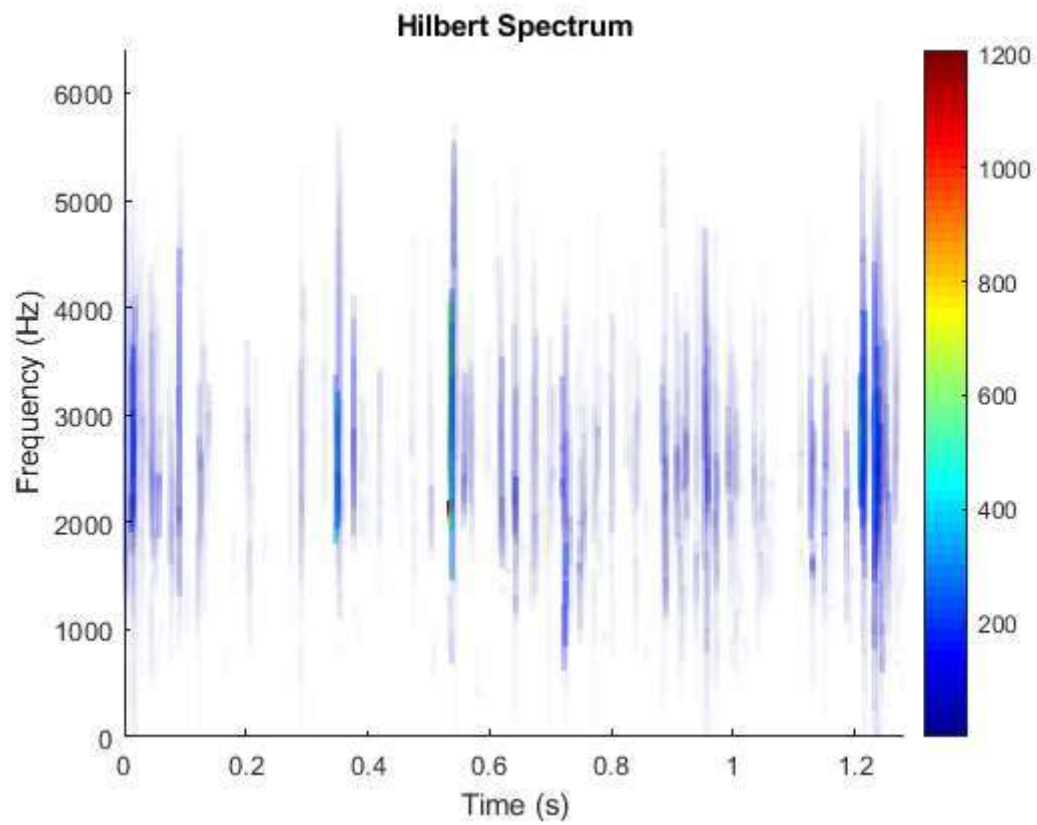


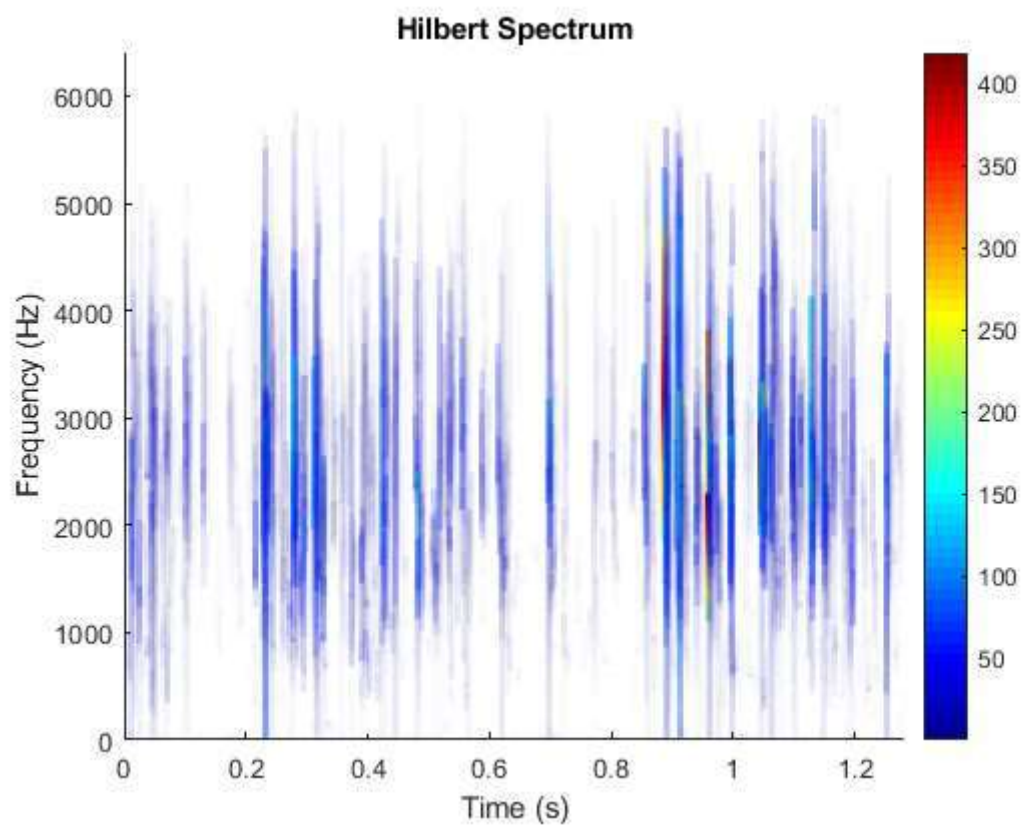
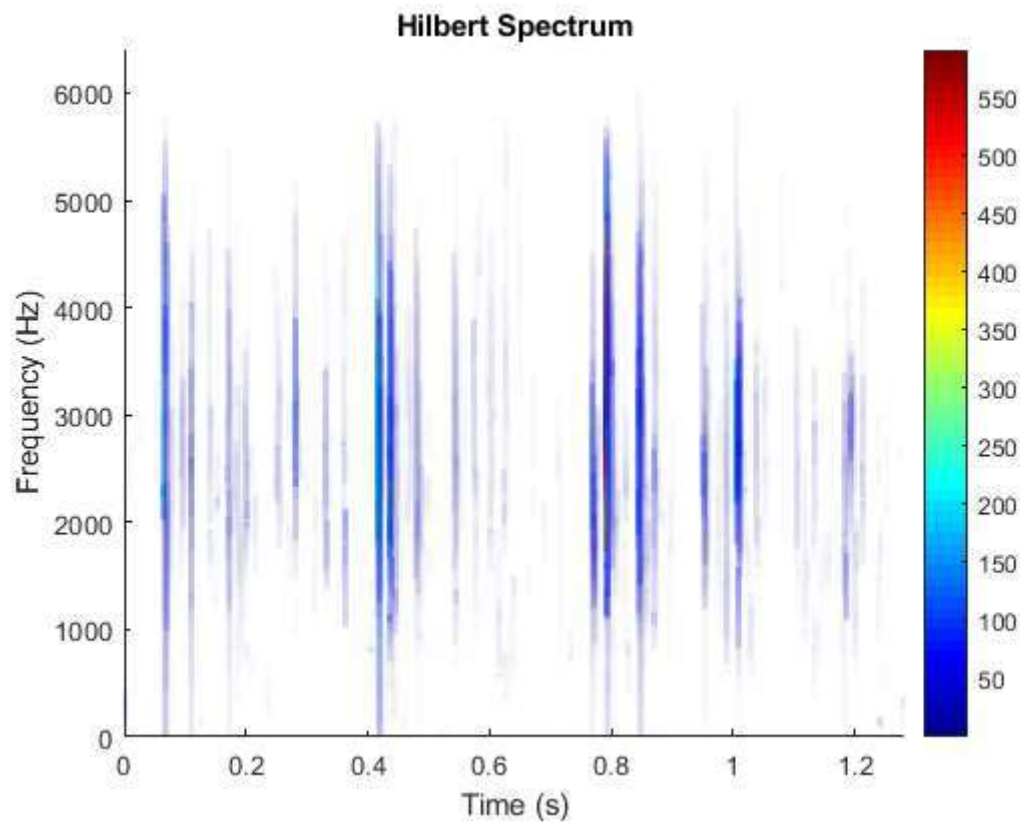


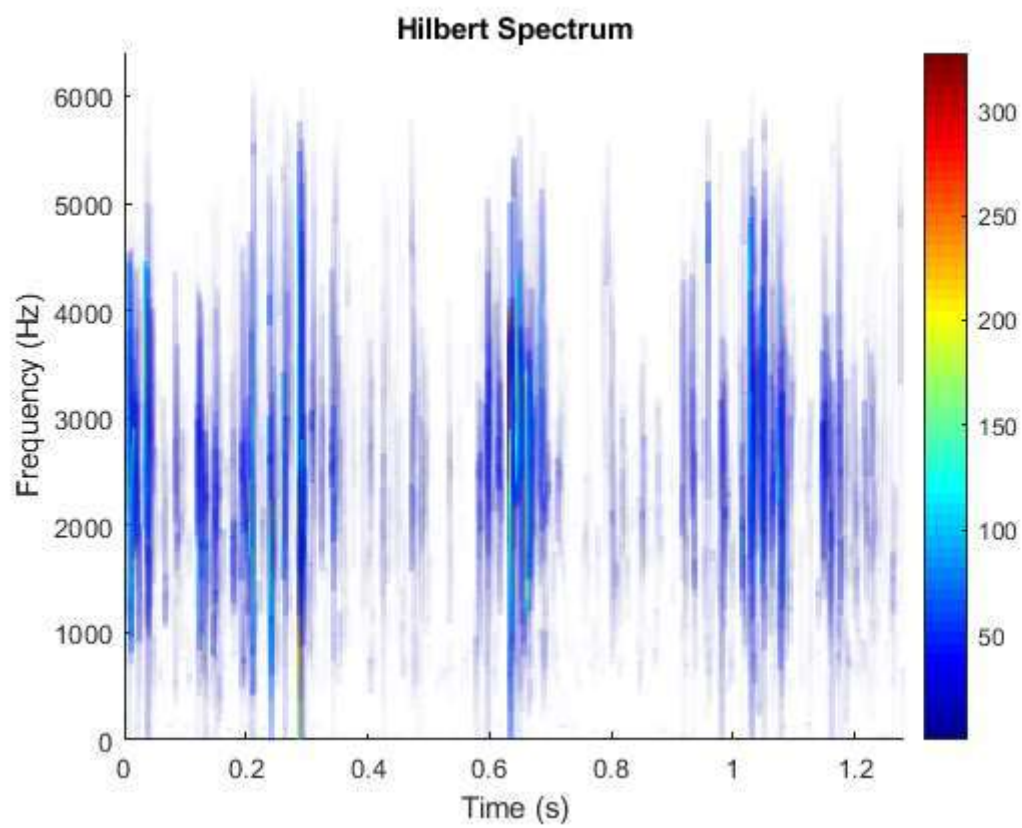
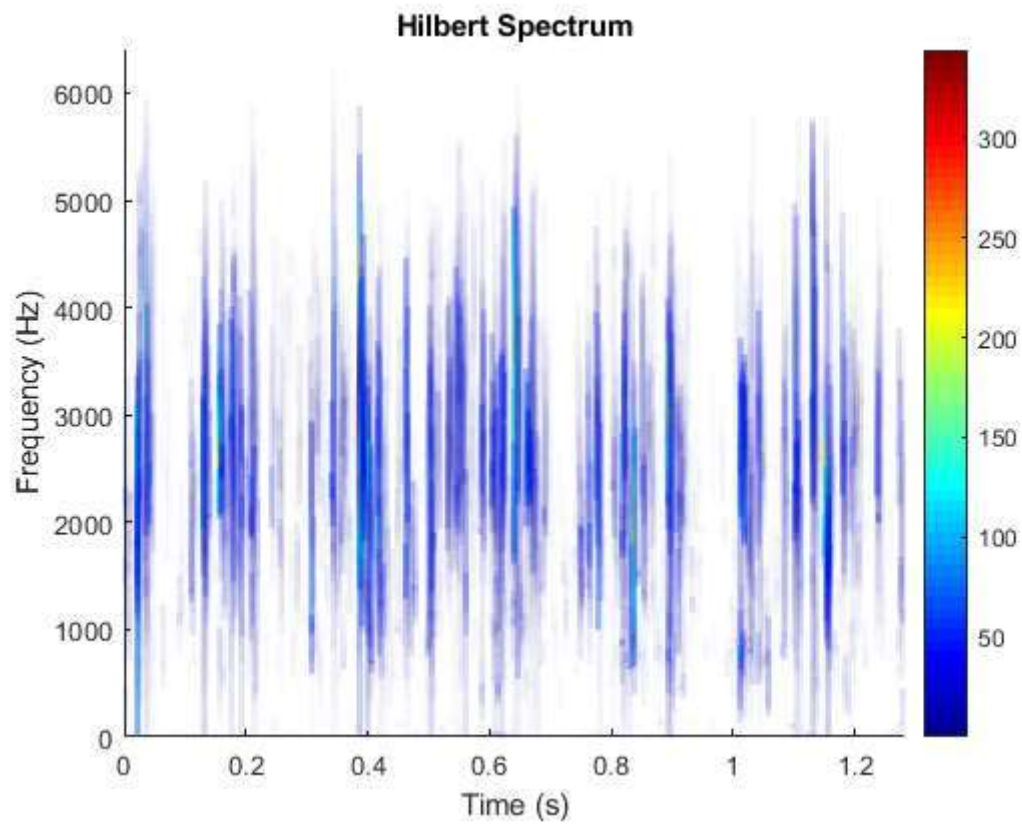


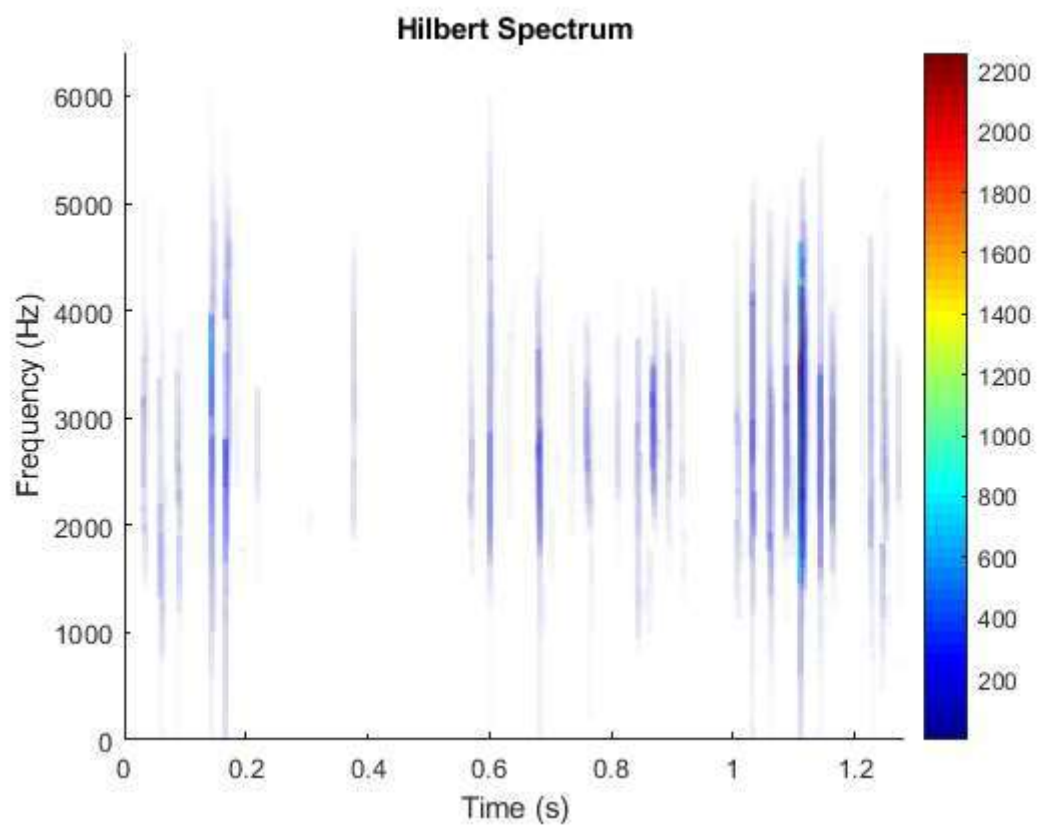
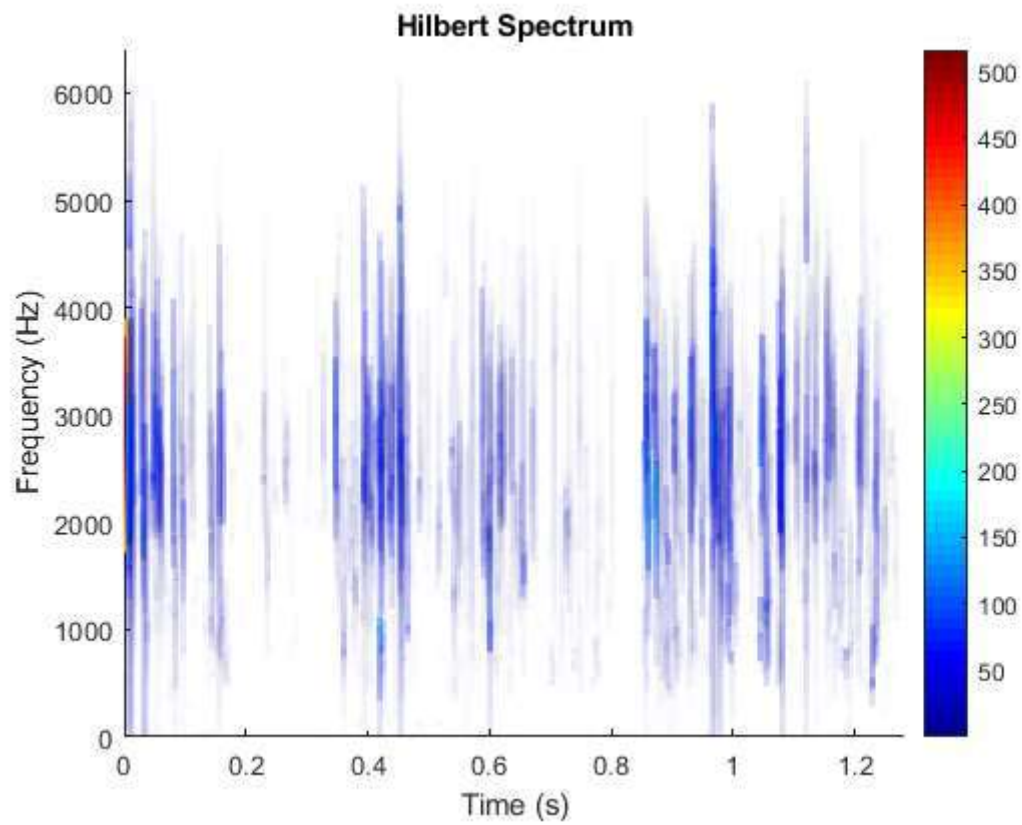


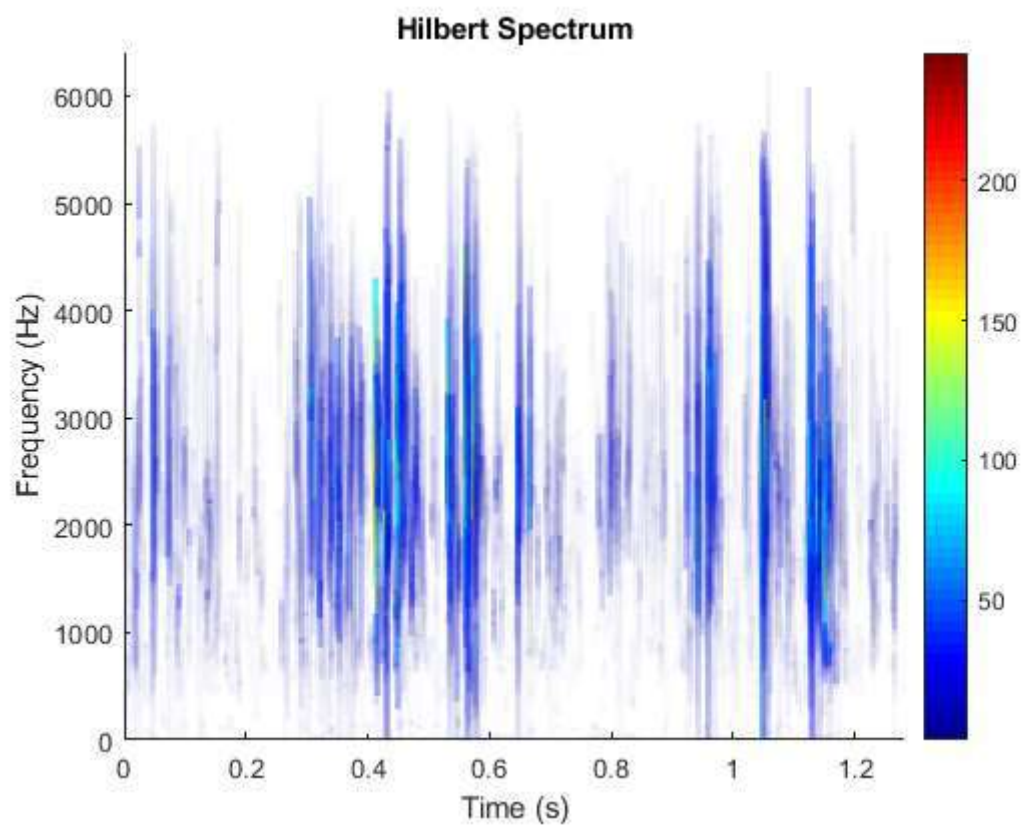
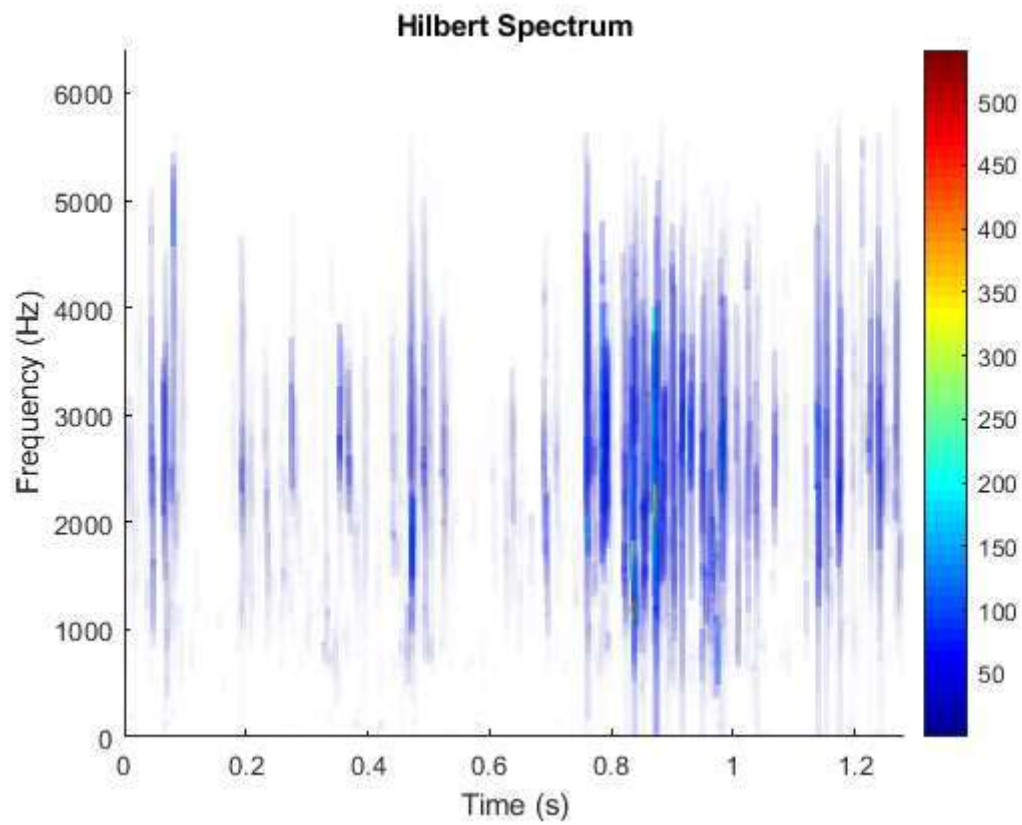


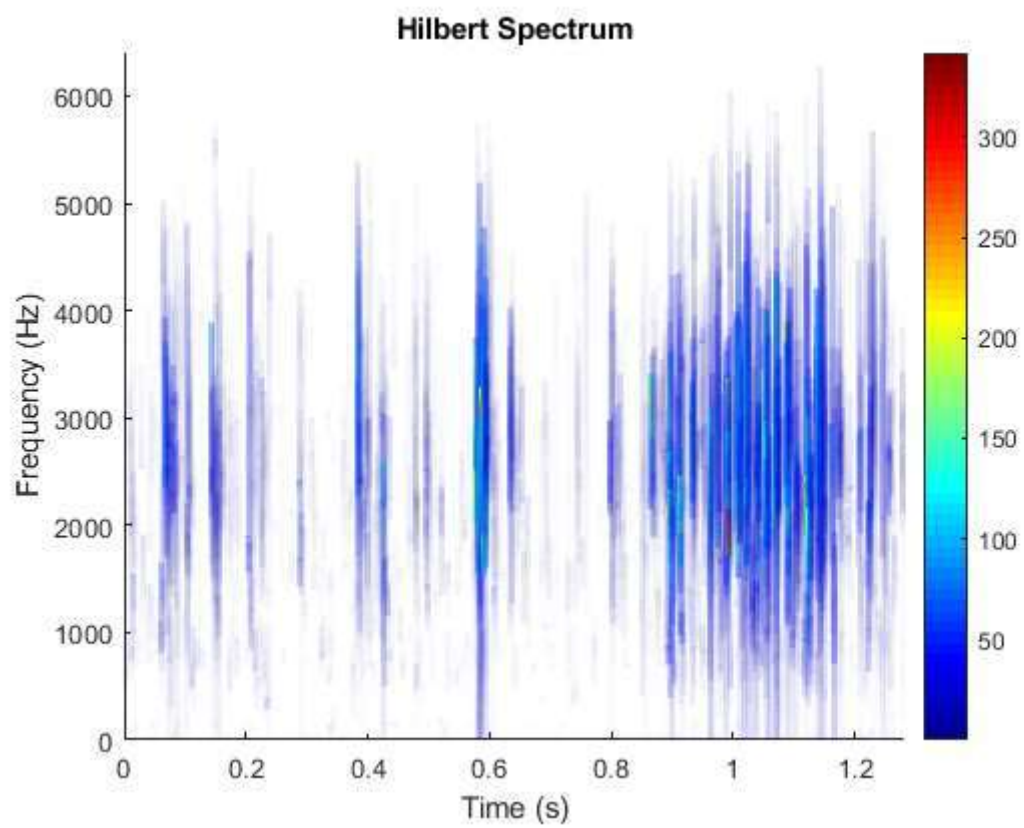
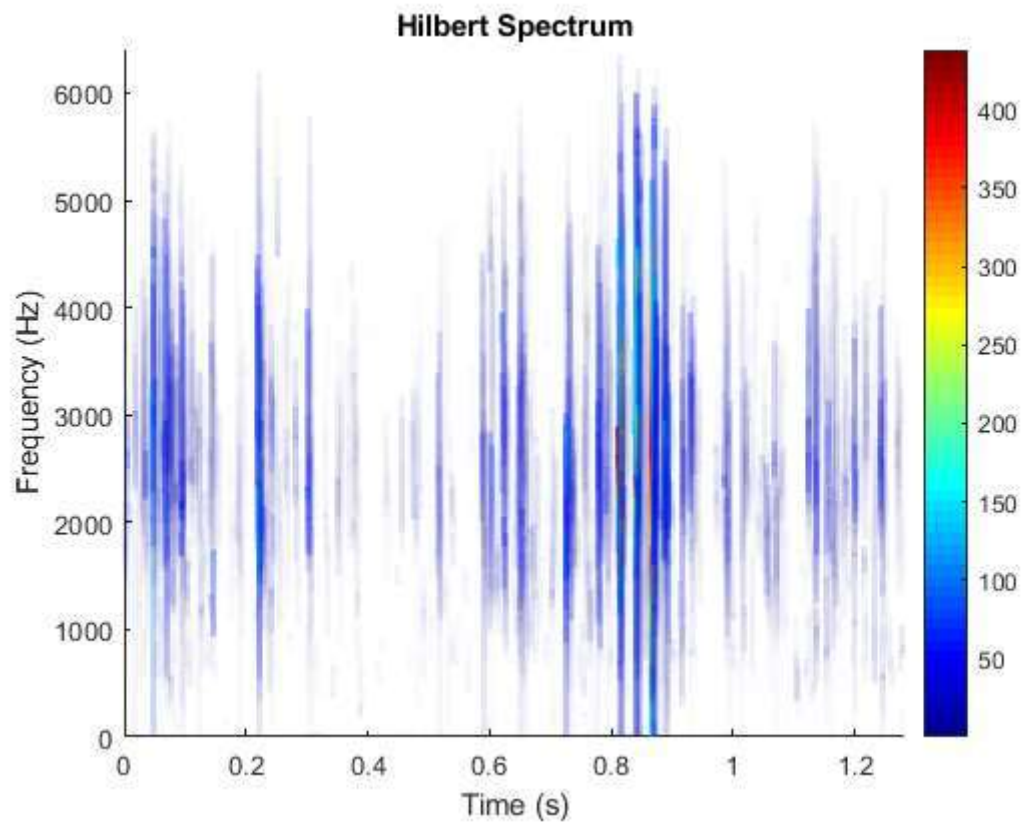


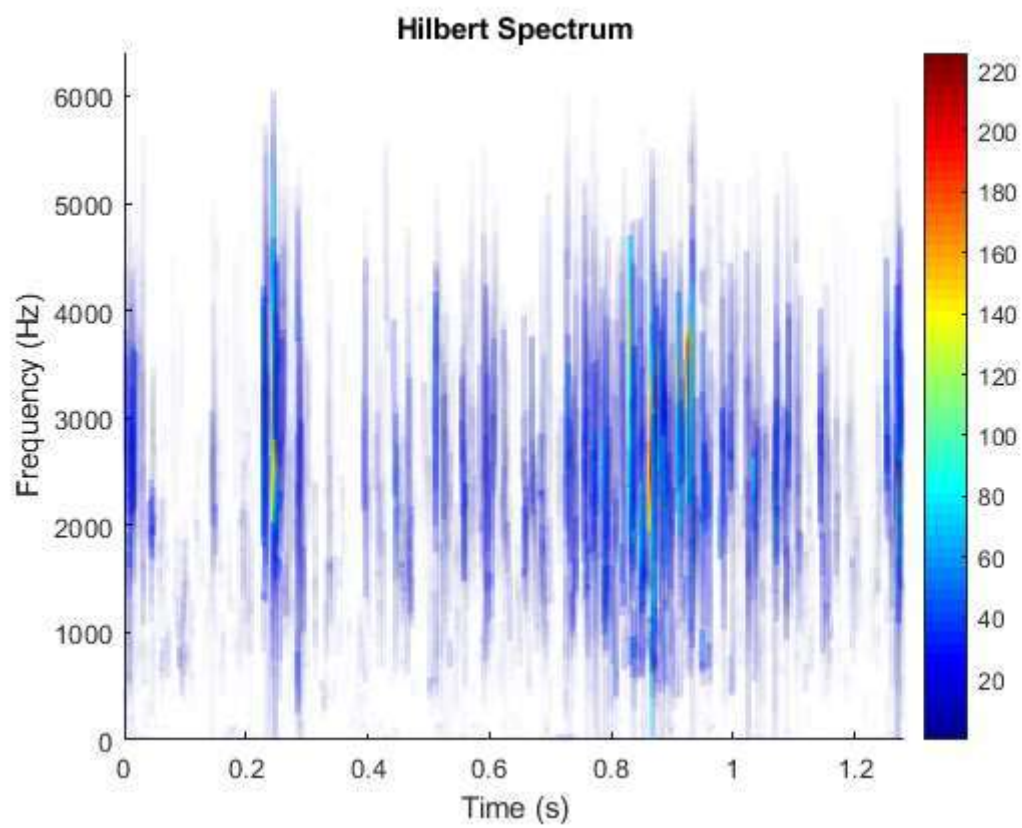
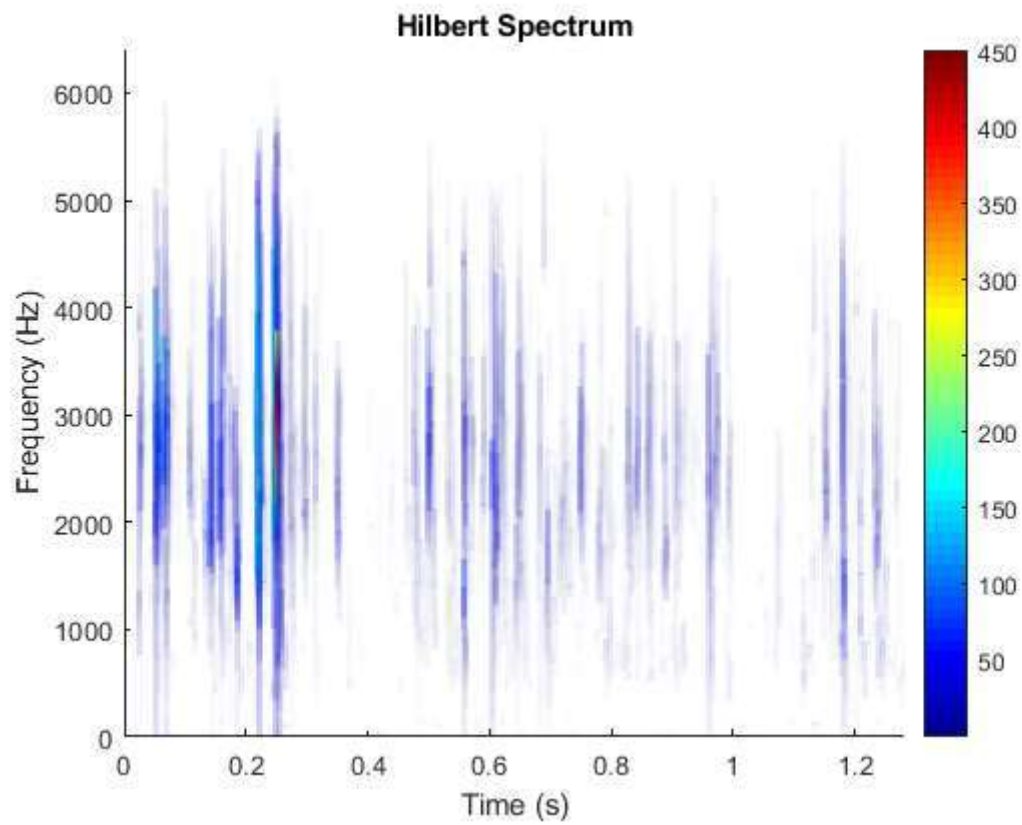


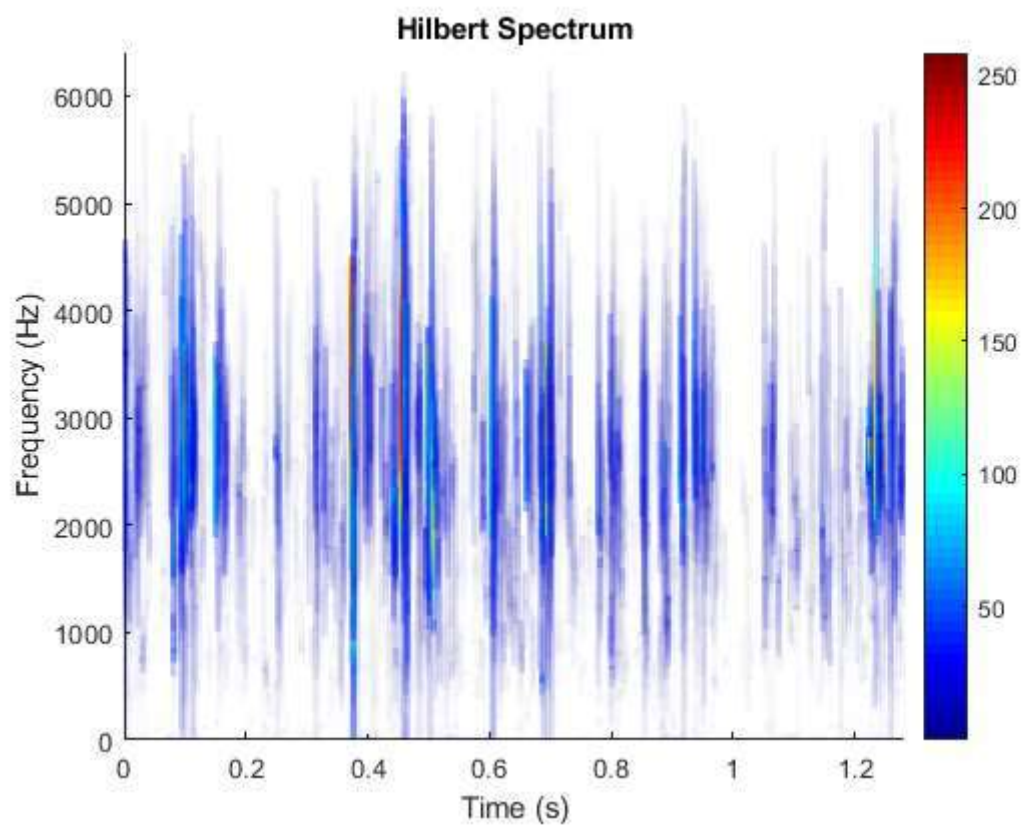
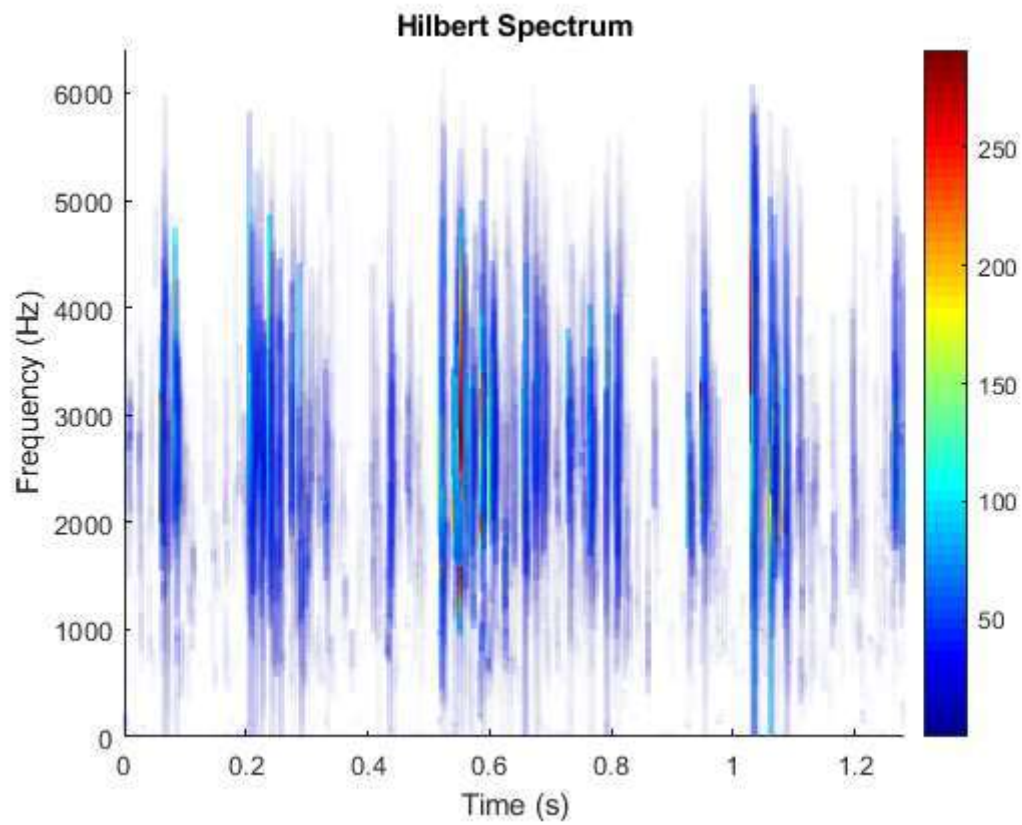


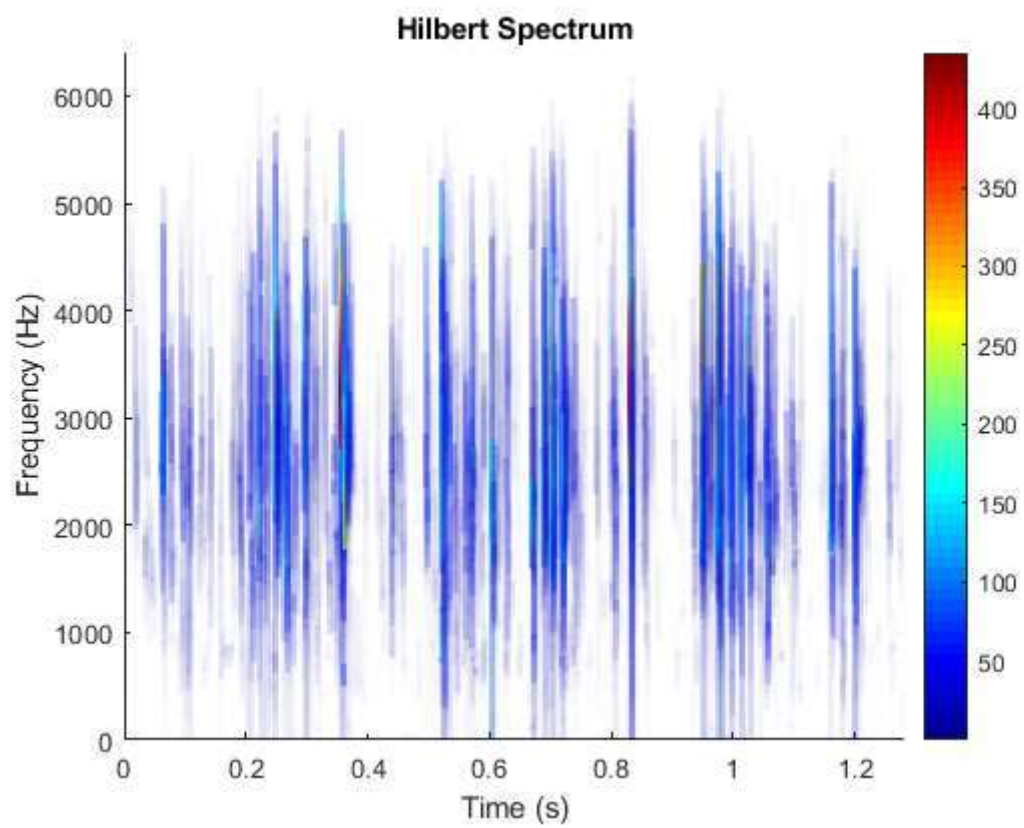
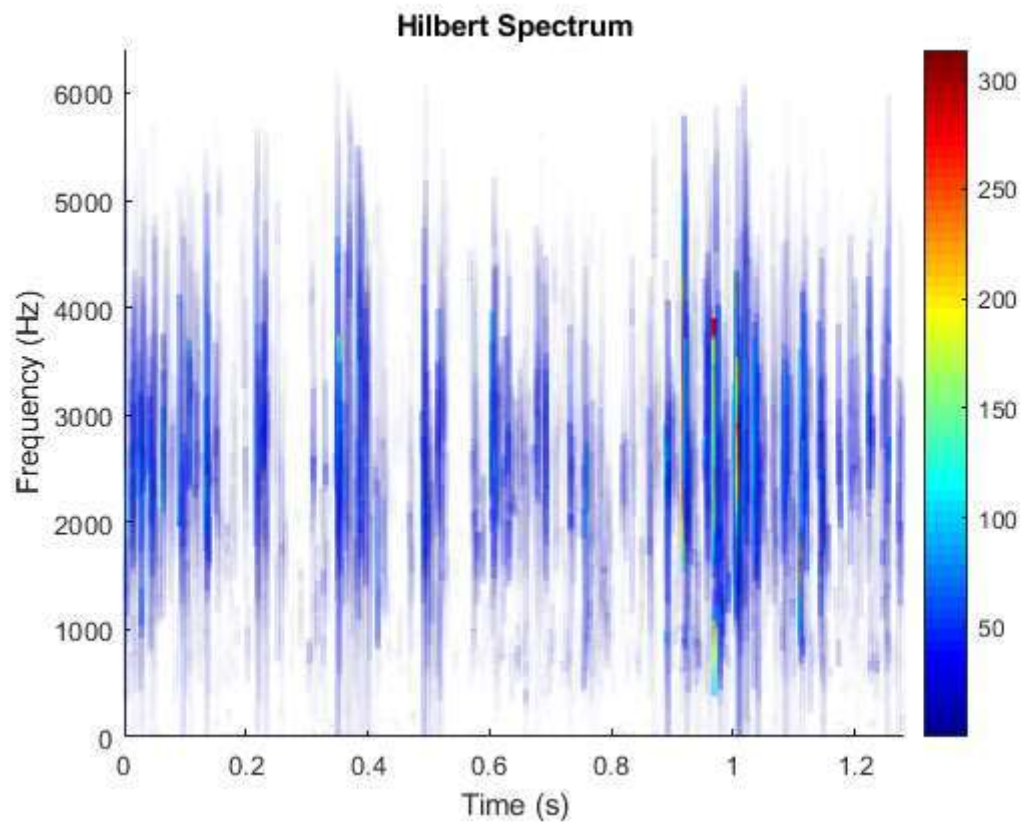


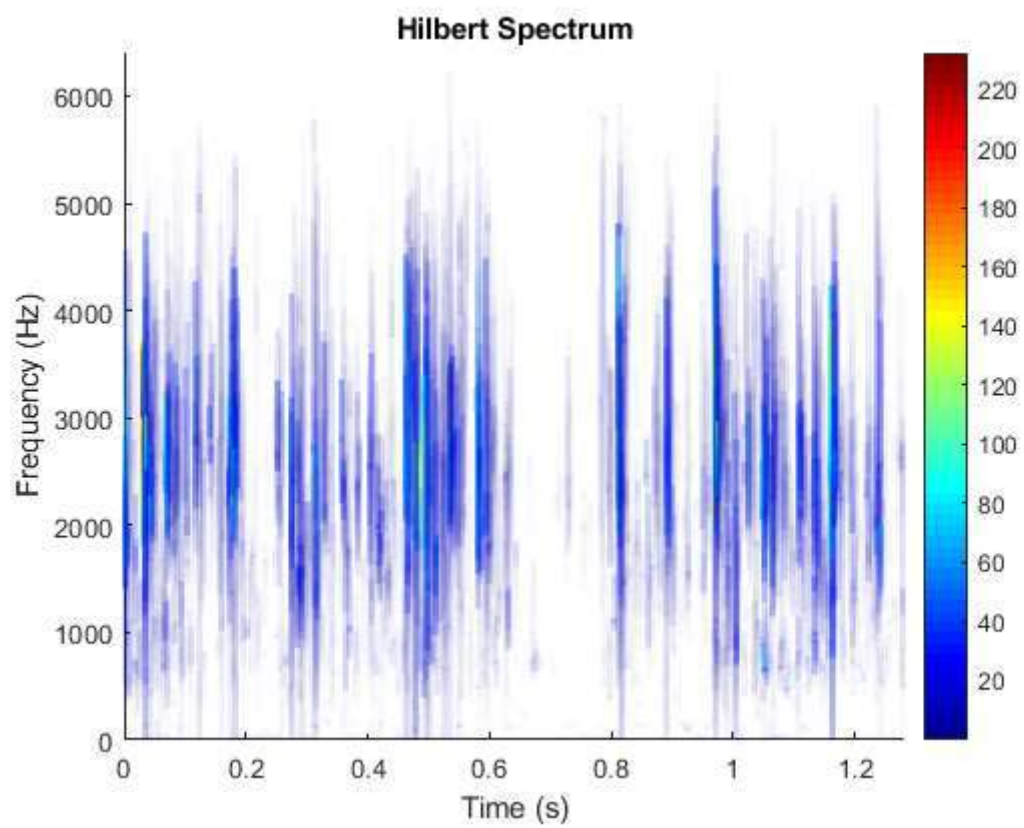
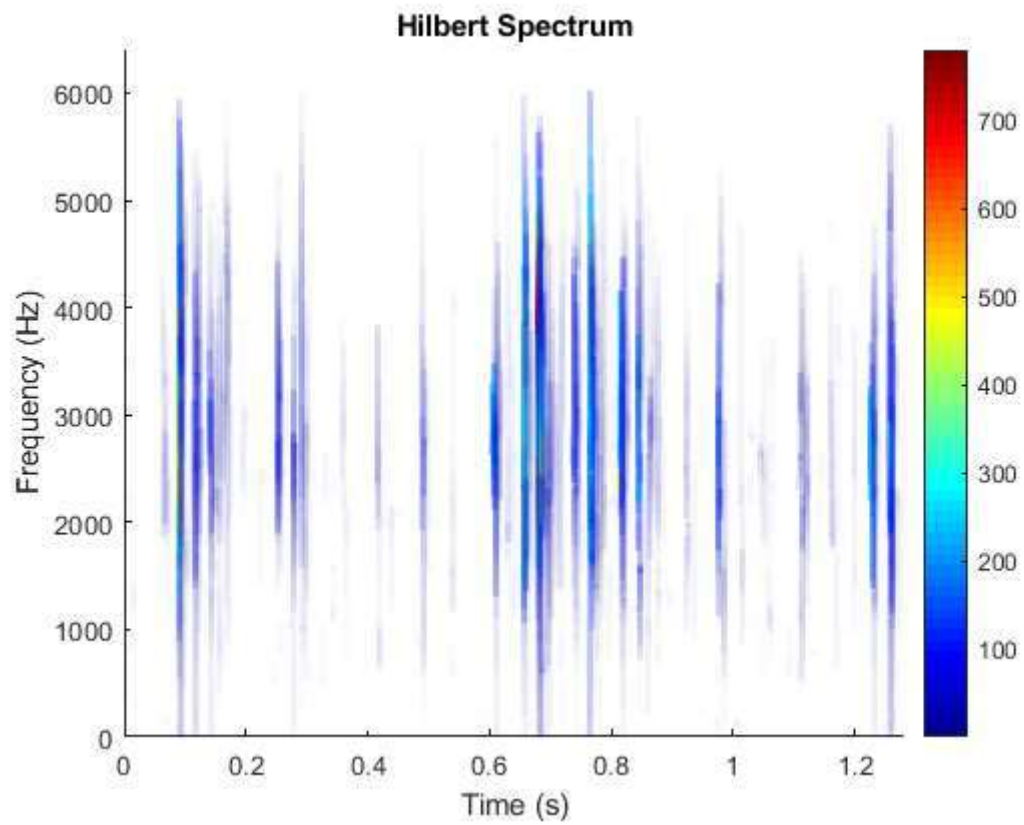


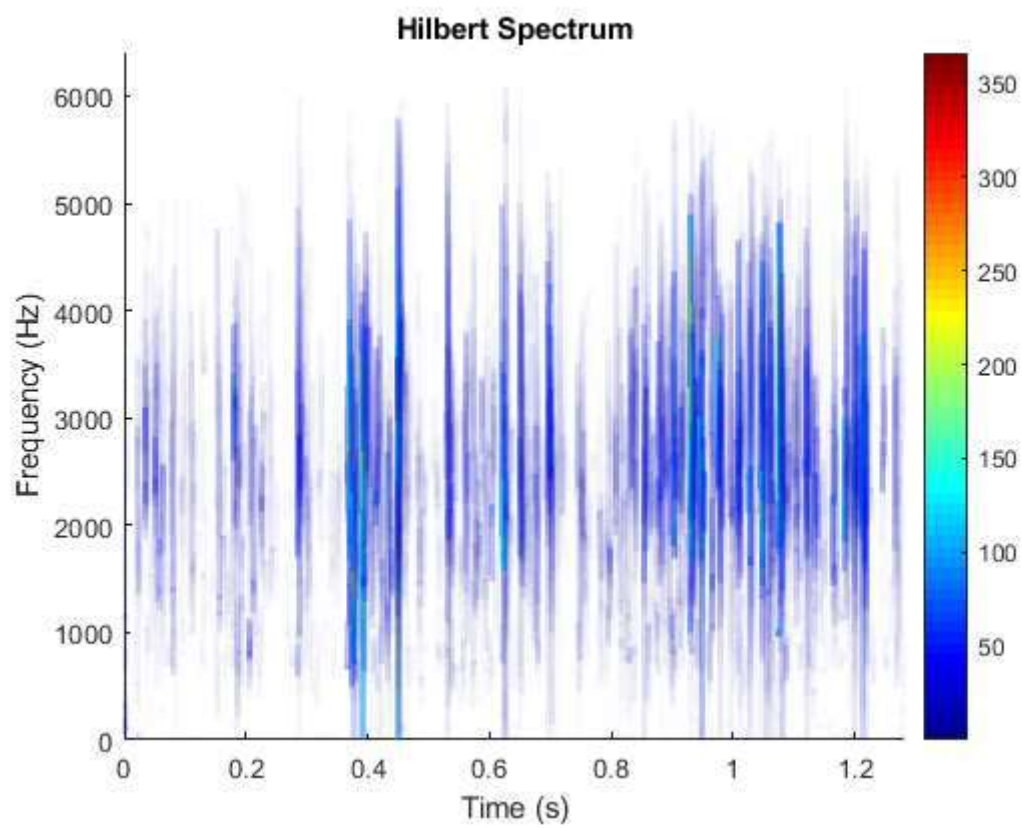
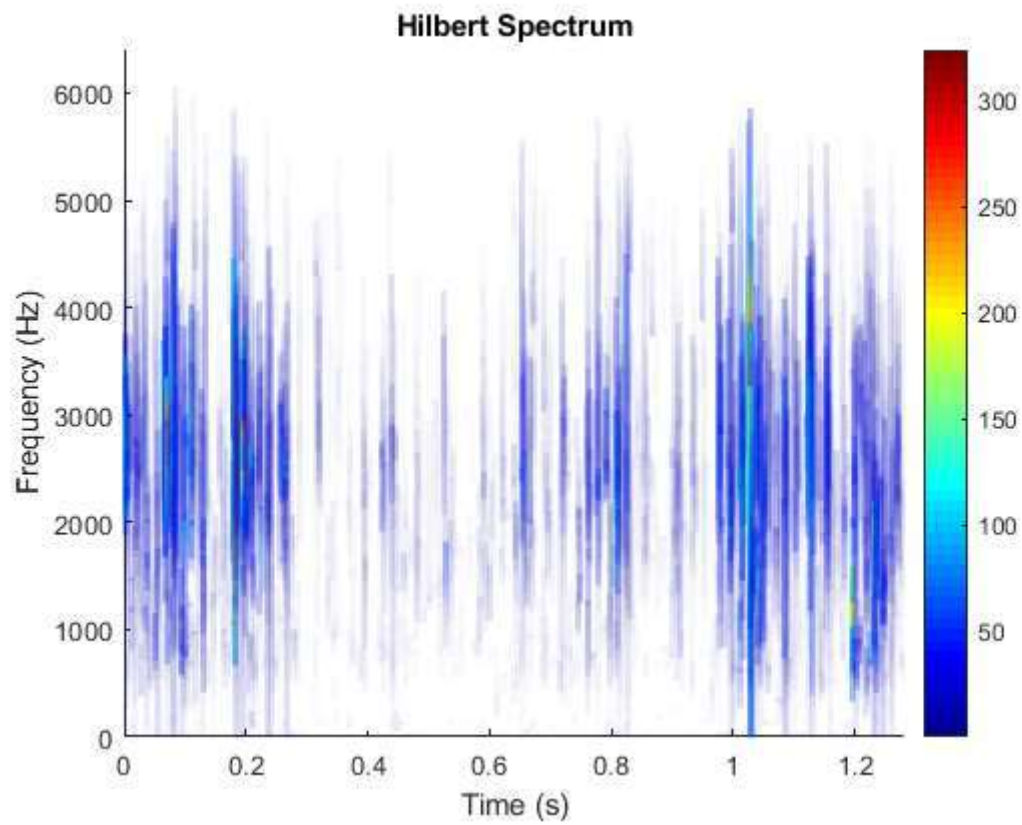


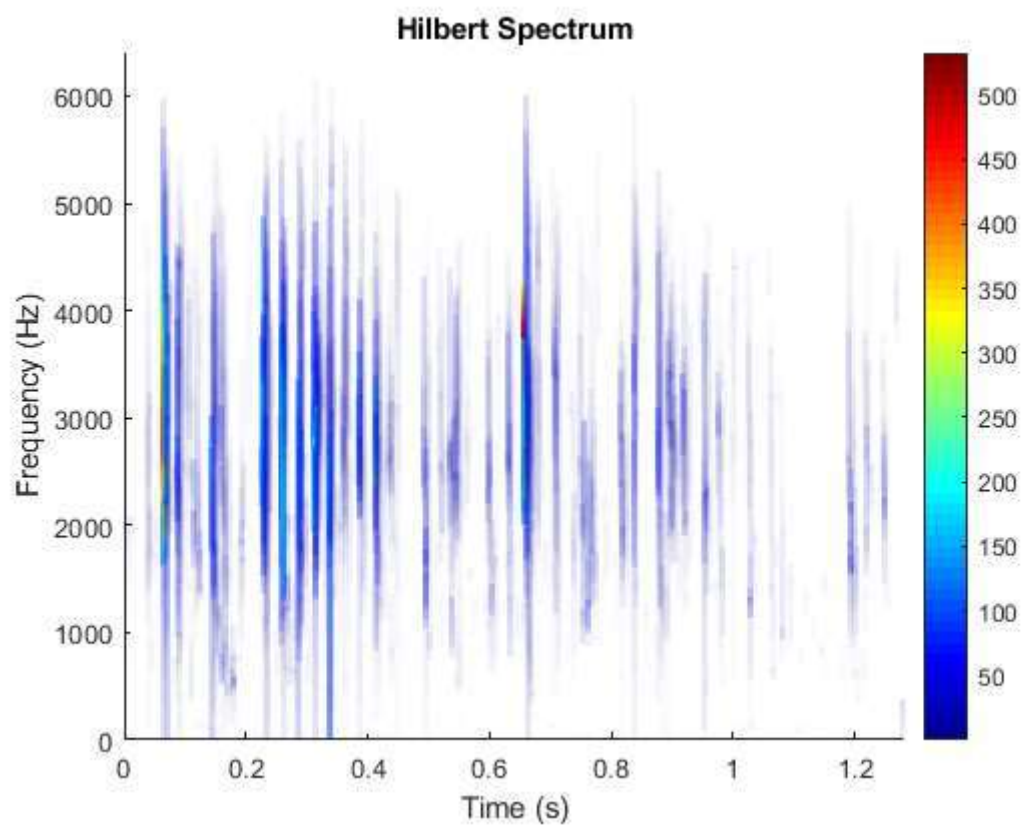
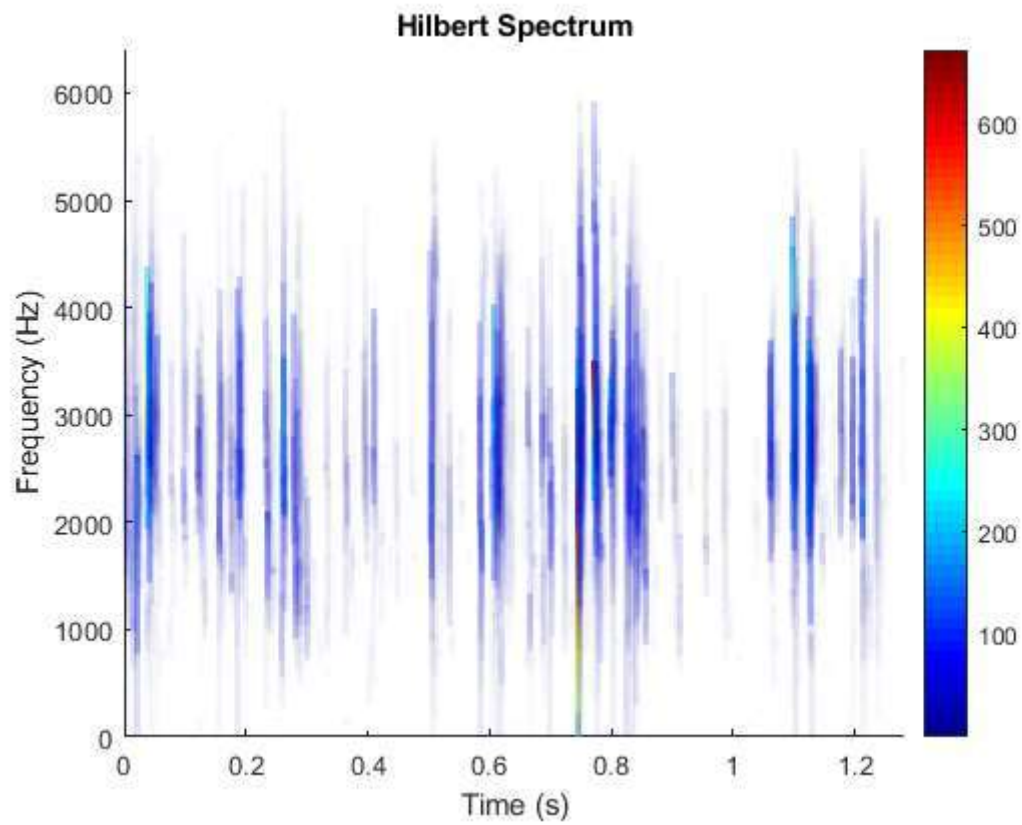












Eje con fisura 3 dirección vertical

